



OPUSCULA OMNIA ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS INSERTA,

QUÆ AD UNIVERSAM MATHESIM, PHYSICAM, MEDICINAM, ANATOMIAM, CHIRURGIAM, ET PHILOLOGIAM PERTINENT;

NECNON

EPITOMÆ SI QUÆ MATERIA vel Criticis Animadversionibus celebriores.

TOMUS SEXTUS.

Ab Anno 1720. ad Annum 1729.

ET SUPPLEMENTA AD QUINTUM DECENNIUM.



VENETIIS

MDCCXLVI.

Typis JO. BAPTISTÆ PASQUALI.

Superiorum permissu, ac Privilegio.

Clarissimo atque Eruditissimo Viro

RICHARDO MEAD
MAGNÆ BRITANNIÆ REGIS ARCHIATRO, &c. &c. &c.

S. P. D.

JOANNES BAPTISTA PASQUALIUS.

IN Angliam properat alacer ac lætus sextus hic Actorum Lipsiensium Tomus, teque, Clarissime Vir, invisere, meis verbis salutem dicere, inque tuas manus venire festinat. Nempe liber ex omni bonarum Artium, Scientiarumque genere Excerpta com-

plectens, ad Virum omnigenæ
eruditionis laude præſtantiſſi-
mum venit. Etſi Inſula toto
Orbe diviſa petenda ſit, lon-
gæque viæ incommoda ſubeun-
da, feliciorem ſe Tomis ſupe-
rioribus putat, qui, ut Patro-
nos ſuos convenirent, ne Ita-
lia quidem exire debuere. Hu-
jus itineris cauſſam paucis ac-
cipe. Cum primum Excerptis
his edendis manum admovi;
unicuique Volumini Patronum
ſuum quærere ſtatui, eo con-
ſilio, ut compendioſa Colle-
ctio hæc, in primis utilis, ſtu-
dioſis hominibus, quorum com-
modis inſervirem, magnorum
nominum commendatione gra-

tiſſi-

tissima fieret. Zendrinum itaque, Facciolatum, Planchium, Ricam, Muratorium appellavi; Viros sane cum primis doctrinæ fama, scriptis, in litteris auctoritate verendos. Ut his comes accedere velis, impræsentiarum laboro; his, inquam, quos litterarum amor, studiorum ratio, ingenii monumenta immortalitati tradita tui simillimos faciunt, quique nihil a te distant, nisi regione. Te doctorum hominum societatem defugere non solere, ex eo plane compertum est, quod præcipuæ ex Regiis Societatibus, & Academiis, quæ certe huic,

ad

ad quam modo vocaris, nonnisi Sociorum numero præstant, te Socio tantopere lætantur. Id si pro tuo in omni re non minus æquo quam acri judicio reputes, dubium non est, quin te cæteris Patronum adjungas, sextumque Tomum hunc, qui ad Te non tam ominis quam præsidii gratia mittitur, in fidem tutelamque tuam accipias. Quod cum facies, & benigne facies, & a more institutoque tuo non discedes. Libentissime vero etiam facies, cum a Regiæ valetudinis tuendæ cura liber eum evolvere ac legere coeperis. Plurima in eo reperies ad Medicam, hoc est tuam

Artem

Artem spectantia, quæ magna te voluptate afficient. A Medicis ad res naturales divertere poteris; quarum maximam copiam in Museo locupletissimo habes. Præsto erunt multa e recondita Antiquitate deprompta; aderunt etiam de re nummaria nonnulla, cujus te studio mirifice teneri satis indicant undique conquisita numismata elegantissima. Per omnia demum litterarum ac disciplinarum genera excurrere, atque hinc inde aliquid delibare licebit, quo incredibile tuum discendi desiderium non jam expleas, sed parumper detineas. Explendo enim vix sufficit or-

natissi-

natissima illa tua Bibliotheca, ingenti selectorum librorum numero in dies magis aucta; Quorum lectione cum tantum profeceris, ut singularem humanitatem, animique moderationem, quod perquam raro usu-venit, cum singulari doctrina conjungas; spe ducor, te hanc qualemcumque studii mei, atque observantiæ significationem æqui bonique facturum. Vale.

EX-



EXCERPTA
EX ACTIS ERUDITORUM
LIPSIENSIBUS
ANNI 1720.

C.G. SPECIMEN METHODI ad summas Serierum.



Eries omnes, modo certam progressionis legem servent, ad formulam aliquam, seu terminum generalem revocari possunt. Terminum generalem illum voco, qui posita, quam continet, quantitate variabili, v. gr. $x = 1$, det terminum primum; posita $x = 2$ terminum secundum, & iiliter ceteros. Act. Erud. An. 1720. M Jan. Pag. 27.

2. Terminorum generalium, veluti ipsarum serierum, duæ t classes:

. Ubi omnes exponentes in termino generali sunt constan-, ut seriei $1 + 2 + 3 + 4$ &c. terminus generalis est x; se- $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} +$ &c. terminus generalis est $\frac{1}{x^2 + x}$; ei $\frac{2}{64} + \frac{11}{544} + \frac{26}{1972} + \frac{47}{5014} +$ &c. terminus generalis est $\frac{3x^2 - 1}{+36x^3 + 33x^2 - 6x - 8}$. &c.

Act. Erud. An. 1720. M. Jan.

II. Ubi in formula generali datur exponens variabilis, hoc est, ubi x quomodocumque affecta ingreditur exponentem, ut seriei $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} +$ &c. terminus generalis est $\frac{1}{2^x}$; seriei $\frac{1}{3} + \frac{1}{81} + \frac{1}{19683} + \frac{1}{43046721} +$ &c. terminus generalis est $\frac{1}{2xx - x}$.

Nos nunc quidem primæ tantum classis series persequi earumque summas indagare constituimus.

Pag. 28. 3. Si quis vero difficile putet hujus classis series ad generalem terminum reducere, multum juvabitur hoc canone:

$$a + (x-1)\,b + \frac{(x^2 - 3x + 2)}{2}\,c + \frac{(x^3 - 6x^2 + 11x - 6)}{6}\,d + \frac{(x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24)}{24}\,e + \text{\&c.}$$

Si datæ seriei terminus primus (numerator seu denominator) vocetur a, differentia prima b, differentia differentiarum prima c, &c. donec perveniatur ad differentiam constantem, ipse canon dabit terminum generalem, quod exemplo declaramus.

Sit data series $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} +$ &c.

Determinatores sic dispono:

Terminus primus $a = 3.)\ 15.\ 35.\ 63.$

Differentia prima $b = 12.)\ 20.\ 28.$

Differ. Diff. constans $c = 8.)\ 8.$

Nempe $a = 3.$

$(x-1)\ b = 12x - 12.$

$\frac{(x^2 - 3x + 2)}{2}\ c = 4x^2 - 12x + 8.$

$4x^2 - 1$

Ergo terminus generalis seriei datæ est $\frac{1}{4x^2 - 1}$.

4. Quod ad summas harum serierum inveniendas attinet, si termini sint integri, ponatur $a = 0$, terminus primus $= b$, differentia prima $= c$, differentia differentiarum prima $= d$, &c. donec perveniatur ad differentiam constantem; aggregatum ex canone dabit summam seriei ad quemcunque terminum x exclusive. Sit data series $3 + 35 + 99 + 195 +$ &c. Terminos pro invenienda summa sic dispono.

$a = 0.$

$b = 3.)\ 35.\ 99.\ 195.$ $c = 2)$

$c = 32.)\ 64.\ 96.$

$d = 32.)\ 32.$

Nem-

Act. Erud. An. 1720. M. Jan.

Nempe $a = 0$

$(x-1)$ $b = 3x - 2$

$\frac{(x^2-3x+2)}{2}$ $c = 16x^2 - 48x + 32$

$\frac{(x^3-6x^2+11x-6)}{6}$ $d = \frac{16x^3}{3} - 32x^2 + \frac{176x}{3} - 32$

$\frac{16x^3}{3} - 16x^2 + \frac{41x}{3} - 3.$ erit summa

seriei ad datum quemcunque terminum x exclusive (vel inclusive, si pro x substituatur $x+1$.)

5. Si fracti fuerint datæ seriei termini & numerator termini generalis constans, nec x in denominatore secundam potestatem superet (ultra enim progredi nunc non vacat) terminus generalis ad hanc formulam reduci poterit $\frac{e}{px^2 . qx . r}$, ubi e, p, q, r, designare possunt quantitates quasvis constantes rationales & surdas (modo terminus primus sit realis, hoc est, si in termino generali ponatur $x=1$, denominator sit major nihilo) nec refert quo signo affectæ fuerint quantitates q & r.

An, inquam, hujusmodi data series sit summabilis, & quæ ejus summa, per sequentes regulas definio:

I. Prout in denominatore termini generalis fuerit $\pm r$ facio $(q^2 \mp 4pr)^{\frac{1}{2}} : p = f$, quæ f si fracta sit vel surda, vel negativa, porro pergere non est opus, nec summa seriei aliter quam per continuam terminorum additionem videtur colligi posse; si vero f integra fuerit, indicabit seriem datam esse summabilem, quippe quæ conflata sit ex tot seriebus summabilibus, quot ipsa f continet unitates.

II. Ut has series seorsim inveniam, pro prima pono terminos excerptos ex datæ seriei locis.

1. $(1+f)$ $(1+2f)$ $(1+3f)$ &c. Pag. 30.

pro secunda pono terminos excerptos ex datæ seriei locis.

2. $(2+f)$ $(2+2f)$ $(2+3f)$ &c.

et ita porro donec tot series habeam, quot continet f unitates.

III. Harum serierum terminos generales (per §. 3. inventos) seorsim applico ad hunc canonem $\frac{am}{l^2x^2+(2lm-l^2)x+m^2-lm}$. unde determinatis quantitatibus a, l, m, habetur cujusvis seriei summa generalis ad quemvis terminum inclusive $\frac{ax}{lx+m}$.

Act. Erud. An. 1720. M. Jan. IV. Denique inventas ſummas generales addo, quarum aggregatum exprimet ſummam generalem datæ ſeriei ad terminum quemvis fx incluſive.

Quas regulas unico exemplo, quod inſtar omnium erit, accommodamus. Sit data ſeries $\frac{1}{4}+\frac{1}{10}+\frac{1}{18}+\frac{1}{28}+\frac{1}{40}+\frac{1}{54}+\frac{1}{70}+$ &c. cujus terminus generalis per §. 3. invenitur $\frac{1}{x^2+3x}$, ubi $p=1.\ q=3.\ r=0.$

Igitur I. per Regulam primam fit $f=3$.

Unde conſtat ſeriem datam compoſitam eſſe ex tribus ſummabilibus, quas ut inveniam

II. Pro prima pono terminos excerptos ex ſeriei datæ locis 1. 4. 7. 10. &c. qui ſunt $\frac{1}{4}+\frac{1}{28}+\frac{1}{70}+\frac{1}{130}+$ &c. pro ſecunda pono terminos excerptos ex ſeriei datæ locis 2. 5. 8. 11. &c. qui ſunt $\frac{1}{10}+\frac{1}{40}+\frac{1}{88}+\frac{1}{154}+$ &c. pro tertia pono terminos excerptos locis 3. 6. 9. 12. &c. qui ſunt $\frac{1}{18}+\frac{1}{54}+\frac{1}{108}+\frac{1}{180}+$ &c.

Pag. 31. III. Seriei primæ terminum generalem, per §. 3. invenio $=\frac{1}{9x^2-3x-2}$ ejusque ſummam generalem per canonem Regulæ tertiæ $\frac{x}{3x+1}$; ſeriei ſecundæ terminum generalem $\frac{1}{9x^2+3x-2}$ ſummam generalem $\frac{x:2}{3x+2}=\frac{x}{6x+4}$; tertiæ ſeriei terminum generalem $\frac{1}{9x^2+9x}$, cujus ſumma generalis eſt $\frac{x:3}{3x+3}=\frac{x}{9x+9}$.

IV. Inventas ſummas generales addo, quarum aggregatum $\frac{99x^3+144x^2+49x}{162x^3+324x^2+198x+36}$ exprimet ſummam ſeriei ad terminum quemcunque $fx=3x$ incluſive, & pro x ſubſtituendo $\frac{x}{f}=\frac{x}{3}$, habebitur ſumma generalis datæ ſeriei ad ſingulos terminos $\frac{11x^3+48x^2+49x}{18x^3+108x^2+198x+108}$, ſumma vero maxima, ſeu omnium terminorum (poſita ſcilicet $x=\infty$, & ∞^4 evaneſcente præ ∞^3) $\frac{11}{18}$.

Hi-

Histoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCXVI. &c. h. e. HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM Anni 1716, cum Commentariis Mathematicis & Physicis ejusdem Anni.

Act. Erud. An. 1720. M. Mart. Pag. 129.

Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1719. in 12. Alph. 1. plag. 2. tabb. an. 9.

HOC anno 1716, autoritate Serenissimi Duci Aurelianensis, a morte *Ludovici XIV.* vicaria in Gallia sceptra tenentis, in *Academiæ Regiæ* Scientiarum forma quædam immutata fuere. *Nimirum* numerus honorariorum & associatorum nulli certo scientiarum generi addictorum auctus & classis viginti Adjunctorum personalium suppressa, in ejus vero locum nova 12 Adjunctorum classis surrogata, ita ut duo sint Adjuncti Geometriæ, *duo* Astronomiæ, duo Mechanices, duo Anatomiæ, duo Chymiæ, duo Botanicæ: has nempe scientias excolit Academia Scientiarum. Sancitum etiam est, ne Clericus regularis unquam locum obtineat in numero honorariorum & stipendiariorum, a qua classe posteriori etiam associati excluduntur. Adjunctis non conceditur votum, nisi quando de Scientia agitur. Quotannis a Rege ligetur Præses & Vice-Præses ex numero honorariorum, itemque Director & Sub-Director ex numero stipendiariorum. Hisce præmissis ad ipsam operis recensionem progredimur. In Physica generali *Maraldus* describit phænomenon luminosum septentriona-, quod An. 1716. die 11. April. hor. 10. vesp. 30′ observatum, Pag. 130. ulgo *Auroræ borealis* fert nomen. Cum de eodem ex alio phænomeno ejusdem generis multa jam dicta sint in Actis An. 1716 g. 345 & seqq. id unicum hic annotasse suffecerit, quod ex diversis circumstantiis in diversis locis eodem tempore observatis ncludat *Maraldus*, phænomenon eodem tempore in diversis is observatum non fuisse numero, sed saltem specie idem: id od etiam de phænomeno in Actis loc. cit. relato annotatum est l. *Wolfio* pag. 366. Lapides ex massa fluida aut molli formatos obat *Fontenellius*, quod heterogenea iis inclusa reperiantur. *Gofredus* autem de eorum genesi hypothesin aliquam proponit, m *de la Hire* junior observationibus quibusdam non ex asse satisfa-

Act. Erud. An. 1720. M. Mart.

tisfacere monſtrat, etſi eidem favere videantur. A die ultima Novembris usque ad diem 2 Dec. mare ſæviens inundavit loca humilia in Normandia inferiore, affluxu continuo exiſtente ſine ullo refluxu. Quantitatem aquæ pluvialis An. 1716 obſervavit *de la Hire* 17 digitorum & $6\frac{1}{2}$ linearum; declinationem acus magneticæ d. 30 Dec. 11°. 10'. Ut autem hanc declinationem ea, qua decet, accuratione obſervare poſſis, conſtructionem inſtrumenti neceſſarii ſeu pyxidis magneticæ huic ſcopo conducentem deſcribit. Monet inter alia, thecam, cui acus includitur, optime ex marmore fieri, cum lignum rectitudinem non ſervet in humiditatis ac ſiccitatis variationibus, orichalcum ſubinde aliquid ferri admixtum habeat: meridianam lineam ultra thecam produci debere, ut ſcilicet pyxidem ſuper linea meridiana in plano immobili ducta exacte conſtituere liceat, optimas eſſe acus, quæ ex filo chalybeo parantur, nec multum ponderant; cavendum denique, ne per rimam inter vitrum & pyxidem ventus in thecam ingredi poſſit.

In *Anatomicis* herniam umbilicalem monſtroſam deſcribit *Mery*. Obſervata fuit in infante, quæ 15 horas auram vitalem hauſit. Etſi apertura umbilici non haberet diametrum 15 lineis majorem, hernia tamen includebat pulmones, jecur, ventriculum, & inteſtina omnia. Monſtroſam appellat herniam, quod, ipſo judice, fuerit vitium conformationis. Quæ de arte præparandi

Pag. 131. uniones adulterinos commentatus eſt *de Reaumur*, inter Anatomica locum habent, quia colorandis iſtis adhibetur materia a ſquammis albulæ, qui eſt piſciculus Sequanæ incola, ſeparata, atque hac occaſione de ſquammarum formatione generatim diſſeritur. Idem reſpondet ad difficultates, quas contra ipſius hypotheſin de formatione concharum limacum An. 1709 propoſitam objecerat *Mery* anno proxime ſequente. *Deslandes* ſiſtit fœtum omni oſſium articulatione, conſequenter motu inde pendente, carentem. *Marinus* alium deſcribit fœtum monſtroſum, qui conſtabat ex duobus truncis communi umbilico gaudentibus & ultra umbilicum non continuatis. Scilicet videbantur quaſi duo fœtus plano horizontali per umbilicum diſſecti & partes ſuperiores in unum truncum coaluiſſe. Pedes vero cum femoribus averſa parte jungebantur ad angulos rectos. Intus omnia erant geminata, quemadmodum extra. Fœtum extra uterum formatum, placenta ad primam, ſecundam & tertiam vertebram lumborum adhærente, *Martinus* junior, Chirurgus, in ſcenam producit: fœtum vero difformem *Petitus*, qui idem ſuas de functionibus oris meditationes continuat. *Littre* deſcribit difficultatem deglutiendi ortam ex ſpina Cyprini deglutita & poſt quatuor-

nordecim menses fatalem, nutrimento deficiente. Aperuit post mortem cadaver & varia singularia in eodem notavit. *Petitus* machinam communicat, quam invenit, ad ossa diffracta situi pristino restituenda commodam, cum eam hactenus usitatas non uno nomine antecellere existimet. *Rouhout* structuram placentæ uterinæ illustrat, observans inter alia, eam contineri inter duplicem chorii membranam expansam, & arterias venis perpetuo sociari, perinde ac in chorde umbilicali observamus. Tandem *Petitus* observationem de fistula stomachi exhibet. Act. Erud. An. 1720. M. Mart.

In *Chymicis* primo loco occurrunt conjecturæ quædam de origine Salis Armoniaci, quod ex Ægypto ad nos defertur. *Le Mery* diversitates annotat, quæ in salium diversorum dissolutione sese offerunt.

In *Botanicis* ad præcavendam & sanandam lepram arborum commendat *Ressonius*, ut in cortice a ramis usque ad terram incisio rectilinea fiat *mense* Martio vel Aprili, & quidem in facie *a Sole* aversa. Idem experientia domestica fretus artem inserendi arboribus gemmas fructiferas perficere studet. Jubet scilicet eas immittere cortici seniori, non juniori, atque ex ramis, quos inter steriles & fructiferos medios statuit ex multiplici folio uni nodo adhærente dignoscendos, sumi illas, quæ triplicatæ compareant. Mediam enim esse ramificationi aptam, binas vero laterales primo statim anno fructus proferre. Immissionem fieri posse circa initium autumni, quando arbores fructibus graves, & ramos veteres demum anno sequente, gemmis progerminantibus, amputandos esse. *Jussieu* describit plantam, quæ *Cereus Peruvianus Tavern. icon.* 705 dicitur; *Isnardus* vero novum plantarum genus, quod *Evonymoides* appellat. Pag. 132.

In Geometricis novam de ratione magnitudinum theoriam promittit *de Lagny*, quam hucusque recepta simpliciorem ac diffusioem maximæque utilitatis fore confidit. Dividit rationes in diersa genera pro numero divisionum tentandarum, antequam ad ommunem mensuram deveniatur. E. gr. r to 1 : 1, 1 : 2 &c. est tio primi generis, quia unica divisione ad communem menram pervenitur, quæ hic est ipsa unitas. Sed 2 : 3 est ratio cundi generis, quia nonnisi duabus divisionibus absolutis obetur communis mensura, quæ denuo unitas est. Specialiora ndum prodidit. Notum est, *Hallejum* in Transactionibus Ancanis determinasse diversos densitatis aeris gradus in diversis centro Terræ distantiis, supposita gravitate constante & presne in ratione ponderum: *Newtonum* vero in Principiis prof. 21 & 22 lib. 2 in hypothesi rationis ponderum comprimenm, sed gravitatis variabilis in ratione reciproca distantiarum Tab. I. Fig. 1.

a cen-

Act.Erud. An. 1720. M. Mart. a centro cum simplici, tum duplicata. *Varignonius* hanc theoriam reddidit universalem ope formulæ admodum simplicis. Sit scilicet C centrum gravium, CD altitudo fluidi elastici, ex. gr. atmosphæræ nostræ, BC distantia quæcumque a centro $= x$, densitas fluidi seu aeris in B $= y$, vis gravitatis variabilis utcunque B $= z$, particula Bb infinite parva erit $= dx$, adeoque massa aeris in $Bb = ydx$, pondus $= zydx$, quod cum continuo decrescat, crescente x, negativum esse debet, nempe $- zydx$.
Pag. 133. Habemus itaque pondus totale, aeris nempe a B usque ad D protensi $- \int zydx$. Quare cum densitas supponatur decrescere in ratione quacunque multiplicata aut submultiplicata ponderis totalis; habebimus $- (\int zydy)^n = y$, unde tandem reductione ac summatione communi more facta reperitur $\int zdx + q = \frac{1}{1-n} y^{(1-n):n}$. Hinc a perito calculi *Leibnitiani* facile deducuntur non modo quæ ab *Hallejo* & *Nevvtono* aliisque reperta sunt, sed etiam innumera alia ab aliis nondum animadversa. *Saurin* specialia nonnulla annotat circa tangentes curvarum in punctis, ubi plures rami se mutuo intersecant, & incautus formulæ communis, quam calculus differentialis pro subtangente exhibet, usus fallit.

Quæ in *Astronomicis* de mutabilitate obliquitatis Eclipticæ profert de *Louville* in Actis anni superioris ipsis Autoris verbis jam proposuimus. *Maraldi* phænomena nonnulla annuli Saturni annotat. Huc pertinet, quod ansa orientalis paulo citius disparuerit occidentali, contra hic sub initium reditus paulo largior apparuerit orientali: quo ipso conjectura *Cassini* senioris confirmatur, quod annulus integer non sit in eodem plano. *Cassinus* theoriam motus Satellitum Saturni condidit & Tabulas exhibuit, juxta quas motus singulorum ad datum quodcunque tempus computari potest. Calculus exemplis illustratur. Determinat etiam distantias veras Satellitum a centro motuum in semidiametris terrestribus. Prodit autem distantia primi 43 semidiametrorum. Frequentes fuere A. 1716 macularum apparitiones, & a 30 Aug. usque ad 3 Sept. octo diversæ congeries macularum una comparuerunt: quæ cum lumen Solis haud sensibiliter imminuerint, pro fabula habet *Fontenellius*, quæ de pallore Solis post mortem Cæsaris tradunt Historici. *Maraldi* varias recenset observationes occultationis Jovis a Luna factæ d. 4. Jan. 1716. *Delisle* disputat contra *Hallejum* de longitudine freti Magellanici.

In *Mechanicis* suas de vortice fluido meditationes continuat *Saulmon*. Theoriam *Blondelli* de jactu bombarum praxi parum respondere didicit *de Ressons*, qui multiplici ac longa experien-
Pag. 134. tia edoctus multa recenset obstacula, quæ effectum desideratum impe-

impediunt & regulas eadem evitandi, quantum fieri potest, præscribit. *De la Hire* junior novum describit antliæ genus, quæ aquam continuo expellit, sive embolus attollatur, sive deprimatur. AAA est corpus antliæ, D embolus, C hasta embolo infixa, E tubus per quem aqua attrahitur, FF valvulæ in antliam hiantes, G tubus per quem aqua expellitur, HH valvulæ in eandem hiantes. Cetera intelligentibus ex adspectu figuræ manifesta sunt. *De la Hire*, *Philippi* filius, docet, quomodo structura fenestræ evitari possit, ne pluvia a vento allisa per eam in conclave penetret. Act.Erud. An. 1720. M. Mart. Tab. I. Fig. 2.

In *Acusticis* experimentis variis docet *de la Hire*, sonum corporis percussi non dependere a vibrationibus ipsius corporis, sed solummodo partium ipsius.

Obierunt A. 1716 *Salvator*, *Parentius* atque *Leibnitius*, qui adeo annus Geometris fuit fatalis.

Josephus Sauveur sive *Salvator* natus est Flexiæ d. 24. Martii *A. 1653*, patre *Ludovico Salvatore*, Notario. A nativitate usque ad septimum ætatis annum mutus permansit ob defectum organorum vocis. Puer mechanicum egit, construens siphones, fonticulos, molendina. Memoria perinde ac facultate loquendi laborans parum apud Patres Societatis Jesu profecit. A. 1670 Lutetiam Parisiorum venit Philosophiæ ac Theologiæ operam daturus. Illi cum operam daret, intervallo menstruo sex priora Elementa *Euclidis* proprio Marte didicit. A Theologia mox destitit, quod methodus non satisfaceret, itaque ad Medicinam animum applicuit & *Robaltium* Philosophiam veriorem profitentem sæpius adiit. *De Cordemoi*, qui Principem Delphinum in Philosophia instituebat, ipsum Episcopo Condomensi postea Meldensi, Principis Regii Præceptori, commendabat, cujus suasu Medicinam missam fecit & Geometriæ se totum tradens alios eandem docere cœpit, præsertim cum ayunculus stipendia annua negaret Theologiæ studium deserenti. Vix 23 ætatis annum attigerat, cum inter discipulos *Eugenium* Principem numeraret. ...uca legit; plura meditatus est. Ambire decreverat Mathema...m Professionem *Rameam*; sed difficultate loquendi deterritus a ...nsilio mox destitit. An. 1681 *Mariotto* adstitit in experimentis ...arum, & *Ludovico* Principi Condæo innotuit. A. 1691 obsi...ni Montium interfuit, eaque finita Flandriæ munimenta vi..., artem militarem percepturus. Redux Principes juvenes Ma...sin docuit & praxin Matheseos promovit, Mathesin utilem ...pretio habens. Speculationi tamen quadratorum magicorum ... sine successu diu incubuit. Geometras recentiores scientiam ...iti excolentes *infinitarios* appellare solitus, etsi calculum dif- Pag. 135.

Act.Erud. An. 1720. M. Mart. ferentialem ac summatorium non ignoraret. A. *1686* Professionem Mathematum in Collegio Regio obtinuit, non obstante lingua balbutiente. A. *1696* in Academiam Scientiarum receptus, Acusticam excolere cœpit & novum Musicæ systema exhibuit. Cum A. 1703 Comes de *Vauban* Galliæ Mareschallus creatus esset, *Salvatorem* Regi commendavit, qui, quod ipse ante fecerat, Architectos militares examinaret. Bis matrimonium iniit: ex priori duos filios, ex posteriori filium & filiam suscepit. Obiit d. *9*. Jul. An. *1716*. ætatis *64*.

Pag. *136*. *Antonius Parent* natus est Parisiis d. *16* Sept. An. *1666*. Nondum tertium ætatis annum egressus erat, cum avunculus *Antonius Mallet*, parochus in pago quodam prope Carnutum, curam educationis & vices Præceptoris in se susciperet. Docebat ipsum primas Arithmeticæ regulas, cetera ignorabat ipse, adeoque a puero ex libro addiscebantur proprio Marte, qui adolescens 13 annorum factus in demonstrationes inquirebat. Hoc præceptore vero potissimum in religione ac pietate profecit; unde per totum vitæ tempus praxi Christianismi austeræ incubuit. Anno ætatis 14 Carnuti Rhetoricam didicit & Sphæricam, cum quo posteriore studio Gnomonicam & Geometriam junxit nullo duce. Parisios mittebatur ab agnatis, Juris studio operam daturus; sed ipsemet Mathematicum cum eodem combinavit, & cursu juris absoluto, totum ei se tradidit, etsi parcius suppeditaretur, unde viveret. In Collegio Regio lectiones *Philippi de la Hire* atque *Salvatoris* audivit: mox ipse instituit alios in Mathesi, utque Architecturam militarem melius docere posset, commendatione *Salvatoris*, cum Marchione *d'Alegre* castra bis secutus. Vitam deinde privatam egit, totus in omni studiorum genere, præsertim Mathematico ac Physico. Anno *1699 des Billets* sibi Adjunctum in Academia Scientiarum adscivit, quod in Mechanica in primis excelleret. Ibi interdum per præcipitantiam ac subinde nimia vehementia aliis contradicebat. Nemo plura schediasmata Academiæ exhibuit, quam *Parentius*, non ægre ferens, etsi subinde cum severa censura rejicerentur. Exprobrata ipsi fuit obscuritas: sed, ne perirent schedæ, quas Academia ipsi reddidit, eas sub titulo: *Recherches de Mathematique & de Physique* An. 1705. edidit, atque auctiores An. *1713* recudi fecit. Volumina ista paucos invenere emtores. An. *1714* Arithmeticam theoretico-practicam publicavit, ubi catalogum subjunxit schedarum, quas passim in Diariis edidit. An. *1716* d. *26*. Septembr. ætatis 50 vitam finiit ex variolis. Præter schedas MSC. easque magno numero nihil reliquit, quas inter libri devotionum, vita avunculi sui, Argumenta divinitatis

Chri-

Christi. In sorte admodum modica multum eleemosynarum erogavit. Act. Erud. An. 1720. M. Mart. Pag. 137.

Elogium Leibnitii dedimus in Actis An. 1717. pag. 387. & seq. Cum vero pleraque quæ hic leguntur, etiam ibi a nobis tradita sint, quamvis alio ordine digesta, Lectorem eo ablegare licebit. Ceterum dum Cel. *Fontenellius* controversiam commemorat, quam non nemo *Leibnitio* circa inventum calculi differentialis movit, nullum quidem argumentum omittit, quo Virum summum a crimine plagii, quod ipsi exprobrare ausus est antagonista, liberet; aliqua tamen occurrunt, de quibus hæsitamus. Scilicet 1. asseritur, *Nevvtonum* nunquam se liti immiscuisse, nec ipsummet *Leibnitio* controversiam movisse. Enimvero contrarium apparet ex literis *Nevvtoni* contra *Leibnitium* scriptis, quas idiomate Anglico Historiæ fluxionum, quam vocat, subjunxit *Josephus Raphson*. Sane quicquid protulit Antagonista, idem etiam profertur a *Nevvtono*, ut aut *Nevvtonus* repetitorem ejus agat, aut ipse omnia tela a *Nevvtono* accepisse dicendus sit. Ambo enim uno loquuntur ore. Deinde 2 calculus fluxionum extra controversiam dicitur præcessisse calculum differentialem: quod tamen ex commercio epistolico non apparet. Ex Actis contra manifestum est, *Leibnitium* habuisse verum characterem quantitatum infinitesimalium & per modum algorithmi exercuisse calculum (quæ ipsa naturam calculi fundant, qui tanquam species sub genere sub arte characteristica combinatoria universali continetur) cum tale quid a *Nevvtono* fieri non constaret, nec tum factum fuisse adhuc probatum est. Quodsi amici *Leibnitii* eodem modo cum *Nevvtono* agere vellent, quo ejus asseclæ cum *Leibnitio* agunt, non deessent, quæ cum ratione retorquerent tela. Cum enim *Nevvtonus* vocat per contemptum *Leibnitium* secundum inventorem methodi fluxionum; ipsum dierent secundum inventorem orbitæ Cometarum, quippe cum rior apud nos eandem invenerit ac publicarit *Dærffelius*. Et liet facile largiamur, *Nevvtonum* scriptum *Dærffelii* Germanicum on legisse; in toto tamen invento nihil continetur, quod non esumtum sit ex *Kepleri* atque *Hevelii* Germanorum scriptis, æ *Nevvtono* lecta fuisse nemo dubitat. Virium centralium am ac æstimandi rationem dici poterat ab *Hugenio* accepisse: od idem ante eum fecerat *Hookius* & ad motum Planetarum plicaverat. Quid ni ergo dicere liceret, *Nevvtonum* Geomeam exercuisse in Hypothesi *Hookiana* mensuram virium cenlium ab *Hugenio* edoctum? Enimvero amicorum *Leibnitii* non aliorum inventa elevare: quin potius virium ultra commu hominum sortem positum imitati eadem prædicando aliis Pag. 138.

B 2 adi

Act. Erud. An. 1720. M. Mart.
ad præclara præstanda stimulum addunt. Absit itaque ut plura retorsionis etsi in omni jure licitæ indicia prodamus. Missis hisce prædicamus constantiam *C. Leibnitii* in religione. Narrat enim *Fontenellius*, quod ad castra Pontificiorum transire noluerit, etsi lautæ offerrentur in Gallia conditiones, voto ac statui ipsius apprime convenientes.

M. Maji. Pag. 214.

J. G. ECCARDI

Observatio de Numis Attilæ Hunnorum Regis.

CUM R. P. Banduri Numismatum consideratio me ad numos Attilæ Hunnorum Regis, ex rebus fortiter gestis inclyti, deduxerit, nonnulla hic de numis ejus commentari lubet. Crudelitatis accusatur a scriptoribus novitiis; Priscus tamen, qui eum de facie noverat, mansuetum, sobrium & morum optimorum fuisse indicat, atque in eo fere laudatissimi Principis exem- Pag. 215. plar nobis sistit. Crudeliorem illum adversus Romanos se exhibuisse non mirum est, cum multis ab iis insidiis petitus & dolis circumductus vindictæ non potuerit non litare. Joh. Andreas Bosius in Numophylacio suo numum majoris moduli adservavit, in cujus una parte Attila exhibetur, vultu truculento & barba promissiore cum inscriptione: ATTILA REX; in altera urbs Aquileja comparet cum inscriptione AQVILEIA. Sed numum hunc supposititium omnes eruditi agnoscunt. Certius Attilæ nomine signatos numos invenisse sibi visus est in numis duobus argenteis Vesontione effossis Jo. Jacobus Chifletius Vesont. Part. I. pag. 211. Exhibetur in iis *vultus juvenilis* pectore tenus expressus, *humeris alatis*, & inscriptum ATEVLA: in postica unius (Tab. II. Fig. 1.) exhibetur *equus cornutus* caput dextrorsum in altum levans, supra tergum *lituus* & sub equo *pentagonum*, in ima vero parte, quam Galli *exergue* vocant, *luna decrescens*, & adscriptum: (Fig. 2.) VLATOS. In altero numo eadem cernas. *Equus* tamen in postica *non* est *cornutus*, & *sinistrorsum* respicit. Lunæ decrescenti in alio numo Numophylacii Regii Berolinensis *stellam* insertam esse Begerus observavit. Loco lunæ in alio a Camdeno & Gibsonio in Descriptione Britanniæ producto numo extat *arista*, & (Fig. 3.) sub equo *flosculus*. Reverendissimus Abbas Lucensis Gerhardus pro sua in bona studia & nos benevolentia similem communicavit, in quo figuræ allatæ *sinistrorsum* respicienti appositum ATIVLA. Equus in eo dextrorsum respicit, supra se *lituum* & infra *pentagonum*

gnum ac *lunam decrescentem* habens. Literæ vero nullæ adsunt. R. P. Bandurus primus produxit etiam alium cum ATEVL. equo vero in altera parte, alias Gerhardino simili, apposito: VLATOS. Cangius & Mediobarba æreum exhibuere; in quo caput juvenile nudum in una parte cum literis: ATILA; in altera leo gradiens sine epigraphe. Mediobarba adhuc alium æreum vidit; in quo caput cum ATHIL. & equus iterum sine epigraphe. Omnes hosce numos etiam Bandurus Attilæ Hunnorum Regi tribuit. Begerus tamen eos cuidam *Ulato Atevlo* Celtico Principi adscribit, argumento admodum infirmo. Melius sensit Camdenus, qui Reguli Britannici esse statuit, quem secutus Gibsonius in Additamentis ad Britanniam illius. Eruta enim sunt aliqua ejus exemplaria in Britannia: & argentum purum, quo constant, nihil cum vili metallo, quod Attilæ tempore ad numos fabricandos adhibebatur, commune habet. *Pentagonum* apud Celtas sacrum & fausti ominis erat signum, unde illud adhuc in Germania superiore *Druttenfuss* hoc est *pes Druidum* sive sacerdotum Celticorum vocatur. *Arista* tanquam Britanniæ insigne apud Camdenum & Gibsonium in numis Cynobellini Britanniæ Regis pluribus extat. *Luna* quoque decrescens in ejusdem & Carataci numis frequens occurrit, & iterum boni ominis erat. Unde adhuc Cambris, Daviesio annotante, ADEG, *lunæ decrementum & tempus oportunum* aut *occasionem* simul designat. *Lituus* cultum numinis indicat. Et *equus* in omnibus fere Celticis & Britannicis numis expressus invenitur: quia apud Celtas & Britannos felix equorum proventus & cultus quoque hujus animalis erat. *Figura alata* apprime convenit cum effigie *Victoriæ Britannicæ*, in numis Antonini Pii, Commodi, Severi, Getæ aliorumque Imperatorum conspicuæ. Britannos speciatim *Deam Victoriam* coluisse Dio in Nerone testis est, ubi Boodiciæ vel Bundovicæ Britannicæ Amazonis orationem ad eam directam exhibet. Ad eandem Deam pertinent Taciti hæc Lib. XIV extantia verba: *Inter quæ nulla palam causa delapsum Camuloduni simulacrum VICTORIÆ, ac retro conversum, quasi cederet hostibus.* Apud Dionem nomen ejus Britannicum extat una vice *Andraste*, altera vero *Andate* scriptum. Guilielmus Blanchus Xiphilini interpres legit etiam *Adraste*. Dea hæc ipsa galeata & alata cernitur in numo Cynobellini Regis apud Camdenum, & subscriptum ei est: CVNO, sive nomen Regis modo nominati, cujus effigies in altera parte extat, adscriptis literis: CAMV. h. e. Regiæ sedis *Camuloduni*. Quid si igitur & in numis consitis ATEVLA loci nomen esset? *Alata castra* Græce πτερωτὸν στρατόπεδον, apud Ptolemæum nominantur, & omnium confessione eo loco sita fuere, ubi nunc *Edenburgum* extat, post tantum

Act. Erud. An. 1710. M. Maji. Fig. 4.

Pag. 216.

tem-

Act. Erud. An. 1720. M. Maji. Pag. 217. tempus adhuc suo nomine *Alata castra* exprimens. *Adain* enim Cambris & *aden* Wallis *alam* ac *edn* avem, alitem adhuc denotat; *Borow* vero & *burg* est *castrum*. Antequam vero Romani ibi castra locassent, Britannico vocabulo potuit urbs hæc *Ateula* sive *locus alatus*, vel, in quo *alata victoriæ imago* a Britannis culta est, vocata fuisse. *Le* enim Cambris, *lbe* Wallis, *log* Hibernis *locus*; & *lecb* Aremoricis *sedes* est. Ad ultimam nominis *Ateula* syllabam videtur quoque *leonis* figura in numo quodam, ut diximus, extans respicere. Nam & leo Cambris *llew*, *lhew* dicitur, quod olim cum *a* scribi potuit, quia apud Celtas *a* & *e* vocalium unus fere sonus fuit, ut hodie adhuc apud Anglos. Nomen ipsum Victoriæ Britannicæ *Adraste* vel *Andraste* mihi quoque, ut hoc addam, nil aliud significare videtur quam *victoriam alatam*; nomen enim *adain* facile in *an* contrahitur *d* ejecto, ut fit in vulgari sermone, quemadmodum & nos Saxones inferiores vulgo *var* pro *vater*, ac *been* pro *beten* &c. dicimus. Verbum enim *vinco* Aremorici, Britannorum posteri, sua lingua adhuc reddunt *trechi*, *tredha*, *trechda*; Cambris *DEWR* & *DRUD* est *fortis*, *audax*, *strenuus*, & *TRECH* fortior, potentior, unde superlativus *TRECHAF*. In his *ch* sonum literæ *s* vicinum habere notum est linguarum peritis. Vox VLATOS Principis, qui numum cudi fecit, nobis ignoti nomen est. Forte autem illud nomen hic contractum saltem est ex *Vellocatus*, quo Britannicum Regulum quendam insignitum novimus.

Attilæ tamen numus si unquam genuinus extitit, unius exemplar nos possidere certum est. Æreus is est, & magnitudinis ejus, quæ in delineatione hic adjecta apparet. Vultu imberbi sistitur princeps & mitis adspectu. Caput tiara, aliquantum tamen detrita in numo, tectum, corpus paludamento barbarico vestitum est. In postica numi legitur, literis admodum perspicuis, ADVLA REX; & nomen hoc circulo veluti laureacio inclusum est, ut & imago Principis in antica. In effigie & vestitu Principis aliquid comparet Baduillæ sive Totilæ Gothorum Regi simile; cujus tamen causa Attilæ hunc numum surripere nolim. Similitudo enim hæc procedit ab Attilæ instituto, qui mores & linguam Gothorum amabat; & videtur usum vestimenti Gothici recepisse barbarus, quod pectio id commodius & elegantius esset; quemadmodum Gothi a Getis, quibus in terris ad Danubium successere, etiam vestitum mutuarunt, ut alibi clarissime ostendam.

Tab. II. Fig. 5.

Pag. 218.

NIC.

NIC. BERNOULLI JO. FIL.

Act. Erud. An 1720. M. Maji. Pag. 223.

Exercitatio Geometrica de Trajectoriis Orthogonalibus,

continens varias earum tum inveniendarum tum construendarum methodus, sua vel Demonstratione vel Analysi munitas, cum præmissa discussione quarundam ejusdem problematis solutionum. Pag. 224.

SECTIO I.

§. 1. Excitata jam passim fama inter Geometras de problemate Trajectoriarum, dignum illud utique est, cujus solutio ad supremum possibilem perfectionis gradum (quem hucusque nondum obtinuit) promoveatur. Cum anno 1718 illius *Historiam* describerem in Actis Lipſ. publicatam, contentus tunc sine demonstratione tradidisse duos solvendi modos a Patre meo inventos, atque olim cum Illustri Leibnitio communicatos, quibus exemplum ab ipso Anglis propositum plenarie & conditionibus convenienter, hoc est per quadraturas solvebatur, non potui abstinere quin judicium nostrum sine ullo carpendi animo candide aperirem de quibusdam aliis solutionibus aut solutionum tentaminibus, hinc inde in lucem emissis, nec certe, ut spero, quisquam æquitatis amans mihi, quod monui, vitio vertet, si considerare voluerit, Patri meo, cui origo hujus problematis debebatur, sicuti in Historia narravi, ex necessitate incubuisse, ut declararet suam de illis solutionibus mentem, quin etiam indecorum fuisse, si, quod desiderari videbatur ad omnimodam conditionum adimpletionem, silentio præteriissem, præsertim defuncto jam Leibnitio, qui alias ipse hoc debuisset exequi.

§. 2. Ex eo tempore nova de eodem problemate schediasmata [in] manus nostras pervenere, unum a Cl. Tayloro Transactioni[bu]s Londin. anni 1718 insertum a pag. 695 usque ad pag. 701, [du]o alia, *supplementi* primum, alterum *additamenti* nomine, quæ [au]tore Celeb. Hermanno prodierunt in Actis Lipſ. 1718 M. Ju[n.] & 1719 M. Febr. quæque in primæ suæ solutionis in Actis [Lip]ſ. 1717 M. Aug. editæ partim dilucidationem partim perfe[cti]onem inservire debuerant. Officii nostri esse putamus, ut [ad] honorem veritatis & incrementum scientiæ ista quoque schediasmata sub modestum examen revocemus, & ad ea, quæ nos [pro]prius tangunt, respondeamus; quod inprimis Clar. Herman[nus], qui demonstratos errores defendere non solet, minime dis[pli]cebit. Pag. 225.

§. 3. Op-

Act. Erud. An. 1720. M. Maji.

§. 3. Optarem equidem, ut Clar. Taylorus præfatiunculam suam utpote ad rem nihil facientem omisisset, verba enim, quæ profert in Exteros Geometras nimis fastidiosa ac nescio quem contemptum spirantia, utut a nemine læsus, parum laudis merentur. Piis manibus Leibnitii, viri certe magni, de quo forsan immoderate magis quam vere loquitur, parcere debuisset. Injurius est in Parentem meum, de quo temere asserit, quod eo *hortante* Leibnitius *Problema Geometris Anglis solvendum proposuit*. Liquet enim ex iis, quæ in Historia attuli, Leibnitium Parente meo inscio proposuisse primum problema de Trajectoriis Hyperbolarum, cujus postea ego solutionem dedi, vid. Act. 1716 pag. 326. alterum vero Problema Leibnitio petenti a Patre quidem suppeditatum, sed a Leibnitio sponte ita volente, neque Patre hortante, fuisse Anglis propositum, quo fine, nostrum non est indagare. Vix interim nobis persuadere possumus, id factum esse, ut summi Newtoni vires, plus satis nobis omnibus perspectas, experiretur Leibnitius, ingeniorum, dum viveret, æstimator æquissimus. Nemo, quod sciam, denegavit Newtono *immunitatem ab hujusmodi contemplationibus*, qua jure suo merito fruitur post tot exantlatos labores. Sed quidni vicissim similem concedunt Angli immunitatem Parenti, qui suis quoque defunctus laboribus dudum demonstratum dedit, quid in resolutione problematum a se exspectari possit.

§. 4. Quos intelligat Taylorus per Leibnitii Fautores; quibus affingit *licentiam provocandi ad certamen ingeniorum*, haud facile conjecerim, nisi quod ex conficta hortatione modo ante memorata colligere liceat, Parentem meum hisce Leibnitii Fautoribus aggregari, ut sub hoc nomine tanto licentius eum exagitare possit Taylorus. Quid mali est fautorem fuisse Leibnitii? fuit certe Vir singulari ingenio, eruditione & virtute præditus, adeoque dignus, cui faverent omnes, qui scientias & artes amant. Eodem modo favemus etiam Newtono, ipsiusque merita maximi facimus; sed favor, quo hos prosequimur, est purus & in nullo partium studio fundatus; favemus utique merentibus, sed non in præjudicium veritatis; amicus Newtonus, amicus Leibnitius, sed magis amica veritas. Si quem lapsum a Leibnitio commissum observavit Pater, aut si qua in re ab ipso dissentiendum putavit, non veritus est ejus admonere Virum optimum, quandoque publice, quandoque privatim, prout occasio postulabat, quod plane non ægre tulit. Credo Newtonum quoque, sicuti solent omnes generosæ mentes, ita esse animatum, ut ab inferioribus etiam, citra amicitiæ læsionem, se corrigi patiatur, si forte ab ipso erratum fuerit,

Pag. 226.

§. 5. Sed

§. 5. Sed minus urbane agit Clar. Taylorus cum Leibnitio ejusque, quos vocat, *Fautoribus*, quando crude adeo illos *imperitiæ* coarguit, quod contenti non fuerint solutione illa Anonymi, quam *maxime generalem* deprædicat, quæ prodiit in Transactione N. 347, quodque *nondum viderint quomodo ex illa*, præsertim pro exemplo proposito, *æquationes sint deducendæ*. Meruissent sane honorificum scilicet hunc *imperitiæ* titulum, quo illos tam liberaliter mactat, si ipse præstitisset, quod *Fautores Leibnitiani* nequiverunt, atque ostendisset, quomodo, *premendo vestigia solutionis generalis modo citatæ*, casus particularis Leibnitii ad æquationem & constructionem reduci possit, sed illa prorsus neglecta, aliam iniit viam longe diversam. Si ita argumentari fas est, ut Taylorus facit, ad demonstrandum aliquam solutionem esse justam & legitimam, facile mihi erit quamvis chimæram cuivis obtrudere tanquam genuinam alicujus problematis solutionem; *quis enim* audeat conqueri se non intelligere, nisi vellet *imperitiæ* notam incurrere? Verum ea esse debet natura Regulæ, canonis, formulæ aut solutionis alicujus generalis, ut applicatio etiam a Tyrone institui possit, quodsi hac facilitate & claritate careat, jam non amplius pro solutione habenda est, sed pro ænigmate, quod difficilius quam ipsa quæstio problematis. Casum primum Leibnitii de secandis hyperbolis per Trajectoriam orthogonalem dicit Taylorus *a quibusdam Anglis fuisse illico solutum*, quod credimus libenter, nam & ego solvi, cum vix adhuc sublimiorem Geometriam a limine salutassem. Sed qui fit, quod iidem illi Angli alterum casum, qui jam est in quæstione, *non* pariter solverint, etsi fatente Clar. Tayloro non sit difficultatis adeo insignis? scilicet *hoc mansit ab illis omnino intactum*; quo circa nihil exinde consequitur, quod eos afficiat, cur vero prius illud non æque ac hoc alterum voluerint intactum relinquere, aliis divinandum trado.

Act. Erud. An. 1720. M. Maji.

Pag. 227.

§. 6. Acutissimi Taylori venia transeo nunc ad ipsam ejus solutionem, & quidem statim ad secundam partem, quæ nunc sola est in controversia, qua nempe quæritur solutio & constructio Trajectoriarum ad angulos rectos secantium seriem curvarum & nominatim earum, quæ pro æquatione habent $dx = \frac{y^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$, sumtis nimirum y pro abscissa, x pro applicata, & a pro parametro variabili in transitu ex curva in curvam. Equidem non diffitemur, solutionem Taylori in se spectatam esse justam & bonam, imo talem quæ solutoris singularem sagacitatem indicat; sed permittat nobis, ut quædam annotemus. 1. Modus perveniendi ad

Act. Erud. An. 1720. M. Maji. æquationem fluxionalem terminorum infinitorum pro natura curvæ quæsitæ, non satisfacit uni ex conditionibus Leibnitii, qua cautum, ut æquatio constet terminis numero finitis & ut per segregationem indeterminatarum ad quadraturas reducatur, quod per seriem Taylorianam non obtinetur. 2. Ingeniose quidem ducit æquationem finitam differentio-differentialem ex analogia serierum $\frac{Ax^n dx}{a^n}$ + &c. & $\frac{As^n ds}{a^n}$ + &c. Sed præterquamquod hæc via videatur nimis aliena & remota, hoc insuper ex inspectione operationis quilibet videt, istam duarum illarum serierum analogiam esse mere casualem vel fortuitam, atque huic exemplo forsan soli peculiarem, unde per consequens nulla methodus elucet in aliis exemplis similiter procedendi. 3. Immediate non deducit ad differentias seu fluxiones primas, ad quas tamen per methodos a Parente meo usitatas, & infra uberius explicandas, immediate pervenitur. 4. Reductio fluxionum secundarum ad primas peragitur a Tayloro, modo non valde naturali, permixtio quippe se- Pag. 228. cundarum & primarum, cum ipsis indeterminatis reddit integrationem difficilem aut incertam, neque adeo a quovis alio minus versato instituendam. 5. Æquatio fluxionalis primi gradus quam tandem sic eruit Taylorus, etiamnum laborat indeterminatarum permixtione, quæ ideo manente m in terminis generalibus, ut ad quadraturam curvarum revocetur, putat ipse haud proclive esse: etsi problema, ut jam constat, facillime per quadraturas construatur.

§. 7. De cetero eleganter observavit, quod postea observandi nobis etiam & Clar. Hermanno ansam præbuit, curvam nempe quæsitam describi posse per intersectiones continuas curvarum datarum, totidemque singulis respondentium algebraicarum, quarum æquatio exhibetur. Aptissime etiam animadvertit, curvas secandas esse similes, sed miror, quod ex similitudine animadversa non eliciuerit solvendi methodum longe facillimam, quæ non ad hoc tantum, sed ad omnia alia similia curvarum exempla applicatur; constructio, quam dedi §. 10. Schediasmatis mei a Patre suppeditatam, inventa est per hanc methodum, deinceps explicandam, quæ si in mentem venisset Viris ingeniosissimis Hermanno & Tayloro, non dubito quin suos calculos, quos pro similibus curvis instituerunt, satis operosos, prorsus neglexissent, amplexuri modum, qui nullo quasi calculo, ut videbimus, ad quæsitum ducit. Quod vero illis non in mentem venerit, tanto magis miror, quod æquatio $\frac{dz}{z} = \frac{dx^2 + dy^2}{xdx + ydy}$ ab Hermanno modu-

laris

lnis dicta & cujus analysin Taylorus celare statuit, nonnisi ex generali similitudinis idea fluat, quemadmodum infra per analysin non celandam constabit. Act. Erud. An. 1720. M. Maji.

§. 8. Confero me ad schediasmata Cl. Hermanni: ubi in antecessum monere debeo, quod quæ annotabo, non alium habeant scopum, quam ut Virum acutissimum omni qua possum humanitate invitem ad perficiendum opus, quod laudabili conatu inchoavit; videbis enim pro æquitate sua multum adhuc abesse, quo minus solutiones allatæ supremum perfectionis apicem attigerint. Pag. 229. Quæ mense Junio 1718 notavi in primum ipsius schediasma, mense Augusto anni praecedentis 1717 editum, eodem sane fine erant scripta, ut nimirum loco Patris, qui post Leibnitii fata officium discutiendi solutiones in se devolutum putarat, ob rationem supra dictam, amice aperirem, quid in illis desideraremus. Interim non sine aliquo mœrore vidimus ex Februario 1719 Virum Cel. non eodem quo nos animo accepisse monita *nostra*, *siquidem* passim ita loquitur, quasi, quæ *scripseram*, *ex studio* carpendi atque verbis ipsius alienum sensum affingendi fuissent prolata, quam autem mentem nobis nunquam fuisse sanctissime testamur, spe freti fore, ut de iis benignius sentire incipiat, quando legerit sequentia, quæ vel ipse notavi, vel nota habeo a Parente.

§. 9. Placuit Cl. Hermanno primæ suæ solutioni editæ in Actis ips. 1717 pag. 401 & seqq. præfigere amplissimum Titulum *generalitatis*; cum autem illa solutio fundetur in suo, quem vocat, canone de permutandis coordinatarum elementis cum variato alterutrius signo, monui illam solutionem non posse dici generalem, *quia* canon iste ad curvas transcendentes generaliter nequeat applicari, hoc est, ita applicari, quod notari velim, ut in æquatione prodeunte modulus vel Parameter variabilis eliminetur: hæc enim eliminatio constituit partem essentialem regulæ, ut ipse Cl. Hermannus in canonis enunciatione clare indicat p. 402, præcipiens moduli valorem substituere, quod nihil est aliud quam modulum eliminare, idemque Pater meus jam antea indicaverat literis ad Nobil. Monmortium 10 Julii 1717 datis, vid. Act. 1718 pag. 554. Certe quamdiu æquationem aliquam, quæ naturam curvæ exprimere debet, tres ingrediuntur indeterminatæ, quæ hic fit per solam transmutationem elementorum coordinatarum manente parametro variabili, curva quæsita nondum determinata dici potest. Videtur Clar. Hermannus ipse hoc persensisse, quando traditurus mense Julio 1718 supplementum suæ solutionis, ab initio statim ingenue fatetur, hanc formulam generalem quidem esse pro curvis algebraicis, sed etiam,

Act.Erud. An. 1720. M. Maji. Pag. 230. quam in analysi exempli quarti illic secutus sit, non satis expeditam, nec æque generalem esse ac primum putarat.

§. 10. Quæ cum ita sint, miror, Virum perspicacissimum velle assertum meum, quod concessisse videbatur, nunc iterum improbare, vid. ipsius additamentum Act. 1719 mens. Febr. pag. 587. distinguendo inter *amplitudinem* & *sufficientiam*. Nusquam profecto negavi permutationem elementorum coordinatarum ubique locum habere in transcendentibus, æque ac in algebraicis: at vero in hac sola permutatione non consistit canon, requiritur præterea, quod rei caput est, ut parameter variabilis eliminetur; in algebraicis res nullam patitur difficultatem, quia valor ejus (concessa extractione radicum ex æquationibus algebraicis) semper dabilis est in terminis finitis, id quod non perinde se habet cum curvis transcendentibus, utpote in quibus omnibus (paucissimis exceptis ex. gr. quibusdam exponentialibus) valor parametri ex æquatione curvæ secandæ in terminis finitis obtineri non potest, aut quomodo obtinendus sit, saltem Canon Hermannicus non docet. Hoc itaque sensu non potest dici *generalis* vel *completus*, id quod unum idemque mihi est, sed erit etiamnum imperfectus seu insufficiens. Quando dixi, Canonem non esse *generalem* pro curvis transcendentibus, neque ideo majorem ei extensionem quam ad algebraicas adscripsisse Patruelem meum hujus Canonis Coninventorem (si modo inventio vocari mereatur, quæ ipso fatente nihil aliud est quam commoda quædam formula, qua exprimitur methodus jam pluribus annis ante finem superioris sæculi usurpata a Leibnitio & Patre meo) certe per *non generale* intellexi idem quod per *insufficiens*, sicuti patet ex meo Schediasmate pag. 556, in quo loco directe dixi, exemplum tertium etiamsi transcendens & a Patre & a Patruo olim solutum, tale tamen esse, ut valor moduli in terminis finitis exhiberi possit, adeoque nec hoc *sufficientiam Canonis* probare, ad quod si animum advertisset Cel. Hermannus, non opus habuisset mihi inculcare suam distinctionem inter *amplitudinem* & *sufficientiam*; siquidem, ut jam innui, universalitatem transmutationis elementorum coordinatarum nunquam negaverim, sed petitam

Pag. 231. inde frustra totius canonis sufficientiam seu generalem extensionem ad cujuscunque generis curvas.

§. 11. Sed non est, cur hisce diutius immorer, sufficit Virum Clariss. Canone suo publicato, postea sponte ejus imperfectionem perspexisse, qua visa id agere voluit, ut suam, quam ingenue nominat, ἀβλεψίαν, festinando commissam repararet per novam, quam exhibet, constructionem, ut vocat, generalem & facilem sub titulo *Supplementi solutionis problematis de Trajectoriis;*

strriis; verba ipsa, quibus concepta est hæc constructio, ita habent: „Sit **generalis** æquatio curvarum secandarum $dx = pdy$, „ ubi p data supponitur quomodocumque per y & constantes, „ factaque $q = \surd (1 + pp)$ æquatio log. c — log. $a = \int (qqdy : y$ „ $+ p\int pdy)$ præbebit constructionem generalem & facilem ope „ logarithmicæ perficiendam, existentibus a modulo curvæ se- „ cendæ, & c quantitate qualibet constante. Ad id enim ap- „ tandæ solummodo sunt in logarithmica duæ ordinatæ a & c, „ atque in curva, cujus abscissæ y, ordinatæ vero sint $qq : y$ „ $+ p\int pdy$, abscindenda area proportionalis distantiæ applicata- „ rum illarum logarithmicæ; abscissa hujus areæ dabit ordina- „ tam ejusque valor in æquatione $x = \int pdy$ substitutus, abscis- „ sam trajectoriæ quæsitæ in puncto intersectionis ejus & Cur- „ væ secandæ. Q. E. F. Act. Erud. An. 1710. M. Maji.

§. 12. Interim novam hanc regulam, quam tunc generalissimam existimabat, saltem pro iis curvis secandis, in quarum *æquatione differentiali* litera x non reperitur, coactus est pariter *insufficientem* declarare, restringendo eam ad solas curvas similes in postremo suo schediasmate Act. Febr. 1719, cui Titulus, *Additamentum ad schedas* &c. ubi ingenue fatetur pag. 585, *se veritatis amore minime dissimulare voluisse*, quod æquatio sua modularis, ut & illæ omnes paragraphi sui præcedentis, inter quas hæc eadem $\frac{-da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{xdx + ydy} = \frac{qqdy}{y + p\int pdy}$, ex qua deduxit suam constructionem, communes quidem sint omnibus curvis similibus, sed solis *similibus*, licet antea per errorem generales esse arbitratus fuerit.

§. 13. Videat itaque demum Vir sagacissimus, quantum adhuc desit quo minus generale problema Trajectoriarum solutum nobis dederit, quandoquidem omnes æquationes, quas hactenus ab ipso habemus (illa enim quæ ex transmutatis elementis coordinatarum oritur, utpote per se nequaquam determinans curvam quæsitam, non computanda est) respiciunt duntaxat curvas similes, excepta unica modulari, quam dedit pagina 588, $= \frac{dx^2 + dy^2}{ydy + \overline{1 - m}\, xdx}$, pro curvis quibusdam transcendentibus dissimilibus, quales sunt, quæ per hanc ex. gr. æquationem differentialem exprimuntur, $dx = \frac{b^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$, quarum Trajectoriam non nisi per æquationem differentio-differentialem exhibuit, a me petit, ut eandem exhibeam æquatione differentiali primi Pag. 232.

mi gradus; hoc autem quod operæ pretium, si non impossibile putavit, infra præstabo.

§. 14. Lubet autem paulo penitius inspicere præfatam constructionem, quam Vir Cel. nullius quidem usus in dissimilibus jam agnoscens, ad similes tamen curvas quascunque applicari posse, contendit. Ego vero qui hujus Viri erga me benevolentiam plurimi facio, nollem eum offendere proterve obloquendo; quare quam fieri potest officiosissime rogatum volo, ut ponderare dignetur rationem, ob quam mihi videtur constructionem illam non sine periculo paralogismi deduci posse ex inventa æquatione $\frac{-da}{a} = \frac{qqdy}{y+p\int pdy}$, ratio est, quia si $\frac{qqdy}{y+p\int pdy}$ integrabilis est per logarithmos, inde non statim licet concludere, quod ideo $lc - la$ sit = illis logarithmis, quorum differentialia faciunt $\frac{qqdy}{y+p\int pdy}$; cujus rei veritatem infra demonstrabo.

§. 15. Poterit quidem Vir ingeniosissimus urgere sub aliqua veri specie, suam hanc constructionem sibi dedisse genuinam Trajectoriam pro secandis $dx = y^m dy : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$ atque conformem illi, quam a Patre meo exhibui in Actis 1718. pag. 550. Sed ad hoc respondeo, successum istum esse mere fortuitum & tali casui adscribendum, qui in mille aliis exemplis non occurret, originem habens in præsenti exemplo ex eo, quod introducendo novam litteram R, quæ ponitur $= \int \overline{1 - m a^{2m} p dy} : y^{2m}$, tota illa quantitas $qqdy : y + p\int pdy$, mutetur in $dR : \overline{1-m}\, R$ ubi commodum accidit, ut præter unicam indeterminatam R nulla alia reperiatur, id quod facit, ut integratio feliciter procedat. Quo vero magis pateat constructionis fallacia, proponamus nobis exemplum, cujus solutio aliunde jam cognita, curvarum secandarum similium, nempe parabolarum communium eodem vertice & axe descriptarum, quarum scimus trajectorias esse ellipses super axibus conjugatis se habentibus ut $\sqrt{2}$ et 1. Sit itaque parabolarum parameter variabilis, a; earum æquatio $ax = yy$, unde $dx = (pdy) = \frac{2ydy}{a}$, adeoque $p = \frac{2y}{a}$ & q seu $\sqrt{1+pp} = \frac{\sqrt{aa+4yy}}{a}$, quæ si substituantur in æquatione pro trajectoriis $\frac{-da}{a} = qqdy : y + p\int pdy$, habebimus $\frac{-da}{a} = (aa+4yy)\, dy :$

(aay

$(qqy+2y^3) = \frac{dy}{y} + \frac{2ydy}{2yy+aa}$; quare integrando, ut exigit con- *Act. Erud. An 1720. M. Maji.*
structionis præscriptum, prodibit $\int (qqdy:y+p\int pdy) =$ Log. y $+\frac{1}{2}$ Log. $(2yy+aa) =$ Log. c — Log. a, atque adeo abjectis logarithmis $y\sqrt{(2yy+aa)} = c : a$, vel reductione instituta, $aay^4+a^4yy=cc=$ (suppletis homogeneis) b^4cc, quæ esset æquatio determinans Trajectoriam Parabolarum, ut vero illa inveniatur inter coordinatas y & z, surrogetur pro a ipsius valor $yy:z$ (est enim ex natura parabolarum $az=yy$) quo facto resultabit $y^{10}+2zzy^8=b^4ccz^4$, æquatio valde diversa ab ea, quæ ad ellipsin spectat.

§. 16. Video Cl. Autori tandem suboluisse latentem in sua constructione defectum, quem expiscari & tollere postea conatus, in additamento Febr. 1719 p. 584, scopum suum non attigit; monet ibi, *non esse reticendum, quod utique per x, y, dx, dy intelligi debeant* $\frac{x}{a}, \frac{y}{a}, \frac{dx}{a}, \frac{dy}{a}$; Verum si in æquatione inventa pro parabolarum trajectoria $\frac{-da}{a} = \frac{dy}{y} + \frac{2ydy}{2yy+aa}$; pro y & dy, scribatur $\frac{y}{a}$ & $\frac{dy}{a}$ sicuti monet, prodibit hæc alia haud multum discrepans $\frac{-dy}{a} = \frac{dy}{y} + \frac{2ydy}{2yy+a^4}$, sed quæ tractata ut ante reddit æquationem inter z & y adhuc magis compositam, neque adeo ellipsi competentem; quare non obstante Cl. Autoris medela, nondum sublatus est defectus quo laborat ipsius constructio. Certe si considerando a tanquam constantem, exhiberi posset $\int \frac{qqdy}{y+p\int pdy}$ in terminis finitis felicius ego succurrerem laboranti; nam nihil aliud faciendum esset, quam ut pro y & a, scriberetur $\frac{y}{a}$ & $\frac{a}{a}$ seu 1; quo modo æquatio pro parabolarum trajectoria in terminis finitis inventa $y\sqrt{(2yy+aa)} = \frac{c}{a}$ abibit in hanc a defectu emendatam $\frac{y}{a}\sqrt{\left(\frac{2yy}{aa}+1\right)} = \frac{c}{a}$, seu $2y^4+aayy=ccaa$, quæ, substituto $\frac{yy}{z}$ pro a, nobis dat hanc aliam $2zz+yy=cc$, manifeste spectantem ad Ellipsin illam, quam diximus parabolas orthogonaliter trajicere. Ob hanc rationem factum est, ut in æquatione, ad quam

Act. Erud. An. 1720. M. Maji. quam p. 585. Vir Cl. pervenit $\frac{dR}{1-mR} = \frac{-da}{a}$, non statim, sed postquam integrando ad terminos finitos redacta esset, dividendum fuerit R per a, ut vera resultaret æquatio Log. $\frac{c}{a} = \frac{1}{1-m}$ Pag. 234. Log. $\frac{R}{a}$; alias si jam in æquatione differentiali secundum monitum suum pro R & dR scripsisset $\frac{R}{a}$ & $\frac{dR}{a}$, mansisset æquatio invariata $\frac{dR}{1-mR} = \frac{-da}{a}$, quæ ad logarithmos & postea ad quantitates absolutas perducta dedisset æquationem erroneam & problemati minime satisfacientem $c^{1-m} a^{m-1} = R$.

§. 17. Atque sic veram dedimus correctionem constructionis Hermannianæ, sed simul inde liquet, illam non posse in usum vocari nisi rarissime, quando scilicet $qqdy:y+pspdy$, integrabilis est vel *absolute* vel per logarithmos. Videt ergo jam Cel. Autor constructionis (quam primo prædicavit generalem, postea ad similes curvas restrinxit) nunc tandem eam, prout concepta est, ne ad has quidem (nisi adhibita quam memoravi cautela) adeoque ad nullas valere. Recurrendum itaque erit ad alias construendi methodos & commodissime quidem ad illas Patri meo usitatas, quia sunt faciles sive inventionem sive effectionem respicias.

§. 18. Hæc si perpendere dignetur Clar. Hermannus, monita nostra, ut speramus, haud amplius inique feret, sicuti nec hoc quod diximus, ipsius æquationem $xdy - ydx = c^{1-m} y^m ds$, permixtione indeterminatarum laborare; cum præsertim jam videat Cl. Taylorum non tantum in eadem nobiscum opinione fuisse, sed credidisse omnino, *quod haud proclive sit æquationem illam manentem in terminis generalibus, revocare ad æquationem fluentes tantum involventem, vel ad quadraturam curvarum*. Id quod regerit Vir Cl. permixtionem istam indeterminatarum esse tantum apparentem, minime vero realem, nondum plane satisfacit; notum enim est quid per separationem indeterminatarum intelligatur, scilicet separare indeterminatas in æquatione aliqua ad cujus originem non attenditur, vel quæ simpliciter proposita supponitur, est artificiose excogitare aliquem arbitrarium valorem pro alterutra vel utraque indeterminatarum, qui in æquatione substitutus reddat novam æquationem ab ista permixtione immunem; Hoc autem sensu rem nondum esse confectam in præ-

senti

senti exemplo $xdy - ydx = c^{1-m}y^m ds$ agnoscet utro si attende- Act. Erud. An. 1720. M. Maij. Pag. 236.
re voluerit, quod æquatio, ad quam pervenit $\int \frac{1 - ma^{2m}dy}{y^m \surd (a^{2m} - y^{2m})}$
$= a^m c^{1-m}$, non tam ex ipsis visceribus æquationis separandæ
$xdy - ydx = c^{1-m} y^m ds$, quam ex præsupposita æquatione cur-
varum secandarum $dx = y^m dy : \surd (a^{2m} - y^{2m})$ fuerit elicita,
quem separandi modum non esse genuinum vel methodicum,
qualem intendimus, hinc quoque patet, quod in transmuta-
ta $\int \frac{1 - ma^{2m} dy}{y^m \surd (a^{2m} - y^{2m})} = a^m c^{1-m}$ adsit litera a designans modulum
vel parametrum variabilem quæ nullam dependentiam nexumve
necessarium habet cum æquatione proposita $xdy - ydx = c^{1-m}y^m ds$,
in abstracto sumpta, utpote in qua non reperitur. Quod si vero
Vir Cel. existimet etiam in his dari certam methodum, aut si
quam *possideat*, quæ methodi nomen mereatur, non melius de
publico mereri poterit quam si eam communicaverit; tentet in-
terim separationem indeterminatarum in eadem sua æquatione
mutato duntaxat unico signo $-$ in $+$, nimirum $xdy + ydx = c^{1-m}$
$y^m ds$, ita ut per quadraturas construi possit; aut dicat nobis,
cur in hac permixtio indeterminatarum, non æque sit tantum ap-
parens, ac in altera illa sua $xdy - ydx = c^{1-m}y^m ds$.

§. 19. Superest adhuc Cel. Viri querela, quæ me sollicitum ha-
bet; patietur itaque ut amota illa sibi excutiam sinistram de men-
te mea non satis percepta opinionem: mirabar quod ille optime
judicans, tentamen anonymi illius Angli fore calculi laboriosissi-
mi, *ipse interim* calculi prolixitatem & molestiam evitare non
potuerit; mirabar etiam dicentem secunda differentialia esse su-
perflua; cum ipse tamen in calculo suo exempli IV. ad ea de-
lapsus fuerit. De hoc nunc quæritur in Additamento p. 588. quasi
verba sua aliter intellexerim, vel potius, quod pejus esset, qua-
liter interpretatus fuerim, quam ipsa sonent: sed pace Vi-
ri Cell. aperte profiteor, me ipsius verba probe intellexisse, &
eodemque, ut sonant, interpretatum fuisse, at ipse videtur men-
tem meam non satis assecutus. Proinde ut clarius me explicem, Pag. 237.
dicere volebam me mirari, quod improbarit in Anglo Anony-
mo calculi prolixitatem *non necessariam* & usum *superfluum* diffe-
rentialium secundorum, ipse tamen in utrumque inciderit solutu-
rus exemplum suum quartum, cum tamen, si recta methodus ad-
hibeatur, neque longo calculo, neque secundis differentialibus
opus sit; exceptio igitur, quod Anonymi tentamen non nisi ad
curvas algebraicas pateat, circa quas Vir Cl. non inciderit in cal-
culi

Act. Erud. An. 1720. M. Maji. culi prolixitatem aut in secunda differentialia, nihil prorsus ad rem facit: licet enim lubens largiar, quod ipsi obiici non possit, id quod Anonymo, scilicet in exemplis curvarum algebraicarum nimiam & superfluam operam collocasse, in eo tamen comparationem justissimam facio dicendo, quod quemadmodum Anonymi Angli tentamen deducit ad nimium calculum, & ad differentialia secunda circa exempla curvarum algebraicarum, ubi neutro opus est, ita pariter Celeb. Vir prolixum calculum fecit & delapsus est ad differentialia secunda, ad solvendum exemplum suum quartum, ad quod tamen etsi transcendens non longiori calculo nec magis differentialibus secundis opus est, quam ad curvas algebraicas, ut ex Analysi paterna apparebit, ipseque jam perspicit Vir acutissimus, sponte nunc agnoscens *in curvis transcendentibus similibus* (in quorum censu sunt curvæ exempli quarti) *usum secundarum differentialium vitari posse*: hoc itaque fuit quod miratus sum ipsum non vitasse quod vitare poterat: meum interim non est probare quod idem obtineret circa quascunque curvas transcendentes *dissimiles*, quandoquidem hoc nusquam dixi: dabo tamen æquationem differentialem primi gradus quam petit pro Trajectoria Orthogonali ejusmodi curvarum transcendentium quæ exprimuntur hac æquatione differentiali $dx = \frac{b^m dy}{\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}$; aliaque communicabo hisce magis ardua, quorum labor erit, ut loquitur, operæ pretium.

Hæc hactenus; Sectionem Cl. Autoris II. & III. proxime Supplementis inseremus.



ENO-

Act. Erud. An. 1720. M. Junii. Pag. 270.

ENODATIO ALICUJUS PROBLEMATIS GEOMETRICI a Cel. JAC. HERMANNO *propositi*;

Atque de Inveniendis Curvis Algebraicis, ab eodem Viro propositis, quæ non sint indefinite rectificabiles, habeant tamen aliquos arcus rectificationem admittentes.

Per NIC. BERNOULLI JO. FIL.

I. IN quadam Epistola Nobiliss. Monmortii ad me scripta anno proxime elapso inveni mentionem factam duorum problematum a Clariss. Hermanno propositorum. Verba quibus me compellat Vir Illustr. ita latine sonant: *Nescio an tibi jam innotescat, quod Clar. Hermannus invitat Geometras ad solvenda duo problemata viribus tuis digna atque elegantissima*. Illa vero ita habent, verbis Hermannianis concepta: „ 1, Posita area alicujus curvæ $= axy$
, $+ bx^c y^e$, ubi a & b sunt numeri & quantitates constantes: si-
, cuti etiam c & e sunt numeri qualescunque, invenire curvam
, cui hæc area conveniat. Dico inveniri posse æquationem cur-
, væ in terminis finitis, eamque curvam semper fore Geometri-
, cam, *modo* c & e sint exponentes rationales, qualescumque sint
, de cetero sive affirmativi sive negativi. Quæritur igitur æqua-
, *tio curvæ*. *En alterum non minus curiosum, sed quod magis arduum videtur*. 2. Invenire curvas Algebraicas, quarum rectificatio indefinita dependeat a quadratura circuli aut Hyperbolæ aut cujuscunque alterius curvæ, quæ tamen hoc non obstante habeant unum aut duos aut tres aut tot arcus quot libuerit diversos absolute rectificabiles & independenter a quadratura curvæ, a qua dependet ipsarum rectificatio indefinita.

II. Quod ad primum spectat, prælaudato Nobil. Monmortio
tinus perscriptum est, quod illud sine magna difficultate & a
re meo & a me fuerit solutum, ipsamque solutionem non diu
a nobis accepit, quamvis sine Analysi: Eam igitur, si qua
itas inde redundare possit in Geometriæ bonum, cum publico
unicare non pigebit.

II. Per aream curvæ quæsitæ (cujus coordinatæ sunt x & y) in-
gi debet, si modo sensum proponentis rite percipimus, $\int y dx$
$\int x dy$; utrumvis autem sumatur, res perinde se habet ratione

Act.Erud. An. 1720. M. Junii. conceptus, quia in re ipsa nulla est diversitas sive x pro abscissa & y pro applicata sive vicissim accipiatur. Huc proin recidit problema, ut quæratur curva cui conveniat hæc æquatio $\int ydx = axy + bx^c y^e$: Ubi statim animadverto $\int ydx$ & xy esse quantitates homogeneas nempe planas, eas per consequens translato

Pag. 271. axy ad alteram æquationis partem, coalescere in unam quantitatem si y ponatur = cuicunque potentiæ ipsius x; quare dispiciendum tantum est, qualis illa potentia esse debeat & cum quo coefficiente affecta, ut substituta in æquatione $\int ydx - axy = bx^c y^e$ producat hinc inde duo membra identica, ex quo mihi clarescit, inter alias curvas problematis satisfacientes dari quasdam ex parabolarum genere, quas ut inveniam sequenti utor analysi.

IV. Pono $y = px^q$, & erit $\int ydx = \int px^q dx = \frac{p}{q+1} x^{q+1}$ quibus in æquatione $\int ydx - axy = bx^c y^e$ substitutis, mutatur illa in hanc $\left(\frac{p}{q+1} - pa\right) x^{q+1} = bp^e x^{qe+c}$; ut igitur ambo membra identificentur, facio $\frac{p}{q+1} - pa = bp^e$ & $q + 1 = qe + c$; hinc invenio $q = \frac{1-c}{e-1}$ & $p = \left(\frac{e-1-ea+ca}{eb-cb}\right)^{\frac{1}{e-1}}$. Dico itaque parabolam quæ pro æquatione habet $y = \left(\frac{e-1-ea+ca}{eb-cb}\right)^{\frac{1}{e-1}} x^{\frac{1-c}{e-1}}$, vel, quod idem est $(eb-cb)\, xy^{e-1} = (e-1-ea+ca)\, xx^{1-c}$, satisfacere æquationi propositæ $\int ydx = axy + bx^c y^e$.

V. Porro ut inveniantur omnes possibiles æquationes finitis terminis constantes, quæ respondeant quæsito, sic erit procedendum: Differentietur proposita $\int ydx - axy = bx^c y^e$; atque habebitur $\overline{1-a}\, ydx - axdy = bcx^{c-1} y^e dx + bex^c y^{e-1} dy$, cujus ut membrum primum generaliter integrabile fiat, multiplico totam æquationem per $qx^{q-qa-1} y^{-qa-1}$, ut sit $(q-qa)\, x^{q-qa-1}$

Pag. 272. $y^{-qa} dx - qax^{q-qa} y^{-qa-1} dy = qbcx^{c+q-qa-2} y^{e-qa-1} dx + qbex^{c+q-qa-1} y^{e-qa-2} dy$; Hoc quippe modo pars prior integrari potest, habet nempe integralem $= x^{q-qa} y^{-qa}$ quicquid etiam pro q sumatur; quocirca ut etiam pars altera fiat integrabilis adhibenda est pro q, justa quantitas ut $d(x^{c+q-qa-1} y^{e-qa-1})$ hoc est $(c+q-qa-1)\, x^{c+q-qa-2} y^{e-qa-1} dx + (e-qa-1)\, x^{c+q-qa-1} y^{e-qa-2} dy$ evadat ad partem illam alteram in ratione constante; proinde nihil aliud faciendum est, quam ut instituatur analogia inter

..r coefficientes terminorum homogeneorum, hunc in modum $c+q-qa-1 . e-qa-1 :: qbc . qbe :: c . e$, quæ hanc suppeditat æquationem $eq-eqa-e=-cqa-c$ unde habetur valor quæsitus ipsius q, qui erit $=\frac{e-c}{e+ca-ea}$; sic itaque pars altera integrata dabit $\frac{qbe}{e-qa-1}\times x^{c+q-qa-1}y^{e-qa-1}$; Coæquatis ergo ambobus integralibus addita ut moris est ad alterutrum quantitate constante arbitraria $\frac{b}{e-qa-1}$, orietur $x^{q-qa}y^{-qa}+\frac{b}{e-qa-1}=\frac{qbe}{e-qa-1}\times x^{c+q-qa-1}y^{e-qa-1}$ reductione peracta $qbex^{c+q-qa-1}y^{e-qa-1}+(qa-e+1)x^{q-qa}y^{-qa}=b$, hujus si pro q substituatur ipsius valor inventus $\frac{e-c}{e+ca-ea}$, prodibit æquatio continens omnes possibiles casus, qui desideratam curvam in terminis finitis exprimunt; Ipsa proin includet particularem illam æquationem, qua problemati per parabolas satisfieri posse ostendimus: revera enim si arbitraria b ponatur $=0$, abibit æquatio nostra divisa per $x^{c+q-qa-1}y^{+qa}$ in hanc $qbey^{e-1}+(qa-e+1)x^{1-c}=0$; vel substituto valore ipsius q in hanc $eb-cb)y^{e-1}+(ea-ea-e+1.)x^{1-c}=0$ quæ prorsus eadem est cum illa quam supra invenimus.

Act. Erud. An. 1720. M. Junii.

VI. Videamus autem quibus conditionibus curva fiat algebraica; Oppido quidem patet parabolam nostram inventam tunc semper algebraicam fore, quando c & e sunt numeri rationales, ita ...r hac parte Cel. Hermannus recte dixerit, curvam problemati ...tis facientem posse esse geometricam *modo* c & e *sint exponentes* ...*tionales*; sed non animadvertit, hanc conditionem solam esse ...ancam & insufficientem; requiritur enim præterea ut neuter coefficientium in nihilum abeat, id quod fit quando $e=c$ vel $a=\frac{e-1}{e-c}$; ...n si $e=c$, erit $q=0$; & evanescet primus terminus generalis ...pecialis nostræ æquationis ut & exponens ipsarum x & y in se...do termino, ita ut æquatio generalis in hanc abeat $qa-e=b$ & altera specialis pro parabolis in hanc $qa-e+1=0$, ...e colligitur, curvam quæsitam non posse fieri algebraicam sed transcendentem vel rectam. Quod si vero $a=\frac{e-1}{e-c}$; disparet secundus terminus & exponens ipsius y in primo, prodibit nam-

Pag. 273.

Act. Erud. An. 1720. M. Junii. namque pro generali $qbex^{c+q-e}=b$, & pro speciali habebitur $qbey^{e-1}=o$, id quod indicat neque in hoc casu ubi $a=\frac{e-1}{e-c}$, inveniri posse curvam algebraicam in problematis solutionem.

VII. Alias conditiones si quæ sunt necessariæ ad curvam algebraicam efficiendam, facile quilibet deteget ex inspectione æquationis nostræ generalis. Quæ vero æquatio cum nihil inserviat in casibus transcendentium, restat ut modum doceamus æquationem propositam $\int ydx - axy = bx^c y^e$, reducendi ad æquationem differentialem, in qua indeterminatæ sint separabiles, quæ proinde exhibeat generalissime omnes satisfacientes curvas, tam transcendentes quam algebraicas, has nempe per actualem integrationem, illas vero per quadraturas, vel omnino (quod hic fieri potest) per Logarithmos. Talis separandi modus defuisse videtur solutioni Cel. Hermanni, alioquin transcendentium casus (præ- Pag. 274. ter eos, qui ex irrationalitate exponentium c & e oriuntur) non subticuisset. Is autem procedit, ut sequitur.

VIII. Æquatio proposita $\int ydx - axy = bx^c y^e$, per sui differentiationem dat $\overline{1-a}\,ydx - axdy = bcx^{c-1}y^e dx + bex^c y^{e-1} dy$. Ponatur $x = t^{e-1}$ & $y = z^{1-c}$, adeoque $dx = \overline{e-1}\,t^{e-2}dt$, $dy = \overline{1-c}\,z^{-c}dz$, $x^c = t^{\alpha-c}$, $y^e = z^{e-\alpha}$; Hæc enim si substituantur in æquatione differentiata, mutatur illa in aliam in qua indeterminatæ x & y in singulis terminis eundem simul exponentis numerum complent; estque hæc $\overline{e-ae+a-1}\,z^{1-c}t^{e-2}dt + \overline{ac-a}\,z^{-c}t^{e-1}dz, = \overline{bec-bc}\,z^{e-\alpha}t^{\alpha-c-1}dt + \overline{be-bec}\,z^{e-\alpha-1}t^{\alpha-e}dz$. Quare si in ea ponatur $t=uz$, & proinde $dt = udz + zdu$, emerget æquatio habens indeterminatas separabiles, nam reductione rite instituta reperietur hæc $\frac{dz}{z} = \frac{\overline{bec-bc}\,u^{\alpha-c-e+1} - e + ae - a + 1}{-be + bc\,u^{\alpha-c-e+2} + e - ae + ac - 1u} \times du$; cujus membrum posterius per notas regulas integretur per logarithmos, prodibitque (assumpta f pro quantitate constante arbitraria) $lz + lf = \alpha lu + \beta\,\mathrm{Log.}\,(-be + \overline{bc}\,u^{\alpha-c-e+1} + e - ae + ac - 1)$ ubi $\alpha = \frac{-e+ae-a+1}{e-ae+ac-1}$, & $\beta = \frac{c}{cc-ec-c+e}$ $\frac{\alpha}{-ec-e-c+1}$, logarithmis ad quantitates absolutas reductis habebitur $fz = u^\alpha \times (-be + \overline{bc}\,u^{\alpha-c-e+1} + e - ae + ac - 1)^\beta$. est autem

autem ex hypothesi $z = y^{\frac{1}{1-c}}$, & $x = \frac{t}{z} = \frac{x^{\frac{1}{e-1}}}{y^{\frac{1}{1-c}}} = x^{\frac{1}{e-1}}$ Act. Erud. An. 1720. M. Junii.

$y^{\frac{1}{c-1}}$, hisce itaq; valoribus ipsarum z & u substitutis resultabit equatio quæsita in x & y, & quidem in terminis finitis $fy^{\frac{1}{1-c}} = x^{\frac{\alpha}{e-1}}$ Pag. 275.

$y^{\frac{\alpha}{c-1}} x (\overline{-be+bc\, x^{e-1} y^{c-1} + e - ae + ac - 1})^{\beta}$, quæ ut abbrevietur dividatur per $y^{\frac{1}{1-c}}$, postea exstracta utrinque radice exponentis β, scribatur g pro $f^{\frac{1}{\beta}}$, proveniet, $g = \overline{-be+bcx}^{e-1}$

$+ \frac{\alpha}{\beta e - \beta}\, y^{c-1} + \frac{\alpha+1}{\beta c - \beta}\, \overline{+e - ae + ac - 1}\; x^{\frac{\alpha}{\beta e-\beta}}\, y^{\frac{\alpha+1}{\beta c-\beta}}$.

IX. Hæc vero æquatio si conferatur cum illa altera quam supra Artic. V. invenimus $b = qbe\, x^{e+q-qa-1} y^{c-qa-1} + qa - e + 1$ $x^{q-qa} y^{-qa}$, substitutione facta utrobique valorum tam ipsius q quam ipsarum α & β, deprehendetur æquationes illas duas in idem prorsus recidere & consequenter esse easdem. Verum Methodus posterior hanc habet supra priorem prærogativam, quod exhibeat non tantum omnes possibiles casus, quibus curvæ quæsitæ æquatio in terminis finitis exprimitur, sed & eos, qui curvam reddunt transcendentem & nonnisi per logarithmos construendam: Patet enim curvam fore transcendentem quotiescunque aliquid absolute integrabile existit in æquatione nostra differentiali in Articulo præcedenti inventa,

$= \frac{\overline{bec - bc\, u^{ec-c-e+1}} - e + ae - a + 1}{\overline{-be + bc\, u^{ec-c-e+1}} + e - ae + ac - 1\, u} \times du$; id quod accidit quando ex. gr. $c = e$, in hoc quippe casu æquatio ista in hanc degenerat, $\frac{dz}{z} = \frac{bee - be\, u^{ee-2e+1} - e + ae - a + 1}{e - 1\, u} \times du = beu^{ee-2e}$

$+ \frac{\overline{a-1}\, du}{u}$; sumptis integralibus habetur $lz + lf = \frac{be}{ee-2e+1}\, u^{ee-}$

Act. Erud. An. 1720. M. Junii. $uu - su + 1 + \overline{a-1}\,lu$, algebraicum permixtum cum logarithmis, quod proin curvam quæsitam facit transcendentem. Item si $a = \frac{1-e}{c-e}$, rursus pars una evadet algebraica, pars altera logarithmica.

X. Occurrunt tamen, quod notari velim, duo casus in quibus prædicta nostra æquatio differentialis cessat solvere problema; quando nempe alterutrum vel c vel $e = 1$. Cum enim Art. VIII. positum fuerit $x = t^{c-1}$, & $y = z^{1-e}$, atque ex hac positione originem habeat illa nostra æquatio, palam utique est fore in alterutro horum casuum alterutram x vel $y = 1$, hoc est, indeterminatam supponi æqualem determinatæ, quod esset absurdum. Ne igitur hac in parte destituamur completa problematis solutione & nos defugiant transcendentium quarundam casus, qui cum $c = 1$ vel $e = 1$ existere possunt; non abs re alienum erit, si eos separatim solvendi rationem tradidero.

XI. Sit primo $c = 1$, convertetur æquatio proposita $\int ydx - axy = bx^e y^e$ in hanc $\int ydx - axy = bxy^e$ quæ differentiata & reducta producit $\frac{dx}{x} = \frac{bey^{e-1}dy + ady}{-by^e + \overline{1-a}y}$, ubi cum nulla separatione indeterminatarum opus sit, æquatio porro ad logarithmos & postea ad terminos finitos ordinarios facile reducitur, excepto casu, quo etiam $a = 1$, eo enim habetur $\frac{dx}{x} = \frac{bey^{e-1}dy + dy}{-by^e}$, ubi videmus partem $\frac{-dy}{by^e}$ esse absolute integrabilem, curvam proin evadere transcendentem.

XII. Sit jam $e = 1$; induet æquatio proposita hanc formam $\frac{dy}{y} = \frac{-bcx^{c-1}dx + \overline{1-a}dx}{bx^c + ax}$: pariter liberam a permixtione indeterminatarum adeoque reducibilem ad logarithmos ac dein ad terminos finitos ordinarios, nisi quando $a = 0$; quo nempe fit $\frac{dy}{y} = \frac{bcx^{c-1}dx + dx}{bx^c}$, cujus pars $\frac{dx}{bx^c}$ absolute integrabilis reddit curvam transcendentem.

Pag. 277. XIII. Ceterum quod attinet ad casum ubi $c = e$, etiam hic ad æquationem finitam pervenire licet sine prævia sequestratione indeterminatarum. Æquatio enim proposita per differentiationem huc redit $\overline{1-a}ydx - axdy = bcx^{c-1}y^c dx + bcx^c y^{c-1} dy$, quæ divisa per xy dat $\frac{1-a}{x}dx - \frac{ady}{y} = bcx^{c-2}y^{c-1}dx + bcx^{c-1}y^{c-2}dy$,

membrum prius integratur per logarithmos, alterum absolute, unde resultabit $\overline{1-a}lx-aly=\frac{be}{c-1}x^{c-1}y^{c-1}+f$; indicio sane curvam in hoc casu semper esse transcendentem, excepto, si vis, cum praeterea b vel $c=o$, nam tunc (posita $f=lg$) logarithmica aequatio $\overline{1-a}lx-aly=lg$, ulterius reduci potest ad hanc finitam ordinariam $x^{1-a}=gy^{a}$, quae arguit curvam esse ex genere parabolarum & quidem algebraicarum si a sit numerus rationalis.

Act. Erud. An. 1720. M. Junii.

XIV. Alii quoque sunt casus, qui non indigent separatione indeterminatarum, ut si alterutrum e vel c sit $=o$, levi quadam facta reductione pervenitur ad terminos absolute integrabiles; posito namque $c=o$, suppeditavit instituta integratio pro curva quaesita hanc aequationem $y^{\frac{a}{a-1}}x=-\frac{be}{e-ae-1}y^{\frac{e-ae-1}{1-e}}+g$;

Pag. 278.

posito vero $e=o$, dedit hanc alteram $x^{\frac{a-1}{a}}y=\frac{bc}{1-ac}x^{\frac{ac-1}{a}}+g$. Has interim & alias integrandi rationes cum universaliter comprehendat methodus exposita Art. V. iisdem diutius inmorari supervacaneum arbitror.

XV. Accedo ad alterum Problema Hermannianum, quo petuntur curvae algebraicae A, quarum indefinita rectificatio dependeat a quadratura cujuscunque alterius curvae algebraicae B, quae non habeant tot quot libuerit arcus particulares absolute rectificabiles & independenter a quadratura, a qua ipsarum rectificatio dependet. Quod si Clariss. Proponens intelligat per curvam quamlibet *datam* algebraicam, ut innuere videtur per verba *telle que' on voudra*, fatemur libenter solutionem problematis non in nostra potestate, sed & simul firmiter persuasum nobis habe..., nec ipsum Virum ingeniosum nec alium quenquam morta... problema in hoc sensu sumptum solvisse vel soluturum esse; ...a sententia eo fortius confirmamur quod propositioni hujus ...rioris problematis nec verbulum quidem subjungat, quo si... ...cet (ut ratione prioris facit) se esse solutionis compotem. ...amus ab illo multum praestari, qui vel partem tantum hujus ...ematis solveret, docendo scilicet modum inveniendi curvam ...aicam A, a cujus rectificatione indefinita dependeat qua-

 dratura indefinita curvæ algebraicæ datæ B, etiamsi A nullum habeat arcum absolute rectificabilem, solutio hujus ingentem haberet utilitatem in constructionibus problematum quæ post separationem indeterminatarum ad quadraturas redacta sunt.

XVI. Quod si autem per curvam B non quidem intelligat quamlibet *datam* algebraicam, sed eam tantum quæ ex invenienda A derivatur; problema humanis viribus non prorsus impossibile arbitramur: Si quam solutionem possidet Vir sagacissimus, rogatum volumus ut publico impertiat; Interim hoc alterum proponimus haud multum diversum

Problema.

„ Invenire innumerabiles curvas algebraicas, quarum singula- „ rum rectificatio indefinita dependeat a rectificatione cujuscum- „ que curvæ *datæ* algebraicæ, licet algebraicæ non rectificabilis, Pag. 279. „ quæ singulæ nihilominus habeant arcus innumeros algebraice „ rectificabiles. Est nobis solutio hujus problematis per Methodum aliquam paternam adinventa, id quod statim perscriptum est Celeb. Monmortio cum primum Hermanniana proposuisset, sed in augmentum rei geometricæ petimus ab aliis solutionem per alias methodos eruendam.

RESPONSIO
AD CL. TAYLORI QUERELAS.

XVII. Cum hæc scriberem opportune incidi in Tomum quartum alicujus Diarii litterarii Amstelodami idiomate Gallico editi sub Titulo Bibliothecæ Anglicæ, in cujus parte secunda pag. 523. & seqq. reperi recensionem *Methodi incrementorum Autore Brook Tayler* ab ipso Authore, ut videtur, transmissam. Quædam in illa offendi ad Patrem meum spectantia sed minus candide prolata, quæ proin in gratiam rei veritatis nonnullam discussionem merentur. Pag. 534. queritur sibi a Patre meo plagii crimen imputari in Act. Lips. A. 1716. Si lector consulere voluerit acta ista illius anni inveniet nonnisi duo schediasmata de quibusdam Patris mei inventis, quæ curante Celeb. Hermanno in lucem prodierunt; sed nullam omnino mentionem ibi factam reperiet de Cl. Tayloro: Quod si vero hic Vir digitum forte intendat ad Epistolam illam anonymi pro Patre meo scriptam atque eodem anno in Actis editam, in qua scriptor Taylorum juxta nonnullos alios in censum refert eorum, qui dum Bernoullianis aliisque inventis

umuntur autorum nomina vel dissimulat, vel non ipso loco, quo sit usurpatio allegans: de hoc utique Pater respondere non tenetur, quousque enim contenta illius epistolæ approbet vel improbet, ipse jam monui in Actis 1718. p. 556. & 557.; Utrum vero anonymus epistolæ scriptor hac in parte rem acu tetigit, noluimus decidere, sed relinquimus in medio. Act. Erud. An. 1718. M. Junii.

XVIII. Pergit Doctissimus Taylorus vel qui ejus nomine loquitur Recensor pag. 535. dicitque quod data opera evitaverit occasionem commemorandi quid in eadem materia quam pertractavit, alii dudum antea præstiterint, quia, alias ut causatur, non potuisset præterire plures errores & imperfectiones in eorum solutionibus reperiundos; quod hanc ob rationem noluerit attingere solutiones ab illis datas figuræ veli, fornicis, ut & solutionem isoperimetrorum exhibitam olim a Patruo meo Jacobo, a quibus tamen, quod ingenue fatetur Taylorus, analysin suam mutuatus fuerit; Quinam sint isti errores & imperfectiones in illis solutionibus, quibus propterea silentio suo tam generose pepercerit, mihi equidem non constat; si unam excipias solutionem catenariæ olim a Cl. Gregorio editam quæ puro puto paralogismo nititur ut jam pridem est ostensum. Interim si imperfectionem nominet, quod subinde solutiones illæ non tam generales fuerint quam esse potuissent, nulla certe unquam solutio perfectionis nomen merebitur, quia nulla tam generalis est, quin ad generalitatem aliquid addi posset, cum præsertim facile sit inventis aliquid addere; In his autem si volumus æquos agere rerum Judices, non tam ad solutiones, quam ad solutionum methodos respiciendum nobis erit, atque attendendum an non solutionum Autores æque facile eas extendere potuissent si animum advertissent. Qui secus judicat exponat rationes, ob quas putet sibi quam primis inventoribus & solutoribus facilius fuisse inventa aliena, ad quæ forsan ipse nunquam pervenisset, nisi hi glaciem fregissent, promovere; si vero ita judicandi rationes habeat nullas, inani quam de se concepit opinioni plus tribuere videbitur quam æquitati. Pag. 280

XIX. Si Recensori credimus p. 536. Cl. Taylori gratiæ & favori acceptum est ferendum, quod in libro suo præterierit silentio solutionem problematis Isoperimetrici editam in Commentariis Academ. Reg. Scient. 1706. quoniam si ejus meminisset sibi non potuisset temperare, quin indicasset tres quatuorve errores ibi commissos & (si diis placet) gravissimos. Sed quid opus ut lapsus leves tanta cum pompa exaggeret? Postquam Pater meus solutionis autor aliunde monitus eundem lapsum non modo protinus ipse detexit sed & pro candore suo publice dudum

 agno-

Act. Erud. An. 1720. M. Junii. Pag. 281. agnovit emendavitque, ostendens illum ex sola quadam inadvertentia subrepsisse, quem autem mirum in modum compensavit communicata methodo nova isoperimetrorum citra calculum solvendorum quod incredibile videbatur illis qui antea per longas & intricatas Patrui & Taylori analyses velut exterriti fuerant, videsis Act. Lips. 1718 Mens. Jan. & Febr. quo loco videre est quoque aliam methodum Paternæ in multis satis similem, quam Cl. Hermannus noster communicavit, postquam audivisset talem a Patre missam jam pervenisse ad manus Lipsiensium, editionem ejus tamdiu protrahentium donec Hermanniana tandem parata & transmissa simul edi posset: quod indicandum censui, ne quis miretur, qui fieri potuerit, ut duo ista scripta de eadem materia ab autoribus tam longo intervallo a se invicem separatis, eodem tamen tempore in lucem prodirent.

XX. Cl. Taylori Patronus Recensor eadem pagina 536 modo admodum lepido, neque autem valde sincero a Cliente suo amoliri conatur suspicionem plagii; en quomodo: Postquam Parentis mei nova Theoria de Centro Oscillationis comparuisset non tantum in commentariis Acad. Reg. Scient. pro anno 1714. qui, quod fateor, nonnisi anno 1717. lucem aspexerunt, sed etiam, quod bene notandum, in Actis Lips. M. Junio anni 1714. quæ Acta menstruatim distribui solita longe lateque mittuntur, atque ita mature ad manus Cl. Taylori, qui ut ex hac ipsa libri sui recensione constat, acta ista diligenter evolvit, pervenire potuit præfata patris Theoria; anno sequenti demum, nempe 1715. prodiit in publicum Taylori Libel. de Methodo increm. in quo conspicitur modus investigandi centrum oscillationis iisdem prorsus quantum per obscuritatis peplum perspicere licet principiis inædificatus, quibus Parens meus in sua Theoria jam antea usus fuit: sunt inter sagaciores Mathematicos qui suspicantur, testibus literis quibusdam privatis Taylorianam hanc investigationem mutato vestitu ex Bernoulliana fuisse enatam.

XXI. Interim quamvis ea de re nec Pater nec quisquam alius Cl. Tayloro lites moverit, ejus tamen Patronus haud ægre olfaciens tacita Virorum intelligentium judicia, prævenire illa conatur atque delere, dicendo, *non fuisse possibile ut moneret Taylorus, principia sua in quibus fundata est nova ista investigatio centri oscillationis jam ante se fuisse inventa & in usum vocata a Joh. Bernoullio:* (Pag. 282.) quænam autem impossibilitatis hujus ratio? ad hoc respondet Recensor, *quia solutio Bernoulliana comparuit in Commentariis Acad. pro anno 1714. qui ipsi vero nonnisi an. 1717. in lucem venerunt*, & ut efficacior sit gravis sc. hæc ratio sub-

jun-

ngit statim, *hunc annum nempe* 1717. *tribus annis posteriorem* Act. Erud. An. 1720. M. Junii.
se anno quo publicatus fuerit Liber Taylorianus, fuit autem impres-
is anno 1715 adeoque citius non publicatus. Nunc igitur com-
utent Arithmetici, dicentque nobis, num annus 1715. *tribus*
nnis præcedat annum 1717; sed transeat cum cæteris erroribus.
'ellem hoc unicum ut recte probaretur prætextu *impossibilitas*;
uid enim, si solutionem Bernoullianam ediscere non potuit
'aylorus ex Commentariis Academicis ante annum 1715. ut-
ote nonnisi anno 1717. in publicum emissis, quid, inquam,
npedit quominus eandem videre potuerit jam divulgatam in
ctis Lipf. mense Junio anni 1714. Sed hunc scrupulum nobis
ollere non curat Recensor, tametsi bene noverit hæc Acta a
'ayloro legi, adeoque solutionem Parentis mei illi visam esse
el (quod ad suspicionem excitandam jam sufficit) videri potuis-
e ante editionem libri sui, nec est quod insinuet Recensor, li-
rum *istum antequam* prelum subiret per annum mansisse deposi-
um apud Societatem Reg. Londin. Hoc enim si maxime verum
'et, annon vel durante hoc tempore Clarifs. Taylorus qui il-
ustrissimæ hujus Societatis fuit Secretarius adeoque ad Archiva
Scrinia additum habuit vel postea cum ad prelum liber ma-
uscriptus extraditus esset ei demum inseri & infarciri potuit
heda de centro oscillationis?

XXII. Agentes hic de mentione facienda eorum quæ jam ante
aliis fuere præstita, suum cuique libenter tribuimus; quam-
rem hac occasione monere debemus quod respicit magnum New-
num. *Postquam* scilicet Pater meus in Actis Lipf. A. 1719. M.
ajo exposuisset solutionem maxime generalem problematis sibi
coto quodam propositi, de *invenienda linea curva quam descri-*
rojectile uniformiter grave in aere uniformiter denso supposita re-
stia in duplicata immo in quavis multiplicata *ratione velocita-*
subjunxit constructionem facillimam pro casu resistentiæ in Pag. 283.
lici ratione velocitatis, per quam ostendit dari pro curva
ita logarithmicam ordinariam vel etiam ex hac dependentem,
propius considerata etiam ipsa logarithmica esse deprehendi-
ed cujus applicatæ obliquæ sunt ad axem. Hanc constructio-
autem dum prædicabat multo simpliciorem quam Newtonia-
quæ extat in Princ. Phil. Lib. 2. prop. 4. utpote quæ sit per-
& operosa, sciendum est attendisse ad eam quæ habetur in
editione, quam forte fortuna inspexit licet utramque ad
s habuerit, non cogitans in nova editione aliquid amplius
e inveniri. Dein vero monitus consuluit quoque novam edi-
n, ubi quod nunc per me ingenue fatetur observavit Illustr.
onum ex prima illa sua constructione eleganter deduxisse

can-

Act. Erud. An. 1720. M. Junii. eandem logarithmicam, cujus inventionis ansam haud dubie nactus est ex visa solutione Hugeniana in libro *de Causa gravitatis*, qui liber prodiit demum post editionem primam Princip. Phil. nat. Ceterum eadem ingenuitate Pater meus agnoscit, quod quædam ex Theorematibus subjunctis alteri suæ solutioni in Actis M. Junio ejusdem anni editæ problematis analytici a Cl. Tayloro Geometris propositi facile fluant tanquam corollaria ex nonnullis formulis Newtonianis contentis in libello vere aureo de quadratura curvarum, id quod nonnisi dimisso schediasmate animadvertere licuit; scire tamen volumus Lectorem ex fonte longe alio petita esse Theoremata illa, quam quo usus est summus Newtonus ad condendas suas formulas. Quamvis autem sint generalia, erunt tamen ut fieri solet (nam nulla regula sine exceptione) quidam casus particulares ad quos unius vel alterius Theorematis applicatio fieri nequit. Interim hujusmodi exceptiones, si quæ occurrunt, non magis derogant Universalitati Theorematum quam derogaret Casus quantitatis inquadrabilis $\int x^{-1}\,dx$ Veritati Theorematis hujus Universalis (in quo casus ille continetur) quod nempe $\int x^n\,dx$ sit algebraice quadrabilis. Hoc monendum duxi, ut objectiones prævenirem.

P. S.

Quandoquidem Acta Lipsiensia tarde ad nos venire solent, eorum mensis Augustus in quo pag. 653 bina problemata Hermanniana publice proposita conspiciuntur, ad nostras manus perlatus est postquam hoc schediasma jam aliquandiu paratum fuerat, occasione vero subnata ex diversitate nonnulla qua hæc problemata jam publice proponuntur secus atque antea per Monmortii litteras erant proposita, e re erit hæc pauca adjicere. Quod quidem attinet ad primum, nullum est discrimen in proponendi modo, nisi quod æquationem enodandam in litteris Monmortianis expressam per $\int y dx = axy + bx^c y^e$, Cl. Hermannus exprimat in Actis per $A = axy + bx^e y^f$, ita ut A idem sit quod $\int y dx$ & e, f, locum jam teneant ipsarum, c, e; sed quod ad rem ipsam, observamus majorem discrepantiam in conditione heic & ibi adsignata de possibilitate curvæ Algebraicæ, ibi enim asseveraverat Cel. Hermannus, teste pereximio Monmortio, *Curvam quæsitam semper fore geometricam modo c & e* (vel nunc *e* & *f*) *sint exponentes rationales*. Hic vero requirit insuper, ut etiam *a* sit numerus rationalis. Ast quemadmodum in nostra hujus problematis solutione demonstratum dedimus, dari quendam casum in quo *c* & *e* existentibus rationalibus qualiscunque sit *a*, cur-

rva quæsita tamen necessario sit transcendens, quando nempe =e, item qualescumque sint c & e modo sit $a = \frac{e-1}{e-c}$ curvam pariter necessario esse transcendentem, sic vicissim jam facile demonstrabimus, si c & e sint rationales & inæquales semper dari posse aliquam curvam algebraicam quæsito respondentem, etiamsi a non sit rationalis, modo etiam non sit $= \frac{e-1}{e-c}$. Nam Art. V. invenimus æquationem $(eb - cb) \times y^{e-1} = (e - 1 - ea + ca) x^{1-c}$, quæsitæ curvæ satisfacientem, quæ cum a in neutrum exponentem ingrediatur, poterit a esse irrationalis & tamen curva esse ex parabolarum algebraicarum genere, dummodo sit neque =c neque $a = \frac{e-1}{e-c}$. Et hoc quidem ad primum amice monere voluimus. De cetero quam nunc superaddit restrictionem Celeb. Hermannus, qua nimirum exigit *Methodum directam procedentem a priori sine præcognita forma æquationis curvæ quæsitæ*, m restrictionem etiamsi non expressam in privata invitatio: , accurate tamen à nobis observatam atque ita problemati ene & ad mentem suam satisfactum esse agnoscet, speramus, utissimus Problematum Autor.

Act. Erud. An 1720. M. Junii.

Pag. 285.

Alterum problema sic paucis nunc publice proponitur: *Invee curvas algebraicas indefinite non rectificabiles, quæ tamen unum, s vel quot volueris arcus habeant absolute rectificabiles*: omisaltera conditione, qua simul petebatur, ut curvæ quæsitæ tificatio indefinita dependeret a quadratura curvæ alterius . Quamvis Vir Cel. ne nunc quidem dicat utrum hoc ipolverit nec ne, nos tamen asseverare audemus, quod cum desistat ab hac posteriore conditione, problema ipsum non fus impossibile censeamus; quin imo jam solutum habeaper solutionem problematis Art. XVI. propositi, modo in s Hermannianis, *quæ tamen unum duos vel quot volueris* &c. subintelligendum sit *τὸ minimum*, ita scilicet ut curuæsita indefinite irrectificabilis habeat *minimum* vel *saltem* n numerum arcuum absolute rectificabilium; etsi forsan contineat modo non pauciores; nam sane in hoc sensu m problema abunde solvisse censendus est ille, qui invecurvas algebraicas indefinite non rectificabiles, quæ taabent arcus numero infinitos absolute rectificabiles. Quod n per *unum duos vel quot volueris arcus* &c. intelligi oport exacte quot petuntur arcus absolute rectificabiles, nec nec pauciores; significo Cel. Proponenti, hujus quæstionis

Act. Erud. An. 1720. M. Junii. nis quantumvis arduæ enodationem eo usque jam a Parente meo esse peractam, ut exhibere possit *curvas algebraicas indefinite irrectificabiles, gaudentes tamen vel uno vel duobus vel quatuor vel octo vel, quot libuerit in hac progressione, arcubus absolute rectificabilibus*; idque per methodos longo abhinc tempore in publicum editas: num solutio Hermanni quam habet ulterius progrediatur, lubenter equidem intelligemus.

M. Julii. Pag. 304.

N. B. RESPONSIO

Ad Art. VII. Tom. XXXI. Diarii Eruditorum Italiæ.

CUM controversiæ litterariæ non solum *cum debita moderatione*, sed & *cum debita sinceritate* tractari debeant, ut eo citius & facilius scopum earundem, h. e. veritatis cognitionem assequamur; non sine stupore intellexi, doctissimum Fagnanum objectiones meas, quas in privata ad me epistola *eruditissimas observationes* vocaverat, nunc publice *erroris* redarguere, meumque ratiocinium appellare *fiacco entimema*, & cum antea scripserat, se nihil in meis observationibus deprehendere, quo offenderetur, nunc ab imaginaria propositionum mearum falsitate offendi. Optavissem sane, ut pari mecum civilitate egisset, & ea, quæ dicenda habuit contra objectiones meas, (quas priusquam publici juris fierent cum ipso communicavi) similiter mecum ante, quam cum publico, communicavisset. Hac enim ratione effecisset, ut aut ego animadversiones meas in ipsius Theorema suppressurus fuissem, aut ut ille, agnita per responsionem meam earundem veritate, animum litigandi fuisset depositurus. Doleo igitur quam maxime, quod ille, victoriæ securus, verum animi sui sensum circa oppositiones meas mihi dissimulaverit, remque
Pag. 305. inter nos publice maluerit quam privatim agi, meque adeo coegerit ostendere publice debilitatem defensionis, quam opposuit argumentis meis, quorum igitur vim ac soliditatem breviter & quam fieri poterit moderate probatum ibo.

Duo sunt quæ præcipue opposui contra *Theorema Fagnani*:

I. quod æquatio ista $dy : y^{m:n} = x^{1:n} dx : \left(\frac{n}{n} \int X x^{m:n} dx + K\right)^{1:n}$

non possit esse vera integralis hujus $X dy^{n} : y^{m} dx^{n} = \frac{a}{x} + \frac{b\,d\,dx}{dx^{2}}$

+

$\frac{eddy}{dxdy}+\frac{fdy}{ydx}$, ad quam supponit perventum fuisse sine supposi- one differentialis constantis. II. Quod sit impossibile pervenire l æquationem hanc posteriorem sine suppositione alicujus diffe- ntialis constantis, excepto casu quando $c=-b$. Prius probavi t eo, quod æquatio ipsius integralis de novo differentiata si- : assumpta differentiali constante non producat æquationem fferentialem propositam; Posterius ex eo, quod æquatio Xdy^n: $^n dx^{n-1}=\frac{adx}{x}+\frac{bddx}{dx}+\frac{cddy}{dy}+\frac{fdy}{y}$ non possit perfecte inte- rari, nisi sumatur quantitas aliqua differentialis pro constante, it nisi sit $c=-b$. Ad prius respondet Fagnanus negando pro- sitionem hanc fundamentalem, quam ego *Axioma nobilissimum* ppellavi, *quod omnis æquatio, quæ integralis est alicujus æquationis ifferentio-differentialis, ad quam perventum fuit sine suppositione quan- itatis alicujus differentialis constantis, iterum differentiata etiam sine ppositione alicujus differentialis constantis debeat restituere eandem il- n æquationem differentio-differentialem;* in cujus veri axiomatis lo- m ipse substituit hanc propositionem: *omnis æquatio, quæ est inte- alis, iterum differentiata debet restituere eandem æquationem dif- entialem secundi gradus aut aliam æquivalentem*; ubi per æqua- iem æquivalentem intelligit talem, quæ vi quantitatis alicujus :rentialis assumtæ pro constante, in illam, cujus æquivalens tur, transformari potest. Ad posterius respondet, meum ra- inium, tametsi probet æquationem nostram differentio-dif- ntialem perfecte integrari non posse sine assumtione quantita- licujus constantis compositæ ex dx & dy, propterea non pro- impossibilitatem perveniendi ad æquationem prædictam dif- tio-differentialem, si *antecedenter* pro constante non assumta eadem quantitas illa differentialis. Quam longe autem a ite aberrent istæ responsiones, facile intelligent ii, qui *quid uatio differentio-differentialis ad quam perventum est sine sup- ne alicujus differentialis constantis, & qualem mutationem pro- n integrationibus & differentiationibus suppositio differentialis tis*, cognoscunt; quam rem in gratiam eorum, qui eam t vel se nescire simulant, explicabo.

Act.Erud. An. 1720. M. Julii.

Pag. 306.

roponantur plures quantitates variabiles A, B, C, D, æ mutua relatione a se invicem dependeant & continuo rescant vel decrescant, & ipsarum incrementa vel decre- momentanea respective designentur literis a, b, c, d, iatio, quæ exprimit relationem, quæ est inter duas plu- um quantitatum a, b, c, d, &c. dicitur æquatio diffe- ejus æquationis, quæ exprimit relationem, quæ est inter

Act.Erud. An. 1720. M. Julii. duas pluresve quantitatum A, B, C, D, &c. & ipsæ quantitates a, b, c, d, &c. quibus eodem tempore infinite parvo augentur vel minuuntur quantitates A, B, C, D, &c. dicuntur harum differentialia. Si jam porro fingamus, alio proxime sequenti tempore infinite parvo quantitates illas A, B, C, D, &c. novis incrementis vel decrementis augeri vel minui, quæ vocentur α, β, γ, δ, &c. differentiæ $\alpha - a$, $\beta - b$, $\gamma - c$, $\delta - d$, &c. quæ intercedunt inter ista & priora augmenta vel decrementa a, b, c, d, &c. vocantur quantitatum A, B, C, D, &c. differentio-differentialia, aut differentialia secundi gradus, & æquatio, quæ exprimit relationem quam habent inter se ipsæ $\alpha - a$, $\beta - b$, $\gamma - c$, $\delta - d$, &c. dicitur æquatio differentio-differentialis aut differentialis secundi gradus, cujus respectu æquatio quæ exprimit relationem ipsarum a, b, c, d, &c. dicitur integralis; quemadmodum & hujus integralis vocatur æquatio, quæ exprimit relationem inter ipsas quantitates propositas A, B, C, D, &c. Jam autem manifestum est, unumquodque ex differentialibus his secundis $\alpha - a$, $\beta - b$, $\gamma - c$, $\delta - d$, &c. diversas denotare quantitates, & diversam ad reliqua habere relationem,
Pag. 307. prout ipsæ α, β, γ, δ, &c. plus vel minus differunt respective ab ipsis a, b, c, d, &c. aut prout ponitur æqualitas vel inter a & α, vel inter b & β, vel inter c & γ &c. Exempli gratia: Intelligamus per A, B, C, D, respective has quantitates x, xx, $ax + xx$, $\sqrt{}(aa + xx)$ & per a, b, c, d, ipsarum differentialia dx, $2xdx$, $adx + 2xdx$, $xdx : \sqrt{}(aa + xx)$; ponamus primo dx esse constantem h. e. esse æqualitatem inter a & α, erunt differentio-differentialia respective o, $2dx^2$, $2dx^2$, $aadx^2 : (aa + xx)\sqrt{}(aa + xx)$ h. e. ipsæ $\alpha - a$, $\beta - b$, $\gamma - c$, $\delta - d$, eandem inter se habebunt relationem quam habent o, 2, 2, $aa : (aa + xx)\sqrt{}(aa + xx)$; quod si vero secundo velimus ponere $2xdx$ constantem hoc est esse æqualitatem inter b & β, quantitatum A, B, C, D, differentio-differentialia erunt $-dx^2 : x$, o, $-adx^2 : x$, $-xxdx^2 : (aa + xx)\sqrt{}(aa + xx)$, h. e. ipsæ $\alpha - a$, $\beta - b$, $\gamma - c$, $\delta - d$, se habebunt ut $1 : x$, o, $a : x$, $xx : (aa - xx)\sqrt{}(aa + xx)$, longe aliter quam in præcedenti hypothesi; si autem non determinare velimus, quænam quantitatum a, b, c, d, &c. & α, β, γ, δ, &c. inter se sint æquales, i. e. si nullam differentialium constantem supponere velimus, differentio-differentialia quantitatum A, B, C, D, erunt ddx, $2dx^2 + 2xddx$, $addx + 2xddx2 + 2dx^2$, $(aaxddx + x^3ddx + aadx^2) : (aa + xx)\sqrt{}(aa + xx)$, quæ nullam certam & determinatam relationem, ut in prioribus casibus, inter se habent ob incertam rationem quam habet ddx ad dx^2. Hinc consequens est, æquationes differentio-differentiales, quæ exprimunt rela-

relationem quam habent inter se certarum quantitatum differentialia secundi gradus, pro diversa hypothesi alicujus differentialis constantis, non *æquivalentes* sed *diversas* esse, exprimunt enim diversarum quantitatum diversas relationes, adeo ut si supponamus e. g. nos pervenisse ad aliquam æquationem differentio-differentialem, quam nominemus F, ponendo hanc, vel illam, vel nullam differentialem constantem, & hujus æquationis integralem vocemus G, necesse sit, ut æquatio ista G iterum differentiata, ponendo respective hanc, vel illam, vel nullam differentialem constantem, producat eandem æquationem differentio-differentialem F; neque sufficit, si ponamus ad æquationem F perventum fuisse sine suppositione alicujus differentialis constantis, t æquatio G differentiata producat aliquam æquationem, quæ i adhibitæ alicujus differentialis constantis in æquationem F ransmutari possit; sed quemadmodum æquatio F, ad quam perventum est *sine suppositione* differentialis constantis, est æquatio *generalis*, quæ admittit omnes suppositiones differentes, & quæ *complectitur* omnes casus particulares pro diversis hypothesibus fferentialis constantis, ita quoque æquatio G differentiata exhire debet eandem æquationem generalem F, quæ accommodari ffit non uni tantum hypothesi particulari differentialis constan-, sed omnibus quas effingere possumus. Uno verbo, si æqua- G est *integralis* æquationis generalis F, sequitur vicissim, od æquatio generalis F debeat esse *differentialis* æquationis G. icumque definitionem terminorum intelliget, non minus pro *iomate* habebit hanc propositionem, quam istam: Posito quod ilus sit Pater Petri, sequitur quod Petrus sit Filius Pauli; utrobique eodem modo se habet; patet igitur quid sentiende responsione Fagnani ad primam meam objectionem. o ad secundam. Act.Erud. An. 1720. M. Julii. Pag. 308.

Fagnanus contendit possibile esse, ut excepto casu quando $-b$ quis perveniat ad æquationem $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2}$ $\frac{dy}{dy} + \frac{fdy}{ydx}$ sine suppositione differentialis constantis melius dere possum, quam rogando illum, ut exemplum vel som alicujus Problematis proferat, ubi ad talem æquationem ppositione differentialis constantis perveniat; si hoc præsstit, victas dabo manus. Ego dixi & etiamnum dico, hoc n posse, ideo quod in integratione prædictæ æquationis differentialis constans assumi debet, nisi fuerit $c = -b$, hoc gnum est, jam antea in inventione illius æquationis diffe-

 rentio-

Act. Erud. An. 1720. M. Julii. rentio-differentialis aliquam differentialem constantem fuisse adhibitam. Hæc duo revera *inter se servant connexionem essentialem & nodum indissolubilem*; sed cur hoc? Ideo quia in omni integratione æquationum differentialium secundi gradus non possunt plures simul quantitates differentiales, sed una tantum pro constante assumi, nempe illa, quæ in præcedenti differentiatione Pag. 309. pro constante adhibita fuit, adeo ut necesse sit, ut ille qui mihi proponit integrandam æquationem aliquam differentio-differentialem mihi dicat, quam differentialem constantem sive quam quantitatem uniformiter fluentem ipse in æquatione sua intelligat, ut ego eandem significationem differentialium in integratione retinere & paralogismum evitare possim; aut si dicat, æquationem suam nullam præsupponere differentialem constantem, necesse est ut ad eandem æquationem integralem perveniam supponendo constantem aut nullam differentialem, aut aliquam pro lubitu sive hanc sive illam. In nostro autem casu res hoc modo non succedit; quippe æquatio Fagnani, ipso fatente, si nulla sumatur differentialis constans, plane integrari non potest, neque exhibet unam eandemque æquationem integralem in omnibus quæ fieri possunt suppositionibus differentialis constantis: fieri autem posse ejusmodi suppositiones numero infinitas, quæ conducunt ad æquationes integrales toto genere ab invicem differentes, mox exemplis aliquot probabo, postquam prius ad objectionem aliquam ridiculam respondero, quam Fagnanus per modum interrogationis ita proposuit: „ Obsecro, quid absurdi contine-„ tur in ista proportione $dx^n . dy^n :: \frac{X}{y^m} . \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy}$ „ $+ \frac{fdy}{ydx}$? secundus ejus terminus homogeneus est cum primo, „ & quartus terminus est finitus sicuti tertius; quin imo idem „ quartus terminus æque est intelligibilis, ac foret si in locum „ $\frac{cddy}{dxdy}$ scriberetur $\frac{-bddy}{dxdy}$ „. Respondeo, quod quis simili modo negare posset, esse aliquid absurdi in hac proportione; *latus quadrati est ad diagonalem ut 3 ad 2*; ubi secundus terminus homogeneus est cum primo, & quartus terminus est numerus finitus sicuti tertius. Aut ut per exemplum nostro casui magis simile respondeam, rogo vicissim Fagnanum, annon sit absurdum dicere, quod sine suppositione differentialis constantis ad sequentem æquationem differentialem secundi gradus, naturam alicujus curvæ exprimentem, pervenire possimus: $y^3ddy - aayddy = aady^2$, ubi per y intelligo ordinatam curvæ alicujus,

us, & per dy & ddy ejus differentialia prima & secunda; re- Act. Erud. An 1720. M. Junii. Pag. 310.
pondere certe debet Fagnanus hoc esse impossibile, quomodo nim in ista æquatione abscissa, quam vocare volumus x, cum uis differentialibus dx & ddx, evanescere potuisset, nisi aliqua ifferentialis primi gradus constans & aliqua secundi gradus æqua-is nihilo supposita fuisset? Attamen ista æquatio in sequentem proportionem resolvitur: $y + a . a :: \frac{a}{y-a} . \frac{yddy}{dy^2}$, cujus secundus erminus est homogeneus cum primo, & quartus est finitus si-uti tertius. Dicendum igitur est, quod quemadmodum prædi-ta æquatio $y^3ddy - aayddy = aady^2$ (quæ pro varia hypothesi lifferentialis constantis variis Curvis satisfacit, in specie au-em, quando dx constans supponitur, Ellipsi vel Circulo; quando utem elementum Curvæ $\sqrt{(dx^2 + dy^2)}$ constans ponitur, Ca-enariæ vulgari aliisque Curvis mechanicis) necessario præsup-ponit differentialem constantem, ita etiam æquatio $Xdy^n : y^m$ $x^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$ præsupponat differentialem con-antem, excepto casu quando $c = -b$, non quidem ob eam tionem, quod alioquin termini proportionis $dx^n . dy^n :: \frac{X}{ym} . \frac{a}{x}$ $\frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$ forent heterogenei, sed ob aliam ra-nem, ad quam intelligendam oportet scire paulo plusquam no ille, quem Fagnanus supponit *prorsus ignarum calculi dif-ntialis*, i. e. oportet scire paulo plusquam *solum significatum rum* x, y, *earumque differentialium primi & secundi gradus*. Ut m Fagnanum penitus erroris sui convincam, demonstrabo modo & directe, propositiones has duas, *Ad æquationem* $: y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$ *perventum est sine supposi-differentialis constantis, & quantitas* c *non est* $= -$ b, esse adictorias & simul stare non posse. In hunc finem præmit-equens Lemma: *omnis æquatio differentialis secundi gradus, dx est variabilis & dy constans, transmutari potest, salva one integrali, in aliam in qua dx est constans & dy variabi-ibendo pro ddx hunc valorem $-dxddy:dy$*. Hujus theore- Pag. 311.
demonstrationem perfacilem olim cum amicis communi-aliam inveniet Fagnanus in Celeberrimi Geometræ An-ook Taylor *Method. Increm. Propos.* 3. ad quam ipsum re-mitto.

Act.Erud. An. 1720. M. Julii. mitto. His præmissis sic arguo: quia ad æquationem $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$ perventum est sine suppositione differentialis constantis, possum pro arbitrio sumere dy aut dx constantem; in prima igitur suppositione posito $ddy = o$, erit $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{fdy}{ydx}$, in posteriore autem posito $ddx = o$, erit $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$. Sed, per Lemma præmissum, æquatio prioris suppositionis, scribendo $-dxddy : dy$ pro ddx mutatur in hanc $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} - \frac{bddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$, in qua dx, constans & $ddx = o$, quæ debet congruere cum æquatione posterioris suppositionis, cum igitur in utraque omnes termini præter $\frac{cddy}{dxdy}$ & $\frac{-bddy}{dxdy}$ sint iidem, sequitur quod & hi æquales esse debeant, quapropter necessario $c = -b$; sufficienter igitur demonstratum puto, quod Fagnanus, supponendo ad æquationem sæpius citatam $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$ perveniri posse sine suppositione differentialis constantis, & casum quando $c = -b$ a theoremate suo excipiendo, supposuit duo contradictoria, quæ simul stare non possunt.

Superest ut (quod supra promisi) ostendam, innumeras in nostro casu suppositiones differentialis constantis fieri posse, quæ conducunt ad æquationes integrales toto genere & ab invicem & ab æquatione integrali a Fagnano allata differentes. Ad hoc probandum sufficit afferre aliquot exempla pro illo ipso casu particulari, quem jam in Diar. Ven. art. 5. Tom. XXIX. consideravimus,

Pag. 312. scilicet quando $X = x$, $m = 2$, & singulæ a, b, c, f, n, $= 1$; proponatur nempe integranda æquatio $xdy : yy = \frac{dx}{x} + \frac{ddx}{dx} + \frac{ddy}{dy} + \frac{dy}{y}$; dico nullam dari certam æquationis hujus integralem, sed pro innumeris quæ fieri possunt suppositionibus differentialis constantis innumeras quoque dari hujus æquationis æquationes integrales. Ex. gr. si ponamus $xxdxdy : yy$ constantem, æquatio integralis erit $y^3 : x - \frac{1}{2} yy =$ constanti; si ponamus $y^5 dxdy : xx$

con-

onstantem, æquatio integralis erit $y^{4:3}: x+y^{1:3}=$ constanti; Act. Erud. An. 1720. M. Julii.
& generalius si ponamus $x^p y^q dxdy$ constantem, ubi p & q significent numeros quoscunque, æquatio integralis evadet $x^{-1}y(q-1)$: $(1-p)+y(p+q-2)$: $(1-p):p+q-2=$ constanti. Item alio modo si ponamus $xxy^{q+r}dxdy:(by^q+y^r)$ esse constantem, ubi valores ipsarum b, q, r, sunt arbitrarii, æquatio integralis erit y^{-q}: $+x^{-1}y^{-q+1}+by^{-r}:r+bx^{-1}y^{-r+1}=$ constanti; & sic innumeræ aliæ suppositiones fieri possunt, quæ conducent ad innumeras æquationes pro curvis tam algebraicis quam mechanicis. Ex his igitur manifestum est, Fagnanum multipliciter errare; I. quando nempe putat æquationem hanc $dy:y^{m:n}=x^{t:u}dx:(\frac{n}{u}\int Xx^{nt:u}dx+K)^{1:n}$ esse solam & perfectam integralem suæ æquationis $Xdy^n:y^m dx^n=\frac{a}{x}+\frac{bddx}{dx^2}+\frac{cddy}{dxdy}+\frac{fdy}{ydx}$; tum II. quando pag. 72 asserit, *che per giungere alla perfetta integrazione dee prendersi questa constante* $x^{c-a}y^{mn:n}fdx^{n-b}dy^{-c-n}$, in quo sibi ipsi contradicit, nam in art. XI. Tom. XXVII. dixit, & recte quidem, licitum esse ponere constantem quam libuerit; tum III. quando asserit in fin. pag. 77, assumtionem differentialis constantis in nostro casu non determinare essentiam Curvæ quæsitæ; nonne debebat ipse (ut ejus verbis utar) *riflettere, che l' influsso della costante assunta è valevole a produrre varj fenomeni nel mondo intelligibile*

In una parte più, e meno altrove.

Nisi tæderet me in re tam facili & a Tyronibus vix ignorata diutius versari, alia quædam circa objectiones reliquas Fagnani ponere possem, sed qui quæ hucusque dicta sunt recte perpenderit, & illas falsas nulliusque momenti esse facile sibi persuadebit. Unicum tantum adhuc adnotabo, nempe ipsum errare, quando quasi triumphans defensionem suam ita finit: „ *Mi dò à credere, che questa risposta sia per appagare i lettori; ma se per avventura alcuno di essi la riputasse invalida, sappia, che resta sempre illesa l' interna sostanza della mia invenzione; poichè dal mio combattuto teorema nasce immediatamente questo corollario incontrastabile, che*: L'integrale dell' equazione (1) $Xdy^n:y^m=\frac{a}{x}+\frac{bddx}{dx^2}+\frac{cddy}{dxdy}+\frac{fdy}{ydx}$ e l'equazione (4) $dy:y^{m:n}=x^{t:u}(\frac{n}{u}\int Xx^{nt:u}dx+K)^{1:n}$, supposto, che prima di giunge- Pag. 313.

„re

„ re all'equazione (1) siasi presa per costante la quantità differentiale (3) $x^{t-a} y^{mu:n} = f dx^{u-b} dy^{-c-u}$. *Io vorrei sempre ingannarmi, se mi fosse concesso dedurre da' miei errori simili verità* „. Hæc propositio non nascitur tanquam corollarium ex theoremate Fagnani, sed vice versa Fagnanus ex ista propositione theorema suum deduxit, id est, *ex propositione particulari per inductionem erroneam deduxit conclusionem generalem*, quemadmodum cuilibet apparere potest ex demonstratione, quam theoremati suo annexuit dict. art. XI. Tom. XXVII. Quia vero optat semper falli, si sibi concessum esset deducere ex erroribus suis similes veritates, finiam istam responsionem ostendendo ipsi modum, quo se centies per diem voti sui compotem reddere possit. Sumat nempe æquationem differentialem quamcumque (A) pro curva algebraica vel mechanica, eamque denuo differentiet, ut habeat æquationem differentio-differentialem (B); deinde assumat pro constante quamcumque quantitatem differentialem (C), cujus differentialem (D) ponat $= 0$, hujus quantitatis (D) multiplum vel submultiplum quodcumque addat alterutri membro æquationis (B), ut inde proveniat nova æquatio (E). Quibus factis ad modum art. XI. Tom. XXVII. formare poterit novum theorema dicendo: *Æquationis* (E) *ad quam suppono perventum fuisse sine suppositione differentialis constantis, integralis est æquatio* (A).



JOAN-

Act. Erud. An. 1720. M. Sept. Pag. 392.

OANNIS OLIVÆ, RHODIGINI,

In Marmor Isiacum Romæ nuper effossum

Exercitationes ad Reverendissimum P. Magistrum F. ANTONIUM CLOCHE,

Totius Dominicanæ Familiæ Generalem.

omæ, apud Jo. Mariam Salvioni, Typogr. Vatic. in Archigymnasio Sapientiæ, 1719, 8. *Pl.* 8 & *Tab. æn.* 1.

CUM anno proxime elapso Dominicani in Cœnobio Miner- vitano Romæ ingentia Bibliothecæ celeberrimæ Casanaten- s spatia magis amplificanda esse constituissent, dirutisque ea causa nonnullis prope Cœnobium ædificiis fossores funda- entorum jaciendorum gratia terram altius molirentur, effos- m est Marmor Isidi sacrum, quod singula quatuor latera ele- ntissime figuris distincta præ se ferebat. Cum vero tum situs i, unde erutum fuit, tum signa, quibus nobilitatur, antiqui- i quandam veluti lucem afferre viderentur, Joannes Oliva, arissimus Vir, qui hoc eodem anno Acelo Romam illam ur- m dominam concessit, sibi persuaderi passus est a doctissimis liothecæ Casanatensis Præfectis M. Joanne Benedicto Joanel- , Veneto, & M. Thoma Maria Minorellio, Patavino, ut n sententiam, quam in Bibliotheca dixerat de marmore, ube- & scripto quidem explicaret. Fecit id in his exercitationi- egregie & docte & insigni etiam sermonis cultu adhibito, um summam dedisse, nec inutile erit, nec injucundum. C. I. Tab.III. Fig. 1. 2. 3. 4.

s & Osiris, decantatissima Ægyptiorum numina, divinos res egregiis in genus humanum meritis frugum inventio- egum latione, sacrorum variorum institutione apud Nili s antiquissimo tempore meruerunt. Qua ætate ista super- in urbem populumque Romanum irrepserit, non satis li- hoc certum est, ambigua illius fuisse fata, sæpiusque ur- ctam: A. U. C. 701 Senatus Isidis fana privatim extructa iri jussit, mox A. V, C. 708 Isiaca delubra Aruspicum de medio sublata sunt. Triumviri Isidi Serapidique tem- crevere. Augustus tamen & Agrippa urbe illis interdixit, ne an odio incertum. Tiberius ob facinus in Paulina no- C. 2. Pag. 393.

 bilis-

Act. Erud. An. 1720. M. Sept. bilissima matrona commissum, quod Flavius Josephus refer templum funditus evertit, Isidisque simulacrum in Tiberim
Antiqu. Judaic. l. 18. c. 4. jici jussit. Sub Tito horum numinum fana conflagrarunt: nec adversa omnia pertinax superaret superstitio, Commodi primis ætate, quem Isiaca sacra coluisse, Lampridius testatu
C. 3. Fuit Iseum Romæ non districtus longe lateque exporrectus c ca templum Isidis, ut invitis veteribus omnibus sibi perpera persuasit Ath. Kircherus, merito hic loci a doctissimo Oliva co futatus, sed ipsissimum Isidis templum in Regione nona, cui circo Flaminio dicitur partum nomen, situm, in qua & Villa publicam, Septa, Serapeum, Bellonæ templum, Minervium R fus ac Victor collocarunt. Hæc vicina fuisse variis antiquoru locis probat Noster, indeque colligit, aut eo loco, quo Iseu olim stetit, aut certe parum remoto, marmor esse effossum; m xime cum & Donatus narret, Osiridis statuam atque Ægyptiac multa alia signa, Patribus item Dominicanis in Minervitano Co
C. 4. nobio ædificantibus, fuisse reperta. His expeditis, an Marmo Ara sit votiva, an Basis quædam, disputatur; non prius, quo in marmore voti nulla sit mentio facta, cum tamen verba in ta libus Aris imprimerentur, ut, a quo positæ, & qua de causa omnibus possit esse conspicuum: non posterius, quod in superio re parte ornamenta habeat, quibus carere solent bases & vetere & recentiores, ipse lapis ferme in Piramidem assurgat, nec, lynceis oculis eundem intuearis, ullum excisi aut deturbati simu lacri vestigium præ se ferat. Est itaque ex sententia nostri Lapi
C. 5. votivus Isidi consecratus. Sed quæ voti causa? an quod quisnam fragii periculum vitavisset? præfuit enim navigationi Isis. Imm potius ab aliquo positus, qui pristinæ incolumitati est redditus.
Pag. 394 Nam Deam fuisse salutarem vel unus ille Tibulli locus satis lo
l. 1. Eleg. 3. quitur:

Nunc, Dea, nunc succurre mihi, nam posse mederi
Picta docet templis multa tabella tuis.

Et Blasius Cariophylus V. Cl. cui sua legenda dederat Noster docuit Isidis Etymon, quo a *curando* dicta videtur. Arabes enim quorum linguæ affinis Ægyptia, אשא, *Asa*, curam dicunt; und
C. 6. אשיון, *asion*, Medicus, אשון *asavon*, medicamentum. Sed ad
Tab. III. ipsa marmoris latera properandum est. In primo videas vas L
Fig. 1. na & spicis insculptum, e cujus operculo serpens in gyros educt attollitur, impositis his literis: ... IDI SACR... Hæc citra om nem controversiam ita supplendæ sunt: ISIDI SACRUM. Ne que in serpente quicquam est obscuri: divinitatem iisdem tri
C. 7. buerunt Veteres, & Isis Ceres est. Neque tamen vas illud e

Ce-

cerata cista mystica. Dissimili plane specie eandem exhibent Acta Erud. An. 1720. M. Sept.
guinus & Patinus in Nummis. Est omnino urna, quam A-
pulejus Libro XI. Metamorphoseos una cum reliqua pompa Isia-
describit. *Gerebat*, inquit, *alius felici suo gremio summi nu-*
inis venerandam effigiem, non pecoris, non avis, non feræ, ac
hominis quidem ipsius consimilem, sed solerti repertu, etiam ip-
novitate venerandam, altioris utcumque & magno silentio tegen-
religionis argumentum ineffabile, sed & ad istum plane modum
gente auro figurata. Urnula faberrime cavata fundo quam ro-
ndo, miris extrinsecus simulacris Ægyptiorum effigiata. Ejus ori-
ium non altiuscule levatum, in canalem porrectum longo rivulo
rominebat. Ex alia vero parte multum recedens spatiosa dilatione
dhærebat ansa, quam contorto nodulo supersedebat aspis squamea
rvicis striato tumore sublimis. Illa itaque urnula ipsa Isis est, C. 8.
enim verba Apulei volunt: culta sub hac imagine nec pe-
oris, nec avis, nec feræ, ne quidem hominis, eodem modo,
uo Solem Phœnices sub lapidis nigri simulacro, Pœones sub
evi disco longo ligno opposito coluerunt, Arabes Lapidem
etragonum pro Deo sumserunt, Idæa Mater Pessinuntia Ro-
am deducenda lapis fuit. Luna Isis est, est & Ceres, ut jam
ctum: unde Lunam cum spicis in vase sculptam facile in- C. 9.
rpretaberis. Caput in summo lapide a læva parte conspicien- Pag. 395.
m, Osiridis habetur, avem, quæ juxta spectatur, upupam C. 10.
dit Noster, vel accipitrem. In secundo latere est Anubis ca- C. 11.
e canino palmam & situlam sinistram gerens. Nec difficilio- Fig. 2.
sunt, quæ in tertio latere videntur, discus, dolabra, & ca-
instrumenta in sacrificiis adhiberi solita. Superest in ultimo Fig. 3.
re Harpocrates sane perelegans, Isidis & Osiridis filius, silen- C. 12.
Deus, lævo brachio copiæ cornu sustinens. Foramen in capi- Fig. 4.
dicat, Lotum Ægyptiacam inibi fuisse collocatam, quæ Soli
dicitur. In ipso copiæ cornu Persicæ arboris folium bel-
e attollitur, linguæ persimile, Harpocrati vero sacrum, ut
Cupero jam observatum est.

Act. Erud. An. 1720. M. Sept. bilissima matrona commissum, quod Flavius Josephus refert,
templum funditus evertit, Isidisque simulacrum in Tiberim in-
Antiqu. jici jussit. Sub Tito horum numinum fana conflagrarunt: do-
Judaic. nec adversa omnia pertinax superaret superstitio, Commodi in-
l. 18. c. 4. primis ætate, quem Isiaca sacra coluisse, Lampridius testatur.
C. 3. Fuit Iseum Romæ non districtus longe lateque exporrectus cir-
ca templum Isidis, ut invitis veteribus omnibus sibi perperam
persuasit Ath. Kircherus, merito hic loci a doctissimo Oliva con-
futatus, sed ipsissimum Isidis templum in Regione nona, cui a
circo Flaminio dicitur partum nomen, situm, in qua & Villam
publicam, Septa, Serapeum, Bellonæ templum, Minervium Ru-
fus ac Victor collocarunt. Hæc vicina fuisse variis antiquorum
locis probat Noster, indeque colligit, aut eo loco, quo Iseum
olim stetit, aut certe parum remoto, marmor esse effossum; ma-
xime cum & Donatus narret, Osiridis statuam atque Ægyptiaca
multa alia signa, Patribus item Dominicanis in Minervitano Cœ-
C. 4. nobio ædificantibus, fuisse reperta. His expeditis, an Marmor
Ara sit votiva, an Basis quædam, disputatur; non prius, quod
in marmore voti nulla sit mentio facta, cum tamen verba in ta-
libus Aris imprimerentur, ut, a quo positæ, & qua de causa,
omnibus possit esse conspicuum: non posterius, quod in superio-
re parte ornamenta habeat, quibus carere solent bases & veteres
& recentiores, ipse lapis ferme in Piramidem assurgat, nec, si
lynceis oculis eundem intuearis, ullum excisi aut deturbati simu-
lacri vestigium præ se ferat. Est itaque ex sententia nostri Lapis
C. 5. votivus Isidi consecratus. Sed quæ voti causa? an quod quisnam
fragii periculum vitavisset? præfuit enim navigationi Isis. Immo
potius ab aliquo positus, qui pristinæ incolumitati est redditus.
Pag. 394 Nam Deam fuisse salutarem vel unus ille Tibulli locus satis lo-
l. 1. Eleg. quitur:
3.

Nunc, Dea, nunc succurre mihi, nam posse mederi
Picta docet templis multa tabella tuis.

Et Blasius Cariophylus V. Cl. cui sua legenda dederat Noster,
docuit Isidis Etymon, quo a *curando* dicta videtur. Arabes enim,
quorum linguæ affinis Ægyptia, אשא, *Asa*, curam dicunt; unde
C. 6. אשיון, *asion*, Medicus, אשון *asavon*, medicamentum. Sed ad
Tab. III. ipsa marmoris latera properandum est. In primo videas vas Lu-
Fig. 1. na & spicis insculptum, e cujus operculo serpens in gyros educta
attollitur, impositis his literis: ... IDI SACR... Hæc citra om-
nem controversiam ita supplendæ sunt: ISIDI SACRUM. Ne-
que in serpente quicquam est obscuri: divinitatem iisdem tri-
C. 7. buerunt Veteres, & Isis Ceres est. Neque tamen vas illud est

Ce-

...ereta cista mystica. Dissimili plane specie eandem exhibent | Act. Erud. An. 1720. M. Sept.
...eguinus & Patinus in Nummis. Est omnino urna, quam A-
...puleius Libro XI. Metamorphoseos una cum reliqua pompa Isia-
...s describit. *Gerebat*, inquit, *alius felici suo gremio summi nu-*
...minis venerandam effigiem, non pecoris, non avis, non feræ, ac
... hominis quidem ipsius consimilem, sed solerti repertu, etiam ip-
... novitate venerandam, altioris utcumque & magno silentio tegen-
...e religionis argumentum ineffabile, sed ad istum plane modum
...lgente auro figurata. Urnula faberrime cavata fundo quam ro-
...undo, miris extrinsecus simulacris Ægyptiorum effigiata. Ejus ori-
...cium non altiusculo levatum, in canalem porrectum longo rivulo
...prominebat. Ex alia vero parte multum recedens spatiosa dilatione
...adhærebat ansa, quam contorto nodulo supersedebat aspis squamea
...cervicis striato tumore sublimis. Illa itaque urnula ipsa Isis est, | C. 8.
... enim verba Apuleii volunt: culta sub hac imagine nec pe-
...oris, nec avis, nec feræ, ne quidem hominis, eodem modo,
...uo Solem Phœnices sub lapidis nigri simulacro, Pœones sub
...evi disco longo ligno opposito coluerunt, Arabes Lapidem
...etragonum pro Deo sumserunt, Idæa Mater Pessinuntia Ro-
...m deducenda lapis fuit. Luna Isis est, est & Ceres, ut jam
...tum: unde Lunam cum spicis in vase sculptam facile in- | C. 9.
...vestigaberis. Caput in summo lapide a læva parte conspicien- | Pag. 395.
...s, Osiridis habetur, avem, quæ juxta spectatur, upupam | C. 10.
...lit Noster, vel accipitrem. In secundo latere est Anubis ca- | C. 11.
... canino palmam & situlam sinistram gerens. Nec difficilio- | Fig. 2.
...sunt, quæ in tertio latere videntur, discus, dolabra, & ca-
... instrumenta in sacrificiis adhiberi solita. Superest in ultimo | Fig. 3.
...re Harpocrates sane perelegans, Isidis & Osiridis filius, silen- | C. 12.
...Deus, lævo brachio copiæ cornu sustinens. Foramen in capi- | Fig. 4.
...dicat, Lotum Ægyptiacam inibi fuisse collocatam, quæ Soli
... dicitur. In ipso copiæ cornu Persicæ arboris folium bel-
...e attollitur, linguæ persimile, Harpocrati vero sacrum, ut
... Cupero jam observatum est.

Act. Erud. An. 1720. M. Sept.

IN IDEM ILLUD MARMOR ISIACUM

GEORGII CHRISTIANI GEBAUERI,

Uratislaviensis, Exercitatio.

Dicta sunt sat multa de Celeberrimi Olivæ libello, quo Marmor suum exposuit tam docte, tam copiose, tam denique eleganter atque ornate, ut suæ & doctrinæ famam & eloquentiæ laudem, qua inter suos maxime celebratur, hoc uno libello egregie constabiliverit. Solent autem esse in rebus adeo obscuris variæ variorum sententiæ; quo omnino factum est, ut nonnulla dum istum lapidem recens refossum, harum literarum dulcedine captus, intentus meditor, mihi in mentem venerint, partim a doctissimo Interprete neglecta, partim ab ejus sententia aliena. Attexam ea lubens, quod existimo, humanissimum Virum probaturum esse dissensionem de suis, qualem ipse de Kircherianis nonnullis & Baudelotianis ingenue professus est.

Prima quæstio est, quid sibi velit illud marmor, quo nomine appelletur? Cel. Oliva noster confutatis iis, qui Aram Votivam, aut Basin dicere poterant, pro Lapide votivo habet; sed meminisse debuerat doctissimus Vir, idem telum, quod contra eos, qui Aram votivam putabunt, fortiter intorques, propriam ferire sententiam: si nempe ex voto consecratum esset, nos illud in ipso lapide, literis omnino signato, apertissimis verbis lecturos. Ut breviter dicam, quid sentiam, Aram credo, non votivam, cum titulus tale quid non indicet, sed aliam vel publicam vel privatam, sacrificiorum causa positam. Moveor, & in hanc sententiam veluti propellor externa forma, quæ in omnibus aram accuratissime refert. Neque enim quemquam illa in summitate ornamenta offendent; similia sane ararum decora & supremi margines in Idææ Matris sacrificio a Bellorio ex ædibus Vitellefchianis edito, in Martis sacris ex Arcu Constantini depromtis, in elegantissimo illo Taurobolio Lugdunensi alibique passim deprehenduntur: neque quemquam tam superstitiosum credam, ut pyramidali marmoris specie se commoveri patiatur; si tamen sit, ad aram eadem forma in Minervæ sacrificio ex Cimeliarchio Justiniano edito exhibitam abire jubeo. Sed & illis instrumentis ad sacrificia & libationes adhiberi solitis moveor, Dolabra, Disco, Calice, quæ latus aræ po-

Pag. 396.

Act. Erud. An. 1720. M. Sept.

im ornant. Moveor denique literis deletis, cum dubium non modo unam in fine periisse, duas illius magnitudinis, qua reliquæ, spatium illud non admittere. Illa, quæ excidit, alia esse potest quam A, & verba legenda sunt integra in hunc modum: ISIDI SACRA, nempe Ara, quod res erat.

Nunc ad locum Apuleii deveniendum est, nostræ scriptionis ..ut, qui libro XI. Metamorphoseos exstat, & talis est: *Gerebat alius* (in pompa nempe Isiaca, in qua, Deæ monitu, ..minis figuram se recuperasse fingit lepidissimus Afer) *felici gremio summi sui numinis venerandam effigiem, non pecoris, non ..s, non feræ, ac ne hominis quidem ipsius consimilem: sed solerti ..itu, etiam ipsa novitate reverendam, altioris utcumque & magno ..ntio tegendæ religionis argumentum ineffabile: sed & ad istum pla.. modum, fulgente auro figurata urnula faberrime cavata, fundo quam ..undo, miris extrinsecus simulacris Ægyptiorum effigiata, ejus orifi.. ..m non altiuscule levatum, in canalem porrectum, longo rivulo pro.. ..nebat. Ex alia vero parte multum recedens spatiosa dilatione, ad.. ..ebat ansa: quam contorto nodulo supersedebat aspis squamea cervicis ..ato tumore sublimis.* Non videtur esse prætereunda varia le.. Pag. 397. .., qua hic locus laborat in verbis: *tegendæ religionis argu..tum ineffabile: sed & ad istum plane modum, fulgente auro fi..ta urnula faberrime cavata* κ. τ. λ. Ita, ut dedimus locum, ..nt Jo. Pricæus, & Julianus Floridus, qui Apulejum in usum ..phini edidit, sed sensu, ut mihi videtur, nullo; quid enim distinguendo sibi volunt hæ voces: *Sed & ad istum plane mo..* . Oliva noster, qui hoc probe intellexit, post vocem *figu..* fecit punctum, & ita sequentia: *Urnula faberrime cavata*; ..e periodi caput esse voluit, & eatenus recte. Sed qui priora ..rent? *Gerebat effigiem novitate reverendam, religionis argu..m ineffabile, sed & ad istum plane modum fulgente auro figu..* Petrus Colvius pro *figurata* habet *figuratum*, planissimo .., an ex codicis cujusdam autoritate, ego quidem ignoro: ..asissimus sum, Apulejum scripsisse *figuratam*. *Gerebat effi.. novitate reverendam,* (*altioris utcumque & magno silentio ..e religionis argumentum ineffabile*) *sed &*, quod Apulejo vi.., equidem, aut simile quid, valet, *ad istum plane modum, ..* descripturus erat, *fulgente auro figuratam*. Ab imperitis ..is *M.* in fine vocis deletum est, quod ad proxime sequen.. *Urnula* illud: *figuratam* pertinere crederent; ad proxime ..præcedens aliquod nomen substantivum, quod ipsorum sen..erat vox: *Argumentum*, multo minus pertinere, satis se ..ere putabant.

..c ipsam rem aggredior, ubi duo veniunt separanda: alterum

 terum est; an Urnula ab Apulejo descripta sit per omnia ferme similis Vasi in marmore Isiaco expresso? alterum an Apuleii locus omnino faciat ad illustrationem marmoris? Prius affirmat Clarissimus Oliva his verbis: *In Vase nostro sunt ferme omnia similia. Deest ansa, in qua contorto nodulo aspis insideat. Sunt tamen externa Ægyptiaca expressa signa, spica videlicet ac Luna, & vas ansæ loco, pyramidis instar non altiuscule, ut ait Apulejus, sed perquam alte levatum operculum habet, unde aspis illa bellissime attollatur.* Hæc Oliva. Deest itaque Vasi in marmore ansa, fatente Nostro, sed & plura desunt. Non videtur illud Vas fabernime cavatum fundo quam rotundo nec extrinsecus mira Ægyptiorum simulacra agnosco. Conferat, qui volet, Vas Isiacum, quod ex Thesauro Brandenburgico protulit in lucem Laur. Begerus, Mensam Isiacam, aliasque ejus superstitionis Tabulas, & facile miras Ægyptiorum figuras intelliget. Superfedet Vasi Aspis in spiralem lineam contorta & squameæ cervicis striato tumore sublimis; sed in nodulum collecta non est. Et quid de eo habendum, quod doctissimus Vir verba Apuleii: *non altiuscule levatum*, interpretatur, *perquam alte levatum*. Incidi in splendidissimo Antiquitatis explicatæ opere Montfauconiano in Pompam Isiacam, cui mea sententia magis cum Apulejo convenit. Celeberrimus Vir eam ex Admirandis Antiquitatum Romanarum suo Operi intulit, nos uberius, & alicubi forte rectius interpretabimur. *Prior figura Mulieris*, inquit Montfauconius, *omnes Isidis notas præ se fert*, situlam dextra, anguem sinistra, in capite lotum, *unde fortasse arguatur, sacerdotes mulieres in ceremoniis suis Isidis formam mutuatas esse*. Quid ni? cum Apulejus in suæ pompæ descriptione ascititio ejusmodi ornatu usos comites indicet, eaque magnæ pompæ anteludia appellet. *Hic*, inquit, *incinctus balteo militem gerebat, illum succinctum chlamyde copides & venabula venatorem fecerant: alius soccis obauratis, indutus serica veste, mundoque pretioso, & adtextis crinibus incessu perfluo fœminam mentiebatur. Porro alium ocreis, scuto, galea, ferroque insignem, e ludo putares gladiatorio procedere. Nec ille deerat, qui magistratum fascibus purpuraque luderet; nec qui pallio baculoque & baxeis & hircino barbitio philosophum fingeret, nec qui diversis harundinibus alter aucupem cum visco, alter piscatorem cum hamo induceret. Vidi & ursam mansuem, quæ cultu matronali sella vehebatur: & simiam pileo textili crocotisque phrygiis, catamiti pastoris specie, aureum gestantem poculum, & Asinum pinnis adglutinatis adambulantem cuidam seni debili: ut illum quidem Bellerofontem, hunc autem diceres Pegasum.* Hæc Apulejus. Dicas itaque hanc etiam Isidem, &, qui sequitur, Mercurium, Pompæ hujus anteambulones, sacerdotes nempe in communi lætitia,

Margin notes: Pag. 398. — To. III. p. 186. — To. II. pag. 2. Tab. III. Fig. 5. 6. 7. 8.

, & secundum illius dici ritum, numina mentitos,
n cum Montfauconio dicere mulieres non est opus.
ves, Isidem dextra gerere vasculum Ægyptium, situla
in nostro marmore læva fert Anubis. Qui sequitur,
s est, Sacerdos nempe Isiacus, illius Dei schemate
jus enim numinis varia in Isidem & ejus filium Oru
morat Plutarchus, illi, corona ab Oro detracta,
onem Osiridis necati reum e vinculis dimisisset, ex
eam imposuisse, huic in judicio, in quo de legitimis
ceptabatur, auxilio fuisse dicitur. *Tertia imago Vir*
ontfauconius, *qui princeps haud dubie in hac cerimonia*
, *& Sacerdos præcipuus, capite est abraso, tegiturq*
o, quod in brachia, & ad dimidias tibias defluit, cal
tiaca papyro, ex qua planta soleas paratas fuisse Apule
. Ipsam etiam manum obtegit velo, & nil præter vult
, cum reliquæ figuræ nudis pedibus manibusque sint.
ia gestat amphoram magnam aqua plenam: similiter gestab
ræ in pompis Osiridis, inquit Plutarcus in Iside, quib
atur, aquas Nili fertilitatem indere regioni. Ita fere
ius. Magnum illud velum, quo tegitur sacerdos, li
us rei pariter atque rasi capitis, & sectorum unguium
nam tradit Plutarcus: Η δὲ ἀληθὴς αἰτία μία πά
αρῦ γὰρ (ἥ φησιν ὁ Πλάτων) ὐ θεμιτὸν ἅπτεσθαι μὴ
ίας ωμα δὲ τροφῆς ϗ σκύβαλον ὐδὲν ἁγνὸν ὐδὲ καθαρὸ
εριττωμάτων ἔρια, ϗ λάχναι ϗ τρίχες ϗ ὄνυχες ἀνα
ςάνυσι. κ. τ. λ. Calcei sunt striati, an ex papyro,
quam, in Apulejo nihil tale reperire potui. Deniq
a, pace Viri celeberrimi, dicam, mihi admodum
i, ipsam esse Isidis effigiem, sane ad Apuleii urn
accedit. Est profecto *faberrime cavata, fundo quan*
um ejus, ita enim appellanda est superior pars, qu
angustum coit, *non altiuscule levatum*. Illud or
ore parte (superius enim operculo quodam claus
egendæ religionis argumentum ineffabile) *in can*
& *in rivulum quendam prominet*, qui in Tabula
test, & quem in Apuleii urnula adhuc longiore
ihil vetat; ad eam forte formam, qua apparet in u
randeburgici, quam inde Isidis simulacrum pr
gacitate dixit Begerus, *Ex alia vero parte*, post
versa priori, *ansa adhæret spatiosa dilatione reced*
tur & mira illa Ægyptiorum simulacra absunt, in
s, aut sculptoris in curia. Neque eandem pr

Act.Erud. An. 1720. M. Sept.

amphoram cum urnula Apuleii, sed persimilem. Plutarchi l cus a Montfauconio tactus ad Osiridem pertinet, & ejus por pam. Οὐ μόνον δὲ, inquit Chæronensis, τὸν Νεῖλον, ἀλλὰ π ὑγρὸν ἁπλῶν Οσίριδος ἀπορροὴν καλοῦσι, καὶ τῶν ἱερῶν ἀεὶ προπο πεύει τὸ ὑδρεῖον ἐπὶ τιμῇ τοῦ θεοῦ. Hæc Isidis pompa est, & V illud non προπομπεύει; πομπεύει, ipsa pompa est. Sane Va aqua, non Nilotica, quod credit Montfauconius, sed quavis al pleno, in Osiridis pompis prægeri solito, augustius quid, & Dea Sacerdos omnino præcipuus tanta cura, tam religioso ornatu numinibus etiam præeuntibus, gestare videtur. Quarta Figur Isiaca fœmina est læva sistrum quatiens, dextra simpulum, au Begeri sententia haustrum tenens.

T. III. p. 456. Jam ad alterum veniemus, an omnino ad marmoris illustratio nem faciat Apuleii locus? Non admodum repugnaverim in ec doctissimi Olivæ sententiæ, conjecturis etiam nonnullis pro eo militantibus. Latus illud marmoris, in quo Vas conspicitur, esse omnium præcipuum, ornamenta in summitate insignia & inscriptio addita satis loquuntur. Isidi sacra est ara, nec tamen ulla ejus effigies: proxima duo latera custodes satellitesque Deos, Anubin, Osiridis & Nephthyos filium, Isidis alumnum, & Harpocratem, Isidis & Osiridis necati filium, exhibent. Hos additos & Isidem ipsam omissam putem? Minime vero. Sed adjiciendum est, qualem conjecturam Luna illa cum spicis mihi suggesserit. Apud Plutarcum legere est: *XIX. mensis Athyr sacerdotes Ægyptios sacram cistam & in ea auream arculam noctu detulisse ad mare, infusaque arculæ aqua potui apta magna voce clamasse: Osiridem esse inventum: mox tellure frugifera aromatibus etiam & suffimentis aquæ illi admixtis subactisque effinxisse* μηνοειδὲς ἀγαλμάτιον, Pag. 401. *imagunculam luniformem, significaturos, se terræ & aquæ naturam hos Deos credere*. Osiris, humidum est, aqua enim arculæ infusa Osiridem invenisse sibi videbantur sacerdotes: Tellus illa aqua imprægnata, Isis frugifera. Μηνοειδὲς est ἀγαλμάτιον; Luna enim & humida, & ipsa Isis, alia interpretandi ratione. Spicæ fœcunditatem ex Osiridis & Isidis connubio oriundam denotant. An itaque illud Vas in marmore forte est ipsum illud κιβώτιον, Luniformis icunculæ capsa, Isidis veneranda effigies, tegendæ religionis argumentum ineffabile, Is istis tamen signis adumbrata quodammodo, & sacris ejusmodi initiato facile agnoscibilis. Fatebuntur forte nonnulli, parum a verisimilitudine hæc abesse.

Nunc coronidem subjungam, spontaneam conjecturam in verbis Apuleii supra allatis: *Vidi simiam pileo textili, crocotisque*

phry-

giis, catamiti pastoris specie, aureum gestantem poculum. Hæ- Act.Erud. An.1720. M. Sept.
fateor, dum legi, simiam crocotis phrygiis ornatam pastoris
tiem dedisse; non solent pastores esse catamiti; & quid de-
ic aureum poculum in manu pastoris significat? Ita tamen
nt Libri, quos inspexi, omnes, iidemque meliores, Colvii,
enhorstii, Pricæi, Floridi, non tamen dubito τὸ *poculum* mu-
um esse in *pomulum*, hoc sensu: Simiam crocotis phrygiis
tam, & pomulum aureum gestantem retulisse Phrygium Pa-
em, mollem & amasium, litem de pulcritudine inter Deos
sententia diremturum. Intactus mansit hic locus, quod de
nymede Jovis pocillatore acciperetur, uti eum interpretatus
Julianus Floridus. Sed ego Virgilio potius crediderim, qui
nymedem non pastorem facit, sed venatorem, V Æneid. v.252.

> Intextusque puer *frondosa regius Ida,*
> *Veloces jaculo cervos cursuque fatigat,*
> *Acer, anhelanti similis, quem præpes ab Ida*
> *Sublimem pedibus rapuit Jovis armiger uncis.*

is decantatus nimis est, quam ut alium sub Phrygii Pastoris
nine intelligas, & illi Isiaci homines in pompa sua, si Gany-
em voluissent, addidissent ridiculam quandam Aquilam ridi-
Ganymedi, uti seni debili Bellerophonti junxisse ineptum
sum, asinum primis adglutinatis, ibidem legimus.

B. BULFFINGERI COMMENTATIO

M.Octob. Pag. 467.

In Theoremata quædam Bernoulliana,

Exhibita in Actis A. 1719. Mens. Jun. p. 615.

E Vir vere Maximus & promovendæ Geometriæ sublimio-
natus, Jo. Bernoulli, Theoremata Analytica in his Actis Pag. 468.
Jun. superioris Anni cum orbe literato communicavit, il-
ium non est, quin vehementer placeant intelligentibus.
aque in mentem experiri, quid in iisdem demonstrandis
eat proficere, atque istas meditationes breviter hic ex-

tio. Per q & l intelliguntur Numeri qualescumque, inte-
cti, affirmativi, negativi, rationales. Per k, n & p in-

Act. Erud. An. 1720. M. Octob.

tegri affirmativi, ita tamen ut p & n possint esse $=0$. Per q integer affirmativus vel negativus. Per λ dignitas binarii quæque. Per e & f quantitates constantes.

Theorema I. $\int dx : (e+fx^q)^{k+1:q}$ est absolute seu Algebraice quadrabilis.

Demonstratio. Assumatur $x=(\frac{y-f}{e})^{-1:q}$ erit $\int dx : (e+fx^q)^{k+1:q} = \int -\frac{1}{eq}\left(\frac{y-f}{e}\right)^{k-1} y^{-k-1:q}dy$. Jam si q est affirmativus quicumque, vel integer negativus unitate major, singuli termini hujus formulæ evoluti erunt simpliciter summabiles: sin q sit fractio negativa, vel unitas negativa, ita ut $k-\frac{1}{q}$ fiat integer affirmativus (adeoque necessario minor quam k) formula hæc evoluta continebit Logarithmum; quem si devitare liceret, quadratura Hyperbolæ absoluta foret in potestate.

Theorema II. Generalius: $\int x^{pq}dx : (e+fx^q)^{k+p+1:q}$ est algebraice quadrabilis.

Demonstratio. Si feceris $x=(\frac{y-f}{e})^{-1:q}$ habebis $\int -\frac{1}{eq}(\frac{y-f}{e})^{k-1}y^{-k-p-1:q}dy$. De qua formula evoluta eadem valent, quæ de prima diximus, si hic $k+p+\frac{1}{q}$ fuerit integer affirmativus $=$ vel $<k$.

Theorema III. $\int x^{kq-1}dx : (e+fx^q)^{k-1:q}$ est absolute quadrabilis.

Demonstratio. Fiat $x^q=\frac{v-e}{f}$, & habebitur nova formula prio-

Pag. 469. ri æquipollens, & $=\int\frac{1}{qf}(\frac{v-e}{f})^{k-1}v^{-k+1:q}dv$, quæ evoluta Logarithmum includet, quando q est fractio affirmativa, vel unitas positiva, & $k-\frac{1}{q}$ integer affirmativus: sine Logarithmo autem integrabitur, si q fuerit negativus quicumque, vel integer affirmativus unitate major.

Theorema IV. *Generalius*: $\int x^{kq-1}dx : (e+fx^q)^{k+p-1:q}$ est algebraice quadrabilis.

Demonstratio. Sit denuo $\frac{v-e}{f}=x^q$, erit hæc formula $=\int\frac{1}{q}(\frac{v-e}{f})^{k-1}v^{-k-p+1:q}dv$, similis priori, &c, si hic $k+p-\frac{1}{q}$ fue-

rit

affirmativus integer = vel < k, Log

Theorema V. $\int x^{pq}dx:(e+fx^q)^n$ dependet

$:(e+fx^q)$.

Demonstratio. Equidem hujus Theorem

æsivi aliquando ex formula $\int\frac{rdx}{q}$, positi

constantibus atque x utcumque compo

cuit idem, qui cetera pœne omnia, Jo.

1703. Menf. Januar. Communicatis aute

tionibus cum Viro maximo, ille qua est h

lari, & defectum illius applicationis ape

epotis, Nicol. (sit etiam hic pro encomi

ethodum, sequenti schediasmate expositam

matis mei simillimam, transmisit. Cujus

eoremate imitatio sequentem, tanquam

m exclusit. Est vero $\int x^{pq}dx:(e+fx^q)^n =$

$+fx^q)^{n-1} - \frac{1}{(n-1)fq}x^{pq-q+1}:(e+fx^q)^{n-}$

$\frac{pq-2q+1}{(n-2)fq}\int x^{pq-2q}dx:(e+fx^q)^{n-2} - \frac{}{(n}$

$-fx^q)^{n-2}$, & sic porro, donec habeatur $\int x$

od si forte $p=n-1$, perfecta erit operati

ebimus adhuc $\int x^{-rq}dx:(e+fx^q) = -\frac{}{e}$

$^{+q}dx:(e+fx^q)$ & $\int x^{-rq+q}dx:(e+fx^q) =$

$x^{-rq+2q}dx:(e+fx^q)$ & sic porro, done

$^q) = \int x^{-q}dx:(e+fx^q) = \frac{1}{e}x - \frac{f}{e}\int dx$

si $p-r=n-1$, erit $\int x^{rq}dx:(e+f$

$-\frac{e}{f}\int x^{rq-q}dx:(e+fx^q)$ & sic deinceps

ium. Si $p+\frac{1}{q}=1$. & $n=2$ erit $\int x^{pq}dx$

$ef+f^2x^{2q}) = -1:qf(e+fx^q)$. Ea

Act. Erud. An. 1720. M. Octob. $=1$, & $n=3$, erit $\int x^{pq} dx : (e+fx^q)^n = \int x^{q-1} dx : (e+fx^q)^3 = -1 : qf(e+fx^q)^2$. Ex quo intelligitur, formulam Taylorianam $\int z(\delta:\lambda)^{q-1} dz : (e+fz^q+gz^{2q})$ fore absolute quadrabilem, si $\delta=\lambda$, & divisor quadratum, vel quadrati multiplum. Itemque $\int z(\delta:\lambda)q-1\, dz : (e+fz^q+gz^{2q}+hz^{3q})$ si $\delta=\lambda$ vel 2λ, & divisor Cubus, vel cubi multiplum. Vid. Acta 1719. p. 614.

Theorema VI. $\int x^{-pq} dx : (e+fx^q)^n$ pendet ab eadem $\int dx : (e+fx^q)$.

Demonstratio. Dividatur fractionis Numerator & Denominator per x^{qn}, ut fiat $x^{-pq} dx : (e+fx^q)^n = x^{-pq-qn} dx : (f+ex^{-q})^n =$ (positis $p+n=r$ & $-q=t$) $x^{rt} dx : (f+ex^t)^n$ quod pertinet ad Theor. V.

Theorema VII. Generalius: $\int x^{pq+l} dx : (e+fx^q)^n$ dependet a Quadratura hujus $\int x dx : (e+fx^q)$.

Demonstratio. Coincidit cum demonstr. theor. quinti, modo unciis & exponentibus Numeratorum inseras $+l$.

Theorema VIII. $\int z(\delta:\lambda)^{q-1} dz : (e+fz^q)^n$ quadrabilis est per Circulum vel Hyperbolam.

Demonstratio. Fiat $z^q=y^\lambda$, & erit $\int \frac{\lambda}{q} y^{\delta-1} dy : (e+fy^\lambda)^n$.

Factis vero $\delta-1=l$, & $p=0$, per Theor. VII. reducitur ad Pag. 471. $\int y^{\delta-1} dy : (e+fy^\lambda)$. Hanc autem formulam dari posse per Quadraturam Circuli vel Hyperbolæ docuit idem ipse Bernoullius in Actis Mens. Jun. Anni superiori pag. 611. Ibi enim in $\int x^r dx : (e+fx^p+gx^{2p})$ est $r=\delta-1$, & $p=\lambda$, $g=0$, ut fiat $\int x^{\delta-1} dx : (e+fx^\lambda)$ formula nostræ æquipollens. Itaque $\int z(\delta:\lambda)^{q-1} dz : (e+fz^q)^n$ reducitur ad Quadr. Circuli vel Hyperbolæ.



NICO-

NICOLAI BERNOU

Demonstrationes Theorematum Patrui su

In Actis 1719. *pag.* 615. *editorum*.

N 4 prioribus Theorematis non solum q & l, sed
potest significare numerum quemcumque, etiam ne
actum, irrationalem; & quia scribendo $-q$ pro q,
invicem permutando theorema secundum mutatur in
viciſſim, hinc omnia 4 theoremata, sub uno generali
rehenduntur, quod *ita pronunciari potest*: $\int x^{kq-1}dx:($
ſt Algebraice quadrabilis.

Demonstratio. Ponatur $e+fx^q=y$, & erit $\int x^{kq-1}dx:($
$\int\frac{1}{q}(y-e)^{k-1}f^{-k}y^{-l}dy=\int\frac{1}{q}(y^{k-l-1}-\overline{k-1}\,.\,e$
$\frac{k-1\,.\,k-2}{1\,.\,2}eey^{k-l-3}-\&c.)f^{-k}dy=(\frac{y^{k-l}}{k-l}-$
$-l-1+\frac{k-1\,.\,k-2}{1\,.\,2\,.\,k-l-2}eey^{k-l-2}-\frac{k-1\,.\,k-2\,.\,k-3}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,k-l-3}$
kc.$):qf^k$, quæ series ob numerum k integrum &
finita eſt, & poſt ſubſtitutum valorem ipſius $y=$
ndum dimenſiones ipſius x ordinata, evadit $=($
$\frac{k-1\,.\,ex^{kq-2q}}{f.\,k-l\,.\,k-l-1}+\frac{k-1\,.\,k-2\,.\,eex^{kq-3q}}{qf^3\,.\,k-l\,.\,k-l-1\,.\,k-l-2}$
$fx^q)^{l-1}$. Si q mutatur in $-q$, e in f, & f in e
eries $=\int x^{lq-kq-1}dx:(e+fx^q)^l$. vide Neut. de Qua
5.

olium. Si l ſit = numero integro affirmativo non ma
$kq-1\,dx:(e+fx^q)^l$ pendet a quadratura Hyperbol
aliquis ſeriei $\frac{y^{k-l}}{k-l}-\frac{k-1}{k-l-1}ey^{k-l-1}+$&c. ſit

Act. Erud. An. 1720. M. Octob. Pag. 472. *Theor.* 5 & 7 $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^n$ dependet a Quadratura hujus $\int x^l dx:(e+fx^q)$. Hic p & n significant numerum integrum affirmativum.

Demonstratio. Ponatur $A=\frac{1}{\overline{n-1}.ge}$, & erit $\int x^{pq+1}dx:(e+fx^q)$ $=Ax^{pq+l+1}:(e+fx^q)^{n-1}+(\frac{1}{e}-A.\overline{pq+l+1})\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^{n-1}$ Dependet igitur $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^n$ a $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^{n-1}$: & simili modo $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^{n-1}$ a $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^{n-1}$, & ita porro usque ad $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)$. Fiat $B=\frac{1}{pq-q+l+1}$, & erit $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)=\frac{B}{f}x^{pq-q+l+1}-\frac{e}{f}\int x^{pq-q+l}dx:(e+fx^q)$; Dependet igitur $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)$ a $\int x^{pq-q+l}dx:(e+fx^q)$ & simili modo $\int x^{pq-q+l}dx:(e+fx^q)$ a $\int x^{pq-2q+l}dx:(efx^q)$, & ita porro usque ad $\int x^{pq-pq+l}dx:(e+fx^q)=\int x^l dx:(e+fx^q)$ a qua per consequens dependet $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^n$. vid. Neut. de Quadr. Curv. Prop. 7.

Scholium 1. Si $\frac{1}{e}=A.\overline{pq+l+1}=\frac{pq+l+1}{\overline{n-1}.ge}$; hoc est, si $\frac{pq+l+1}{q}=n-1$, $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^n$ est Algebraice quadrabilis: similiter si $\frac{pq+l+1}{q}=n-2$, $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^{n-1}$ est algebraice quadrabilis, & si $\frac{pq+l+1}{q}=n-3$, $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^{n-2}$ est algebraice quadrabilis, & ita porro; Hinc si $\frac{pq-l+1}{q}$ = numero cuicumq; integro affirmativo minori quam n, $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^n$ est algebraice quadrabilis.

Scholium 2. Si $p-q+l+1=0$, hoc est, si $\frac{-l-1}{q}=p-1$, $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)$ includit quadraturam Hyperbolæ; similiter, si $\frac{-l-1}{q}=p-2$, $\int x^{pq-q+l}dx:(e+fx^q)$ includit quadraturam Hyperbolæ; & si $\frac{-l-1}{q}=p-3$, $\int x^{pq-2q+l}dx:(e+fx^q)$ involvit
Pag. 473. Quadraturam Hyperbolæ; & ita porro. Hinc si $\frac{-l-1}{q}$ = numero integro affirmativo minori quam p, vel $=0$, $\int x^{pq+l}dx:$ (e+

-fx^q) & per consequens etiam $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^n$ involvit quadraturam Hyperbolæ, ultra quadraturam hujus $\int x^l dx:(e+fx^q)$ exceptis casibus scholii præcedentis. Act. Erud. An. 1720. M. Octob.

Theorema VI. Generalius: $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^n$ dependet a Quadratura hujus $\int x^l dx:(e+fx^q)$.

Demonstratio. Ponatur $A=\frac{1}{n-1.qe}$, & erit $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^n = Ax^{pq+l+1}:(e+fx^q)^{n-1}+(\frac{1}{e}-A.\overline{-pq+l+1})\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^{n-1}$; & ita deinceps usque ad $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)$. Fiat $B=\frac{1}{-pq+l+1}$, erit $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)=\frac{B}{e}x^{pq+l+1}-\frac{f}{e}\int x^{pq+q+l}dx:(e+fx^q)$; dependet igitur $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)$ a $\int x^{pq+q+l}dx:(e+fx^q)$ & simili modo $\int x^{pq+q+l}dx:(e+fx^q)$ a $\int x^{pq+2q+l}dx:(e+fx^q)$; & ita porro usque ad $\int x^l dx:(e+fx^q)$, a cujus proin quadratura dependet etiam $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^n$.

Schol. 1. Si $\frac{-pq+l+1}{q}$ = numero integro affirmativo minori quam n, $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^n$ est algebraice quadrabilis.

Schol. 2. Si $\frac{l+1}{q}$ = numero integro affirmativo non majori quam p, $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^n$ involvit quadraturam Hyperbolæ.

Theorema VIII. Sumtis δ & λ in sensu Taylori erit $\int z^{(\delta:\lambda)q-1}dz:(e+fz^q)^n$ quadrabilis per Circulum vel Hyperbolam. Sequitur ex collatione Theor. 7. cum Probl. Taylori.

Schol. si fiat $\alpha.\beta::-1.\frac{-f}{e}2p+1\times\frac{pq+q-1.pq+2q-1}{-pq-1.-pq+q-1.-pq}$ $\frac{\ldots q+nq-q-1}{\ldots -pq+nq-2q-1}$, erit $\int(\alpha x^{pq}+\beta x^{pq+q})dx:(e+fx^q)^n$ algebraice quadrabilis.

ERRA-

ERRATA,

Quæ in ſchediasmate inſerto Menſ. Jul. A. 1719. irrepſere.

Pag. 630 lin. 19 pro *pdx* lege *pdy*

632 17 pro $1:y$ lege 1

Ibid. 32 pro $(8ydy+4ada)$ lege $(8ydy-4ada)$

633 lin. antipenultima poſt *quia* inſere $y^{2m}:xx=a^{2m-2}$. &c.

634 5 pro $(2yy-aa)^{\frac{3}{2}}$ lege $(2yy-aa)^{\frac{1}{2}}$

Ibid. 8 pro $\frac{2}{3}$ lege $\frac{3}{2}$

635 lin. prima pro $AH-\surd ac$ lege $AH=\surd ac$



EXCERPTA
X ACTIS ERUDITORUM
LIPSIENSIBUS
ANNI 1721.

OLUTIO PROBLEMATIS
NICOLAO BERNOULLI, Jo: Filio, Propositi,
De curvis motis secundum axem & se mutuo constanter ad angulos rectos secantibus,

Missa ex Anglia in literis d. 7. Febr. A. 1721. styli veteris datis.



Omo VII. Sect. VIII. p. 352. Supplem. ad Acta Er. Nicol. Bernoulli, Joh. filius, Problema Geometricum proposuit his verbis: Act. Erud. An. 1721. M. April. Pag. 156.

Inter duos axes parallelos positione datos invenire & construere curvam, eandemque adhuc inverso situ positam, ita ut alterutra vel utraque mota secundum axem motu sibi semper parallelo curvæ secent constanter se mutuo ad rectos, hoc est, ut secandæ & secantes sint curvæ eædem.

Act. Erud. An. 1721. M. April.

SOLUTIO.

Exhibentur hujusmodi curvæ ratione sequenti.

Sint FG, MN parallelæ datæ. Ducatur AB, quæ cum angulos constituat FAB, NBA æquales angulo, quo curvæ mutuo secare ponuntur, sive rectus sit, sive obliquus. In du partes æquales dividatur linea AB in e, & sumatur in ea pro a bitrio punctum D, ducaturque DE rectis FG, MN parallel

Tab. I. Fig. 1. Literæ autem a, c, d denotent quantitates quascumque data R quantitatem non datam, m, n numeros quosvis inter se p *mos, & impares.* Fiatque $CD = R^{m:n}(\frac{n}{m}c + \frac{n}{m+2n}dRR,)$ c

inde $DE = R^{m+n,:n}(\frac{n}{m+n}c + \frac{n}{m+3n}dRR)$ + area curvæ, c jus abscissa R & ordinata $R^{m-n,:n}(c+dRR)\sqrt{(aa+RR}$ quo facto locus puncti E erit curva quæsita. Erit autem irrati nalis sive, ut appellant, transcendens, si vero sit $d = (m+3n$

Pag. 157. $c:ma^2$, locus puncti E erit rationalis seu algebraica; erit eni

$DE = \frac{nc}{ma^3}R^{m:n}[(aa+RR,)^{3:2} + \frac{maa}{m+n}R + R^3]$, existen

$eD = \frac{n}{m}R^{\frac{m}{n}}(c + \frac{(m+3)c}{(m+2n)a^2}RR)$. Item si n sit unitas & m num rus negativus & ternario major (vel etiam ternarius, si sit $d = c$ locus puncti E rationalis erit.

Sunt formæ generales, quibus hujusmodi lineæ ex curvaru quadraturis derivantur, quæ, præter jam memoratas, alias qu que innumeras curvarum species utriusque generis suppeditant inter quas occurrunt duæ lineæ Geometris non ignotæ, nimiru logarithmica, &, quando angulus intersectionis rectus est, cycloi

SCHOLIUM.

Quæritur, quibus computationibus adductus sit problema Autor inter duos ejus casus ita distinguere, ut in altero, ubi a gulus intersectionis rectus est, curvas rationales disertim requira in altero autem, quando angulus est obliquus, an tales dari p sint, dubitare videatur.

ACCU-

Act. Erud. An. 1721. M. April.

CCURATA DESCRIPTIO LUCULÆ BOREALIS

In Observatorio Giesseno Acad. d. 17. Febr. & 1. Mart. MDCCXXI. observatæ

a Jo. Georg. Liebknecht, SS. Theol. D. ejusque & Math. Prof. P.

UT in nostris regionibus hucusque parum hyemasse fuit visum: ita dies XVII. Febr. liquore Thermometri infra 20 . descendente præter spem serenus erat. Quare & Auditoribus nc meis suasor fui, ut mecum post horam statim sextam vespe- ad observandam ♀rem & dein mensurandas in Orione fixarum stantias minimas in Observatorium publicum ascenderent. Ubi dimidia hora post fere septentrionem versus mirabilis appa- arcus quidam *subpallidus*, undique in hemisphærio splenden- us admodum, una cum ♀re, stellis fixis. Primus hic arcus sub ium vix absimilis apparebat illi, quem anno 1710 die 26 Nobr. heic Giessæ observavi, in Actis Erudit. A. 1711. p. 12 neatum. Succrescens integrum sub se continebat segmentum, s amplitudo adhuc succrescebat in parte tam occidua, quam va. Horizon integer contra istanc temporis rationem, antea catam, sat erat ab exhalationibus liber, unde & talem primilbuginem parum inter labores alios curavi: id quod etiam fuit, cur spectatores nullam ibi nubeculam suspicarentur, e magis urgerent, ut oculos eo dirigerem. Erat *segmentum um* AB postea in plaga septentrionali 10 gr. 50 min. altum, *arcus subpallidus* BC insuper 4°40′. Post horam septimam adhuc succedebat arcus obscurior CD, cujus altitudo cum us seu AD erat ab Horizonte = 19 grad. Mox arcus uter- lucidus, & obscurior, illud perpetuo continebat segmen- scurum & densum, id quod tamen nullum dabat nubis cu- signum: undique enim transparebant stellæ fixæ, quasi tenebris magis lucentes, de quibus deinceps. Neque stel- prius apparebant, quam secundus arcus DE lucidior ori- Interea in prædicto segmento obscuro passim surgebant minosæ columnæ seu trabes uti veteres vocabant. Erant ut magis declaremus, nihil aliud, quam radii subpallidi e ut plurimum parallelo exsurgentes, nunc scoparum in- ricantes, qui in una modo parte creverunt, mox decre-

Tab. I. Fig. 2. Pag. 159.

Fig. 3.

I 2 ve-

Act.Erud. An. 1721. M. April. verunt in altera, & quasi dimicantes invicem disparuerunt, majori impetu rursus apparuerunt, ceu velitantes hinc inde currendo solent. Surgebant primo & inferioribus locis, quos mox relinquendo alii superius continuabant circa arcus obscuri marginem. Erant nonnullæ columnæ radiosæ, aliæ densiores, aliæ paulo incurvatæ, sed hæ perinde ut obliquius pergentes admodum raræ. Post horam VIII. fere tertius arcus DE sublucidus & amplior illis prioribus BC & CD accedebat; qui omnes ita junctim altitudinem ab Horizonte referebant AE 40°, 20'. Extremus hic arcus satis erat firmus, quem ne quidem columnæ seu radii e vicino, obscuro surgentes turbabant, nec novus accedebat, nec ullibi ad horizontem amplior fiebat; quare ejus amplitudinem ortivam a cardine septentrionali AG sumsi = 51 gr. & occiduam AF = 55°: ut ideo totus arcus, sc. iste major, qui reliquos & segmentum obscurum continebat, amplitudinem haberet = 106 gr. & altitudinem antea adductam = 24°, 20'. Dignum est notatu segmentum nigrum nullas exhibuisse stellulas, nec prius istas apparuisse quam tertius arcus luminosus apparuit. Ubi demum in parte tam nigri segmenti, quam arcuum optime transmicare cœperunt, & quidem in parte occidua Cygni α, ξ & μ juxta Bajeri appellationem; in ortiva parte etiam stellæ tertiæ & quartæ magnitudinis transparebant, quæ etiam subinde micabant inter columnas dictas. Clarior etiam & illustratior, quod miratus sum, reddebatur *via lactea* regio vicinior, cujus ita albugo fiebat major, quocumque tales radii luminosi pergebant. Postea superior arcus lucidus in parte occidua disruptus quasi videbatur, qui instar nebulæ Andromedam peræque albicantem transcendebat, quem post horam X radii ex ipsa plaga septentrionali sequebantur. Horizon septentrionalis non aliter erat illustratus, ac si lumen esset in vicinia, quæ tamen ceu aliunde constat, non potuit non longissime tunc abesse. Reliquæ Horizontis partes non ita erant illustratæ: immo ipsæ illustratæ partes non æque illustratæ, sed quasi umbris subinde distinctæ erant. In eadem plaga Horizontis septentrionali, ex observatorio nostro 80 pedes Rhinl. alto, omnia, etiam remotissima ædificia poterant cognosci, inque his non solum tegulæ & fenestrarum orbes; sed & in viis lapides.

(Pag. 159. Tab. I. Fig. 2. Fig. 3.)

Die 1 Martii post horam septimam fere per fenestram in boreali plaga notabilem *arcum* vidi. Hic uti præcedente existebat amplior & clarior: ita claritatem suam subinde mutabat, neque segmentum ejus tantam habebat obscuritatem. Quæ borealis facies diu hærebat immobilis, utut horizontem versus nonnullæ columnæ instar fumi tenuissimi observarentur; arcus ipsius altitudine (Fig. 4.)

sem-

iper manente = 31° 50′. Prout vero priorem facie
altitudine : ita & figura ipsa erat illustrior, siquid
videbatur fumare sicque flammas quasi projicere.
vero cœlum sat erat clarum stellasque fixas egregie
n tamen Horizon exinde erat multo clarior, ceu
m; immo nullæ stellæ micabant in segmento hoc cl
t tales arcus ipse monstraret. Post horam fere nonar
per, apparuerunt arcus, manente tamen eadem altit
cta = 31° 50′: neque hæc, uti nuper, cum ipsis arcu
t, neque columnæ priores erant adeo rectæ, sed fum
llantes. Quid? quod arcus superioris extremitas tot
llare videbatur præ meris ejusmodi fumosis ductibus.
s vero trabes priores apparuit in septentrione AB
pra & inferius suos radios spargens; disparente hac
a apparuit in C magis lucens. Impediebat autem, q
olui, tunc corporis infirmitas, quo ipse vix amplius
alerem hanc meam observationem; suasor tamen fu
s ejusmodi rebus sat adsuetis, ut eo curatius hanc co
uerentur. Qui etiam sequentia mihi exposuerunt un
ris fide dignis. Nimirum post horam XI apparuisse e
gnum radium & infra hunc obscuriori arcui insidens
crinitum quasi, sed valde obscurum corpus C, cuju
iorem rotunditatem observatores non potuerunt oc
e, perceperunt tamen alii, qui cum vulgo inde stell
titarunt. Dein tamen omnino illum radium ex arc
n versus plaustrum majus suum cursum direxisse,
tatis vicibus instar velitantium radios apparuisse, i
ente uno in Oriente, alter apparuerit in Occiden
e modo, quem in singulari syrmate A. 1716 d. 20
vi. Inter hanc velitationem quarto in Oriente l
odum radium instar teli D columnam illam majo
, unde vulgus sibi crucem finxit. Mox tamen in
beculas fuisse visas, & post mediam demum nocte
parte paullatim & sic porro alibi disparuisse colu
res una cum arcubus, ceu quidem observatores
nihi exposuerunt. Quod aeris constitutionem atti
rtii sat serenum nubilus excipiebat, Therm. ad lin
& Barometr. ad 31′, 1″ immo tertius Martii d
ilis noctem pluviosam relinquebat.

Act. Erud. An. 1721. M. April.

ADDITAMENTUM

De similibus phænomenis in vicinia nuperrime observatis.

Simile phænomenon, quale modo ex observationibus Cl. *Liebknechti* descripsimus, observatum etiam fuit d. 1 Martii ab hora 9 usque ad 2 hic Lipsiæ, Halæ Saxonum, Merseburgi, Tenstadii in Thuringia, Misenæ ac alibi. Nimirum Misenæ h. 11 claritas insignis aeris inter septentrionem & occidentem observata est, per quam innumeri radii sub initium subrubri, deinde subalbidi instar flammarum serpentum ejiciebantur. Ex loco editiore videbatur nubes obscura, unde radii isti evibrabantur &, quod horridum adspectu erat, per eam veluti in firmamento corpus ex iridibus se mutuo intersecantibus huc illuc volutari videbatur. Claritas illa, quæ lumen Lunæ plenæ superabat, per ampliorem tractum diffundebatur una cum radiis fulgurantibus.

Temstadii ab h. 7 usque ad 8 tenuis atmosphæram inferiorem obsidebat nebula, cujus pars superior splendore quodam subalbido illustrata semicirculum referebat ab occidente versus orientem protensum. Luna occidente arcus altior fiebat & per eum h. 9 multi admodum radii ascendebant. Hor. 10 inter continuas fulgurationes vehemens in nebula ista agitatio observata, quæ h. 11 increscebat, ubi fumus quasi illuminatus versus Austrum propelli videbatur, non tamen ex eodem constanter loco. Hor. 12 arcus accensus videbatur, flammis a septentrione versus austrum serpentibus & sese mutuo celerrime insequentibus. Hor. 1 ab occidente proficiscebatur nebulosum quoddam corpus aliud, altius arcu versus austrum excurrens & radios pyramidales continuo evibrans, variis coloribus continctos. Prope Arcturum ex improviso quasi fulgur perstringebat oculos observatoris, igne in stellam veluti conglobato descendente, ac mox in radium latum protenso, qui ultra 8 circiter minuta lucebat ac in figuram fere triangularem sese contrahebat, lumine sensim sensimque imminuto, donec prorsus evanesceret. Ab hora prima flammæ fiebant remissiores, arcu nebuloso h. 2 subsidente, ita ut aliqui adhuc radii, sed flamma nulla conspiceretur. Observata etiam est ibidem d. 17 atque d. 23 Febr. aurora borealis, sed non adeo illustris.

Pag. 162.

Non absimilia ceteris quoque in locis visa sunt.

Act. Erud. An. 1721. M. April. Pag. 177.

...ITERIS CHRISTFRIDI WÆCHTLERI, JC.

Occasione locorum quorundam Philostrati.

...Laur. Mosheim, *Biblioth. Bremens. class.* 3. *Fasc.* 1. *p.* 1. in ...pistola de imaginibus telesticis, quas Apollonium Tyanæum ...cisse negat, ferre non potuit I. quod D. Gottfridus Olea... in notis ad Philostratum *de vita Apollonii l.* 3. *c.* 22. dixe... præcipuum illarum inter Græcos magistrum eundem fuisse. ...nus autem *ad Marm. Oxon p.* 51. dixerat similiter, *ante A...ii Tyanei tempora nunquam in Græcia has artes telesmaticas ...notas, a Zabiis autem habuisse originem*. Mosheimius hic ...pulari Seldeno noluisse videtur; Apollonii tempore τελεσμάτ... admodum fuisse notam. Sed nullam plane hic pugnam cer... Eundem autem Apollonium ea fecisse, quæ Antiochiæ & By... miranda effecisse putatur aliis, haud scripsit D. Olearius. ...lla commemorantur a recentioribus quibusdam. An credat Pag. 178. ...imius Philostrato, Apollonium struxisse Ephesi adversus ἄγαλμα ἀποτρόπαιον, *lib.* 4. *cap.* 10. non liquet. Videntur ... imagines telesticæ, ἀγάλματα talia, statuæ etiam telesti... quocumque nomine veniant artes Apollonii, in eundem ... cadere, & a vaferrima magia istorum temporum ortum ... Revera tamen primum illum apud Græcos ab imaginibus ...ebrem factum esse, asserit etiam Stanlejus. *Philos. Orient. Sect.* 1. *cap.* 22. Et Jo. Clericus: *Magicis artibus celebrem ...no negaverit. Impostor fuit, magnus quippe. Histor. Eccles. ...g.* 500. Atqui Damis, Maximus, Mœragenes, quorum ...erpetuus comes Apollonii fertur & commentarios de eo ... reliqui duo Apollonii res plenius adhuc scripserunt, ejus...oribus proximi, *penitus ignorant prodigiosa illa opera*, ait ...ius. Sane vero nihil extat horum omnium: neque no... adeo definire, quid sciverint vel ignoraverint de prodi... Et præstabat dicere, tres istos nihil omnino consignasse ...d figmenta esse omnia & a Philostrato primum exco... ...rgo & Origenes mentitus videbitur, qui Mœragenis ...ofitetur se legisse, de Apollonii Tyanensis, magi & ..., ἀπομνημονεύμασι. *Captos esse ab illius magia non ignobi...bos*, ὡς πρὸς γόητα αὐτὸν εἰσελθόντας. Sed quia non ... Apollonio Mœragenes, ad eum non putabat esse at-

ten-

tendendum Philostratus. Huet. *Demonstr. Evang. p. 1067.* Ce etiam ipse, contra quem scripsit Origenes, Hierocli præluſit, magicas operationes contulit cum historia & miraculis JES *L. 1. p. 53.* quia id ipsi commodum in præsens videbatur. Cu que vixerit seculo secundo, notasque habuerit artes Apollo omnes, videtur easdem recensere apud Origenem *Lib. 6. p. 3* ὑποπρομπίυς φωνὰς, κτύπυς, δαιμονίυς χηματισμὺς, αἰθυπ (ἰθύπων) ἀριθμῶν, λίθων, φυτῶν, ῥιζῶν, καὶ ὅλως παι δαπῶν χρήματων παντοῖα ἀλεξιφάρμακα. *incantationes, effig formasque dæmonum varias pellendis morbis, & amuleta dive rum generum in vestibus, numeris, lapidibus, plantis, radicibu*

2. II. Apollonium semel sub Domitiano fuisse Romæ, ut se p garet a crimine, quod ei objiciebatur, existimabat D. Oleari Mosheimius etiam paulo ante, quam patrasse ibidem istud arg retur. Non abnuebat sane Apollonius, se tunc, cum dicere patratum esse, fuisse Romæ, sed domi assedisse amico vete Philisco, graviter decumbenti, præsente inprimis Telesino, ro Consulari & Medicis. Factum hoc conjicit Mosheimius A no Christi XCII. accusatum autem fuisse anno XCIII. Sed bium reddit hunc calculum, quod in Apologia Apollonii *L c. 7. Sect. XI.* dicitur, *bis triginta & octo annis non accessisse E limina Imperatorum.* Ita recurrimus ad annum Neronis X, q Apollonius prima vice fuit Romæ, ac Telesino innotuit, atq apud Tigillinum præf. prætorio accusatus, per artem magic fecit, ut volumen, quod tenebat in manu accusator, & in q accusatio erat descripta, omne vestigium literarum amitte subito, quum Tigillinus illud præsente Apollonio explicar Volebat ergo is Domitiano persuadere, se per hos XVIII. nos, & usque ad Domitiani annum XII. Romam non adve se, vel ad limen Imperatoris. Quod erat ambigue dictum. initium Imperii Domitiani erat Nerva adhuc Romæ, sed idoneus videbatur qui imperaret, jubebatur habitare Tarent Apollonius igitur, qui bene sperabat de Nerva, forte tunc adhuc Romæ, & una cum Nerva discessit. Cumque accu tur ex urbe in agrum egressus esse noctu ad Nervam, ut eum crificato puero erigeret ad spem imperii, in exitium Domiti dicendum erit, cadere eam accusationem in annum primum tim Domitiani, & Christi XXCI. Diu enim præsentem pati vam non potuisse Domitianum, nemo dubitat. Ita vero respondit Apollonius, per hos XVIII. annos ad limen Impe ris se non accessisse, Romæ tamen apud Nervam fuisse, sed

Pag. 179

3. ctu tunc non egressum in agrum, nec sacrificasse. III. Diff

Mo

ıeimius, Hieroclem ex judice Nicomedienſi non ſtatim fuiſ- Act.Erud. An. 1721. M. April.
æfectum Alexandriæ, ſed prius præſidem Bithyniæ. Obſer-
t autem ipſe Olearius, apud Euſebium exprimi διχαςήεια τὰ
ἀτω ἢ χαθόλȣ, & adeo per totam illam provinciam, *in Hie-*
*c.4. f.*432. Lactantius autem *de mort. perſecut. c.*16. nondum
tur omnino loqui de eo Hierocle, cujus meminit *divin. in-*
*L.*5.*c.*2. neque id hactenus probavit vel Valeſius ad Euſe-
ı vel Baluzius ad Lactantium. Deſtituimur enim juſta ſerie, Pag. 180
uam collocandus ſit Flaccinus, Hierocles, & Priſcillianus:
ı ea cadant in hunc Hieroclem, quæ enarrat Lactantius *L.* 5.
compoſuit libellos duos, non contra Chriſtianos, ſed ad Chri-
os, ut humane ac benigne conſulere putaretur, *in quibus adeo*
a capita Scripturæ, adeo intima enumerat, ut aliquando ex ea-
diſciplina noſtra fuiſſe videatur: niſi forte caſu in manus ejus
inæ litteræ inciderunt. Num ſimilia occurrant in animadverſ.
ſebii ad comparationem Hieroclis cum Chriſto, videndum fo-
ıliis. IV. Improbat Moſheimius, verſionem Billianam Iſido- 4.
luſiotæ Lib. 1.*epiſt.* 398. corrigi a D. Oleario: χαινοὺς enim
; non eſſe ei hiſtorias mirabiles de teleſticis Apollonii, ſed
›nes tantum novos & ante non auditos, de quibus tamen
:onſtet, quid iis veri ſubſit. Nos hic laudamus, quod fa-
Moſheimius, τελεσάμενον rectius expoſitum D. Oleario,
:*a collocantem Apollonium*. Non contradicit etiam Iſido-
ıec Apollonium liberat a ſuſpicione illorum teleſmatum:
·get tantum, non poſſe illa exhiberi, conſiderari & inſpi-
·ant enim haud dubie defoſſa multis in locis, neque fa-
uenda & examinanda. Ita ſeculo quarto, quum Conſtan-
ıperator putaret theſaurum in Thracia eſſe inveniendum,
ſunt tres ſolidæ ex argento ſtatuæ, ſpecie barbarica, &
arbarica indutæ, & in ſeptentrionem verſæ. Dicebant
incolæ, antiquo ritu ſtatuas ibi conſecratas, & locum
χίας τελετῇ ἱερὸν eſſe. Paucos etiam poſt dies Gothorum
iverſam incurrit Thraciam & ſecutæ paulo poſt incur-
Hunnorum ac Sarmatarum in Illiricum & ipſam Thra-
Locus autem obſecratus erat inter Thraciam & Illyricum.
ex Olympiodoro, *Cod.* 80.*f.* 187. 188. Hæc cum comperta
Iſidorus ſeculi quinti ſcriptor, recte reſpondit, ante om-
ndi debere locum teleſmatum fide dignum. Omiſiſſe
æc Philoſtratum, qui tamen vitam Apollonii cum cu-
erit. Calumniam ergo eſſe, ab hoſtibus illius concinna-
regium profecto locum, ait Moſheimius, *cujus initia mul-*
nt, ſed reliqua non conſiderarint. Inverto totum hoc ar-

Act.Erud. An. 1721. M. April. Pag. 181. gumentum. Mosheimius enim videbit hic, Isidorum rem ta momenti noluisse hactenus approbare, ob silentium Philostra qui non expresserit, iis locis defossa ab Apollonio esse telesı ta. Si omnem fidem historicam ei ademisset Isidorus, respı set hunc Autorem plane, ceu hominem, quo non sit inepı nec superstitiosior, quique quadrata rotundis miscuerit, & monstra fabularum conquisiverit, ut mente captus hinc inde deri possit. Perit igitur etiam alterum Monsheimii argum tum, non confecisse Apollonium imagines telesticas, nec alia miranda Antiochiæ & Byzantii, ob idem silentium Philostrı Totam is enim ejus enarrationem explodit, ut Apollonio ser tur fama viri boni. Ipse autem Isidorus ille Pelusiota scripsit brum, qui non extat, adversus Gentiles, quod omnes illor divinationes (ἡ μαντικὴ) sint nugæ, & frustra omnium ore lebrentur. Itaque & telesmata Apollonii damnavit eo modo, cut Origenes.

5. V. Demonstrasse autem opinabatur Mosheimi usque ad tertium seculum, quo vixit Philostratus sub Sever nihil extare apud veteres contra Apollonium. Adde tamen ali locum Origenis *lib.* 4. *contra Celsum*, quem habet Seldenus *Dls Syr. Synt.* 1. *c.* 2. *p.* 116. Porphyrius porro seculo tertio p vocat tum ad veteres, tum qui sua & patrum memoria vi rint, & ex nuperis ad hunc Apollonium, *de abstin. l.* 3. §. 3. qui firmaverit, hirundinem garrientem aliis aviculis indicasse 1 mentum ante urbem effusum esse in terra. Refert ista etiam I lostratus *Lib.* 4. *c.* 3. Porphyrius ergo non negavit, factum es quod ille ait de Apollonio, & socios ejusdem deprehendisse, lud ipsum effusum vere frumentum fuisse ibidem, & hirundi omnes etiam eo avolasse. Recitat præterea & Celsus apud Or nem, colloquia inter aves fieri. Respondet Origenes, hoc q que dæmones indicasse hominibus, ut scirent, quid colloquer tur illæ aves, *Lib.* 4. *pag.* 222. & 228. Apollonium ergo docu dæmones omnia illa magica Philostrati, quæ Mosheimius h pro fabulis.

6. VI. Seculo enim quarto demum ait coepisse tent rumorem inter vulgus spargi de magia Apollonii, qualis ille a Eusebium *contra Hierocl. c.* 44. *f.* 464. Iterum retinet Mosheir & versionem & notam D. Olearii de machinis telesticis Apc nii, quæ Eusebii ævo credebantur ab illo positæ. At vero is est rumor tenuis, si qui affirment, sese deprehendisse ac repe se etiam hodie ἀντίκα τὸ νῦν, machinas similes, easque p ostendi. Et quanquam Eusebius ibi his non immoretur, id tamen *de præpar. Evang. L.* 5. *c.* 7. ubi disputat non modo c tra Porphyrium, sed & ipsum Apollonium. Nam & libros

crificiis legisse certum est *L.* 4. *c.* 5. Machina Ephesina huc Act.Erud.
net, quam jactat ipse Apollonius apud Domitianum *L.* 8. An. 1721.
Sect. 9. totque alia, quæ Philostratus profecta parat a sapien- M. April.
: Deorum auxilio. Utique etiam probat locus ex *qu. XXIV.* Pag. 182.
rthodox. sive Justini Mart. sive recentioris auctoris, Apol-
telesmata adhuc illo seculo dubitationem non contemnen-
injecisse Christianis. Dicebant enim, *videmus plurima illo-
in rebus ipsis ostendi*, & posse adeo simplices ad gentilismum
:i. Respondet Justinus, utique olim Diabolum ἐν τῷ ἐκείνῳ
ματι Apollonii habitasse, sed obmutuisse; etsi statua ipsa
: ostendatur, & corporalem qualemcumque operationem vi
riæ, ac per consensionem & dissensionem potentiarum na-
um, quæ Diabolo erant cognitæ, adhuc exercere videa-
Junge *qu.* 2. 5. 10. 31. 42. 52. 74. 81. 126. ac nemo dixerit,
Autorem esse nullius fidei. VII. Laudat Mosheimius D. O- 7.
im, quod recte legat textum Philostrati *L.* 8. *c.* 21. *f.* 364.
os discipulos Apollonii omnes itidem vocasse *Apollonios*.
atim reprehendit, quod inter illos in notis *ad L.* 4. *c.* 11.
numeret Thonum Ægyptium, cujus mentio apud Lucia-
Pseudom. Neque vero asseverabat hoc D. Olearius. *For-
uit*, &, *ni tamen*. Utique etiam occurrit ibi discipulus
Apollonii, medicus scil. & Præceptor Alexandri, sed
nus. Claudit agmen Jo. Clericus, qui verba Epistolæ A-
VII. f. 387. corrupta dixit, *Bibliotheque ancienn. & mod.* 8.
. P. 2. *artic.* 3. *p.* 343. quod pro κάλων scriptum sit καλῶν.
: autem Noster etiam ex Lubino, κάλως omnino esse fu-
ed *funium mercatorem* inepte dici, ἔμπορον κάλων. Sic
nstruxerat hæc verba Lubinus, qui debuisset πάντα κά-
jungere. Dum ergo errantem festinante calamo sequi-
r, retinuit versionem Lubini, πάντα δεῖ σείειν, quasi
esset, τὰ πάντα, *omnia oportet movere*. Eam vero non
em adagii, notissimum erat Nostro vel ex Erasmo,
nt. 4. *p.* 30. 31. Tu vero hic respice ad Isidori Pelusio-
Epist. 60. ἴσως γὰρ… ἀφικόμην.

Act. Erud. An. 1721. M. Maii. Pag. 188.

Histoire de l'Academie Royale des Sciences ; Année MDCCXVII. &c.

h. e.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARU[M] Anni 1717, cum Commentariis Mathematicis & Physicis ejusdem Anni.

Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1720. 12. reg. plag. 22. tab. æn. 14.

IN *Phisica generali* figuras plantarum, arborum, arcium, tu[r]rium, quandoque geometricas in lapidibus Florentinis con[]spicuas arcessit *de la Faye* a materia peregrina, quæ sese in sub[]stantiam lapidum insinuavit. Accedit adeo ad eorum castra, q[ui] eas pro lusu naturæ habent. *Maraldi* d. 15 & 16 Decembr. A[nn.] 1716 & d. 6, 9, 10 & 11 Aprilis 1717 observavit auroram bo[]realem, a nubibus prætereuntibus tectam, nec motum fixarum participantem. Id singulare in observatione habetur, quod lu[]men integrum fere horizontem occupaverit & d. 10 & 11 A[]prilis per integram noctem duraverit. *De la Hire* rationem red[]dere conatur phænomeni cujusdam magnetici, quod satis para[]doxum videtur ; nimirum cur subinde magnes debilior secum trahat ferrum ex polo magnetis fortioris pendulum. *Lemery* describit phænomena lapidis cujusdam magnetis æmuli, qui in fluvio quodam insulæ Ceylonensis reperitur & corpora quædam levia, veluti cineres, limaturam Martis, frustula chartæ pri[]mum attrahit, deinde rursus repellit. *Godofredus junior* refert d. 4 Jan. globum igneum ex nubibus evolantem ad turrim tem[]pli insigni cum fragore, qualis ex ictu tormenti majoris per[]cipitur, dissiluisse & sub specie pluviæ igneæ sese expandisse. Pag. 189. *Robelinus* delineat puteum satis singularem, in quo aqua assur[]git, dum in mari adjacente descendit, rursusque descendit, dum in illo assurgit. Rationem quoque phænomeni reddere stu[]det. *De Mairan* misit ad Academiam Scientiarum relationem de cornu bovis, quod in terra vegetatum videbatur. *De la Hi[]re* d. 15 Octobr. hor. 10. min. 30 vidit radium luminosum duos circiter gradus latum, 5 vel 6 altum, qui post nubes densas

circiter gradibus super horizontem elevatas in plaga septen- Act.Erud.
nali apparuit. Radius iste intra minutum temporis ascendit: An. 1721.
it deinde immotus intra 4 vel 5. minuta, quibus elapsis in- M. Maii.
vallo 3 vel 4 expandebatur per spatium 20 & 25 graduum, tim versus Orientem, partim versus Occidentem. Tandem cessive debilitatus disparuit, initio in medio, fine in extre- atibus facto. Mox h. 10 45' apparuit eodem in loco phæno- non prorsus simile. Causam constituit exhalationes in aere ammatas. *De la Hire* observavit quantitatem pluviæ per an- 1716 digitorum 14 cum lineis 4¼. Barometri minima alti- o notata fuit 26 dig. 9½ lin. d. 1 Jan. vento existente austra- : maxima 28 dig. 3 lin. d. 16 Febr. vento spirante ex plaga r septentrionem & orientem intermedia. Declinatio acus gneticæ versus occasum fuit 12° 20'. D. 9 Maii h. 5 mat. ver- austrum apparuit parhelium, cujus centrum a centro veri is distabat 22°¼. Monet autem *de la Hire*, distantiam varia- *pro diversa* aeris densitate.

n *Anatomicis* contendit *Petitus*, herniam vesicæ, quam vitium ormationis dixerat *Mery* in Historia A. 1713 posse profici- causis accidentalibus, quales sunt urinæ suppressio & gravi- . *Winslow* novam detexit valvulam in vena cava inferiore, *valvulam Eustachii* vocat, quia eam jam ante vidit, etsi satis agnoverit *Eustachius*, Anatomicus ante 150 annos ce- . Monstrat usum in circulatione sanguinis in fletu. *Lit-* sum clysterum nutrientium liquidorum, ubi alimentis so- propter præternaturalem œsophagi statum non est locus, ibus a Mechanica intestinorum petitis impugnat, inpri- uod valvula *Bacchini* liquidis neget transitum ex intesti- assis in tenuia, quibus plurimæ venæ lacteæ adhærent, secernendi receptacula. Contrarium tuetur *Lemery*: sed Pag. 190. tale judicat *Fontenellius*, quod forsan sibi mutuo prorsus dversentur, cum *Littre* non omnem usum neget, *Lemery* demonstrare non possit, quantus idem sit. Quid si enim quem ille exiguum vocat, idem foret, quem suis ratio- ic stabilivit? De *Reaumur* in formationem unionum in- quos effectum alicujus morbi esse suspicatur, facta ex- tione succi in concha margaritifera. *Sivert* Chirurgus tumorem in manu fœminæ, quam pondus ingens at- ante biennium contraxerat, 200 circiter corpuscula ro- candida & oblonga instar fabarum, longitudinis 4, la- 2 linearum in cavitate interna reperit, quæ Academi- fuere glandulæ amisso usu naturali induratæ. *Du Ver-* or est, quod, si ovum colubrinum aperiatur, cum ser-

pens

Act. Erud. An. 1721. M. Maii. pens excludi debet, fœtus hic in spiram contortus omnique m tu destitutus in eodem deprehendatur, quem tamen admodu vivacem mox adipiscitur, ubi aerem bis vel ter hausit. *Littre* d scribit fœtum monoculum, naso destitutum. Oculus erat in m dio faciei infra frontem & duobus humoribus crystallinis gaud bat, sed choroide destituebatur. Aderat etiam nervus optici geminus, retina gemina, iris gemina, humor vitreus gemin &c. ita ut duo oculi globos rotundos referentes uno viderent conclusi. Solus humor aqueus erat communis. Cranio aperto cerebrum liquidum apparuit. Manus sinistra sex digitis instruct erat, pollice in duos veluti diviso.

In *Chymicis* in originem nitri inquirit *Lemery* negans ejus fon tem esse aerem atque terram: sed potius ex plantis & animal bus idem derivat, cum *Ressons* ostenderit, dari plantas, ex qu bus nitrum extrahere licet, & in vulgus notum sit, terram n tro impraegnatam esse, in qua animalia excrementa deposuere *Godofredus* junior & *Lemery* docent, arte chimica effici posse ut salia acida in alcalina abeant.

In *Botanicis* descriptionem Kali Hispanici supini, annui, sed foliis brevibus dedit *de Jussieu*; duarum novarum specierum *La mii Danty d'Isnard*.

In *Algebraicis* liber *Taylorii* de methodo incrementorum ansan Pag. 191. dedit *Nicolio* de calculo differentiali circa quantitates finitas me ditandi: quod argumentum olim meditatus *Leibnitius* incidit vi vere analytica in calculum differentialem infinitesimalem, quem Edit. Act. admodum monuimus in Actis A. 1716 p. 292. Exhibet *Taylorius* inter alia methodum summandi series infinitas fractionum, quo rum numeratores sunt constantes, denominatores facta pluriun quantitatum uniformiter crescentium. Eam *Nicolius* transfert ad summandos terminos quotcumque seriei, cujus denominatores sunt facta, quorum factores continuo eadem quantitate augen tur. Quoniam vero ipso judice, *Taylorius* methodum nec satis clare explicatam, nec demonstratam dederit, sed adeo intrica tam proposuerit, ut innumeris casibus non satisfaciat, ideo ean dem nova ratione exposuit. Atque ita primum in genere tractat de calculo differentiali circa series finitas, quo etiam usus est *Wolfius* in summandis potentiis numerorum atque numeris pyra midalibus in Elementis Matheseos biennio ante Methodum in crementorum *Taylori* editis. Novam Tabularum Arithmeticarum Tabulis logarithmorum substituendarum ideam exhibet de *Tray torens*, in quibus numeros compositos resolvi jubet in suos fa ctores primitivos, numeros nempe primos.

In *Geometricis* lineam curvam per analysin determinat *Vari*

gno-

us, in qua utrimque plantandæ sunt arbores, ut oculo in- Act.Erud.
posito appareant in lineis parallelis plantatæ, hoc est, eo- An. 1721.
a se invicem intervallo utrinque distare videantur. Dixe- M. Maii.
Ionoratus Fabri & *Tacquetus* suo modo demonstraverat, sed
odum perplexe, lineas istas esse hyperbolas oppositas. Idem
lici admodum analysi reperit *Varignonius*. Reddit autem
suo problema multo generalius, quærens nimirum duas
s in plano dato, in quibus si plantentur arbores, binæ op-
æ appareant oculo super plano utcumque elevato sub an-
sinuum quorumcumque, cum in hypothesi *Fabriana* atque
uetiana oculus supponatur in fine plani & anguli sumantur
les. Sed hac universalitate non contentus alia insuper addit
emata, quæ ipsius in hoc genere peritiam docent.

Astronomicis theoriam Satellitum in genere perficere studet Pag. 192.
ni, determinando inclinationem orbitarum Satellitum ad or-
primariorum planetarum, circa quos feruntur, & nodos seu
sectionum puncta. Agitur autem de nodis ac inclinatione
non apparentibus, hoc est, ex Planeta primario, non e
re visis. Idem investigat distantiam Sirii a terra & magni-
m veram per parallaxin orbis annui, quam sollicite obser-
telescopio trium pedum, in cujus foco extensum erat filum
Meridianum attingens, ad quadrantem muro affixum fir-
Variationes in altitudine Sirii per annum observatæ non
re latitudinem fili. Monstrat autem, eas esse conformes
Telluris annuo circa Solem, contrarias vero suppositæ va-
refractionis pro diversa anni tempestate. Quoniam paral-
perit 6 secundorum, Diametrum apparentem 5 secundo-
Diametrum orbis annui minimum æstimat 20000 dia-
m terrestrium, ideo distantiam Sirii a Terra definit
oo diametrorum terrestrium, diametrum veram vero
iametrorum terrestrium: unde, cum diametrum Solis
m statuat diametri Terræ, diameter Sirii centupla mi-
st diametri Solaris. Magni momenti est hæc observatio,
eam motus Telluris annuus circa Solem, adeoque ve-
matis Copernicani, rigorose demonstretur, ita ut nul-
eptioni locus, id quod non obtinet in parallaxi stellæ
Flamstædio observata, quemadmodum alibi monstra-
. D. 27 Mart. 1717 *de la Hire* observavit initium ecli-
pter nubes observationem turbantes dubium h. 1 55',
nem $7\frac{1}{2}$ digitorum h. 3 14' 10" & 20' 25", finem h. 4
elo sereno. Medium eclipseos determinat h. 3 17' 20".
ioque eclipsin observavit *Cassini*, qui finem refert ad

h. 4

Act. Erud. An. 1721. M. Maii.

h. 4 38′ 10″, initium circiter ad h. 1 54′. *De la Hire* æqui ctium vernale exacte observavit d. 20 Mart. hor. pomerid. 5 ; Idem describit Micrometrum universale, quod non modo in mni eclipsi sive lunari, sive solari locum habet, verum etiam quovis alio casu, ubi micrometris utimur, utiliter adhiberi Commendaverat nimirum in Tabulis suis astronomicis p. 71 cinum duplicem, cujus crura ex una parte sint e. gr. alteris cies majora ejusque forma talis, ut in tubum telescopii cr breviora per fissuram intromitti possint, apicibus acutissimis jecto in foco depicto applicatis. Nunc illud perfecturus crura b viora in arcus ellipticos seu ovales incurvari jubet, ne part objecti tegant rectilinea. Monet varia circa usum hujus mic metri, inprimis in observandis eclipsibus, & præmittit disc sum de inventore microscopii, quem *Picardum* atque *Azout* laudat, atque amplissimo ipsius in re astronomica usu. Idem *la Hire* peculiarem exhibet discursum de inventoribus microm tri, horologii oscillatorii & tuborum opticorum. Refert ibiden *Malvasiam* in Ephemeridibus A. 1562 editis p. 196 speciem qua dam micrometri attulisse, quod parum differat ab eo, quod *P cardus* atque *Azoutus* A. 1666 publici juris fecere. *Hugenium* Systemate Saturnino jam biennio ante *Malvasiam* nempe A. 16 dedisse methodum observandi diametros apparentes Planetarum quæ aliquid micrometro simile continet & a quo parum ablud micrometrum *Malvasianum*. Primam ergo inventionis laude *Hugenio* tribuit. Eidem quoque inventum *horologii oscillatorii* a scribit, cujus constructionem primum Hagæ-Comitum Ann. 16 edidit, motum deinceps penduli æquabilem reddere docuit tractatu de Horologio oscillatorio Parisiis 1673 publicato. Tu optici inventum refert sub initium seculi decimi septimi ad art ficem quendam Batavum, quem non nominat; sed mox ad o servationes cœlestes transtulisse *Gallilæum*. Tubum ex duobus v tris convexis compositum, quem astronomicum vulgo vocant A. 1611 invenisse *Keplerum* & in egregio Dioptricæ libello pr pos. 86 demonstratum dedisse. Negat autem, *Portam* in Mag naturali inventum telescopii jam indigitasse, quemadmodum i *Hugenio* videtur. D. 20 Sept. An. 1717 *de la Hire* observavit o telescopii 7½ micrometro instructi obscurationem 7 digitoru hor. 6 28′ 20″ & finem hor. 7 34′ 15″. *Maraldi* hor. 6 33′ qua titatem observavit 7 digit. 6′, finem notavit hor. 7 35′ 30 *Cassini* hor. 6 24′ 10″ vidit eclipsatam Lunam 7 digit. 12′ finem notavit hor. 7 34′ 50″. Confert observationem sua cum Norimbergensi *Wurzelbaueri*, qui finem notavit h. 8 10′ 1

Pag. 193.

& inde

ide differentiam Meridianorum deducit 36′ 5″. Exhibetur Act. Erud.
a observatio ejusdem eclipsis, quam instituit *Delisle* junior An. 1721.
cum observatione occultationis *Aldebaran* d. 25 Sept. 1717 M. Maii.
ina facta: nihil autem mutationis stellæ accidit, unde atm-
ohæræ lunaris existentia stabiliri posset. *De la Hire* expo-
constructionem horologii tempus verum una cum me-
ndicantis valde simplicem & demonstratione Geometrica
tam.

Mechanicis pressiones cylindrorum & conorum rectorum,
que sphærarum & sphæroidum quorumcunque a chordis cir-
olutis & potentia quacunque tractis profectas ad calcu-
revocat *Varignonius*, usus lemmate a *Borello* in tractatu de
animalium Tom. II. propos. 56. demonstrato. *De la Faye*
ibit rotam helicibus instructam, ad aquas ad radii altitudi-
elevandas, qualem, etsi inscio ipso, jam indicarunt *Decha-*
Tom. 3. *Mundi* Mathemat. prop. 41. Tractat. de Machinis &
raulicis & *Wolfius* in Element. Hydraul. §. 99. Fig. 45. Stru-
n tamen helicum distincte atque singulari ratione exponit,
nomine rota ipsius inter nova inventa locum mereatur.
ne inquirit in principia actionis fluidorum, fluida conside-
inquam aggregatum infinitorum fere solidorum infinite
um. Si ergo solidum a fluido impellitur, perinde est ac
meri globuli illud una percuterent. *Delasme* novas pan-
um species describit vulgari, quo aurigæ utuntur, pan-
præstantiores.

c Anno 1717 *Jacobus Ozanam* natus Ann. 1640 in Princi-
mbensi, patre divite ac multa prædia possidente, qui ex
Judaica originem ducebat. Cum natu minimus in bo-
ntis succedere non posset, pater eum Ecclesiæ destina-
im vero Philosophiæ scolasticæ ac Theologiæ, quæ ni-
nilis eidem videbatur, pertæsus in libros Mathematicos
r autodidactum egit, paucas suppetias ferente Professo-
ogiæ, quo utebatur. Patre mortuo studio Theologi-
er quatuor annos vacaverat, valedicens ad Mathema-
n appulit & eorum docendorum gratia Lugdunum Gal-
contulit, animi magis, quam pecuniæ gratia. Ludo
stabatur, nec invita fortuna. Ann. 1670 edidit Tabu- Pag. 195.
n Tangentium & Secantium atque Logarithmorum,
s iis, quas dedere *Ulacq*, *Pitiscus* & *Briggius*. Cum
eris, quos in Mathesi instituerat, & qui literas cam-
ium acceperant, Parisios abituris, absque chirogra-
nquaginta dupliones mutuo dedisset. *Dagnessean* actio-

Act. Erud. An. 1721. M. Maii.

ne tam generosa commotus eum Parisios advocavit & pa cinii sui certiorem reddidit. Vix Parisiis advenerat, cum arem agonizantem ipsius videndi desiderio teneri rescirer. N in patriam advolans mortuam invenit atque fratris natu joris artibus se hæreditate exclusum doluit. Parisios redu misso ludo, Mathesin unice coluit. Uxorem duxit tantum pauperem & ex ea 12 liberos genuit. Quamdiu exteri Pari degebant, reditus ei sufficientes ex Mathesi proveniebant; durante bello discipulis destitutus ad libros componendos convertit, non tam animo lucrandi, quam temporis falle gratia. Pauco tempore multa scripsit. Opera ejus præci sunt Dictionarium Mathematicum, cursus Mathematicus, t Status de Algebra, de sectionibus conicis, recreationes Mat maticæ & Physicæ, *Diophantus* MSC. Versatur autem circa Ge metriam veterem; recentiorem sublimiorem non attigit. A 1701 ætatis 61 uxorem amisit & eodem tempore in numeru Adjunctorum Academiæ Scientiarum adscitus est. Mortem pr sensit sanus & d. 3 April. 1717 hor. 3 pomeridiana apoplex subito extinctus, nemine nisi ancilla præsente. Plus famæ ap exteros, quam apud Gallos consecutus. In religione ultra pl bem sapere noluit, Doctorum, inquiens, Sorbonnæ est disput re, Papæ decidere & Mathematici in linea perpendiculari in P radisum ascendere.



M. JOHAN-

Act. Erud. An. 1721. M. Maii, Pag. 195.

JOHANNIS BURCARDI, BASILEENSIS,

EPISTOLA ad Virum Clariss. BROOK TAYLOR, J. U. D. & R. S. B. Soc.

Egi *Apologiam* tuam, Cl. Taylore, contra *V. Cl. Joh. Bernoullium*, audivique, illam non uno tantum loco typis fuis-cusam: Londini bis prodiit, si non pluries, videlicet in Transonibus Regiæ Societatis, tum etiam in scheda peculiari, de- Pag. 196. : semel saltem in Belgio; an alibi insuper & quot linguis prouam Gallica & Latina lucem aspexerit, mihi nondum constat. peram dedisti indefessam, ut veniret ad notitiam exterorum ue Mathematicorum.

Anglia transfretasti in Galliam, disseminaturus ibi, pra n Lutetiæ, (hunc tui itineris scopum fuisse multi mecum ntur) tua schediasmata: exemplar unum, mittente Cl. Vanio, accepit Cel. Bernoullius mecumque communicavit.

forsan lætabaris, Cl. Taylore, Bernoullium nostrum mi-culsum iri, ubi tuas legerit acerbas expostulationes, fasti contemptu aculeisque virulentis refertas; sed spem illam inanem fuisse ex eo cognoscere tibi licuit, quod Cl. Bers causæ suæ fisus te per Cl. Varignonium sollicitavit, ut huc aliquot duodena exemplaria tuæ *Apologiæ*, an Invecti-yus transmittere velles, sancte promittenti, se illa per niam, Helvetiam & Italiam (in quas forsan mittendi oca n ipse non habeas) fideliter distributurum; prævidit nomium secum agendi modum non posse non id efficere, ut nnes æquos rerum judices fama Bernoulliana, quæ tibi t in oculo, altiores radices agat. Quis enim tuas nænias non statim animadverteret animum tuum invidia fasci- Cl. Bernoullius te condecoraverat titulo *insignis & acutræ* aliisque occasionibus te civiliter tractaverat, quin r Monmortium tuam ambiverat amicitiam: sed quid ore, pro hac humanitate reposuisti? certe nihil, quam ntemtum fastumque spirantia; scilicet tibi jam est Ber- si Diis placet, *imperitus Leibnitii fautor, calumniator*

Act. Erud. An. 1721. M. Maii. *contumeliosus, malevolus detrectator, Princeps eorum qui univer[…] Anglis sunt infensi* &c. Quid, si talia iis rependis, qui hum[…]niter te tractant, quid, inquam, illi abs te expectandum hal[…]rent, qui seposita humanitate liberius de te loquerentur ? Cl[…] Bernoullius, qui neminem unquam aggressus est, nec nisi prin[…] graviter lacessitus, quenquam offendit; posset utique causam su[…] ipse contra te agere, atque te pro merito depexum dimitter[…] quid enim facilius quam injurias injuriis repellere, & quicquid[…] eum effudisti, in sinum tuum refundere, sed non ita solet in[…]tari lixas, & quam sibi imposuit legem, vid. Act. Lips. 171[…]

Edit. Act. pag. 262. *se nimirum nemini responsurum, qui conviciis tantum aculeis voluerit pugnare*, strictissime observabit, *securus profect[…]* ut in iisdem Actis anni sequentis pag. 598. monuit, *se quoque […]lente maledicorum conatus in fumum abire, utpote a quibus ipsi existimatio*, quam tantopere destructam cuperent, *minime […] pendeat*.

Pag. 197. Patere igitur Vir Clarissime, ut vices agam Cel. Bernoul[…] nostri, cujus humanitatem erga te observatam tam inhumanit[…] tractasti: amice respondebo, quod etsi non mereatur incom[…] tua & fastidiosa scribendi ratio, meretur saltem ingenii tui m[…]thematici (utinam non tam superciliosi) felicitas; hanc nos[…] nam & in hoste virtus laudanda, quanti valet, æstimamus.

Nomen quidem meum exprimere nolueram, non quod te […] formidarem, sed quia nullam inde quærebam laureolam; veru[…] postquam, quibus titulis anonymos condecorare soleas, mecu[…] perpendissem, sententiam mutans illud apposui, quamvis id ti[…] perinde esse debere existimem, si non tam ad hominem, qua[…] ad res ipsas respicere volueris: secus si feceris, atque ad injuri[…] & convicia, tanquam ad arma tua confugeris, crede mihi, […] Taylore, eo ipso demonstratum dabis, tua te causa cecidiss[…] nec te juvabit magnam affectare fidentiam, & erecta crista c[…]spicere tuos adversarios; rerum nostrarum periti & æqui judic[…] damnabunt barbaram istam pugnandi viam: nos vero non mag[…] pendimus, quid in Patria tua judicaverint quidam ex sociis t[…] simili fastu turgidi & livore in exteros occœcati, hi enim soli […]bi credent, & quo vehementius in nos debacchaberis, eo pro[…]tius applaudent. *Necesse est*, ut lepide habet Quintilianus, *c[…]tumeliosius loquaris, quod probare non possis, & affirmationem sun[…] ex homine, quicquid non habet ex veritate*.

Tria observavi in scripto tuo, Clarissime Taylore, quæ e[…]probras Cel. Bernoullio, & quæ tibi ansam dederunt usque ad[…] in illum invehendi, illa sunt hæc.

I. Locus *in Epistola pro eminente Mathematico* D. J. Bernoulli

Actis

s Lipſ. A. 1716. inſerta p. 338. qui ita ſonat: *Hoc nihil novi* *Act. Erud. An. 1721. M. Maii*
quibusdam Anglis, qui ſibi ſolis licere putant, aliorum inven-
nquam ſua [illegible] uſurpare, *quando ipſi homines que Deos que*
tant, ubi vident, vel ſaltem videre arbitrantur, extraneos in
um inventa manus injecisse. *Exempla ſunt quorundam, ut Chey-*
des Hayes, Tayloni, aliorumque, qui paſſim inventis Bernoul-
unt uſi, alienisque, vel nulla prorſus facta mentione Autoris
&c.

I. Diſplicet tibi, quod in Actis Lipſ. A. 1718. p. 499. Ber-
llius de te, quem tamen, quod crimen ejus emollire poterat,
avit *Geometram inſignem & acutum*, dixerit, te *ad profundio-*
ra, aliorumque feliciter penetraſſe.

II. Male te habet, Vir Clariſſime, amica admonitio Cel. Ber-
llii de tua in ſcribendo obſcuritate, qua fiat ut ſcripta tua *a*
picacioribus quoque Mathematicis vix intelligi queant.

'idebo nunc, an gravia adeo hæc ſint delicta, ut tam feroci- *Pag. 198.*
in illa animadverteres: quod quidem ad primum punctum
iet, *quo* haud obſcure poſtularis *Plagii*; fateor, de injuria
illata potuiſſe te conqueri, ſi id dixiſſet Clariſs. Bernoullius,
: *ſi* tu eſſes innocens & probe te purgaſſes a plagii ſuſpicione,
tiamnum vehementer gravaris: ſed præterquam quod no-
eſpondere non teneatur de eo quod Autor *Epiſtolæ pro emi-*
Mathematico aſſeruit, cum præſertim jam publice per Fi-
ſuum declaraverit, ſe omnia, quæ in illa Epiſtola continen-
non approbare, hoc inſuper verum eſt, tantum abeſſe, te
ri poſſe de non uſurpatis aliorum inventis, ut jam temet
habeamus confitentem plagii reum, nunc quippe fateri de-
:ogeris, te *in Iſoperimetro uſum eſſe Analyſi Autoris Jacobi*
llii, cujus tamen nomen reticueras. Num reliqua, quæ in
io de Methodo incrementorum poſt Bernoullium noſtrum
: tractaſti, ut de funicularia, de centro oſcillationis, de
ra lintei &c. ſatis evincant, te propria, ſicuti jactas,
ſe Analyſi, judicent periti, quos libri tui obſcuritas a le-
pſius non abſterruit. Neſcis forſan, mi Taylore, nobis
nſtare de cauſa ob quam gratia excideris apud Illuſtriſſi-
:ewtonum; ſcilicet huic quoque, quod ſuum eſſe crede-
ripere & cum illo de inventorum gloria contendere au-
: ſi rem propius inſpiciamus, etiamſi vel maxime favere
mus, non tamen mehercle poſſumus, quin rotunde di-
nethodum tuam incrementorum præter tituli novitatem
quid continere, ſtatim namque ac tu conſideras quanti-
riabilium incrementa, tamquam finita, nihil inde effi-
quam quod per Algebram ordinariam præſtari poteſt;
quo-

Act. Erud. An. 1721. M. Maii. quomodo vero inde deriventur proprietates *differentialium*, ut a vestratibus vocantur, *fluxionum*, id dudum ante te ostensum esse, patet ex sectione prima *Anal. Infin. parvorum*.

Quæ habes de *fluentium fluentibus*, in quibus mirum quantum tibi places, nec illa certe sunt nova Cel. nostro Bernoullio: quod tibi est x' designans fluentem ipsius x, illi olim erat fx; quodque tibi est x'', denotans fluentem fluentis x', erat illi ffx, atque in genere quod tu intelligis per x notatum accentu acuto toties repetito, quotus fluentis est gradus, cujus exponens sit n, id ille expresserat simpliciter per $f^n x$, non secus ac differentialis ejusdem gradus notari solet per $d^n x$; cum vero quantitatem aliquam *differentiare* negative sit idem quod *summare* vel *integrare* affirmative, atque vice versa *summare* vel *integrare* negative tantundem sit, ac *differentiare* affirmative, pronum est colligere quod $f^n x = d^{-n} x$ & $f^{-n} x = d^n x$. Ne autem putes, Vir Cl. talia nunc demum a nobis confingi, ut tuis, quæ jactas, derogemus, transcribam huc quædam excerpta ex literis quibusdam Bernoullianis ad Illustrifs. Leibnitium datis jam quinto ante finem superioris Sæculi anno; quæ continent, erunt tibi forte ingrata, sed tanto gratiora lectoribus aliis, qui non invidia torquentur. Pag. 199.

De his literis (ne credas me ad testem mortuum provocare) testari potest Cl. Varignonius, Vir, ut nosti, incorruptæ fidei, cum quo nempe Cl. Bernoullius specimen aliquod ex literis illis de eadem materia communicavit in aliqua Epistola scripta d. Decembris 1697. tuum est, ni credere mihi velis, ex ipso illo Viro integerrimo quærere, quid de hac re sit; petenti non negabit testimonium. En igitur verba Bernoullii ad Leibnitium in Epist. $\frac{8}{18}$ Junii 1695. „Eleganter observasti consensum inter „numeros potestatum a binomio & differentiarum rectangulorum; „haud dubie aliquid arcani subest. Nondum satis vacavit examinare, an quid inde pro summationibus elici possit. Video „tamen quantitatem propositam differentialem cujusvis gradus „integrari posse, eam primo differentiando more consueto, & „in sumendo tertiam proportionalem hujus novæ quantitatis dif„ferentialis ad differentialem propositam, consideratis interim „d, d^2, d^3, d^4 &c. tanquam quantitatibus Algebraicis, & non „ut literis tantummodo characteristicis; sic ex. gr. tertia pro„portionalis d^3 ad dd erit d; & d^4 ad d^3 erit dd (ac si litera d „quantitatem Algebraicam denotaret) in hunc finem esto pro„sita differentialis tertii gradus hæc $xd^3y + dxddy$ cujus integra„lis invenienda sit: differentietur ea more solito & habebitur „$xd^4y + 2dxd^3y + ddxddy$; posito jam d^0x pro x, sumatur se„cundum regulam meam tertia proportionalis ad $d^0xd^4y + 2dx$

ddxddy & propositam: $d^{\circ}xd^3y + dxddy$, quæ erit $d^{\circ}xddy$, [illegible] hoc est, $xddy$: dico itaque $xddy$: esse integralem quantitatis propositæ $xd^3y + dxddy$, quod quidem nunc calculum primo intuitu patebat; juvat tamen ostendisse, quomodo per methodum eo perveniri possit. Nota, quod in hac scrutinio literæ ipsæ, quæ alias indeterminatas denotant, non considerandæ sunt ut tales, sed duntaxat quatenus afficiunt vel distinguunt ipsas *d*, *dd*, d^3 &c. hoc modo quadratum ipsius d^3y hic non est d^3y^2 sed d^6y; cubus ipsius d^3y non d^3y^3, sed d^9y, idem puta de multiplicatione, divisione & extractione radicum, erit scilicet nova hac operandi ratione $d^2y \times d^3y$, $= d^5y$; $\frac{d^7y}{d^5y} = ddy$;
$d^6y = ddy$; item $\frac{ddy}{ddy} = d^0y = y$: Hoc pacto $\frac{x}{x}$ non est $= 1$,
sed $= \frac{d^0x}{d^0x} = d^0x = x$. porro quoniam d^{-m} idem quod $\int^m$, erit ex.
gr. $\frac{d^4y}{d^5y} = d^{-1}y = \int y$, & $\frac{d^3y}{d^2x} = d^3y.d^{-2}x = d^3y \iint x$. Idem intelligendum, si plures sint indeterminatæ *x*, *y*, *z* &c. Accidit plerumque, sicuti prævideo, ut integrale quantitatis differentiæ propositæ hoc modo inventum exprimatur per seriem, quandoque præsertim proposita differentialis sua natura non est integrabilis: Ex. gr. integranda sit $xd^3y + 2dxddy$; si differentietur, prodibit $xd^4y + 3dxd^3y + 2ddxddy$: ergo tertia proportionalis ejus ad illam more nostro sumta erit $\frac{d^0xd^6y + 4dxd^5y + 4ddxd^4y}{d^0xd^4y + 3dxd^3y + 2ddxddy}$, instituta jam divisione continua, incipiendo a primo denominatoris membro, habebitur hæc series $d^0xddy + dydx - d^0yddx + yd^3x - d^{-2}yd^4x + d^{-3}yd^5x$ &c. hoc est, $xddy + dydx - yddx + \int y d^3x - \iint y d^4x + \int^3 y d^5x$ &c. quæ proinde æqualis est $xd^3y + 2dxddy$. Alia invenitur series incipiendo divisionem ab ultimo membro, nimirum hæc, $2d^0xddy - d^{-1}xd^3y + d^{-2}xd^4y - 3xd^5y + d^{-4}xd^6y$ &c. hoc est; $2xddy - \int xd^3y + \iint xd^4y - \int^3 xd^5y + \int^4 xd^6y$ &c. quæ proin priori seriei æqualis est. Alia adhuc abscondita hic latent, quæ autem eruere & studiosius excolere non vacat, &c.

In sequente Epistola Mense Aug. 1695 data ad eundem Virum Clarissimum hanc materiam continuavit his verbis:
„Meministi, inquit, me seriem universalem invenisse (vid. Act. Lipf. 1694. pag. 86.) pro quadraturis & rectificationibus per repetitam additionem & subtractionem quantitatum æqualium, quæ „tibi

Act. Erud. An. 1712. M. Mai.

Pag. 200.

Pag. 201.

Act. Erud. An. 1721. M. Maii.

„ tibi non displicuit: Ecce nunc eandem seriem per novum meum
„ integrandi modum repertam. Quaerendum esto $\int ndz$; differen-
„ tietur more consueto ndz, ut habeatur $nddz + dndz$, sive
„ $d^0nddz + dndz$. Ad hoc proin & ad ndz, seu d^0ndz, ex
„ praescripto novae regulae capiatur tertium proportionale, quod
„ erit $\frac{d^0nddz}{d^0nddz+dndz}$ = (diviso numeratore & denominatore per
„ d, quod a z afficitur) $\frac{d^0ndz}{d^0ndz+dnd^0z}$. Facta nunc divisione
„ ultima, inchoando a priore denominatoris termino prodibit
„ $\int ndz = d^0nd^0z - dnd^{-1}z + d^2nd^{-2}z - d^3nd^{-3}z +$ &c. hoc est, nz
„ $- dn\int z + d^2n\int^2 z - d^3n\int^3 z +$ &c. inchoata vero divisione a po-
„ steriore termino orietur $\int ndz = d^{-1}ndz - d^{-2}nd^2z + d^{-3}nd^3z$
„ $- d^{-4}nd^4z +$ &c. hoc est, $dz\int n - d^2z\int^2 n + d^3z\int^3 n - d^4z\int^4 n +$
„ &c. Quoniam vero (posita dz constante) $\int z$, $\int^2 z$, $\int^3 z$, $\int^4 z$ &c.
„ aequantur ipsis $\frac{zz}{1.2dz}$, $\frac{z^3}{1.2.3dz^2}$, $\frac{z^4}{1.2.3.4dz^3}$, $\frac{z^5}{1.2.3.4.5dz^4}$
„ &c. prior series inventa $\int ndz = nz - dn\int z + d^2n\int^2 z - d^3n\int^3 z +$
„ &c. convertetur in hanc $\int ndz = nz - dn\frac{z^2}{1.2dz} + d^2n\frac{z^3}{1.2.3dz^2}$
„ $- d^3n\frac{z^4}{1.2.3.4dz^3} +$ &c. quae omnino eadem est, quam in Actis
„ Lips. loco supra citato exhibui. Quod si ponamus dn constan-
„ tem, erunt $\int n$, $\int^2 n$, $\int^3 n$, $\int^4 n$ &c. $= \frac{nn}{1.2dn}$, $\frac{n^3}{1.2.3dn^2}$,
„ $\frac{n^4}{1.2.3.4dn^3}$, $\frac{n^5}{1.2.3.4.5dn^4}$, &c. Hinc altera series $\int ndz$
„ $= dz\int n - d^2z\int^2 n + d^3z\int^3 n -$ &c. mutabitur in hanc $\int ndz =$
„ $dz\frac{nn}{1.2dn} - d^2z\frac{n^3}{1.2.3dn^2} + d^3z\frac{n^4}{1.2.3.4dn^3} -$ &c. in qua per-
„ inde ut in praecedente applicando ad exempla dz, d^2z, d^3z,
Pag. 202. „ &c. destruuntur per dn, dn^2, dn^3 &c. ita ut proveniant quan-
„ titates pure Algebraicae: quae series itidem ut in Actis docui
„ per iteratas additiones & subtractiones reperiri potest &c.

Quid censes, mi Taylore? annon vides ex paucis his speciminibus (plura brevitatis gratia non addimus) hanc materiam ante te jamdiu fuisse occupatam & forte solidius tractatam? Annon etiam percipis, longe commodius adhiberi literas d & $\int$, quam vestra puncta & accentus, siquidem cum his non aeque ac cum

illis

lgebraico modo procedere liceret? Hinc quoque intelli- Act. Erud.
t hoc in transitu dicam, quousque jam tum Clariss. Ber- An. 1721.
is penetraverit in naturam differentialium ulteriorum gra- M. Maii.
, quam tu ipsi perspectam non esse asseverare audes: hac
utem infra tecum fusius agam. Interim ne irascere, quæ
nunc detegam plagium, quod circa hanc ipsam materiam
isisti & sub consuetæ tuæ obscuritatis caligine abscondere
is fuisti; continetur illud in libri tui *Incrementorum* pag. 38.
op. XI. hoc tradis Theorema veluti novum & tuum.
s rs fluens, inquis, *exprimi potest per alterutram ex serie-*
$= rs - \dot{r}s + \ddot{r}s - \dddot{r}s +$ &c. *vel* $\boxed{rs} = r\dot{s} - \dot{r}\ddot{s} + \ddot{r}\dddot{s} -$
uam novum sit sc. patet ex allatis seriebus Bernoullianis
ore jam sæculo inventis; quæ tu revocas r, $\dot{r}$, $\ddot{r}$, $\dddot{r}$ &c.
s, s &c. item r', r'', r''' &c. s', s'', s''' &c. Cl. Bernoullio sunt z,
z, dz &c. n, dn, d^2n, d^3n &c. item fz, f^2z, f^3z &c. fn, f^2n,
quod apud te est $\boxed{rs}$ id Celeb. Bernoullio audit $\int ndz$;
ta jam tuos characteres in Bernoullianos, & prior tua
$\boxed{rs} = rs, - \dot{r}s + \ddot{r}s - \dddot{r}s +$ &c. oppido est Bernoulliana
$dz = nz - dnfz + d^2nf^2z - d^3nf^3z +$ &c. posterior vera tua
$\dot{s} - r\ddot{s} + \dot{r}\dddot{s} -$ &c. itidem est Bernoulliana posterior
$fn - d^2zf^3n + d^3zf^3n -$ &c.
hæ series perscriptæ sunt Illustri Leibnitio An. 1695 ac Pag. 203.
t communicatæ cum Viris Celeb. Marchione Hospitalio,
io, & ni fallor aliis. Tu Vir optime easdem in lucem pro-
bro tuo, anno demum 1715 impresso: ita nos pascis
a post 20 annos recocta. Sed nec ignorare poteras, nam
s Acta Lipsiensia, seriem tuam $\boxed{rs} = rs - \dot{r}s + \ddot{r}s$
c. (quæ ut ostendimus nonnisi notandi modo differt a
oulliana $\int ndz = nz - dn \frac{z^2}{1.2.dz} + d^2n \frac{z^3}{1.2.3\,dz^2} - d^3n$
$\frac{}{z^3}$ + &c.) jam extare in Actis illis 1694 pag. 86; hoc
sti. Quid inde sequitur? scilicet, te reum esse pla-
ctum.
re oggerentem, *te hic saltem propria usum esse Ana-*
modo dici possis alios fraudasse: foret fateor aliquid
ibuendum, si quod oggeris verum esset, & neglecta

M Ana-

Act. Erud. An. 1721. M. Maii. Analysi Bernoulliana, quæ simpliciter procedit per additiones & subtractiones earundem quantitatum sub diversis formis expressarum, dedisses aliam & tibi propriam Analysin; interim quam dedisti, minime est tua, sed est Clarissimi Moivrei, qui eam pridem exhibuit in publicum anno nimirum 1704, in suis doctissimis animadversionibus contra Cheynæum, plagiarium fastuosum & tibi admodum similem. Ut autem clarius pateat identitas Analyseos tuæ cum Moivreana, transcribam priora tantum vestra utriusque verba. Tu ita infis pag. 38: *Sit fluens quæsita rs + p, hoc est* $\boxed{\dot{rs}} = rs + p$: *Tum capiendo fluxiones, erit* $\dot{rs} = \dot{r}s + r\dot{s}, + \dot{p}$, *hoc est*, $\dot{p} = \dot{r}s$, *adeoque* &c. Clariss. Moivreus p. 69: *Sit*, inquit, *fluens ipsius* $z\dot{y} = zy - q$; *tunc* $z\dot{y} = \dot{z}y, + z\dot{y} - \dot{q}$, *sive* $\dot{q} = \dot{z}y$. *Pone* &c. Tu habes $\dot{r}s$; Moivreus habet $\dot{z}y$, quod tibi est $\dot{p}$, Moivreo dicitur $-\dot{q}$. Reliqua, si non omnino verbotenus sunt eadem, sunt quoad sensum tam similia sunt, ut vix ovum ovo similius esse queat.

Pag. 204. Quid ad hæc dicis, Vir Clariss. frustra nobis obtrudis pro excusatione *nimium tuam ignaviam, ob quam, quod de rebus cum esses maxime sollicitus*, uti jactas, *Historias rerum & Nomina Autorum penitus neglexeris*. Sic omnes plagiarii se excusabunt, sed hæc tua ignavia te non detinuit, quin sæpissime Nominis Newtoniani (quod & nos veneramur) mentionem faciendi ansam arriperes, in rebus etiam, quæ jam sunt tritissimæ, qualis est series quam profers pag. 55 pro inventione Dignitatis Binomii, quam & Bernoullius noster (cujus Nomen tibi adeo invisum est) in Lectionibus suis Hospitalianis in multorum manibus versantibus singulari modo ante tot annos inventam tradidit & postea multis aliis modis eandem nimis facile eruit, quam ut eas luce publica dignas censeret.

Series vero Bernoulliana $\int ndz = nz - dn \frac{z^2}{2 \cdot 1dz} + d^2n \frac{z^3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot dz^2} - d^3n \frac{z^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4dz^3} +$ &c. minus erat trita, & forsasse non minoris momenti, quam Newtoniana. Illam itaque jure potiore, quam hanc primo suo inventori asserere debuisses, si voluisses bona fide agere.

Sed hoc ipso quod tecta & remota impunius auferuntur, quam quæ in omnium oculis versantur, non dubitasti inventum illud sub velamine punctorum & accentuum tuorum $\boxed{\dot{rs}} = rs$

$+r's-r''s+$ &c. autori Cl. Bernoullio subducere; credetatum in obscuritate tua, & furtum quasi in sacco ge- Act. Erud. An 1721. M. Maii.
n.
erum exempla, quæ depromis ex hoc tuo furto, sunt tri-, immo fere obsoleta, hinc recte quidem monuisti pag. *c jam elegantius fieri ab illustrissimo Newtono in quadratuvarum*, modo interim non oblitus fuisses monere pariter, diu antequam tractatus Newtonianus in lucem venisset, fuisse ab aliis, ut videre est in *fluxionum Methodo inversa i Cheynæi*, sed magis adhuc in scheda quam Cheynæus libro suo adjunxit sub titulo *Addendorum & Annotando* de quibus ita loquitur Cheynæus in præfatiuncula eorum, quæ in iis continentur suo Marte invenisset, cum tamen c literas acceperit a Johanne Bernoullio antea consulto & o, ut quod annotasset in libro Cheynæano, cum ipso Cheymice communicaret; id quod Bernoullius qui minime est *iosus*, libenter indulsit Cheynæo roganti sed postea tur- Pag. 205. *ibutenti* prona Cl. Bernoullii facilitate; si hac de re plu*se* cupis, Cl. Taylore, adeas Cl. Moivreum, ex quo omurate rescisces, videbisque te in Cheynæo habere tibi si*plagiarium*, quamvis hujus criminis socios in Anglia ve*res alios* habeatis.

e redeo, Vir Clariss. jam non vacat venari omnia plampla, quæ in obscura tua incrementorum sylva deliteunum tamen præterire non possum, quod ipse comme*haud* dubie culpæ conscius culpam amoliri satagis sed . Scilicet nova Theoria Bernoulliana de centro oscilpublicata anno 1714 in Actis Lips. Mense Junio, ut omment. Reg. Scient. pro eodem anno usque adeo tibi ut eandem postea tuo libro inserueris, tanquam a te . Plagii suspicionem, quam quis ex eo quod liber tuus nno serius in lucem venerit, quam schediasma Bernoulhabere posset, prævenire quidem omni modo studes, s tuis rationibus, seu potius commentis nihil aliud conm ut Lectores judiciosi in suspicione sua obfirmentur. discutere, quæ hanc in rem afferuntur in Diario Gallivis imprimi solito sub titulo *Biblrotheque Angloise*, ad quippe sollicite congesta a recensore tui libri, hoc e conjicio, a te ipso, jam anno præterito in Actis Lips, Cl. Nic. Bernoullius nostri Filius, qui inter alia appri- t, non sat bona fide actum esse a recensore, quod onem facit Theoriæ Bernoullianæ, fingat eandem ex-

 tare

Act. Erud. An. 1721. M. Maii. tare tantum in Commentariis Parisinis pro anno quidem 1714, sed nonnisi anno 1717 editis, dissimulans alteram editionem, quæ habetur in Actis Lipf. 1714 M. Junio, & quæ proin hoc ipso mense fuit divulgata; Acta enim ista distribui solent ipsis Calendis cujusque mensis cujus nomen præseferunt. Ita putavit tuus Patronus, neminem fore, qui solutionem problematis de centro oscillationis insertam libro tuo A. 1715 mutuatam e Bernoulliana, præcedente jam anno edita, suspicetur. Sed tandem in te rediens animadvertisti, fucum istum nimis esse palpabilem, quam ut quenquam decipiat: rerum enim nostrarum curiosi, qui Commentarios Parisinos evolvunt, lectione quoque Actorum Lipsiensium delectantur. Quare relicto hoc stratagemate, nunc alio uteris, sed non magis idoneo. Quando enim in tua Apologia hunc in modum loqueris: *Bernoulli solutiones duæ extant eodem anno* (1714) *editæ; quarum posterior cum nostra, quoad principia, tam mire consentit, ut jurares ab eodem homine esse utrasque inventas*; fingis utique duas illas solutiones Bernoullianas, quoad principia esse a se Pag. 206. invicem diversas, ut tuam quoque a Bernoulliana priore diversam esse Lectori persuadere possis: at miserum artificium, quo ne imperitioribus quidem illuseris! oportet quippe utramque tantum linguam intelligere Gallicam & Latinam, ut quis ex contextu æque ac ex inspectione figurarum percipiat schediasma Gallicum Theoriæ Bernuollianæ in Commentariis editum, esse nudam tantum versionem schediasmatis Latini in Actis vulgati, eamque tam fidelem, ut verbotenus fere ubique interpres reddiderit Gallice, quod a Bernoullio scriptum erat Latine.

Quid ex his omnibus sequitur, mi Taylore, nisi id tantum quod si solutio tua eadem sit cum Bernoulliana posteriore, ut fateris, sit quoque eadem cum priore, quæ ante tuam in publicum prodiit, minimum per integrum annum; credamus igitur citra juramentum solutionem in libro tuo 1715 eamque in Actis 1714 *ab eodem homine esse utrasque inventas*.

Nec est quod dicas, librum istum tuum fuisse penes *Societatem Regiam & cum omnibus fere vestris Mathematicis communicatum usque a Mense Aprilis* 1714; ad hoc quippe satis superque responsum est a Bernoullio Filio. Demus, si ita vis, librum istum tuum pridem ante ipsius editionem fuisse communicatum cum vestris Mathematicis, quis eorum erit, qui se in eo solutionem tuam jam tum vidisse testabitur? annon postea nemine animadvertente intrudi potuit? At ipsa *solutio tua ut causaris cum amicis Tuis communicata est usque ab initio anni* 1712, atque hoc verum esse *testes citas epistolas autographas Keillii tui*. At fragile testimonium, si aliud tibi non suppetit! audes contra Bernoullium accer-

e in testem Keillium, quem nosti esse nominis Bernoulliani Act. Erud.
que Nationis Germanicæ inimicum infensissimum? Hoccine An. 1721.
rmittit Jurisprudentia tua? Ego vero sincerius tecum agam, M. Maii.
camque testimonia contra te non ab inimico tuo, sed ab amico
uodam tibi fidelissimo & in studiis Mathematicis versatissimo,
quanta pars inventorum gloriæ unicuique debeatur appri-
iaro, quippe qui operam dedit conscribendæ Historiæ *de in-*
Mathematicis eorumque veris Autoribus, qui proinde sine du-
nstructissimus fuit authenticis documentis. Utinam vero opus
quod ferme ad umbilicum pervenerat, non interruptum
t præmatura morte scriptoris! multis ex vestratibus, qui
ontentiose sibi suisque varia inique arrogant, os potenter
asset, atque ut erat vir incorruptus, nec Germanis magis
Britannis favens, utpote natione Gallus, ita facile fidem
omnes æquos rerum judices invenisset. Is autem erat (quid Pag. 207.
est nomen celare?) Monmortius Geometra insignis & in or-
Mathematico scriptis suis notissimus. Vir iste tibi erat fa-
rissimus, quem etiam, ut talem agnovisti, vid. Diarium
um Hagiense (*Europe Savante*) mense Maii 1719 pag.
ubi Monmortii amorem in veritatem, ejusque intimam,
honorabat, amicitiam ita extollis: *Je suis si touché* (in-
e l'amour ardent, que vous ressentez pour la verité, & de la gran-
, que vous temoignés par l'opinion favorable, que vous avez des
de mes compatriotes, (sans parler du bonheur que me procure l'e-
nitié, dont vous avez la bonté de m'honorer) que je me ferai tou-
plaisir tres grand, de vous être de quelque utilité dans vos recher-
euses.

s itaque Monmortii, te ipso fatente, tam candidi tam-
ænse faventis & tibi & vestratibus, testimonium nullo
sapis respues; ille autem in numerum Plagiariorum ob-
ibentium te refert, quod percipies ex sequente fragmento
alicujus Monmortianæ ad Cl. Bernoullium scriptæ d. 3. Apr.
me souviens de ce que vous m'avez mandé autrefois touchant l'ob-
penetrable de son (Taylor) livre Method. incrementorum. *Vous*
raison, c'est ramer sur les Galeres, que de lire & de vouloir en-
els livres: pour moi la vengeance que j'en retire si bons qu'ils
est de les laisser là; votre Ami met Mr Taylor au nombre de
citent pas les auteurs dont ils empruntent quelque chose. Il me-
ce reproche, que Mr. Cheynée & sur tout Mr. Hayes, qui vous
Mr. de l'Hospital mot a mot: mais je conviens, qu'il (Tay-
ite un peu - - - - - - - - je ne crains pas les voleurs, mais en
les hais, & la republique des Letres en est pleine: Vous l'avez
r, qu'un autre: je me fais un veritable plaisir en composant
e la Geometrie d'eclairer les larcins, & de restituer à chacun ce
é pris.

Pos-

Possem & alios magni nominis producere viros, qui te, mi Taylore, plagii reum suspicantur, ac nominatim quidem in caussa Theoriæ centri oscillationis, quam Cl. Joh. Bernoullio utpote primo & unico Autori in solidum adjudicant: sed ut bilem tuam effugiant, illos nominare nunc quidem supersedeo, nominaturus si quod spero permittere volueris.

Hæc ad primam tuam querelam. Ad alteram quod spectat, miror te ægre ferre verba Cl. Bernoullii, *te ad profundiora sua aliorumque feliciter penetrasse*, dicentis; nescio sane, annon quilibet alius talia de se dicta sibi laudi duceret: quid enim avidius Pag. 208. amaret, quam gloriam, qua de se prædicaretur, quod tanto polleat ingenii acumine, ut, quæ alii licet ante ipsum mysteria invenerunt, ad ea tamen ipse suo Marte *feliciter penetraverit*? Non credo vel Newtonum, vel Bernoullium, vel alium quemvis ex hodiernis inventoribus offensum iri, si de se dicatur, quod ad archimedea penetraverit, & quidem multo felicius, quam Archimedes ipse. At si quid valet mea conjectura, ideo te pupugerunt verba Bernoulliana, quia plagii vitium tibi tacite exprobrari putabas; alium, qui meliorem habuisset conscientiam non pupugissent. Desine ergo irasci Bernoullio & tuæ potius irascere culpæ, non enim justum est ut alius luat, quod tu peccasti: Bernoullius laudare te voluit, tu laude indignum te sentis, cum prava te mordeat conscientia. Quid stomacharis Bernoullio qui nihil deliquit? Hoccine tua te docuit Jurisprudentia?

Restat ut ostendam, quam iniqua sit tertia tua contra Clariss. Bernoullium quiritandi causa; dixit scripta tua esse *obscura* usque adeo ut ne *a perspicacioribus quidem satis intelligi queant*; sed quid tum? an de obscuritate monere idem est quod crimen exprobrare? si falso te taxasset obscuritatis, habuisses fateor caussam retorquendi culpam in Bernoullii indocilitatem; sed ex literis modo allatis vidisti, Monmortium invita omni qua pollebat perspicacia maluisse ad triremes damnari, quam legere caliginosa tua scripta.

Ne putes, Cl. Vir, Monmortium ita non locuturum fuisse nisi antea ita loquendi occasio data fuisset a Cl. Bernuollio; ecce ab eodem Monmortio, tuo quidem amico singulari, testimonium aliud ultro exhibitum de tua *obscuritate* partim, partim de clara & perspicua Bernoullii scribendi ratione. Sic enim habet in literis ad Bernoullium nostrum d. 28 Octobr. 1718: *Le peu, que vous me marqués de vos idées sur cette matiere* [*des Vibrations des cordes de musique*] *me plait beaucoup: Vous êtes sur* [*Monsieur*] *dans tout ce que vous faites, quoi qu'en dise Mr. Keil; je vous invite à communiquer au public vos decouvertes en ce genre. Il ne sort rien de vos mains,*

qui

soit perfectum ingenio, elaboratum industria *; ce n'est là un compliment,* Act. Erud.
pure verité : & je ne connois personne, qui soit connoisseur & impartial, An. 1721.
n convienne ; ce que j'estime encore infiniment, c'est que vous avez le rare M. Maii.
rieux talent de vous faire entendre, vous êtes presque le seul auteur en
trie, que je lise avec beaucoup de plaisir : je n'aime pas la peine,
'autres me ressemblent en cela, Vous la diminuez infiniment a votre Pag. 209.
r. J'ai bien dit des injures & de bien grosses à mon Amy Mr. Tay-
uand il étoit ici avec moi, sur l'obscurité etonnante, & la mauvaise
de son livre.

isses ne dubitare de sinceritate hujus judicis, qui se (clam te que non ex adulatione) tuum amicum profitetur? quid nunc, ici tui ita de te judicant, quid inquam alii censebunt? In- i idem ille amicus tuus Monmortius in aliis literis ad Clar. oullium 28 Junii 1719 tuam, mi Taylore, obscuritatem, plagium tuum supra notatum dissimulare voluisti, his ex- iit verbis: *Son memoire (de Mr. Taylor) sur les centres d'oscil- n est absolument le même, que le votre, qui a paru le pre- on ne peut une plus grande conformité d'idées; il n'y a de differen- ue dans l'expression claire chez vous, obscure chez Mr. Taylor.*

curiosa sunt atque digna inprimis, ut transcribantur, quæ lem habet Epistola Monmortius de suis inventis circa se- quorum Latine vertendorum, & edendorum curam tibi de- verat: tam egregie sc. translatoris officio functus fueras, tor ipse sua inventa a te in Latinum versa an perversa scere amplius & intelligere vix potuerit. En ejus verba: *miné & ri, que vous ayéz reconnu le stile & le latin de Mr. Tay- ns le petit traité que je vous ai envoyé sur les suites. Je le lui avois ort different de ce qu'il est, il en a voulu changer toute la forme ndu tel qu'en bonneur* je ne l'entend pas trop moi meme. *J'ai pour le deviner de m'accrocher aux exemples qu'il n'a point chan- - - Je me suis douté aussi que le latin n'en etoit pas trop bon.*

ritas tua, mi Taylore, tibi quandoque utilis est, sed ti- ejus namque beneficio videri cupis aliquid solvisse, quod ec solvisti nec solvere potuisti: exemplum habemus in ate a te ipso Mathematicis non Anglis proposito & per oullium perfecte soluto, vid. Act. Lipf. 1719 p. 605 & uod tu ipse, quia nullam dedisti solutionem, minime interim ut imponeres Monmortio tuo, pro vera so- ipsi fumum obtrusisti, ut sibi persuaderet, te solu- npotem esse: audi enim amicum tuum ad Bernoullium 15 Maii 1719 ita scribentem: *Je lirai avec soin la solu- donné Mr. votre Pere dans les Actes de Leipsic du proble- dernierement par Mr. Taylor; ce savant Geometre m'en epuis peu une solution fort abregée &* que je n'ai pas en-

ten-

Act. Erud. An. 1721. M. Maii. Pag. 210. tendue. Vides Monmortium bona fide credidisse, a te tuum problema esse solutum, accepit enim pro solutione aliquid, quod ne umbra quidem solutionis erat, nescius sub obscuritate tua nil nisi fucum latere. Sed turpe est optimi amici credulitate abuti. Interim ut scias quid senserit idem tuus amicus de solutione Bernoulliana ejusdem problematis tui (vel saltem a te propositi) ex Epistola ad Cl. Bernoullium mense Junio ejusdem anni data excerpo judicium Illustr. Monmortii hunc in modum expressum: *J'ai lu votre memoire avec toute l'avidité & toute la curiosité, que j'ai toujours pour ce qui vient de vous. L'extreme clarté & l'ordre naturel de votre solution du probl. de Mr. Taylor m'a mis en état de l'entendre dans une matinée, & de faire tous les calculs necessaires. Je m'attens à un pareil plaisir, lorsqu'il vous plaira, nous decouvrir votre Analyse du probleme de Mr. Keill; car vous possedez au supreme degré l'art d'applanir les difficultez à vos lecteurs, & de metre les matiéres les plus sublimes à la portée des Esprits les plus mediocres. He bien, Monsieur, vous vojez que les efforts de ceux qui vous portent envie, & que les tentations, auquelles on vous expose, tournent à votre gloire. Pour moi, je n'ai pas douté un moment, que voulant vous en donner la peine, vous ne fussiez capable de resoudre à coup sur, ce qui auroit eté trouvé par un autre, &c.*

Huc pertinet, quod paulo post nempe 28 ejusdem mensis Junii ad Cl. Bernoullium nostrum de eadem materia scripsit Monmortius in sententiæ suæ confirmationem. *Je vous ai*, inquit, *temoigné dans ma derniere lettre, Monsieur, ce que je pensois de votre solution du probl. de Mr. Taylor: le premier & les plus grand merite, qu'ait pour moi un mourceaux de geometrie, c'est d'etre intelligible, le votre est estimable par cet endroit & par tout ce qui peut donner du prix à un ouvrage &c.*

Quid tandem ad hæc omnia dicis, doctissime Taylore? plurane desideras testimonia? possem equidem alios non inferioris ordinis Geometras adducere, idem cum Monmortio de te sentientes; ni autem insatiabilis fueris, suffecerint opinor tot tamque graves hujus viri querelæ contra inextricabilem tuam obscuritatem motæ; hæ quippe cum sint ab optimo tuo amico profectæ, annon plus ponderis apud te habebunt, quam si mille alios in testes advocassem? Vides hinc, qua fronte dicere sustineas *de tua conqueri obscuritate, id esse ab ingenuis moribus prorsus alienum, & meram contumeliam*; quis enim conquestus est? profecto non Bernoullius solus, sed alii, sed Monmortius amicus tuus fidissimus, qui te ea de re in faciem increpuit, hic igitur ex sententia tua caruit *ingenuis moribus*, hic fuit tuus merus calumniator; desine imposterum condecorare Bernoullium ejusmo-
Pag. 211. di titulis qui solemnes sunt inter calones potius quam inter *ingenuæ* educationis homines.

Nec

c est quod in tui excusationem objectes, *difficile esse in re nova & ab usu communi aliquantulum remota, non esse obscu-* nihil enim tam novum in tuo libro deprehendo, quod non ari possit vel jam ante te explicatum sit clare & perspicue; ridiculum mihi videtur novitatem prætexere ad excusan- obscuritatem, si rei novitas obscuritatem pareret in scri- omnia quæ hactenus ab Archimede, Apollonio, aliisque inventoribus inventa, forent obscurissima, utpote tum ris cum scriberent nova. Sed quid ad veteres recurro? no- eoria de centro Oscillationis a Cl. Bernoullio inventa & in lucem emissa tam clare, tamque dilucide conscripta est, quod maxime, a te vero postea libro tuo inserta tanta la- caligine, ut Lectori opus sit Oedipo, qui explicet, & ne idem intelligi possit, nisi præ oculis habeatur scriptum Ber- ianum, quod lucem affundat ad cognoscendum tuam solu- m enatam esse ex theoria Bernoulliana.

Act.Erud. An. 1721. M. Maii.

utcumque ventilavimus, amicissime Taylore, quam justæ rint tres illæ a te prætextæ rationes ob quas Cl. Bernoullium adeo proscindere & eum, si per te stetisset, ex hominum ia delere voluisti. Si jam te dimitterem taceremque ad invectivæ capita, quibus Bernoullii nostri merita tanto- tenuas, forsan *patientiam nostram ignaviæ* alicui imputa- *ilentium* pro consensu acciperes; o quanta inde tibi so- tuis nasceretur triumphandi materia! Ideoque in respon- ad inficetas tuas nænias accipe sequentia placido & se- *mo* proferenda.

am audiveras, Cl. Vir, id quod affirmas, *te audire Ber- de exordio conquerentem, quo nuper usus es in solutione s Leibnitiani in transactionibus Philosophicis edita: repre- ylum tuum utpote acriorem quam virum bene moratum de- nimium tuum contemtum extraneorum*: non enim me- oullium publice (quamvis jure potuisset) conquestum li tui acrimonia, & indecentia, antequam Apologiam ucem protruseras; at hoc nunc tuo injuriandi speci- robas, vehementer illum falli, qui apud te quærere estigia quædam humanitatis in exteros, eos præser- tibi facilius est obtrectare quam imitari. *Fautores* e exceptione taxaveras imperitiæ; ipsumque Leibni- averas tanquam *pertinacem* & *convictum plagiarium*. prius, quod ipse fateris *paulo durius sonare*, restri- per nescio quam Jurisprudentiæ tuæ Regulam ad quos- Fautores Leibnitii, *Bernoullium* scilicet & *socios ejus* &, si Diis placet, *universos Anglos indigne tractantes*. Pag. 212.

I. N De

Act.Erud. An. 1721. M. Maii. De altero vero, quo *pertinaciam* & *convictionem plagii* pro civilitate tua Leibnitio exprobraveras, nunc quidem quasi id numquam in mentem tibi venisset omnino taces, scilicet, ut bilem tuam totam in solum Bernoullium effundere posses: næ! lepidum jam est in scripto tuo legere inter *illustria nomina* extraneorum, quorum *te tanta*, ut simulas, *tenet reverentia*, ipsius quoque nomen Leibnitii; quem antea ex singulari tua reverentia inter *pertinaces* & *convictos* plagiarios referebas, sed & non minus lepidum est te videre triumphantem de *imperitia* Bernoullii, eodem fere tempore, quo a te tuoque Keillio ad certamen provocatus problemata vestra, quæ ipsimet solvere non valebatis, feliciter enodavit, atque exhibitis suis solutionibus, contra quas nihil excipere poteratis, victor evasit.

Actum agerem, si denuo commonstrare vellem, quam parum sincere redargueris imperitiæ eos, qui putatitiam illam Anonymi solutionem trajectoriarum generalem pro solutione admittere noluerunt, id enim jam satis monstratum est a Cl. Bernoullio filio in Act. Lips. 1720 M. Maio, si tu citra præjudicium benignius de ea judicans, monstra te nobis peritiorem, neque bonitatem ejus conviciis sparsis in Bernoullium sociosque (præ ceteris Cl. Hermannum, qui eandem cum Bernoullio fovet sententiam, Act. Lips. 1717 M. Aug.) vindica, sed opere ipso doce quomodo ex illa, quam ita vocas, *solutione generali* æquationes sint deducendæ pro trajectoriis curvarum a Leibnitio propositarum, quarum natura hæc est, $dy = \frac{x^n\,dx}{\sqrt{a^{2n} - x^{2n}}}$. Quod si non præstiteris eadem laborabis imperitia, quam aliis objicis, & nolens volens fateberis solutionem illam *generalem* esse puram putam chimæram. Eandem omnino tulit sententiam Monmortius tuus in literis ad Celeber. Bernoullium d. 14 Septembr. 1717. *J'ai porté*, ait, *le même jugement que vous, de la solution, qu'on a donnée de votre probléme sur les trajectoires dans les Transactions: c'est se moquer du monde de donner une pareille solution d'un probleme fort difficile*. In eundem sensum literis suis ad Cl. Bernoull. 26 Junii 1718 judicat his verbis: *Vos Reflexions sur le* id profecto illorum imperitiæ tribuendum er
de Mr. Taylor sont tres justes & exprimées avec beaucoup d'agrément. Je pense en verité comme vous: c'est se moquer du monde & abuser des termes que d'appeller solution le peu de lignes dont il est question au sujet du
Pag. 213. *probleme des Trajectoires; c'est un abus à reformer, que cette facon obscure & enigmatique de resoudre des problemes: & le vray moien est de statuer que qui parlera ainsi au public sera censé & reputé n'avoir point parlé*.

En, mi bone, dum Bernoullium & socios ejus ad imperitorum classem relegas, incautus quoque damnas intimum tuum ami-

im, qui certe talia de te minime promeruit. Licebat tibi Act. Erud.
a in Cl. Bernoullium quæ invidia inspirabat eructare, nam An. 1721. M. Maii.

Hunc obtrectare si volet malignitas,
Imitari dum non possit, obtrectet licet.

i sociis, modo amicis tuis perpercisses. Celeb. Bernoullius invidentium rabiem non timet, novimus vestratium quos- in societatem coiisse, subversuros, si possent, stabilitam Bernoullii gloriam, sed non animadvertitis hinc aliud nihil , quam ut eidem novum addatur robur: verissimum enim onis illud, *invidia virtute parta, gloria non invidia est pu-* . Huic adstipulatur candidissimus ille tuus Monmortius, er ut sentiebat eloqui solitus; is enim in Literis mense 1719 exaratis atque jam supra citatis Bernoullio nostro ium addit hunc in modum: *Sojez sur qu'on ne gagnera pas une de terrain sur vous. Vous ne pouvez rien perdre du coté de la reputa- e grand esprit, de Geometre du premier ordre, de grand inventeur & nd promoteur des nouveaux calculs, cela est certain. Vous aurez tou- avantage sur ceux, qui voudront vous attaquer par ces endroits; s sont decisifs en votre faveur. D'ailleurs il est constant, qu'on vous nt volè, pillè avec artifice & ingratitude, & qu'on ne peut vous de vous etre jamais servi du bien d'autrui, sans lui en faire hon- e vous citois dernierement à Mr. Taylor comme un modele de l'exa- , qu'un honnete homme doit avoir en ce genre; & j'associois à cet Mr. Hermann & Mr. Varignon, qui ce me semble ne manquent quand ils traitent une matiere après Mr. Nevvton, après vous, ou elqu'autre, d'y renvojer & d'en parler avec honneur bien differens l'un certain Mr. des Haies, qu'un de vos amis à cite bien à pro- d'un grand nombre d'autres Anglois &c.*

adem Epistola sub finem rem fortius exprimit: *Votre n* æque ac molestam & *le* profundiora nostra *vous ont dversaire illustre* [*Mr. Taylor*] *vous auriez pu lui epargner ces car comme on dit, toutes verités ne sont pas bonnes à dire sur ublic, mais enfin il n'y a pas grand mal, vous vous en tirerez it ce que je vous demande, c'est que vous ne vous fachiez point, us aiez assez bonne opinion du public pour etre assuré que votre & les grands services que vous avez rendus à la Geometrie ne uffrir aucune atteinte, quand avec les Anglois l'ancien & le onde seroient conjurés contre vous; mais cela n'est pas, car tous is, en particulier qui ont appris les nouveaux calculs dans l'A- infiniment petis & dans les journaux de Leipsic, vous aiment spectent comme leur principal Maitre.* Pag. 214.

producere innumera alia ejusmodi testimonia, quæ Cl. um ab impacta imperitiæ nota potenter vindicant, nisi

Act. Erud. An. 1721. M. Maii. brevitatis quoque habenda esset ratio. Quia vero vestrates per Epistolarum documenta certare inceperunt, & ut audio etiamnum pergunt, lubet hunc morem hac vice ulterius sequi, adjiciendo fragmentum Epistolæ Monmortianæ ad Bernoullium die 17 Junii 1717. Ex eo namque videbis quid magnus vester Newtonus de Bernoullio nostro judicet. Audebisne vocare *imperitum*, qui a Newtono titulum habuit Geometræ *peritissimi?* Ita autem Monmortii verba sonant: *Je sai, qu' il (Mr. Newton) vous estime parfaitement, qu'il vous regardoit meme du vivant de Mr. de Leibnitz comme le plus fort Geometre, qu' il y eut en Europe, & qu' il rend en toute occasion la justice qui est due non seulement à vos grands talents mais aussi à vos* decouvertes. *Il est certain, Monsieur, & il faudroit être, ou de mauvaise foi, ou très ignorant dans l' Histoire de la Geometrie moderne, pour ne pas convenir, que les nouvaux calculs & la Geometrie à la prendre il y a 25 ans vous doivent & à Mr. votre Frere plus qu' a personne, sans en excepter Mr. Nevvton & meme Mr. Leibnitz. L' Analyse des infiniment petits & les Journaux de Leipsic ont fait presque tout ce qu' il y a aujourdhui de Geometres & on sait la part que vous y avez. Cè que Mr. Leibnitz donna en 1682 etoit très obscur & assez bornè quoique digne d'admiration, c' estoit une source tres feconde, mais où vous & Mr. votre Frere avez pris cette source, elle etoit encore tres petite, vous l'avez rendu un grand fleuve. Il falloit de grands Genies pour appercevoir, decouvrir & nous enseigner tant de magnifiques applications, que vous avez faites de ce calcul. Je suis fachè que Mr. Leibniz n' ait pas repondu aux Anglois, & aux prejugéz, qu' ils tirent contre lui principalement des deux lettres de Mr. Nevvton imprimées dans les ouvrages de Wallis. J' ai examinè avec soin [NB] les pieces, qui sont entre les mains du public, comme j' ai dessein de donner quelque jour une Histoire de la Geometrie, qui est deja assez avancée, je tacherai de m' instruire à fond de tout ce qui a rap-*
Pag. 215. *port à cette fameuse querelle, qui partage deux savantes Nations & de rendre à chacun l' honneur qui lui appartient legitimement; quand vous voudrez je vous communiquerai ce que je pense: pour vos droits & ceux de Mr. votre Frere, ils sont independants de cette dispute; le tribunal de Mr. Keill n' est pas souverain, & on en peut appeller: Je le croi fort bon Geometre, mais il est chaud, prevenu & passionnè: Il me paroit encore qu' il a naturellement l' esprit de travers; j' ai vu des raisonnements pitoiables de lui sur la Physique & de plus pitoiables sur la Metaphysique. Je sai qu' il a voulu ecrire contre moi, il m' auroit fait assurement bien de l' honneur: c' est à l' occasion d' une certaine lettre pages 377 & 378; on m' a dit, que Mr. Nevvton l' en avoit empechè.*

Non putem te dicturum aliquid hic adulationi esse tribuendum, vestrum quippe Newtonum revera de Clarifs. Bernoullio nostro eam, quæ hic dicitur, habere honorificam opinionem ac cum Newtono similiter sentire Hallejum aliosque magnos ex vestratibus Geometras: possem id docere per alias quoque literas ex Anglia ipsa scriptas partim a Clarifs. Moivreo, partim ab

aliis,

tum & ab ipso Newtono, docebo, si te de fide mea dubi- Act.Erud.
idero. An. 1721.
quid his diutius immoror? Nemo non videt, Clarissime M. Maii.
ore, contemtum quem simulas de Cel. Bernoullio in maxi-
ejus laudem vergere. Quemadmodum enim *in magnis libe-*
civitatibus, Cornelio Nepote ita sentiente, sic quoque in
bl. literaria *est hoc commune vitium, ut invidiæ gloriæ comes*
& libenter de his detrahant, quos eminere videant altius. Sed
hoc vitium usque adeo tibi innatum, ut ne quidem dissi-
re queas. Velles quidem morosiori tuæ intemperiei varias
xere querimonias, ne ex mera invidia contra Bernoullium
nhumaniter scripsisse videreris, sed nihilo graviores, quam
Lupus in fabula movit agno inferius ad rivum stanti & lupo
n turbanti: cum enim omnes tuas rationes frivolas esse fa-
erspiceres, tandem quo te amplius verteres nesciusfestivum
niniscceris figmentum, scilicet *Bernoullius & Socii ejus An-*
vobis sunt infensi: atque universos Anglos indigne tractarunt.
s sane accusatio! sed simili modo lupus agnum accusave-
quid? Bernoullius, quia ad Keillii tuamque cantilenam se
nere noluit, quia a vobis insolenter & elata crista lacessi-
defendit, quia superciliosos vestros contemtus & insultus
it, quia vobis duobus provocantibus comparuit, quia ve-
os armis in fugam vertit, dum problemata vestra quibus
lis ipsi impares eratis feliciter enodavit, quid, inquam,
Bernoullius vobis omnibus est infensus? an ideo univer- Pag. 216.
glos indigne tractavit? Nimium tibi tribuis Keillioque
m putas in utroque vestro totius Anglicæ nationis hono-
rsari; ille saltem Thraso Atticus, qui omnes naves in
appellentes ad se pertinere sibi imaginabatur, multum
uin rem tantam sibi tribuerit.
alius, Cl. Bernoullius certe doctorum Anglorum inge-
rita magni semper fecit, de Newtono ejusque inventis
summa laude mentionem fecit quavis data occasione,
diorem ipsi parit gloriam, quam quæ ex turpi nonnul-
strorum adulatione emergit. Sunt multi alii ex Britan-
viri, quos ob doctrinæ præstantiam, ingenii acumen
probitatem impense laudat & amat Cl. Bernoullius no-
t enim Anglia Hallejum, Craigium, Burnetum, alios-
tos Geometras, quibus merito accensemus Moivreum
nascendi forte Gallum, longa tamen habitatione An-
rum virtutes animi & pereximias ingenii dotes & vi-
honoris cultu semper prosequitur Cl. Bernoullius ab
llim amatur; quin & tuam, quod non ignoras, am-
bivit

Act. Erud. An. 1721. M. Maii. bivit amicitiam, ad ingenium tuum respiciens non ad mores, quos nondum cognoverat. Sed aliter tibi visum est, nec aliam ob causam respuisti oblatam amicitiam, quam quod Nomen Bernoullianum ambitioni tuæ obstaculo esse putaveris. Newtonus sibi gratuletur quod Anglus sit, alias idem a Te ipsi quod Bernoullio contingeret, imo fortasse durius, nam *summa petit livor*; certe non est operæ pretium ut nobis persuadeas, *te causæ Newtonianæ non esse tam pertinaciter addictum*, credimus etiamsi non dicas te quidem externe simulare summi hujus viri fautorem, dum eidem tamen si per te staret inventorum gloriam avide surriperes, quod quodammodo patet ex supra dictis.

Ergone tandem agnoscis, Clarissime Taylore, te in Isoperimetro usum esse Analysi Autoris *Iacobi Bernoulli*, *Viri*, ut loqueris, *a rebus Mathematicis optime meriti, cui debitos nunc persolvi honores?* Ingenua fuisset hæc & te digna confessio, si statim in ipso loco, ubi ea analysi usus fuisti, sponte monuisses, unde eam hauseris; sed cum detecta demum fraudulenta usurpatione plagium amplius palliare non possis, confessionem istam tuam, utpote extortam, exsibilamus & nauci facimus: neque urbanitati tuæ tribuimus, quod defunctum Jacobum Bernoullium ob ejus merita de rebus mathematicis laudare & ipsi nunc debitos honores persolvere volueris; eandem haud dubie cum fratre sortem experiretur si viveret.

Pag. 217. *Scripta placent a morte fere: quia lædere vivos*
Livor, & injusto carpere dente solet.

Accedo tandem ad Bernoullii nostri solutiones Isoperimetrorum, in quibus carpendis dentes tuos præcipue exerces, sed quam feliciter videbimus. Postquam omnem movisses lapidem, ut ex scriptis Bernoullianis aliquem extunderes errorem, tandem tibi visus es reperisse ubi graviter cespitaverit Bernoullius, nimirum in solutione priore edita in Commentariis Reg. Scient. Acad. 1706 Reapse aliquid hic ex inadvertentia irrepsisse, Cl. Bernoullius ipse primus animadvertit & pro candore suo publice monuit nemine urgente. Tu vero lapsum leviorem, qui non tam methodum afficit, quam ejus circumstantiam, tantopere exaggeras, invidorum more, ut quis crederet errorem a Bernoullio commissum fuisse capitalem: audes namque dicere, *pristinam illam Analysin ejus a capite ad calcem quasi unum aliquod vitium maximum constituere;* sed cum eo venis ut audax assertum probare jam velis, delaberis in aliquot ratiunculas & cavillos, quarum me miseret, *parturiunt montes, nascetur ridiculus mus*. Primo vocas ridiculam substitu-

onem, per quam Bernoullius ex *profundioribus suis*, *nescis* Act.Erud.
, deduxit æquationem $FO \times \Delta RO = \varphi\omega \times \Delta\rho\omega$. Ridendo res An. 1721.
onficitur, debebas monstrare falsitatem hujus æquationis; M. Maii.
ngente invidia sustineo æquationem esse bonam, atque ex
issis ratiociniis (quæ tu per jocum profundiora vocitas) le-
e deductam; si contrarium sentis, tuum est, non per ri-
ed per argumenta solida demonstrare, aut latere vitium in
issis illis aut conclusionem inde non legitime esse petitam;
nvis præstiteris, magnus nobis eris Apollo: sin ridere tan-
perrexeris, respondeat Phædrus, in quo forsan legisti se-
tia:

Plerumque stulti, risum dum captant levem,
Gravi distringunt alios contumelia,
Et sibi nocivum concitant periculum.

terea tibi displicet æquationis inventæ $FO \times \Delta RO = \varphi\omega \times \Delta\rho\omega$
formatio in hanc $FO \times \Delta PF = \varphi\omega \times \Delta\tau\varphi$; quia PF cum sit mi-
uam RO, & $\tau\varphi$ major quam $\rho\omega$, hinc ut putas impossibili-
quatur. Fateor equidem si PF & RO, nec non $\tau\varphi$ & $\rho\omega$
rent quantitate assignabili, hoc est, si differentiæ cum ipsis
m sunt differentiæ essent comparabiles, transformationem
itiosam, sed cum hic habeatur FO pro una particula ele-
ri curvæ quæsitæ & $\omega\varphi$ vel $O\varphi$ pro altera priori contigua, Pag. 218.
ideo, quid impediat, quo minus PF pro RO & $\tau\varphi$ pro $\rho\omega$
am æquivalentes substitui possent, hoc quippe in calculo in-
imali praxis requirit solemnissima: idque hic magis, quod
F & φ tam prope ad O & ω accedere considerari possint,
& $\varphi\tau$ reapse cum RO & $\rho\omega$ confundantur. Quod si autem
eas, Vir Clarissime, in hoc negotio discedendum esse a
onsueta; demonstrationem tuam sed citra risum præ-
ur.

porro, *parum scienter fingi curvaturam in* F *esse ad cur-*
m φ *sicut est* PO *ad* FO; quasi vero hæc ratio per
m fuisset assignata, & non potius per ipsam Analysin
rminata, hinc profecto non capio, quid tibi velis cum
il in hac tota Analysi esse, quod privilegium illud vindicet
O potius, quam alii cuilibet puncto ω *in arculo minimo*
rvis sumto. Nec curvedinem tam ridicule æstimari. Ur-
per, *nimis imperite fieri* $mn = ddx$, $nl = ddy$, & $ml =$
& poni debere $mn = \frac{1}{2} ddx$, $nl = \frac{1}{2} ddy$, & $ml = \frac{dtddy}{2dx}$.

Omnes

Act.Erud. An. 1721. M. Maii. Omnes potius objectiones tuas excusaveris quam istam; aut enim calculum differentialem non intelligis, aut nimio cavillandi pruritu laboras: si prius, *imperite* agis, alios *imperitiæ* arguendo, dum recte procedunt; si posterius, næ! iterum monstras, quam perverso in situ tibi sit jecur livido felle turgens, Quid? si curva instar polygoni infinitorum latusculorum consideratur, uti certe hic fit, quod ex fig. 4. patet, imo ex ipsa quoque fig. 3. ubi angulus acutissimus *lFm* diserte sumitur pro angulo curvedinis, quod non esset, nisi F*m* sumeretur pro parte prolongata latusculi præcedentis & ipsi F*l* contigui; audebisne stante hac suppositione negare $mn = ddx$, $nl = ddy$ & $ml = \frac{dtddy}{dx}$? Inquies forsan, curvam non recte considerari, tanquam polygonum infinite parvorum laterum; sed quidni hoc liceat, cum sit res meri arbitrii? sive enim contempler curvam veluti conflatam ex infinitis lineolis rectis, ut hic fit & multis

Pag. 219. aliis occasionibus, præsertim in rectificationibus curvarum, sive curvam mihi sistam tanquam ex arculis circularibus compositam, sicuti facere solemus in illis, quæ per evolutiones generatæ concipiuntur, certe nil nisi verum inde emerget, modo cetera ex assumta hypothesi recte ratiocinando procedam. Positis itaque principiis licitis, quis unquam recte ratiocinando peccavit, aut verum non eruit? Vellem, mi optime Taylore, ut mihi vel unicum indicares ex Geometris calculo differentiali utentibus, sive Gallus sit, Italusve, sive Germanus, qui non idem mecum sentiat, quique non dicat perperam a te carpi $mn = ddx$, $nl = ddy$ &c. provoco non ad Celeb. Wolfium aliosque Germanos, utpote tibi suspectos, neque ad Cel. Hermannum, si quidem Helvetios Germanis annumerare volueris, sed provoco ad insignes viros, Varignonium, Manfredum, Riccatum, ipsumque qui vestratibus impensius favet Abbatem Contium, hic quippe ut & Cl. Varignonius, quod nosti & quod novimus ipsi, te jam in faciem damnarunt, cum nuper Parisiis esses, reliqui damnabunt certo certius. Hoscine ergo tu omnes cum Bernoullio nostro *Imperitorum* phalangi aggregabis, tuque solus cum Keillio tuo peritiam omnem possides? sed ut videas porro, quam parum *rem acu tetigeris*, mi *Taylore*, monere te volo quod tibi ipsi contradicas: laudas & approbas *regulas extantes in libro de Analysi infinite parvorum*, interim secundum has ipsas regulas scribendum est $mn = ddx$, $nl = ddy$, ut scripsit Clariss. Bernoullius, non vero $mn = \frac{1}{2}ddx$, $nl = \frac{1}{2}ddy$, ut tu scribis, consule si lubet hujus libri art. 64 num. 1 pag. 57, quo

ectant figuræ 48 & 49, ubi quod est *k:* & *cn* id in fig. 3. Act. Erud.
asmatis Bernoulliani Comment. Paris. 1706 est *nl* & *mn* vel An. 1721.
n, prout BP aut BG pro axe sumitur; invenies in fine M. Maii.
aginæ hæc verba: *il est evident alors que le triangle mgk est*
ble & egal au triangle MR*m*, *& qu' ainsi kc=ddy*, &
dx; Hoc præcipit regula prælaudati libri, quem non re-
, reprobas vero *mn=ddx*, *nl=ddy* in figura Bernoullia-
uod idem est ac *cn=ddx*, *kc=ddy* in figur. libri. Vides in
te conjiciat Labyrintum tua aliis contradicendi libido,
carpit *Taylorus* id laudat *Brookius*, quanta triumphandi
a?

Dicite, io Pæan! &, io, bis dicite, Pæan! Pag. 220.

c & persuade quibusdam vestris sciolis, id quod dicis, nem-
ssimum esse *in solutione Bernoulliana*, *quod vitiosissimis bisce*
piis perfectissimam alligaverit conclusionem; quid? si princi-
ant vitiosa, quo quæso miraculo factum, ut perfectissima
conclusio ex illis deduceretur, cum sit contra omnem pro-
tatem, imo moraliter impossibile, tot veras conclusiones
, quot sunt casus particulares, si falsa essent principia, qui-
æ *nituntur*: non sufficit paradoxum hoc asserere sed in-
tibi dilucide & distincte ostendere, quomodo ex princi-
et falsis, mirabili adeo fato veritas promanaverit: deinde
tum, ut prima illa solutio, quam tu omnino corruptissi-
ppellas, eleganter tamen adeo coincidat cum altera indi-
riori statim subjuncta ex natura pressionis liquidorum de-
cui tu gratiam facis, quamque ideo silentio tuo approbas.
lo felicius tibi cessit, Vir consultissime, captum consi-
natusque tuus carpendi alteram directam Cl. Bernoullii
em Isoperimetrorum editam in Act. Lips. Anni 1718.
Jan. & Febr. Incipis crisin tuam a criminatione, qua
io imputas, eum fraternis tuisque solutionibus *malevolum*
, fratri *prolixitatem*, tibi *obscuritatem* objiciendo. Ob-
ue Cl. Bernoullius fratri suo prolixitatem, tibi obscu-
sed quid inde mali? an ideo erit *malevolus detractor*?
s & obscuritas non sunt crimina, nihil ergo criminosi
ecit; potuisset, fateor, de iis tacere; non tamen om-
ratione fuit mentionem fecisse fraternæ prolixitatis &
æ obscuritatis, ut scilicet tanto clarius eniteret præ-
thodi Bernoullianæ, utpote quæ cum sit & brevis &
ab utroque isto vitio immunis est: nosti proverbium,
xta se posita magis elucescunt. Hoc tantum quæritur,
falso id dixerit Cl. Bernoullius? non putem hanc quæ-
nga discussione opus habere; quod namque spectat ad

VI. O tuam

tuam obscuritatem, quis amplius de ea dubitabit postquam legerit, quæ supra attulimus? De prolixitate solutionis Jac. Bernoullii, non est quod multa dicam; conferat modo qui certus esse volet, utriusque & Jacobi & Johannis solutiones, oppido deprehendet ingens earum discrimen ac plus forsan quam dictum est prolixitatis in una ac brevitatis in altera.

Ut extenues præstantiam solutionis Bernoullianæ, detorques sensum verborum dicentis, se solvisse *ope cujusdam principii ab uniformitatis lege, quam nemo hucusque observavit, petiti*, affingisque Bernoullio, quasi his verbis innuere voluisset hanc uniformitatis legem nulla unquam occasione fuisse adhibitam. Si æquus fuisses verborum interpres, scire te oportuisset, quod verba sint intelligenda secundum subjectam materiam nec ulterius extendenda; haud dubie lex uniformitatis nihil novi est, nec est, quod operose nobis probes a te quoque in libro tuo adhiberi, adhibita quippe fuit dudum antea ab ipso Bernoullio in determinatione curvæ celerrimi descensus, solidi rotundi minimæ resistentiæ, aliisque in occasionibus; non itaque *lex ipsa* sed *applicatio legis* ad præsens negotium aliquid novi continebat ex mente Clar. Bernoullii, propterea hanc applicationem vocavit *principium ab uniformitatis lege, quam nemo huc usque* (sc. in hoc negotio) *observavit, petitum*.

Pag. 221.

Contendis deinde, novam hanc Joh. Bernoulli *solutionem esse meram fraternam*, nempe a Jacobo datam, ita plagii crimen quo ipse oneratus es in Bernoullium nostrum devolvere velles, sed vano, sed irrito conatu: accusationis prætextum ex eo sumis, quod Johannes post Jacobum contemplatus fuerit arculum minimum curvæ quæsitæ tanquam ex tribus lineolis elementaribus compositum, item quod lemmata, quamvis aliter demonstrata, solutioni præmiserit, tum & alia generalia, quibus non hic tantum, post Jacobum, ut tu falso supponis, sed jam olim aliis in locis ante Jacobum usus est Johannes, si hæc faciunt, ut duæ istæ utriusque solutiones pro una eademque sint habendæ; certe Cl. Hermannus, qui in sua solutione simili Bernoullianæ eodem tempore edita iisdem prorsus præliminaribus usus, Plagiarii nomen, te ita judicante, non effugiet. Interim egregio tuo ratiocinandi specimine pariter conficiam, omnia quæ pro quadratura & rectificatione curvarum a Geometris recentioribus detecta sunt, deberi Archimedi, aliisque veteribus Mathematicis, ex quorum nempe scriptis haud obscure elucet, habuisse eos aliquem calculum infinitesimalem, tum & considerasse curvas ceu polygona infinitorum laterum, eorumque areas per ordinatas parallelas resolvisse in trapezia. Quin & tota Geometria

ex Elementis Euclideis propullulavit.; ergo omnia no- Act.Erud.
mporis inventa accepta referenda sunt primis Euclideo- An. 1721.
nventoribus: quid itaque tandem remanebit hodiernis? M. Mai.

aliter censuerunt viri doctissimi, qui livoris œstro non , inventis verum statuere norunt pretium. Quanti æsti-it Cel. Varignonius hanc quam tu depretias secundam Ber- Isoperimetrorum meditationem, mallem ut ex ipso in- viro sciscitareris, quam ut multis tibi referam. Audi in- Monmortium tuum, judicium suum de eadem ferentem: pist. ad Autorem 26 Jan. 1718 mirabundus in hac erum- Pag. 222.
ba: *J'ai etè charmè, enchantè de votre memoire sur les Iso- res, tout ce qui sort de vos mains est parfait: je vous re- de la bontè que vous avez eue de m'en donner communi-*

minus honorifice loquitur in Epist. 28 Junii 1719: *Mr. on m'avoit envoié une solution avec l'Analyse du probleme des metres, & j'en ai etè plus content, que de celle, que j'ay vis (de lui) dans les journaux, c'est de cette solution peu e dans le fond de la votre, & dans laquelle le principe formitè est emploiè, que je parlois à Mr. Taylor. Quoique yse soit assez nette & courte, qu'il l'etende même à d'au- lemes, je conviens sans peine que* la votre l'emporte par eme elegance *& aussi par le grand nombre de* tres bel- cations, *que vous faites de* votre principe d'uniformi- es hic Analysin assertam Bernoullio nostro, quam tu ipsi m caperes: vides agnosci elegantiam applicationum prin- ormitatis, quod tu ex invidia tanquam nihil novi ex- ides denique *hanc prolem* quam maxime *dignam esse sua* dignam proinde, ut tuam insulsam Ironiam revoces; ta- tamque dignam prolem tu nullam hucusque edidisti in dubito an unquam sis editurus.

m male tibi cedant joci, consultius faceres ab iis absti- m iis intempestive indulgendo temet ipsum risui expo- n ecce quam fatui sint sales tui, mi Taylore; dicis s, *te nescire quo fato fiat, ut in hac materia de Isoperi- rnoullius Deos omnes semper offendat iratos*, sed mox hu- itus & eodem fere halitu fateri cogeris: *Bernoullium nerva calculum pro Isoperimetris tandem concinnasse & legantiorem*. Quid agis Jocator? Habet Cl. Bernoul- em Minervam Deam nempe Humanitatis, Scientia- ium, sed *offendit Deos iratos*, at quales Deos? haud os, Silvanos, Panes & hujusmodi gentium Deos agre-

O 2 stes,

Act.Erud. An. 1721. M. Maii. stes, palustresque, quos tibi propitios non invidet, sibi iratos non curat Bernoullius Minervæ dilectus. In posterum si jocari gestias, jocare cautius, ne in caput tuum recidat telum. Propero ad finem invectivæ tuæ, tametsi plurima, quæ ne in immensum excrescat responsio, intacta relinquo; vix enim lineam invenio, ubi non lateat aculeus. Tandem, ut quorundam odium excites Bernoullio nostro, audes nescio quo colore ipsi exprobrare, quod *primas sibi in sublimiori Analysi obstinata ambitione arroget*; accusatio est falsissima, noster enim nunquam eo processit arrogantiæ, ut sibi *primas* deberi contenderet: etsi forsan quædam præstiterit ab aliis pro derelictis habita, unde aliquam saltem sibi palmam attribuere potuisset, nunquam tamen modestiæ limites excedens, tuo vestrorumque nonnullorum more auram popularem captans nimium sibi plausit.

Pag. 223.

Verissimum est, cujus tu nunquam contrarium probabis, Clar. Joh. Bernoullium, præterquam quod cum fratre suo calculum differentialem ad eam quam nunc habet perfectionem perduxerit, ipso Leibnitio passim fatente, hoc insuper peregisse, ut calculum, quem vocavit *integralem*, proprio Marte a nemine præmonitus eruerit atque in Regulas Algorithmi, quantum rei natura tum patiebatur, redegerit, idque eo tempore, cum nondum sciret, an & quousque Leibnitius & Newtonus hoc negotium jam antea promovissent. Fuit itaque ejus Inventor Bernoullius, etsi non primus; *invenisse autem, ingenii est*, inquit alicubi Wallisius vester, *sed primum invenisse, fortunæ*. Nihil tum viderat Bernoullius de scriptis Newtonianis nec editis nec ineditis; imo nec principia Phil. Nat. ipsi adhuc erant visa; non est itaque quod glorieris, Nostrum a vestratibus vel tantillum profecisse: utrum alii ab ipso profecerint, vidisti partim ex literis quibusdam Monmortianis supra allegatis.

Quod in specie spectat ad *Analysin infinite parvorum ab Illustr. Hospitalio editam*, in dubium revocas, *an regulæ extantes in illo Libro a Bernoullio emanaverint*, proinde, *an hic sit idoneus, qui alios docuerit regulas differentiandi differentias*: si tibi scrupulum hunc quem maligne moves tollere non potest ipsa Illustriss. Editoris candida confessio, quamvis nonnihil generalis, contenta in præfatione, ita sonans: *je reconnois devoir beaucoup aux lumieres de Mrs. Bernoulli, sur tout à celles du jeune presentement Professeur à Groningue, &c.* si hoc, inquam, tibi non sufficit, audi Leibnitium rerum tum temporis gestarum maxime gnarum; is in novis Reip. Liter. M. Novemb. 1706 pag. 526 sequens perhibet testimonium: *On le void*, inquit, *par l'ouvrage de Mr. le Marquis de l'Hospital, à qui Mr. Bernoulli le jeune en avoit communi-*

les fondements & la matiere a Paris. Adjungo Illustr. Leib- Act.Erud. An. 1721. M. Maii.
stimonio, quod forsan recusabis, alterum ab optimo tuo
Monmortio datum, tanto utique majoris momenti ha-
, quod sit extra omnem verisimilitudinem, illum aliquid
udicium veritatis contra populares suos in gratiam alicu-
raneî testari voluisse, adeo ut certum sit, illum locutum
animi sententia, convictum de rei veritate, quam, quia
t Inventorum Mathematicorum Historiam, studiose &
e investigaverat. In Epistola jam citata 26 Junii 1718 ad Pag. 224.
Bernoullium hæc habet: *je suis maintenant suffisamment in-*
r votre lettre, & plus encore par la lecture que j'ai fai-
a 13 ou 14 ans des cayers & lecons que vous avez com-
é a Mr. le Marquis de l'Hospital; *le Pere Reyneau en avoit*
nuscript bien complet, *qu'il me preta.*

faciunt, quæ in eadem Epistola interjectis aliquot paginis
: *J'ai vu vos lecons sur un manuscript non suspect, vous pouvez*
re telles pour tout le public en les faisant imprimer avec certaines
z, qui otent tout sujet de defiance & occasion de reproche. J'ad-
i les preuves, que nous donne Mr. Newton, qu'il n'a apris de Per-
regles de prendre les differences & d'integrer. Mais enfin etant ja-
pour sa gloire, soit pour celle de sa Nation, de l'honneur de cet-
rte, il devoit la publier le premier, il ne seroit pas dans le cas,
ouve aujourdhui, 1 de partager l'invention avec Mr. Leibnitz,
que l'honneur d'avoir fait les plus belles, le plus difficiles & les
tantes applications de ces nouvaux calculs vous appartient & à
Frere; 3 il ne feroit pas obligè comme il l'est aujourdhui, à
n droit à Gens difficiles, qui pretendent, que dire, literis tran-
on fait, fluxiones invenire & vice versa *n'est pas une preuve*
'on le sache.

quuntur excerpta ex literis Monmortii ad Nostrum da-
tobr. 1718, rei de qua dubitas veritatem specialius pro-
ndoquidem demonstrant Illustr. Hospitalium confessum
lectiones habere: *C'est d'un ami*, inquit Monmortius,
Paris avec vous & qui copioit vos lecons pour Mr. de l'Hospi-
re Reyneau a tirè son Manuscript dont j'ai bien remarquè quel-
mbeaux dans son livre Analyse demontrée. *Le Pere Bizance*
un, comme je pressois Mr. le M. de l'Hospital de me le pré-
nna une lettre pour le Pere Bizance, par laquelle il le prioit
le sien, mais apparement le mot etoit donnè pour n'en rien fai-
l' eus point: le P. Reyneau me preta le sien environ un an

loco nominati sunt, ni fallor, adhuc in vivis, tuum
iorem desideras confirmationem illos compellare; ve-
renuent testimonium. Verum lectiones illæ in usum
aritiis conscriptæ, quamvis copiosæ, minimam tamen

con-

Act. Erud. An. 1721. M. Maii. Pag. 225. constituunt partem eorum, quæ Noster in Patriam redux & postmodum in Belgium translatus eidem suppeditavit durante longo commercii epistolici tempore. Nunquam finirem, si omnia in rei fidem afferre vellem documenta ex ipsis Literis Hospitalianis desumpta; pauca tantum instar omnium sufficiant. In Epistola ad Cl. Bernoullium 8 Decembr. 1692, *Vous voiez, Monsieur*, inquit, *que je continue à vous prier de m' instruire, & que je me sers de la libertè, que vous m' avez donnée ladessus*. Ibidem sequentia leguntur: *je voudrois bien aussi que vous m' envoiassiez une methode generale, pour resoudre les problemes tels que celuici, soit donnée une demie Ellipse quelconque* AMB, *dont les demi axes sont (donnés de position) & supposant qu' il y ait une infinitè de Paraboles qui passent toutes par le point* A, *& dont les sommets des axes soient dans la demie Ellipse, il faut trouver la ligne qui les touche toutes. Au lieu d' une Ellipse & des Paraboles on pourroit supposer d' autres lignes à l' infini. Ce probleme me parroit avoir quelque rapport à ce que dit Mr. Leibnitz dans les Actes de Leipsic du mois d' Avril de cette année*. Generalis hujus problematis solutio, quam Bernoullius petenti transmisit, conspicitur in *Analysi infinite parvorum* pag. 131 & seqq.

Epistola Hospital. 2 Jan. 1693 inter multa alia hæc continet: *Je voudrois bien savoir comment vous etes parvenu a cette construction. Je vous prie de m' envoier la maniere dont Mr. Votre Frere trouve une suite infinie egale à la soutendente d' un arc de cercle donné. Vous me ferez tout à fait plaisir de m' envoier la construction des courbes que vous me marquez. Je ne desespere pas, que vous ne mettiez dans la perfection la methode des tangentes inverse & que vous ne resolviez enfin par son moien la courbe de descente de Mr. Leibnitz, Vous voulez bien, que je me serve de la libertè, que vous m' avez donnée, en vous priant de penser à votre loisir aux questions suivantes &c.* Per curvam descensus Leibnitianam intelligit illam quæ alias vocatur *Isochrona Paracentrica*, cujus solutionem & constructionem invenies in Actis Lips. 1694. Mens. Octob. Quæstiones quarum solutiones desiderat Illustr. Hospitalius extant solutæ in *Anal. infin. parv. p. 139 & seqq.* usque ad finem Sectionis VIII.

In Epistola, quæ præcedentem immediate sequitur, 20 Febr. 1693 leguntur hæc verba: „Vous avez tresbien resolu tous les „problemes, que je vous proposois, & meme au dela de mon at„tente, ce n' est pas que je ne sois persuadè que vous étes capa„ble de coses bien plus difficiles, mais j'avois peur que la lon„gueur du calcul ne vous ennuyast. - - - - - Je trouve dans votre „lettre deux choses nouvelles, qui me paroissent tres bien ima„ginées. L' une est la solution de la courbe Leibnitienne $addx = $ „dy^2 - - - - l' autre consiste dans l' application de la regle de l' in„verse des tangentes pour construire l' equation differentielle Pag. 226. „$axxdy = byydx + cxxdx$. - - - - Je n' oserois vous rien demander „de votre nouvelle espece de calcul (intelligit calculum percur„rentium seu exponentialium, cujus Principia in Actis Lips. 1697 Mens.

Mart. sunt traditæ) j'espere cependent être des premiers vous la communiquerez. AЄ. Erud. An. 1721. M. Maii.

, 1693 petuntur a Cl. Bernoullio trium sequentium Pro-*n solutiones.* „ Je vous demande comment vous avez la constru&ion des tangentes des courbes des chalouppe Mr. Varignon m'a communiquée & vous voulez bien vous propose aussi en meme temps de trouver les tandes courbes que decrivent les points moiens entres les ippes. Je vous avoue, *que je ne* me suis pas fort appli-

resoudre l'equation $\frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a\sqrt{aax}}{a - \sqrt{ax^3}} = y$, lorsque car ne voiant point de jour pour y reussir, puisque tous solutions, qui se presentent d'abord, ne sont pas exaje n'ay pas voulu y perdre de temps inutilement, & j' mieux l'apprendre de vous, quand vous m'en voudrez part „. Postquam longo tempore, crebrisque literis solhorum solutiones, tandem instanter sollicitanti eas comit; primi problematis solutionem sistit Propos. 16 Se-l. *Anal. inf. parv.* Alterum solutum habetur ibidem proe&. ejusdem; tertium autem solutionem suam sortitur Se&ionis IX.

Febr. 1695 proponitur quæstio varias partes comple&ens: maintenant une question sur la quelle je vous prie de me re: Je demande la maniere de determiner les points de grande largeur d'une roulette decrite par la revoluun cercle sur un autre cercle, & cela soit que le point t se trouve sur la circonference du cercle mobile ou s, ou au dedans. Je demande aussi lorsqu'il se trouve s la maniere de determiner le point d'inflexion.

Cel. Bernoullio datas enodationes invenies in *Anal.* Pag. 227.
ropos. 3 & 4 Se&ion. IX. Ad quas respondit Illustrifs. 16 April. ejusdem anni hunc in modum: „ Votre pour trouver les points d'inflexion (dans les rout tres ingenieuse & j'en suis tout à fait content, e de trouver en la suivant la valeur du raion de la e de la roulette, mais je voudrois savoir, quelle fient avoir ces developpées dans les deux cas, savoir, point decrivant est hors, ou au dedans de la circone souhaiterois aussi, que vous m'envoiassiez la quaces roulettes.

am istam desideratam exhibet propositio ultima Se-

Innu-

Act.Erud. An. 1721. M. Maii. Innumera alia prætereo, ne tibi, Cl. Taylore, qui ad Celeb. Bernoullii laudes tabescis, nimium creent fastidium. At vero si hæc omnia nondum tibi extorquent confessionem, quod Cl. Bernoullius noster sit maxime *idoneus qui alios docuerit regulas differentiandi differentias*, legendam & examinandam tibi commendamus illius Analysin adhibitam pro solutione problematis de curvà projectilium in aere resistente in quacunque multiplicata ratione velocitatum, cujus solutionem provocatus a Keillio vestro dedit Bernoullius in Actis Lipf. 1719 M. Maj. ipse dum Keillius suæ solvendæ quæstioni impar fuit, quem ideo & tu, mi Taylore, pro misero Analysta habes, testibus literis quibusdam Monmortii ad Bernoullium filium datis d. 28 Oct. 1718, ubi inter alia tuum perscribitur testimonium de fidissimo tuo Keillio his verbis: „ Voici ce que m'ecrit Mr. Taylor: *J'attendrai jusqu'* „ *après demain à ecrire à Mr. Keill & vous pouvez avertir Mr. Ber-* „ *noulli de ce retard, qui peutetre l'engagera à allonger encore le ter-* „ *me, qu'il à donné à Mr. Keill*. Tout ceci est en Anglois, & „ il ajoute ces deux mot *c'est pour rire*; (quid hic ridendum „ sit nescio) ensuite recommençant son Anglois il ajoute: *En-* „ *tre nous, je suis un peu de l'avis de Mr. Bernoulli que Mr. Keill* „ *is better qualified for a Champion, than for an Analyste*, „ *est plus hardi campion qu'il n'est bon Analyste*. Dans une autre Pag. 228. „ de ses lettres il blame Mr. Keill de son peu d'equité &c. montrez s'il vous plait, ce dernier article à Monf. votre Pere il est „ pour lui. Lege, inquam, sequentem Analysin Bernoullianam, quam sistimus loco speciminis concatenatæ operationis per differentialia ulteriorum graduum; judicandum postea tibi & aliis relinquimus, annon Autor sit idoneus, qui alios docuerit regulas differentiandi differentias. Nunc quidem mente & corpore vale.



JOH.

Act. Erud.
An. 1721.
M. Maii.

BERNOULLI OPERATIO ANALYTICA

Per quam deducta est ejusdem solutio,

...ue extat in *Actis Lips.* 1719. *Mens. Maii*,

...natis de invenienda Curva, quæ describitur a projectili gravi in medio resistente.

...xcerpta ex illius Epistola ad Illustriss. Monmortium d. 13. Julii 1719.

...lysin hanc, cum transmitteret Bernoullius desideranti Mon...ortio, his usus est verbis: *Voici, Monsieur, mon analyse, ...s m'avez demandée, pour la solution du probleme de Mr. ...ris dans un sens general. Vous aurez la bonté de la commu...ssi à Mr. Varignon qui la souhaite. Vous verrez, que toute ...yse n'est qu'une chaine d'egalités deduites de la formule ge...ur la determination des resistances, que j'ai donnée dans ...ux de Leipsic de* 1713 *p.* 139 *&* 140.

Problema.

...e & construere curvam, quam corpus uniformiter gra...jus directio gravitatis sit ad horizontem perpendicu...ribit in medio uniformiter denso: supposita resisten...cumque multiplicata ratione velocitatis, cujus expo...

S O L U T I O.

Vid. Fig. III. Tab. I. Act. Lips. 1713.

...urva quæsita, vertex L, abscissa LR $= x$, applica... arcus LC $= r$, resistentia in puncto C $=$ R $=$ (per ... velocitas in C est in subduplicata ratione coradii ... monstravi p. 138 §. 37.) CG^n, gravitas G quæ uni...natur $= c^n$; Formula resistentiæ, quæ habetur p. 139 ...G (2Cb — dCG) : ∓ 2Cc, mutatur ob medii den...rmem, in hanc CG$^n = c^n$ (2Cb — dCG) : ∓ 2Cc, ... Pag. 229.

 adeo-

Act. Erud. An. 1721. M. Maii. adeoque $\mp 2Cc = c^n(2Cb - dCG):CG^n =$ (ob $dCG = Fg - Cb$, ac proin $Cb = Fg - dCG$) $c^n(2Fg - 3dCG):CG^n = \frac{c^n}{CG^{n-1}}$ $\left(\frac{2Fg}{CG} - \frac{3dCG}{CG}\right) =$ (ob Fig. pag. CG :: Oo. CO) $\frac{c^n}{CG^{n-1}}\left(\frac{2Oo}{CO} - \frac{3dCG}{CG}\right) =$ (quia Qo eſt differentiale ipſius CO) $\frac{c^n}{CG^{n-1}}\left(\frac{2dCO}{CO} - \frac{3dCG}{CG}\right) =$ (quoniam differentiale quantitatis cujusvis diviſum per eandem dat differentiale logarithmi quantitatis ejusdem) $\frac{a^n}{CG^{n-1}}(2dlCO - 3dlCG) =$ (quia per naturam logarithmorum $lCO - lCG =$ log. $\frac{CO}{CG}$) $\frac{c^n}{CG^{n-1}}\left(2dl\frac{CO}{CG} - dlCG\right) =$ (ob CO . CG :: Cc . bc) $\frac{c^n}{CG^{n-1}}\left(2dl\frac{Cc}{bc} - dlCG\right) =$ (ſubſtitutis pro Cc, bc. CG, ipſorum valoribus, ſupponendo dy conſtantem) $\frac{c^n}{CG^{n-1}}\left(2dl\frac{dr}{dy} - dl\frac{dr^2}{ddx}\right) = \frac{c^n ddx^{n-1}}{dr^{2n-2}}\left(2dl\frac{dr}{dy} - dl\frac{dr^2}{ddx}\right) =$ (quia $l\frac{dr}{dy} = ldr - ldy$) $\frac{c^n ddx^{n-1}}{dr^{2n-2}}(2dldr - 2dldy - 2dldr + dlddx) =$ (ob dy conſtans adeoque $dldy = o$) $\frac{c^n ddx^{n-1}}{dx^{2n-2}} \times dlddx =$ (per naturam different. logarith.) $\frac{c^n ddx^{n-1}}{dr^{2n-2}} \times \frac{d^3x}{ddx} = \frac{c^n ddx^{n-2}}{dr^{2n-2}} \times d^3x$. Æquando itaque primum cum ultimo, habebimus $\mp 2Cc$ hoc eſt $\mp 2dr = \frac{c^n ddx^{n-2}}{dr^{2n-2}} \times d^3x$, vel (multiplicando utrumque per $dr^{2n-2}ddx$) $\mp 2dr^{2n-1}ddx = c^n ddx^{n-1}d^3x$. Sit nunc $dx = \frac{zdy}{a}$, proinde $dr = dy\sqrt{(aa+zz)}:a$,

Pag. 230. quibus in priori æquationis membro ſurrogatis oritur $\mp \frac{2dy^{2n}}{a^{2n}}$ $(aa+zz)^{\frac{2n-1}{2}} \times dz = c^n ddx^{n-1}d^3x$; Integretur jam æquatio, ponendo $\int(aa+zz)^{\frac{2n-1}{2}} \times dz = Z$, & habebitur, ob dy conſtans,

$\mp x Z = \frac{1}{n} c^n ddx^n =$ (substituto valore $\frac{dzdy}{a}$ pro ddx) $\frac{1}{n} c^n$ Act.Erud. An. 1721. M. Maii.

dy^n : Dividendo per $\frac{dy^n}{nd^n}$, erit $\mp \frac{2ndy^n}{a^n} x Z = c^n dz^n$, ex-

radice exponentis n, provenit $\frac{dy}{a} x \mp (2nZ)^{\frac{1}{n}} = cdz$, un-

$= acdz : (\mp 2nZ)^{\frac{1}{n}} = acdz x (\mp 2nZ)^{-\frac{1}{n}}$, atque inte-

emergit tandem $y = ac \int dz x (\mp 2nZ)^{-\frac{1}{n}}$. Quia vero

$\frac{zdy}{a} = czdz x (\mp 2nZ)^{-\frac{1}{n}}$, erit quoque $x = c \int z dz x (\mp 2nZ)$

Datis igitur y & x per z, saltem per quadraturas, dantur
atæ curvæ quæsitæ : ipsa proin curva construi potest.
F.

Scholium.

s valoribus coordinatarum y & x per communem con-
$c x (\mp 2n)^{-\frac{1}{n}}$ prodibunt coordinatæ simplicius expres-
curva eandem cum optata naturam habente, nimirum
$x Z^{-\frac{1}{n}}$, & $x = \int z dz x Z^{-\frac{1}{n}}$.

Coroll.

atet curvæ subtangentem esse $= yz : a$, est enim dy.
$Z^{-\frac{1}{n}} z dz x Z^{-\frac{1}{n}} :: a . z$.

Act. Erud. An. 1721. M. Junii. Pag. 266.

E LITERIS CHRISTFRIDI WÆCHTLERI, JC.

Occasione quorundam locorum Libanii.

EDidit V. Cl. Jo. Albertus Fabricius Vol. VII. Biblioth. Græcæ, ceu nunc primum prodeuntes Libanii Sophistæ quatuor Orationes, cum versione ac notis etiam D. Godfridi Olearii. Natæque hinc sunt velut in re nova observationes quædam mutuæ inter D. Jo. Henricum Majum & D. Jo. Mich. Steinheilium, viros celeberrimos, & in isto etiam genere literarum eru-
1 ditissimos. Observatio I. pertinet ad Orationem de ulciscenda nece Juliani. Dixit ibi Libanius §. 12 p. 160, Julianum non esse cæsum ab aliquo hostium. Neminem enim illorum ausurum fuisse, mediæ aciei se immittere sine evidenti vitæ discrimine. Si autem plures hostium id ausi essent, plures quoque & non unicum Julianum interfecissent. Jam vero solus ille occubuit, nemine ex propinquis & custodibus illius, mali quicquam patiente, ὐδενὸς παθόντος ὐδὲν, ἀλλ' ὐδὲ μελλήσαντος, *& quia nemo horum etiam curæ oppressori Juliani esset, præter illum solum.* D. Majus volebat legi, μελλήσαντος, *& nec passuro quidem quicquam mali.* Potius tamen placuit ei, μελλήσαντος, a μελέω, μελίζω, Lucianus *Dialog. Ajacis & Agamemn.* εἰ σὺ μανεὶς σεαυτὸν ἐφόνευσας, ἐμέλισας δὲ καὶ ἡμᾶς ἅπαντας. D. Steinheilius autem, *Valde*, inquit, *probarem primam lectionem* μελλήσαντος, *& hac ratione etiam le-*
Pag. 267. *gendum apud Lucianum, teipsum occidisti, & nos quoque omnes occisurus eras.* (Nam ἐμέλισας, quod est εἰς δύο τέμνειν, hic parum convenit.) *Elegans Græcismus, cujus exemplum apud Laert.* 1, 98: μὴ μόνον τὺς ἁμαρτάνοντας, ἀλλὰ καὶ τὺς μέλλοντας, κόλαζε. ἁμαρτάνειν scilicet. *Et similiter apud Libanium hic*, ἀλλ' ὐδὲ μελλήσαντος παθεῖν. Occurrit sane hæc reciprocatio apud Libanium in hac ipsa Oratione, ὡς μὲν ἀπέθνησκον, οἱ δὲ ἔμελλον, scil. ἀποθνήσκειν. §. 10 p. 158. Et §. ult. *Orat. parental. p.* 378: ὦ μεγάλα μὲν θράσας, μείζω δὲ μέλλων, *o maxima ause, majora vero adhuc ausure!* Sed hic non intervenit persona tertii cujusdam: quod fit §. 12 *p.* 161. Sermo enim non est de propinquis & custodibus, an ii quicquam de futuro passuri sint, quantum in voluntate ipsorum esset, sed an percussor Juliani in animo illos tunc habuerit, sicut in animo habuit percussionem Juliani ipsius? Negat hoc Libanius, videturque omnino scripsisse, μελλήσαντος, ἀνδροκτονόντος. Scilicet: *nemo alius quic-*

quam

ıali passus est, neque pati debuit ex intentione percussoris. Act.Erud.
s hoc est e verbis ultimis, ὁ γὰρ ἄθλος οὗτος ἦν, καὶ ἐφ' An. 1721.
ῥαλτο, *de solo enim* Juliano *laborandum erat percussori*, M. Junii.
ui soli fuerat immissus, ac nemini custodum vel propin-
ι præterea; adde Phalaridis *Epist.* 71 *in fine*. Reliqui
omnes sumpti sunt ex Libanii Oratione parentali in Ju-
. II. §. 18 p. 243 Julianus τότε πρῶτον ὅπλως τε καὶ πολέ- 2
ὶμενος, D. Olearius, *licet tunc primum arma bellaque at-*
Julianus. Prompte D. Majus, γευόμενος, *gustaret*.
pluribus locis Autorum Græcorum illustratur. Similiter-
Steinheilius. Nonne observarunt autem viri doctissimi
translatione D. Olearii, eum γενόμενος legisse, cum
t, tunc primum *attigisse* Julianum arma bellumque? Sa-
prima vice tangit arma, gustare illa dicitur tantum
ιριζόμενος δ' ἀσπίδων ἐξ ἀρχῆς, φέρειν Libanio hic τὴν
. Typotheta quum vellet γενόμενος exprimere, arripuit
ıdiarium illum ductum trium literarum γεν, quod est
bet autem annexum υ, quasi legi posset etiam γευ. Is
ror quia contingere sæpius potest, satius foret, com-
illud, propter dispendium, omnino tolli. Sic enim
ıerent illi homines γεν, aut γευ, & accuratius inspi- Pag. 268.
:xtum. III. §. 28. pag. 254. D. Majus vidit deesse ali- 3
textu post, μεσαὶ δὲ ἦσαν, ac supplet αἱ νῆσαι τοῦ πο-
t D. Steinheilius, *recte de insulis conjecisti*. *Plura au-*
a hic omissa fuisse docet editio Morelliana, τοῦ ποταμοῦ,
ενικότων. Parentalis ergo non fuit inedita. At enim
ıus similitudine τοῦ ἦσαν & νῆσαι iterum deceptus,
omisit. D. Olearius autem reperit utique id in tex-
pressit, *erantque insulæ fluvii refertæ*. Abundat tamen
ῦ, antecedit enim nomen illius, ὁ ῥῆνος. Nec perti-
c comma τῶν νενικηκότων. Incipit enim ibi nova
μεσαὶ δὲ ἦσαν αἱ νῆσαι, scilicet νῆσαι τοῦ ῥήνου, & τῶν
quod utrumque antecedit. Τῶν νενικηκότων ἐπὶ τοὺς ἰον-
ντες *enim irruebant etiam in eos*, *qui in sylvis se ab-*
IV. §. 46 pag. 271 κατέλιπον αὐτῷ ὁπλίτας, εὔξασ- 4
θαι δυναμένους. Pro εὔξασθαι D. Majus, εὐνάζεσθαι, *ster-*
consuetos. (Εὐνὴ pro concubitu Philostrato, Ico-
57, καὶ ἥ τις μὲν σφῶν ἡ εὐνὴ ἐγένετο, *qualis vero ip-*
concubitus. Et mox: γέγραπται δὲ οὐχ ἡ εὐνὴ νῦν,
n hic quidem non exprimitur,) Milites autem oran-
on rejecisset Julianus, quin eos instituit potius in
t *pag.* 307. At Constantii milites reprehendit ceu
iner-

Act. Erud. An. 1711. M. Junii.

inertes §. 105. *pag.* 330. D. Steinheilius vero, *commode tamen etiam retineri potest* τὸ εὔξασθαι. *Nam pag. 307 laudat in suis robur cum pietate junctum, & molliores Constantii milites per novem menses ideo rebus sacris occupari voluit, ut forte eos seduceret ad Gentilismum*. Et hanc illius mentem fuisse patet ex §. 82. Ut enim Christiani discerent invocare Martem, Bellonam, περὶ ταύτην τὴν σπουδὴν maximam opum vim fuisse absumptam, &, quia verba ad hoc non suffecissent, aurum & argentum ad ista persuadenda adhibitum §. 81. Tunc enim eos ad preces pariter & ad arma fore idoneos. Constantium autem Juliano reliquisse tantum senio confectos & ad numerum facientes. Hos, præ imbecillitate, ad preces unice aptos adhuc esse,

Pag. 269.

καὶ ὑπὸ σκηναῖς καθεύδειν, & sub tentoriis stertere. §. 105. *pag.*
5 330. V. §. 78 *pag.* 304 πώγωνας ἐκεῖσε φερόντων καὶ τὸ τῶν δακτύλων ἔργον, D. Olearius, *aliis apud ipsos initium discendi statim facientibus, aliis postliminio quasi accedentibus, barbasque & annulos ad scholas eorum, qui literis erant imbuti, accedentibus*. Annuli hic, pro opere digitorum. D. Majus, *imo opificum opera manuum fuisse venalia, atque ideo allata. Voluisse enim effectus artis pristinæ cum libris permutare*. D. Steinheilius etiam applaudit: *perquam eleganter explicasti. Opifices enim illi erant* χειρώνακτες ἀποχειροβίωτοι. Enimvero Dom. Oleario δακτύλων ἔργον sumitur pro δακτυλίων ἔργῳ, *opere annulorum*, per digitos elaboratorum: non autem pro omni opere manuum crassiori. Quo sensu opifices describit Pollux *Lib.* 1. *cap.* 5, *L.* 2 *cap.* 4, 19, *Lib.* 7 *cap.* 1. Num vero & barbæ erant illis venales, quia eas afferebant? aut permutabiles? Credo duas hic ætates tantum exprimi, juvenum & senum. Illi statim incipiebant sua studia, hi postliminio. Illi nihil habebant præter digitorum suorum primitias & pro captu ætatis annulos; hi barbas tantum ostendebant. Julianus *misopog. f.* 358: *Demophilus fecit sermones tum adolescentibus, tum senibus audiendi avidis jucundissimos. Solet enim senectus tristiores etiam ad juvenile audiendi stu-*
6 *dium impellere*. VI. §. 82 pag. 309 τεταριχευμένοις ἀπαντῶσι θηρίοις, D. Olearius, *præclarior erat impensa illa, quam in eos, qui cum bestiis fame efferatis pugnabant*. D. Majus autem, *lego* ἀπατῶσι, *decipiunt cum animantibus conditis, non cum efferatis fame. Sale condiuntur vel aceto, vel aliter ad memoriam perpetuam*. Neque vero idem D. Steinheilius hic sensit. *Bene*, inquit, *monuisti: existimo tamen, Olearium reperisse* λιμῷ τετρυχωμένοις, *atque inde versionem ejus ortam. In editione Morelliana hic est magna lacuna*. Credo, Libanium reprehendere impensas factas in be-

ame jam diu, non efferatas, sed exhaustas & prope eneca- Act. Erud. An. 1724. M. Junii. 7
c enim etymon deduxit H. Stephanum. Neque adeo ad-
a λιρεῷ, necesse est. VII. §. 148 pag. 369 οἷς δ' ἐθερα-
ὸ δαιμόνιον ἱερεῖς, D. Olearius, sacerdotes, qui Diis fa-
uns. Contra D. Majus, οἷοις δ' ἐθεραπεύθη τὸ δαιμόνιον
; a qualibus autem sacerdotibus colitur istud numen? Nolebat
ερεῖς bis recurrere. Semper etiam, θεραπεύειν τὸν θεὸν,
divino usurpari. Sed iterum humanior est D. Steinhei- Pag. 270.
expositione rem totam juvat. Posterius enim τὸ ἱερεῖς in-
de sacris & victimis; ubi haud dubie maluisset scribi
ut sensus sit: Sacra enim vel victimæ, quibus Dii antea
ntur, nunc post mortem Juliani sunt in perquisitionibus
pariter, ac sacerdotes ipsi. Ita δὲ pro γὰρ accipitur. Sta-
ἃ τὸ πῦρ ἔλαβε, τούτων ἡ τιμὴ τίθεται. Hic ἃ respondet
ερῶς. Ut ergo connexio verborum fiat perspicua, cesset
hesis cum interrogatione, & ponam comma post ἱερῶς.
rdotibus postulantur rationes injustæ; de quibus enim
cta sunt sacra, & quæ absumpsit sacer ignis, ea certo
zantur pretio, ut restituatur, quod Diis colendis im-
fuit. Hæ sunt eruditæ istæ cogitationes Virorum opti-
, & citra rixam colloquentium inter se de perpaucis tex-
hamii. Quantum vero putes gavisuram esse omnem Ger-
, ubi commentarii Alciphrontis & Heliodori, ope D.
ui ista donaria cessit D. Steinheilius, lucem, quam ex-
aspicient?



JOH.

Act. Erud. An. 1721. M. Junii.

JOH. BERNOULLI

ANIMADVERSIO

In Solutionem ad se Londino missam problematis alicujus circa trajectorias,

Propositi in Actis Lipf. Supplem. Tom. VII. Sect. VIII. p.

MAteria de Trajectoriis, elegantem sed arduam, fuse & accurate tractavit Filius meus in Actis Lipf. anni proxime elapsi, ubi methodos a me inventas, per quas quoad fieri potest, solvitur generale Trajectoriarum problema, clare & fideliter exposuit. In fine longæ dissertationis, adjecit problema, ex hac materia enatum, solutu dignum & curiosum, quod proin Analystarum attentionem mereri videbatur. Constitit illud in hoc, ut *Inveniatur & construatur curva, quæ semetipsam inverso situ po-* Pag. 271. *sitam atque hinc inde motam secundum utrumque axem motu sibi semper parallelo, secet constanter ad angulum rectum vel etiam ad angulum cuilibet dato æqualem.*

Monuit proponens, me solutione potitum esse & tali quidem, ex qua pateat satisfacere infinita genera curvarum, tam algebraicum quam transcendentium; Inter eas dari duas quasdam Geometris non ignotas, adeoque vel inventu vel divinatu faciles, sed desiderare nos alias insuper ex utraque classe curvarum, algebraicas tamen præ cæteris exigentes.

Accepi nupero mense Martio litteras Londino ab ignota manu & ut ajunt *sine die & consule* scriptas, in quibus inveni aliquam sed non addita analysi problematis nostri solutionem, quæ an bona sit, aliis examinandum vel Autori demonstrandum relinquo. Legitur ea in Actis Mensis Aprilis p. 65, 66. Quisquis vero sit ejus Autor, haud dubie Britannus, videtur in Analysi infinite parvorum non mediocriter versatus, quod vel hinc manifestum est, quia in hac solutione elucent vestigia longi & operosi calculi. Sed si minus industriæ plus vero sagacitatis adhibuisset, invenire potuisset solutionem aliam longe simpliciorem. Contigit ipsi, quod sæpissime solet, venari scilicet per ambages intricatas &

 lon-

, quod in propinquo latet angulo. Vitium autem est, aut defectus, in omni salutatione, quæ præter necessitatem fundamentis compositis ac longe petitis, deducens ad con- onem plus æquo laboriosam. Act. Erud. An. 1721. M. Junii.

squam itaque communicemus nostram mira simplicitate cinnitate gaudentem, indulgemus Solutori anonymo adhuc d tempus, genuinam nostræque similem, qualem deside- investigandi solutionem; ac talem inprimis, quæ pro op- urvis transcendentibus constructionem suppeditet non per turas, quibus Solutor jam utitur, sed per solas rectificatio- varum algebraicarum, & quidem sive rectus sit, sive ob- intersectionis angulus; nec obstat, quod pro aliquo con- nos fore promiserimus re saltem ad quadraturas redacta; enim methodo pro quovis angulo intersectionis, præter in- as curvas algebraicas, etiam innumeræ aliæ transcendentes sa rectificatione algebraicarum construibiles promtissime tur.

rum quas suppresso nomine subindicavimus binas curvas satisfacientes, Geometris non ignotas, rectissime nunc rit Solutor Londinensis, nimirum *Cycloidem* quando an- tersectionis rectus est, & *Logarithmicam*, existente quo- rsectionis angulo. Sed quod ad hanc attinet, notanda entia, quæ ille nondum animadvertisse videtur: Primo est, Logarithmicam duplici modo ad usum vocari pos- empe ut moveatur vel secundum directionem applicata- l secundum directionem asymtoti, priori modo una- x Logarithmicis inservit sive rectangula sit sive obli- sed respectu alterius modi non omnes Logarithmicæ tio quadrant, sed tantum acutangulæ; non vulgaris gula, ut & omnes obtusangulæ sunt prorsus inido- o Logarithmicas *acutangulas*, *rectangulas*, *obtusangu-* m applicatæ cum subtangentibus constituunt angulos *tos*, *obtusos*. Hoc etiam notatu dignum est, in casu s intersectionis esse debet rectus, optato effectui re- ogarithmicam *semirectangulam* quæ ipsissima est Linea apud Geometras quondam non incelebris. Horum onem nunc non addimus; dabit eam noster Ano- divinando tantum vel palpando in Logarithmicam eatur. Pag. 272.

I. Q OB-

Act. Erud. An. 1721. M. Aug. Pag. 360.

OBSERVATIO

De novo ductu salivali Glandulæ Lingualis,

Facta ab ABRAHAMO VATERO, *Phil. & Med. Doct. Anat. & Botan. Prof. Publ. Substituto Vitemb. & Natur. Curios. Collega.*

AD linguæ radicem foramen aliquando hiare, primum vidit Johannes Baptista Morgagni, uti monuimus in Actis his Edit. Act. Anno 1708 mense Januario pag. 30, Adversaria ejusdem Anatomica prima recensentes, canalemque istum ad os usque hyoidis prosecutus, pro excretorio magnæ partis glandularum ibi sitarum cum agnovit; istiusque mentionem facit Laurentius Heisterus in Compendio Anatomico, coecumque foramen appellat. Virorum igitur horum in re Anatomica famigeratissimorum ductum secutus Clarissimus Vaterus, in animum induxit, data occasione in hanc rem ulterius inquirere, eoque consilio non tantum variorum brutorum, sed etiam humanas linguas, quas in liquore conservaverat, examini iterum iterumque subjecit, ast frustraneus in eo fuit omnis labor; prout fatetur in Programmate, superiori anno Vitembergæ edito. In brutorum quippe linguis nil omnino de eo comparuit, in humanis quidem quibusdam asservatis adfuit, sed angustum, contractum, & impenetrabile. Oblata quidem occasione secandi corpora demortua, aliquoties linguas humanas exsectas perlustravit, plurimaque experimenta fecit, sed non æquali successu. Interdum enim in his vix vestigium hujus foraminis adfuit, subinde quidem visui se obtulit idem, sed in fundo angustissimam, aditum flatus, stili, imo setæ portionæ nullatenus admittens, a papilla e centro porrecta plane occlusum. Aliquando foramen illud, quod nec flatum, nec stilum tenuissimum admittebat, versus posteriora aperuit, flatuque tubulo immisso, marginem ejus perquisivit, in quo angustissimum ostiolum deprehendit; per quod nihilo secius mediante inflatione non tantum, sed etiam trajectione materiæ Pag. 361. ceraceæ, tota posterior linguæ & epiglottidis exterior superficies intumuit, & anfractus cellulasque varias exhibuit. Alio tempore, quo idem foramen occlusum deprehendit, mediante

flatu

etexit orificium exilissimum, non in medio linguæ, sed a versus laringem, in loco pollicis latitudine a dicto foraminoto, per quod eandem glandulosam linguæ & epiglottiperficiem cera replevit. Tandem cum puellam novem menemortuam cultro subjiceret, injectione aquæ in foramen epius tentata, successive elevata fuit glandulosa expansio ssima, majorem linguæ fauciumque partem involvens. Ab enim injecta tota posterior linguæ pars ac superficies exterglottidis circa glottidem usque intra œsophagum ad duore digitorum latitudinem valde intumuit. A latere prælinguæ, & sub eadem, dissecta fuit glandula insignis ad n usque expansa, quæ cellulas & globos innumeros exhi- Hanc itaque glandulam, aut, si mavis, glandulosam exnem ad salivales refert Clariss. Vaterus, quam ex dicto ammate hic delineatam cum B. L. communicamus. Act. Erud. An. 1721. M. Aug.

Explicatio Figurarum.

Tab. II. Fig. 1.

Figura 1.

C. D. Lingua puellæ novem mensium, a parte anteriori uperiori repræsentata.
nen in superiori & posteriori linguæ superficie hians, od est orificium novi ductus salivalis.
is.
rtis, in cujus exteriori superficie glandula, super eanexpansa, repleta, ita ut ejus facies plane mutata sit, mida appareat.
arteria cum œsophago versus superiora reclinata, ita andulosa expansio in conspectum prodeat.
agus.
osa expansio in superficie superiori & posteriori linguæ arere ejusdem, nec non super epiglottidem, glottidem ophagum.
gus circa laryngem apertus, ut glandulosa expansio in feri queat. Pag. 362.
s thyroidea e latere gulæ prominens.

Act. Erud. An. 1721. M. Aug. Tab. III. Fig. 2.

Figura 2.

A. B. C. D. Lingua eodem situ inversa, & ab inferiori & posteriori parte visa.
a. Aspera arteria cum œsophago ad superiora ducta.
b. Glandula thyroidea.
c. Tenuis productio glandulæ thyroideæ versus os hyoidis amandata.
d. Os hyoidis absconditum.
e. Glandula nova salivalis a latere linguæ & sub eadem, usque ad frenum expansa & aqua injecta turgida.
f. Frenum linguæ.

SYSTEMA SOLARE NEWTONIANUM

TAM PLANETARUM QUAM COMETARUM,

Cui subjecta est pars scholii generalis principiorum Is. Newtoni editionis secundæ, in Anglicum sermonem translata.

Londini, apud Job. Senex, ad insigne Globi in ambulacro Salisburiensi, fol. Tab. æn. pl. unica.

LINGUA ANGLICA.

CElebeerrimus Hallejus in Astronomiæ Cometicæ Synopsi edita num. 297 Tansact. Angl. Newtoni, ut ipse ait, vestigia secutus, eam methodum, qua docet ille exemplo Cometæ anni 1680 Cometarum orbitas Geometrice construere, calculo Arithmetico accommodarat, & Tabulam exhibuerat XXIV Cometarum, inde ab anno 1337. ad 1698. variis temporibus
Pag. 363. observatorum. Hujus, ibidem ait, numeri vim habeat omnia, quæ de motu Cometarum hactenus observata sunt, accuratissime repræsentandi. Clarissimus igitur Whistonus ejus rei peri-

factur*us*, jam ante aliquot annos æri incidi curavit Act. Erud. An. 1721. M. Aug.
Planetarium in Charta majore, præter Planetarum or-
'erihelia, Aphelia, Nodos, eo situ, quem ultimo De-
St. V. Ann. 1720. singula habitura erant, exhibens or-
metarum Parabolicas numero XXI, quales sunt in pro-
nis spectatæ, & sine reductione ad Eclipticam. Co-
im annorum 1532 & *1661*, item 1531, 1607, 1682,
assignat orbitam. Halleji conjecturam secutus, qui lo-
innuit, pro iisdem fortasse habendos esse, quamvis
Tabula observationibus presse insistens, Perihelia ipsis
non plane eadem. Eodem modo Cometam anni 1456,
Tabula Hallejana seorsim non extat, eodem duce Hal-
eodem habet cum illis annorum 1531, 1607, 1682,
orbitis adscribi fecit Whistonus tempus quando appa-
, tempus periodicum, ubi datur, & proinde quando
sint apparituri, interdum etiam gradum maximæ in-
ciæ, *in* periheliis nempe, cum caudæ longitudine. Sic
tam AA leguntur sequentia: *Orbita Cometæ anni Do-*
o. In perihelio fuit 8 *Decembr.* (St. V.) *ipso meridie*
minimam *nactus* 496000 *mill.* (Anglic.) *a centro So-*
tempore fere 2000 *vicibus magis incaluit, quam calor*
ardentis: caudam reversus a perihelio habuit 80, 000,
iar. Periodum complet annis 575; *maximam a Sole di-*
habet circiter 11200, 000, 000, *milliar. Ratio maximæ*
ad minimam est ut 20000 *ad* 1: *adeoque lumen calor-*
us ad minimum erit in majore ratione quam 400 000
Ascendens Nodus est ♐ 2° 2'; *Inclinatio* 60° 56',
in consequentia signorum. Hoc modo Whistonus tum
dornavit Systema Cometarum. Quod dum descripsi-
opera enarravimus singula, quæ in præsenti sche-
inorem tantum modulum constructo ab eodem ar-
tum usus Whistonus erat, exhibentur. Neque alia
iversitas ulla est, præterquam quod Planetarum si-
erit alium, breviusque singula enunciarit, quæ scri-
tas, multa etiam omiserit, ut Nodos, Inclinatio- Pag. 364.
asque Cometarum a Sole, nec non Perihelia & A-
quidem ex ipso Schemate cognoscuntur. Planeta-
ia, Aphelia, Nodos ad extimum Eclipticæ circu-
li vero & distantia a Sole, Diametri & Massæ,
ibus; & velocitates, illuminatio & incalescentia;
li & distantiæ Satellitum & annuli Saturnini in
emis Chartæ angulis quasi per totidem tabulas di-

spo-

Act. Erud. An. 1721. M. Aug. Tab. II. Fig. 3.

ſpoſitæ habentur. Utriusque Syſtematis ideam ſuppeditat ſpecimen in Figura 9 expreſſum. In hac circuli concentrici ſunt orbitæ Planetarum, lineæ vero parabolicæ Cometarum. Et quidem AA eſt orbita Cometæ anni 1680; BB Cometæ annorum 1531, 1607, 1682, 1456; CC Cometæ an. 1684; DD Cometæ 1698; EE Cometæ 1556.



EX-



EXCERPTA
ACTIS ERUDITORUM
LIPSIENSIBUS,
I SEPTIMI SUPPLEMENTORUM.

I. SPECIMEN ARTIS CRITICÆ,

æ editioni Q. CURTII RUFI *præmissum*.

URTII, scriptoris & nitidissimi & longo mihi usu familiarissimi, novam adornare editionem cum constituerim, eamque ita comparatam, ut Autor ille, quam plurimis, quibus adhuc deturpatus exstat, maculis abstersis, in lucem prodeat incorruptus; non vereor, ne ingratum sit futurum Philologis at-s, si prius aliquot gravissima *Curtii* vulnera demon-emque a me curata, ut certa inde fieri possit conje-teris meis medicamentis criticis. Equidem jam in *Pa-is* non pauca *Curtii* loca suæ restitui integritati: ut pareat, etsi *Freinshemius*, ut ipsemet *Commentarii in* gina prima scribit, *ad summam diligentiam nihil fece-ut hic autor, quantum possit, emendatus atque nativa ndidus prodiret*; tamen permulta superesse in *Curtio* m sana, adeoque emendationis indiga. Ceterum ro- Tom. VII. Supplem. Sect. II. Pag. 54. Pag. 55.

gatos

Tom.VII. Supplem. Sect. II. gatos volo lectores Criticæ artis peritos, ut si quam emendationum harum mearum minus feliciter susceptam rationibus rite subductis judicent, benevole me corrigant, latisque de meo edendi *Curtii* proposito sinceris sententiis vel acuant industriam meam vel obtundant. En itaque complura *Curtii* loca prius ut in mendo jacent, deinde ut a me sunt sanata. Ut crebra eorundem verborum repetitione possim supersedere, præfixa litera *V* vulgatam indicabit scripturam, *E* meam signabit emendationem.

Lib. III. cap. 3. n. 25: V. *Propinquorum amicorumque conjuges huic agmini proxima; lixarumque & calonum greges vehebantur. Ultimi erant cum suis quisque ducibus*, &c.

E. *Propinquorum amicorumque conjuges huic agmini proxima vehebantur. Lixarum & calonum greges ultimi erant*, &c.

Lib. III. cap. 6 n. 11: V. *Servatus a me vitam mihi dederis, oro quæsoque, amissoque metu patere medicamentum concipi venis.*

E. *Servatus a me vitam mihi dederis. Oro quæsoque, amissum metu* &c.

Lib. IV. cap. 14. n. 10: V. *Hic dies imperium, quo nullum amplius vidit ætas, aut constituet aut finiet.*

E. *Hic dies imperium, quo nulla amplius vidit ætas*, &c.

Lib. V. cap. 1 n. 7: V. *Jam Susa, jam cetera ornamenta regni, causamque belli Victorem occupaturum.*

E. *Jam Susa, jam cetera ornamenta regni, causam belli*, victorem occupaturum.

Lib. V. cap. 2 n. 7: V. *Perticam —— statuit, ex qua signum eminebat pariter omnibus conspicuum, observabatur ignis noctu, fumus interdiu.*

E. *Perticam —— statuit, ex qua signum pariter omnibus conspicuum observabatur, ignis noctu, fumus interdiu.*

Lib. V. cap. 3 n. 14: V. *Litteris Alexandrum ita deprecata est, ut ipsum excusaret, quod deprecaretur: petere se, ut illis quoque; si minus, sibi ignosceret: pro necessario ac propinquo suo, jam non hoste, sed supplice tantum vitam precari.* Pag. 56.

E. *Literis —— deprecata est, id ipsum excusaret, —— ignosceret, pro —— vitam precanti.*

Lib. VI. cap. 4 n. 15: V. *Et gens bellicosa, & natura situs difficilis aditu, curam regis intenderat.*

E. *Gens & bellicosa*, &c.

Lib. VI. cap. 11 n. 20: V. *Tumultu cognito legem se supplicio conjunctis sontium remittere edixit.*

E. *Tumultu cognito, legem se propinquis sontium remittere, edixit.*

Lib. VII. cap. 1 n. 23: V. *Parentes liberis si occurrant, & ingrati & invisi sunt. Cum donis honoramur, cum præmiis onusti revertimur, quis ferre non potest? quis illam alacritatem animorum continere?*

E. *Parentes, liberi, si occurrant, —— quis* (nostrum) *ferre potest?* &c.

Lib. VII. cap. 1 n. 36: V. *Huc enim malorum ventum est, ut verba mea eodem tempore & Alexandro excusem & Antiphani. At hercule mater*

de

bis inimicis tuis scripsit. Utinam prudentius esset sollicita pro & non inanes quoque species anxio animo figuraret. Quare non adscribit metus sui causam? Denique non ostendit au-, quo facto dictove nostro mota tam trepidas tibi literas sit. Tom. VII. Supplem. Sect. II.

uccine malorum ventum est, ut verba mea eodem tempore & ndro excusem & Antiphani? At hercule mater de nobis it. Utinam prudentius esset sollicita pro filio, non inanes e species anxio animo figuraret! Quare enim non adscribit sui causam, neque ostendit autorem? quo facto dictove no- iota tam trepidas tibi literas scripsit? O miseram condi- meam, &c.

I. c. 2 n. 24: V. *Polydamas — mutuaque gratulatione functi, amas epistolam ab rege scriptam ei tradidit.*

olydamas — mutuaque gratulatione facta, epistolam ab rege am ei tradidit.

I. cap. 5 n. 7: V. Ergo quicquid vini oleique erat, homini- gerebatur.

go — erat, avidius ingerebatur. Pag. 59.

cap. 5 n. 20: V. *quia nihil ulli nefastum in Bessum in- rem Regis sui videbatur.*

ia nihil ulli nefas jam in Bessum &c.

cap. 7 n. 28: V. *Sibi enim alia ad gloriam concedere deos. animalia ad gloriam* &c.

cap. 8 n. 9: V. *magnitudine corporis animum æstimantibus haudquaquam famæ par videbatur.*

nitudine — æstimantibus haudquaquam &c.

ap. 9 n. 1: V. *Contra rex fortuna sua & consiliis suorum m esse respondet. Nam & fortunam, cui confidat, & suadentium, ne quid temere & audacter faciat, se-*

verba: *nam & — secuturum*, deleo, manifestum quip- ma, continens priorum verborum paraphrasin satis frigidam, ineptam.

p. 11 n. 15: V. *cum cuneos inter saxa defigerent, queis binde insisterent.*

uneos — queis subinde insisterent.

ip. 8 n. 19: V. *ut coram his probra, quæ modo in mo do audisti, illius quoque ore referantur.*

m his — jecisti, illius quoque &c.

. 10 n. 30: V. *alii magnarum arborum stipites cumulis xorum in cavernas dejiciebant.*

tipites ac moles &c.

Tom. VII. Lib. IX. cap. 2 n. 30: V. *ut sospes acciperet.*
Supplem. E. *ut hospes acciperet.*
Sect. II. Lib. IX. cap. 4 n. 27: V. *vates monere eum cœpit, ut committeret, aut certe differret obsidionem.*

E. *vates monere eum cœpit, omitteret, aut certe differret obsidionem.*

Lib. X. cap. 2 n. 3: V. *a quibus interceptum & trucidatum a quodam* &c.

E. *a quibus non receptum, sed trucidatum* &c.

Lib. X. cap. 3 n. 4: V. *ut nihil omiserint, quod singuli magis obe-*
Pag. 58. *dienter ac pie facerent.*

E. *ut nihilominus singuli omnia obedienter ac pie facerent.*

Lib. X. cap. 8 num. 9: V. *secretas cogitationes intra se quoque volventes,* &c.

E. *secretas cogitationes intra se quisque volventes.*

Lib. X. cap. 9 n. 3: V. *populus Rom. salutem se Principi suo debere profitetur, cui noctis, quam pæne supremam habuimus, novum sidus illuxit.*

E. *populus — profitetur, qui nocti, — illuxit.*

Sufficiant hæc pro specimine. Adjungere poteram fundamenta, quibus singulæ istæ emendationes nituntur. Sed quoniam breve hujus loci spatium id non permittit, atque adeo ipsi meo in *Curtium* commentario illa reservare me jubet, uni duntaxat pari earum, quas modo produxi, emendationum nunc tantum affundam luminis, ut nulli amplius dubitationi pateat aditus. Alter locus esto, qui *lib. V. cap. 1. num. 7* ita a me correctus est: *Jam Susa, jam cetera ornamenta regni, causam belli, victorem occupaturum.* Scilicet per *appositionem* quam vocant grammatici, duo illæ voces, *causam belli*, prioribus adjunctæ sunt, ac recte *Cellarius* ita id interpretatur, ut opulentæ Persidis urbes fuerint causa & incitamentum, cur Macedones hoc bellum susceperint. Pari modo Tacitus *in Agricola VII. 1. prædia ipsa*, inquit, *& magnam patrimonii partem diripuit, QUÆ CAUSA CÆDIS FUERAT.* Idem libelli ejusdem *cap. XII. 8.* simili plane usus appositione: *fert Britannia aurum & argentum & alia metalla, PRETIUM VICTORIÆ.* Rursus *cap. XV. 7: sibi patriam, conjuges, parentes; illis avaritiam & luxuriam CAUSAS BELLI esse.* Sed audiamus suum ipsius interpretem *Curtium VI. 11. 32: Timuisse (se) respondit, ne pater — interim exstingueretur, ipsique, spoliato tantis viribus, occidendi regis CAUSA non esset: festinasse ergo se, dum PRÆMIUM haberet in manibus,* &c.

Alter locus *Curtii* esto *lib. III. cap. 6. num. 11.* hunc in modum a me refictus:

Ser-

rentus a me vitam mihi dederis. *Ore quofcunque, omiffo me-tu* &c.

Philippus medicus, cujus ifta verba funt, in fuspicionerat acceptæ a Dario in perniciem Alexandri pecu- *uns igitur*, inquit ad Regem, *mea falus cum tua eft con- na. Si mori te contingat, ego tanquam parricida trucida- i fanitatem recuperaveris, mea quoque vita in tuto erit : nunc vero tuo ore meus quoque trahitur fpiritus. Ago igi- pone metum, & potare medicamentum viribus nei fuis*. n hac oratione ineft argumentum, quo Philippus exi- egi fufpicionem annititur. *Non eft*, inquit, *verifimile, vita infidiari, cum nomini, quam mihi, tua mors damnofior* rfus geminum locum reperi in fexta *Ciceronis ad Brutum*, quem attexam integrum: *Glycona, medicum Panfæ, au- miffe in fufpicionem Torquato de morte Panfæ, cuftodirique icidam. Nihil minus credendum eft: QUIS ENIM MA- CALAMITATEM MORTE PANSÆ ACCEPIT ? Ce-* uod *Curtius* pro *dabis* pofuit *dederis*, fingularis elegan- Plane eadem elegantia *Plautus* utitur in *Amphitruone* I. *SERVAVERIS*, id eft, *fervabis me, id fi feceris*. Sic *lib. XI. ad Famil. epift. 27: his literis mifi credideris, me rii & humanitatis expertem JUDICARIS*. Et *Orat. IV. in* 6. *incunte: five hoc ftatueritis*, *DEDERITIS* (pro *da- bi comitem* &c. *five illam Silani fententiam fequi malueri- me— DEFENDETIS*. *Ovidius Faft. I.* 17:

mihi te placidum, DEDERIS in carmina vires.

iorem metum dixit hic loci *Curtius*, ut alibi (IV, 1, I, 2, 1,) *omittere fpem*. Non fecus *Terentius Heaut. Uicitudinem iftam, qua te excrucias, omittas*. Et *Adelph. mitte triftitiam tuam*. *Cicero* in *Somnio Scipionis*: *adm omitte timorem*. *Seneca* in *Troade* v. 452: *omitte fle- * hæc hactenus.

Tom. VII. Supplem. Sect. II. Pag. 19.

Tom.VII. Supplem. Sect. VI. Pag. 264.

EXCERPTA ASTRONOMICA

Ex Transactionibus Anglicanis A. 1718.

N. 355. p. 768. & seq. SAtellitium Saturni maximam partem a *Joh. Dominico Cassini* detectum cum nonnisi per telescopia exquisita & prægrandia videri possit, a solis Astronomis Parisiensibus raro isto ad observandum apparatu instructis observatum. Quamobrem cum a multis retro annis nullæ amplius observationes a laudatis Astronomis communicarentur, in suspicionem adducti sunt Astronomi exteri, satellitium istud non satis fidis observationibus niti. Augebat in Anglia hanc suspicionem, quod Vir Cl. *Guilielmus Derham* per telescopium 125 pedum, a *Christiano Hugenio* cum apparatu ipsum a tubi optici molimine liberandi olim Societati Regiæ donatum, Saturnum contemplatus in ancipiti hæreret, utrum stellulæ circa eam conspicuæ essent Satellites nec ne, cum loca earundem observata a locis ex Tabulis *Cassinianis*, Societati Regiæ quondam oblatis & in Transactionibus Philosophicis Num. 187 publicatis, omni adhibita solertia computatis prorsus diffiderent. Enimvero postquam *Cassini* junior, magni parentis haud degener filius, virtutum patriarum hæres, Pag. 265. in Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum A. 1714 theoriam Satellitum ex recentioribus observationibus emendasset (quemadmodum notatum est in Actis Anni 1719. pag. 642;) agnitum est in Anglia, Satellitium Saturni & a *Derhamo* visum, & extra omnem dubitationis aleam positum esse. Ut itaque tanto minus dubii relinqueretur, Vir plurimum Reverendus, *Jacobus Pound*, Societatis Regiæ Sodalis, per telescopium *Hugenianum* Satellites observavit d. 21 April. h. 10 40′ A. 1718 & observationes cum Societate Regia communicavit, a cujus Secretario publicatæ fuerunt. Nos, omissis iis, quæ situm eorundem concernunt, notatu dignum censemus, quod zona etiam apparuerit in facie Saturni ansati, qualis minor esse solet in facie Jovis: quod idem etiam a *Cassino* olim animadversum, ut habetur in Transact. Phil. Num. 128 p. 690. Nec negligendum est monitum Observatoris, quod Satellites, adhibitis etiam telescopiis prægrandibus, quale est istud *Hugenianum* 115 pedum, cum sint admodum exiles ac lumine debili radient, non videantur, nisi aere

N. 356. p. 776. admodum defæcato & in tenebris spississimis. Ex *Poundi* observationibus correctæ sunt Tabulæ motuum mediorum Satellitum

Sa-

quas ex *Caßinianis* Num. 187 Transactiones exhibent, Tom.VII. Supplem. Sect. VI.
cœlo satis consonæ fuerint deprehensæ, Num. 356 in pu-
nittuntur. Similes Tabulas dedit etiam *Caßinus* in Com-
cad. Reg. Scient. A. 1716 cum Anglicanis consentien-
s ut curiositati lectorum, qui voluminibus istis carent,
mus, elementa Tabularum exhibemus, unde Tabulæ
difficultate expanduntur. Satelles primus denotat in-
quintus extimum.

Epochæ A. 1720		Motus annuus				Mot. diurnus				Mot. horar.				Mot. unius minuti.		
♉ 18°	55'	4	S. 4°	43'		6 S.	10°	42'		0 S.	7°	57'		0°.	7'	57"
♋ 18	49	4	S. 10	2		4.	11	32		0.	5	29		0.	5	29
♎ 13	35	9.	17	2		2.	19	41		0.	3	19		0.	3	19
♌ 13	58	10.	20	35		0.	22	35		0.	0	56		0.	0	56
♏ 4	2	7.	6	32		0.	4	32.		0.	0	11		0.	0	11

m scilicet, in motu annuo medio integras omitti revolu- Pag. 266.
quemadmodum in Tabulis solenne est. Constituuntur au-
lutiones & distantiæ in Semidiametris Saturni ejusque
bus decimalibus, ut sequitur:

Satellit.	Preriodus Revolutionum					distantiæ a Centro ♄
	d.	h.	'	"	"'	
	1	21	18	26	30	4 . 3400
.	2	17	41	10	30	5 . 5593
I.	4	12	25	19	0	7 . 7643
.	15	22	41	28	0	18 . 0000
	79	7	46	0	0	52 . 4578

etiam Sylloge observationum Astronomicarum, qua- N. 357. p. 847.
atio mire prædicatur, ita ut observationes *Poundianæ*
pares vix habere dicantur, cum tubis prælongis ac mi-
præter solitum affabre factis institutæ fuerint. Notatu
ignum est, quod Cl. *Pound* A. 1717 d. 26 April. h. 9
servaverit latitudinem Jovis borealem semiminuto non
cum posteris usui esse queat in definiendo nodorum
. Apparet autem ex ista Sylloge, plures nunc esse
in

Tom. VII. Supplem. Sect. VI. in Anglia observatores. Certe in ea nominantur præter *Poundium*, *Desaguliers*, *Stephanus Gray*, *Derham*, *Wright*, *Haukins*, *Jacobus Bradley*, qui d. 5 Sept. 1718 mane, Sole jam fere 30 gr. alto vidit apud *Wonsted* arctissimum Lunæ infra Palilicium transitum: quæ observatio sui generis prima dicitur ab invento telescopio. Distabat nempe Palilicium a limbo ☽ h. 7 59′ temp. æqu. 5′ 38″, at 1′ 25″ h. 8 17′ 5″. Lunæ diameter h. 8 58′ observabatur 31′ 7″.

N. 355. p. 736. Vir de Astronomia præclare meritus, *Edmundus Halley*, argumenta quædam adducit, quæ quarundam fixarum latitudinem immutatam esse probabile reddunt. Opera itaque pretium ducit, ut eam in rem sollicitius inquiratur. Nimirum *Tycho de Brahe* differentiam, quæ inter latitudines fixarum modernas & antiquas *Ptolemæi* aut potius *Hipparchi* intercedit, hinc deducit, quod *Ptolemæus* obliquitatem Eclipticæ justo majorem sta-
Pag. 267. tueris. Reperit autem *Hallejus*, hypothesi *Tychonianæ*, qua magno stellarum numero confirmari videtur, contradicere *Sirium*, *Arcturum* & *Palilicium*. Sane in hypothesi imminutæ obliquitatis eclipticæ tempore *Hipparchi* 15 minutis australior esse debebat latitudo *Palilicii* & 20 latitudo *Sirii*, quam hodie deprehenditur: enimvero *Ptolemæus* latitudinem *Palilicii* 10 *Sirii* vero 22 minutis borealiorem facit moderna. Similiter idem latitudinem Arcturi 33 minutis borealiorem determinat, quam nunc reperitur. Notandum vero, latitudines *Ptolemaicas* respondere declinationibus a *Timocharide*, *Hipparcho* & ipso *Ptolemæo* observatis, ut error in scribam conjici nequeat. Sunt etiam tres istæ stellæ Telluri omnium viciniffimæ, ut, si qua mutatio accidat, in iis potissimum sensibilis fieri debeat. Addit præterea ex *Bullialdi* Astronomia Philolaica f. 172, quod *Ptolemæus* A. C. 509 d. 11. Mart. *Palilicium* a Luna tectum commemoret, cum tamen id fieri haud potuerit, etiamsi latitudo *Palilicii* multo minor hodierna statuatur.

DE-

CRIPTIO METEORI IGNITI

Tom. VII. Supplem. Sect. VI.

.b HENRICO BARHAM in Jamaica A. 1700 observati.

ransact. Anglic. A. 1718 Num. 357 pag. 837 & 838 excerpta & in compendium missa.

Observator globum igneum, mole æqualem globis fer-
s pulvere nitrato repletis, quos *bombus* vocare solent,
dmodum celeri per aërem decidentem, qui fulgore prot-
gni emicabat. Cum ad locum accederet, ubi terram ac-
, varias ibidem observavit cavitates in terra effossas,
media ad magnitudinem cranii humani, quinque vero
minores circum circa ad pugni magnitudinem accede-
anta erat profunditas, ut baculis, qui spectantibus ad
rant, explorari non posset. Gramina circa cavitates
remata conspiciebantur, & odor sulphureus percipie-
aliquod temporis intervallum. Nocte præcedente im-
tata fuerant fulgura crebriora cum tonitru vehemen-

G. ECCARDI

Pag. 271.

e significatione Literarum CONOB.

mis inferioris ævi frequenter occurrentibus.

arolum Cangium egregia nuper diligentia Anselmi
i, Monachi Benedictini, in exponendis Numismati-
orum a Trajano Decio usque ad Paleologos Augustos
c insigne opus cum oculis curiosis perlustrarem, in-
rtuna in vexatum illud CONOB, quod a Constanti-
ore in ima Numorum parte frequenter, a Zenone
o usque ad Leonem Isaurum ferme unice comparet.
cco, Gretserus, Tristanus, Chiffletius & Cangius
inopoli obsignatam pecuniam vel monetam exposue-
runt.

Tom.VII. Supplem. Sect. VI. runt. R. P. Daniel peculiari Dissertatione existimat, in re monetaria a Latinis non fuisse usurpatum verbum *obsignare*. Idem, cum CONOB illud non in numis tantum Imperatorum, sed etiam in iis, quos Tyranni ac Reges Francorum & Gothorum procul a Constantinopoli cudi fecerunt, observasset, negat nomen Constantinopoleos in talibus exprimi potuisse. Unde putat hoc abbreviatum esse ex.

ΚΟΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ } Ο ΒΑΣΙΛΕΥΣ.
CONSTANTINVS }

Imperatorum enim Græcum nomen Βασιλεύς erat. Credit, filios & posteros Constantini Magni, in memoriam illius hoc nomen retinuisse. Sed nullo veteris autoris indicio nititur. Nec ὁ hic commode & secundum Græcorum morem comparet. Si enim Constantini nomen hic exprimeretur, simpliciter poni debuisset Κονςαντῖνος Βασιλεὺς, ut in numo Antonini Caracallæ Αντωνεῖνος Βασιλεὺς extat. Ex maxima autem numorum hujus ævi copia manifestum fit, eo loco, quo impressum invenitur CONOB, in aliis nomina locorum, ubi numi percussi sunt, poni. Sic occurrunt in ima hac numorum parte *Heraclea*, *Smirna*, *Syrmium*, *Treviri*, *Lugdunum*, *Arelate*, *Aquileja*, *Siscia*, *Roma* & plures aliæ civitates. *Constantinopoli*, ex quo illa sedes Imperii facta erat, major numorum pars excudebatur. Et frequenter in Constantini & successorum numis legas
Pag. 272. CON. (Bandur. pag. 211, 225, 497) CONS. (pag. 213, 225, 327, 328, 330) CONST. (pag. 302) quo *Constantinopolin*, ubi numi hi facti, indicari, nemo facile negabit, Alii numi habent PCON (pag. 227, 229, 328, 372) PCONS. (pag. 327) PCONST. (pag. 302) quod iterum est: *Percussa Constantinopoli*: uti PTR. (pag. 211 & alibi pluries) & PTRE (pag. 278) *percussa Treviris*; PLVG (pag. 428) *percussa Lugduni*; PSIS *percussa Sisciæ*; PLON. (pag. 268 292) *percussa Londini*; PROM (pag. 209) *percussa Romæ*; PARL. (pag. 213, 219, 284, 288) *percussa Arelatis*. Est etiam numus, in quo CONP. (pag. 270) forte inverse *Constantinopoli percussa* interpretandum est. Est alius, in quo CONB. (pag. 481) sunt iterum alii, in quibus CONSB. (pag. 531) & CONSP. B. (pag. 476) extat, quod ego *Constantinopoli batuta* interpretor. *Batuere* enim pro *percutere* vetus, licet non ubique obvium, verbum est. Lexicographi id docebunt. Et Galli nostri, qui inde *battre* suum formarunt, videntur etiam idem verbum, Romanorum more, unde ad ipsos ars monetaria cum vocabulis suis pervenit, adhuc hodie ideo de fabricatione numorum adhibere. RB. (pag. 425) itaque erit *Romæ batuta*; ANTB (pag.

449,

ri seq.) SMRB. (pag. 451) ALE. B. (pag. 475) ASISCB. Tom. VII.
7.) BSIS. (pag. 398, 420, 466) TRB. (pag. 389) *Antio-* Supplem.
nyrnae, *Alexandria*, *a Sciscienfibus*, *Siscie*, *Treviris batu-* Sect. VI.
numi, in quibus CONSA (pag. 227, 233) Constantini
& Juliani imaginibus notati, quas literas ego *Constanti-*
terna interpretor. *Æterna* enim in numis & Inscriptioni-
na vetus vocatur frequentissime, cujus æmula Roma no-
Constantinopolis. Alius Juliani numus ostendit KONSAJ.
nisi vitium cælatoris adsit expono *CPolis Augusta*. De nu-
percussione speciatim quoque verbum *signare* usitatum est.
R. S. (pag. 225, 302, 322, 349) *Treviris signata*; TRS.
3) idem; & STR. (p. 211, 213, 219 & alibi) STRE.
1, 340) *signata Treviris*; S. AR. (pag. 237) SAR. (pag.
SARL. (pag. 215) *signata Arelatis*; SLVG. (pag. 428)
Lugduni; SMAQ. (pag. 229) *signata moneta Aquileja*;
TR. (p. 300) *signata moneta a Treviris*; MOSTR. (pag.
moneta signata Treviris; SMNB. (pag. 205) *signata mo-* Pag. 173.
gantii; SMHB. (p. 211) idem; SMLD. (p. 549) *signata*
Lugduni; LVGD. OFF. S. (pag. 235, 432) *Lugdunen-*
e signavit. Ex his iterum elucet S. CON. (pag. 225)
pag. 372) SCONS. (p. 235) exponendum esse: *signata*
nopoli. ubi ergo hoc loco in numis fere innumeris oc-
ONOB vel CONOB. non video, cur hoc *Constantino-*
natam monetam non denotare possit. Levior est R. P.
objectio de non usitato verbo *obsignare* in re numa-
ne enim scriptores veteres, qui vocabula numariæ rei
gesserint, habemus. Et, cum Cicero habeat phrasin
signare signis & Cæsar *obsignare testamenta*, cur non
potuerit *signo numario obsignare monetam*; quod pro-
num imprimere moneta. Quodsi insolens etiam in au-
teribus hæc locutio esset, sufficit verbum *obsignare*
plus una vice in variis numis occurrere. Etsi enim
velim, TROBT. (p. 451 seq.) exponi posse, *Treviri*
locutio tamen hæc in numis hujus temporis infre-
Et cum plures extent, in quibus TROBS (p. 217,
587 seq.) TROBC (pag. ead.), sigmate Græcorum
o posito, & distincte TR. OBS. (pag. 482) legi-
certe *Treviris obsignata* interpretandum omnia per-
TRAOBC (pag. 457) idem erit ac *Treobc* sive
ris obsignata; vocali solum *a* præposita, ut sæ-
ob sonum veterum vicinum. Sic pagin. 475 legitur
& DE SISC. Unde TRODC & TRODT (p. 482)
pag. 217) ex TROBS a rudi cælatore corruptum

S fa-

Tom. VII. Supplem. Sect. VI. facile conjicias. Uti autem in vocibus decurtatis literæ plures semper pauciores exponunt; ita & hic TR. OB. (pag. 482) TROB. (pag. 451, 522, 559 seq.) nec non TRO. (pag. 211) ex modo exposito TR. OBS. explicanda veniunt. Sic quoque TES. OBS. (pag. 559 seq.) & TES OB (pag. 579) MOBS (pag. 522) MD. OB. (p. 522), MDOB. (pag. 482) AQOBF (p. 482, 492, 579) *f* erronee pro *ſ* posito, & AQ OB. (p. 482, 497) est *Thessalonicæ*, *Mediomatricis*, & *Aquilejæ obsignata moneta*. Sponte igitur hisce omnibus uno obtutu consideratis, prodit, CONOB. omnino interpretandum esse: *Constantinopoli obsignata*, scil. moneta. Idque eo clarius est, quod & distincte in numo Arcadii
Pag. 274. (pag. 538) legatur CO OB, & in alio Gallæ Placidiæ CON. OB. (pag. 566) scriptum inveniatur. Quod si numos CONOB. aut KONOB. exhibentes Constantinopolitanæ urbi demas, pauci admodum invenientur, quos in hac imperii sede cusos esse affirmare poteris. Sed objicit R. P. Daniel, extare *Conob* illud in numis Imperatorum Occidentis, qui sine dubio non fuerint CPoli fabricati, nec non in aliis a Tyrannis cusis, qui nunquam juris quid CPoli habuerint, quales Eugenius, Attalus & alii; idemque inveniri in numis Regum Francorum & Gothorum procul dissitorum a sede Imperii Orientalis. Sed notandum est, satis apparere, genuinum harum literarum sensum in ista seculi quinti barbarie, ubi linguæ Latinæ notitia in Oriente rarior facta est, barbaris in Imperium irruentibus & bona ibi studia impedientibus, sine dubio periisse. Hinc primum putavere, CONOB denotare *iconio* sive imagine Principis *obsignatam* pecuniam. Procopius Goth. Lib. III. cap. 33. meminit, *Francorum Reges* a tempore Justiniani Imp. numum cudisse aureum, nec ei, ut alibi mos erat, Imperatoris Romani, sed *suam inscripsisse imaginem*. Ὀυ τῦ Ῥωμαίων, inquit, ἀυτοκράτορος, ἧπερ εἰθισται, χαρακτῆρα ἐνθέμενοι τῷ στατῆρι τύτῳ, ἀλλὰ τὴν σφετέραν ἀυτῶν εἰκόνα. Apud Suetonium in Caligula est *simulacrum iconicum*, sive quod vultum exprimit; *iconia* & *iconium* apud Frodoardum de Pontificibus Romanis, Papiam, aliosque plures pro *figura* & *imagine* adhibetur, atque a vulgo tandem *Conium* pronunciatum, quemadmodum & Lycaoniæ urbs *Iconium* communiter & nunc quoque *Cogni* audit. Nec adeo male Cironius apud Menagium in Orig. Gallicis Gallicum *Coin* pro sigillo monetario ex *iconio* derivavit. Martinius in Etymol. *iconium* exponit signaculum primogenium, quo forma numi exprimitur, ἀρχέτυπον φραγιςήριον. Certe in *Theodeberti Regis Francorum* numis duobus (apud Bandurum pag. 648 seq.) ICONOB. expressum est, ut principis *icone* vel *iconia obsignata* moneta

licetur ; id quod [redacted] Franci ex Justiniani permissu præ ce- Tom. VII.
tinuerant. Prima deinde litera privatum CONOB apud Supplem.
Bandarum, Cangium & Blancium frequentius occurrit, Sect. VI.
ensu & Doctio Monetarius & Childericus Rex Francorum &
dus Rex Gothorum in Hispania illud adhibuerunt, neque ad Pag. 273.
ntinum aut Constantinopolin respexerunt. Rudes artifi-
ro *Conob* illud in COMOB (pag. 598 seq.) imo & in
OB (pag. 618) corrupere. In aliquibus numis observes
CONOBI (p. 695, 702) scriptum, ubi ferme existimes,
n, hisce literis *Constantinopoleos* nomen exprimi, cum &
nuniter *Stamboli* vocaretur, *p* in *b* mutato : & ex *Con-*
oli in ore vulgi facile fiat *Conoboli* & *Conobi*. Nec tamen
nibus placuit aut patuit ; unde Græci gloriosuli mysti-
sum inde extorsere ; & Cedrenus literas vocis ignotæ
t *Civitates Omnes Nostræ Obediant Benerationi*, sive ve-
ni. Græci enim *V* Latinum in *B* mutare solent. Nec mi-
Zenonis ævo nihil pene aliud, quam *Conob* sive CPtanæ
signum in numis legi : erant enim omnes fere aliæ offi-
netariæ aut in barbarorum aut tyrannorum manibus, nec
, nisi in principe urbe ab iis restabat. Ex iis tamen quæ
us, quivis facile intelliget, CONOB a Constantino M.
usurpatum in numis denotasse omnium primo *CONstan-*
Bsignatam monetam ; deinde vero apud exteros præci-
dicatam fuisse monetam *Principis CONio* vel *iconio OB-*
; Græcos vero tandem, quid his literis revera indice-
ms ignorasse.



S 2 NIC.

Tom. VII. Supplem. Sect. VII. Pag. 303.

NIC. BERNOULLI, JOH. FIL.

Exercitatio Geometrica de Trajectoriis Orthogonalibus &c.

(*Vid. Act. Erud. A. 1720 Mens. Maii p. 15.*)

SECTIO II.

§. 20.

ANte omnia dicendum erit in universum de problemate trajectoriarum quousque illud in genere sumtum solutum habeatur, postea de solutionibus minus universalibus, quæ quidem infinitis generibus curvarum competunt non tamen omnibus, ac tandem de iis quæ nonnisi ad exempla particularia sunt accommodata: *solvere* autem hoc loco vario sensu accipi potest, primo enim solvitur aliquo modo problema perveniendo duntaxat ad æquationem differentialem qualemcunque cui plures insunt, quam duæ indeterminatæ earumve elementa, qui solvendi modus dici posset primi & infimi gradus; 2 solvitur nonnihil perfectius si reduci potest ad æquationem quamvis differentio-differentialem sed in qua nonnisi duæ reperiuntur indeterminatæ cum suis elementis, qui secundus est perfectionis gradus. 3 Perfecte solvitur inveniendo æquationem differentialem sine differentiis altioribus & quæ constat duabus tantum indeterminatis, talis solutio obtinet tertium perfectionis gradum. 4 Solvitur perfectissime si præterea integrando ad æquationem, terminis finitis constantem, aut saltem per separationem indeterminatarum ad quadraturas reducatur, ut construi possit, qui quartus & summus est gradus perfectionis.

Pag. 304.

§. 21. Jam vero problema trajectoriarum generaliter conceptum ejus est indolis, ut vix sperare liceat aliam solutionem, quam quæ ad primum gradum aut forte ad alterum referri possit, qui hucusque rem perduxerit, multum sane præstitisse censendus est. Quod vero attinet ad solutiones generales quidem, sed tantum pro certis generibus curvarum, variæ suppetunt, quæ tertium imo & quartum perfectionis gradum obtinent. De reliquis, quæ tantum ad exempla particularia sunt aptata, non

est

multum dicamus, quia hujusmodi solutiones certam me- Tom. VII. Supplem. Sect. VII.
non observant, ipsa vero illa exempla plerumque jam
atur in aliquo genere curvarum, quod sui generalem ad-
olutionem.

Quæ de his singulis inventa possideo & potissimam
partem ex communicatione optimi Parentis, nunc or-
tractabo, addita ubique demonstratione seu analysi: illa
nodis, quæ maxime obvia & cujus meminit in literis ad
ium datis a Sept. 1694, per quam plura exempla dudum
se soluta refert, vid. Act. 1698 M. Octobr. consistit in
cuti patet ex solutione allata loco citato pag. 418 pro ex-
logarithmicarum eodem axe & per idem punctum ducta-
que trajectoria normali secandarum, ut si curva ABC. Tabul. Suppl. To. VII. Fig. 1.
ex secandis a trajectoria quæsita DBE. concipiatur BF
s secandæ ABC, tanquam normalis secantis DBE propter
im rectum ABE, adeoque positis coordinatis trajectoriæ
y; GB, x, earumque elementis Gg vel nb, dy; nB; $-dx$;
$FG . GB :: -dx . dy$ hoc est subtangens secandæ ad appli-
communem x, sicuti hujus ejusdem elementum ad elemen- Pag. 305.
cissæ; hæc analogia suppeditabit æquationem differentia-
mi gradus continentem præter coordinatas earumque ele-
tiam parametrum variabilem curvarum secandarum. Ha-
olutum habebitur problema sed nonnisi imperfectissime
primo & infimo solutionis gradu: quod si insuper valor
entis ita exhiberi possit, ut parameter variabilis eum non
tur, habebitur trajectoria DBE per æquationem differen-
rimi gradus omnino liberam a parametro, quæ solutio
est in tertio perfectionis gradu, unde patet curvarum
arum trajectorias semper exprimi posse per hujusmodi
em, concessa nempe extractione radicum ex æquationi-
raicis. Denique si valor subtangentis FG eo reduci
excludat non solum parametrum variabilem, sed om-
itates constantes & implentes homogeneorum dimen-
oc est ut FG componatur tantum ex coordinatis y & x
quamcumque legem, dico hoc casu etiam solvi posse pro-
summo perfectionis gradu; etenim æquatio differentia-
ajectoria emergens consistet in meris y & x ita secum
ermixtis, ut ubique simul eundem dimensionis gradum
t: verum jam diu a Patre meo demonstratum est, quo-
alibus æquationibus differentialibus indeterminatas se-
orteat, ut earum constructio ad quadraturas revoce-
quod quandoque fieri potest, per integrationem ad al-
omnino reducantur.

§. 22.

Tom. VII. Supplem. Sect. VII.

§. 22. Possem horum casuum exempla bene multa tam transcendentia quam algebraica producere, sed quia constitui ob materiæ abundantiam ad particularia non descendere, relinquam aliis dictorum applicationem facere. Interim hac occasione ostendam, quam facile canon Clariss. Hermanni, in quem etiam Patruelis meus incidit, ex hac prima Patris mei methodo deducatur: sit enim pro curva secanda ABC æquatio differentialis generaliter expressa per $dx = pdy$ ubi y & x denotant ejus coordinatas AG & GB; dy & dx earundem elementa, quatenus pertinent (manente parametro invariata) ad curvam secandam eandem ABC; atque p quantitatem designat utcumque compositam ex coordinatis, parametro & constantibus. Jam ergo per methodum expositam erit FG.GB (:: $dy.pdy$ :: $1.p$) :: $Bn.nb$ :: (sumendo $-dx$ & dy pro elementis coordinatarum x & y quatenus pertinet ad Trajectoriam DBE) $-dx.dy$, adeoque $1 \times dy = px - dx$, hoc est $dy = -pdx$; unde apparet, permutatis elementis in æquatione secandarum $dx = pdy$, & variato alterutro signo, oriri æquationem $dy = -pdx$ pro Trajectoria quæsita, sicuti præcipit Canon Hermannianus sæpe adeo commendatus; sed simul patet, eandem in re ipsa nihil differre a methodo hic explicata: quam Pater meus jam ante tot annos adhibuerat, quin & canonem illum nihil aliud esse, quam ipsius methodi commodam tantum enunciationem.

Pag. 306.

Fig. 2.

§. 23. Altera methodorum superiori jam seculo a Patre usitatarum, non multo minus obvia est quam præcedens: Illa huc redit, ut concipiantur duæ curvæ secandæ sibi mutuo proximæ, ABC, Abc sectæ a trajectoria DBE in punctis B, b; & a communi applicata GB in punctis B, β; unde formabitur triangulum rectangulum B$b\beta$, eritque adeo (ducta bn perpendiculari ad Bβ) Bβ. $b\beta$ :: $b\beta$. $n\beta$, seu B$\beta \times n\beta = b\beta \times b\beta = b\beta^2$. Habetur autem B$\beta$ differentiando applicatam GB secundum parametrum variabilem & abscissam AG invariabilem, ipsa vero bn (elementum abscissæ AG quatenus pertinet ad trajectoriam DBE) $= dy$; & βb (elementum curvæ secandæ Abc,) cujus posita æquatione differentiali $dx = pdy$, habetur βb (faciendo $1.\sqrt{1+pp} :: bn.\beta b) = \sqrt{1+pp} \times dy$, sicuti & βn (propter $bn.\beta n :: 1.p) = pdy$; sit itaque B$\beta = -qda$ (pono $-qda$, quia crescente parametro in hac figura decrescit GB) erit $-qda \times pdy = \overline{1+pp}dy^2$ seu $-qda \times p = \overline{1+pp}dy$, unde $-da = \frac{1+pp}{pq}dy$. Quæ est æquatio pro trajectoria quæsita.

§. 24.

In hac methodo fundamentum habet regula prior, qua r Clarifs. Hermannus antequam in canonem suum incidisf- cujus dedi descriptionem in Actis 1718 p. 555, sed quam animadvertens haud dubie sibi non facile esse applicare gulam ad curvas transcendentes secandas ABC, in quipe valor applicatæ GB in terminis finitis exhiberi neoc enim omnino requiri videtur ad id, ut differentia-)ossit, supposita variabilitate parametri & invariabilitate AG, hoc est, ad inveniendum valorem ipsius q in æqua- $da = \frac{1+pp}{pq} dy$. Quamdiu itaque fugit quid pro q substi- ı sit, æquatio inventa nullius erit utilitatis, utpote quæ :m in infimo perfectionis gradu problema solvit, proin- oris æstimanda, quam quæ per primam methodum inven- $y = -pdx$; etsi hæc ut jam dictum, quia tres involvit va- y, x & a latentem in p, nonnisi imperfectissimam con- olutionem: sed si qua arte determinari potest q, scilicet cendentibus, de quibus hic sermo est, æquatio prove- x substitutione ejus valoris in $-da = \frac{1+pp}{pq} dy$ solvet ı in longe excellentiori gradu quam altera $dy = -pdx$, in illa tunc non nisi duæ continebuntur variabiles, supdari duntaxat per a & y, nam si etiam x ingrederetur, pari passu ambularent. Quocirca operæ pretium erit quomodo in transcendentibus valor ipsius q inveniatur: finem communicabo rationem differentiandi quantita- endentes de curva in curvam, quam jam olim Leib-)arenti meo familiarem fuisse ex ipsorum literis ad se riptis cognovi, & quæ in vulgus nondum nota hucus- ari videbatur.

Tom. VII. Supplem. Sect. VII. Pag. 307.

it igitur curva ABC, eique proxima Abc, quæ ex il- etri variatione oritur: oportet invenire differen- que applicatæ GB, Gb ad communem abscissam AG , hoc est, oportet invenire Bb; quod ut peragatur ansceendentibus (nam si GB algebraice daretur nulla ltas) observandum est differentiam duorum totorum m summæ ex differentiis partium, vel quod idem ntiam duorum totorum componi ex omnibus differen- : hinc si (abscissa AG in elementa divisa) innume- elligantur applicatæ FE, IH, KL &c. Erit Bb diffe- GB & Gb, æqualis $Bb - Ee + Ee - Hh + Hh - Ll$ (ductis Em, en, axi AG, parallelis) $Bb - Ee = Bb - mn$

Fig. 3.

Pag. 308.

Tom. VII. Supplem. Sect. VII. $-mn = Bm - bn =$ differentiæ inter elementa applicatarum, GB, G*b*, unde B*b* differentia totarum GB & G*b*, erit æqualis aggregato ex omnibus illis differentiis inter elementa applicatarum ad communes abſciſſas pertinentium. Quare differentiando elementa applicatæ, ſuppoſita parametro variabili, & manente abſciſſa invariata, & poſtea quod provenit iterum integrando, ſuppoſita parametro invariabili & fluente abſciſſa, emerget valor ipſius B*b*: ſit itaque ut prius æquatio naturam curvarum exprimens $dx = pdy$ (nominatis nempe AG, y; GB, x: parametro variabili a, & p quantitate compoſita utcumque ex y, a & conſtantibus) differentietur p, ſupponendo a fluentem, & y manentem, vocetur quod provenit Rda, erit $Bm - bn = R\,da\,dy = da \times R dy$; hoc nunc integretur ſuppoſita a ac proinde da manente ſed y fluente, habebitur $da \int R dy = Bb$ ſeu q. Quod ſi Rdy actu ipſo integrari non poteſt, dabitur q, ſaltem tranſcendenter, hoc eſt, per quadraturam. Noſtra igitur æquatio ad Trajectoriam §. 23, inventa $-da = \frac{1+pp}{pq} dy$ abiit in hanc $-da = \frac{1+pp}{p\int R dy} dy$, nonniſi duabus indeterminatis y & a variabili conſtantem, per quam adeo problema in penultimo perfectionis gradu ſolutum habemus, perfectius autem, hoc eſt, in ſummo perfectionis gradu ſolvere problema in tanta generalitate ſumtum vix ſperare poſſumus. Notetur interim, ne confundatur dy in $\int R dy$ cum altero quod totam fractionem multiplicat, prius illud eſſe elementum abſciſſæ quatenus pertinet ad curvam ſecandam, alterum vero eſſe elementum ejuſdem, quatenus ad trajectoriam pertinet; ſic ergo $\int R dy$, conſiderari debet tanquam quantitas finita & data (licet tranſcendenter) per y & a invariabilem in hac integratione, quæ cum ceteris quæ inſunt quantitatibus per omnes curvas conſtantiſſimis, quomodocumque compoſitæ & permixtæ intelliguntur.

§. 26. Reſtat ut B*b* inveniamus in maxima problematis generalitate, ſuppoſito nimirum in æquatione curvarum ſecandarum
Pag. 309. $dx = pdy$ quantitatem p conflatam eſſe ex ambabus coordinatis y, x, ex parametro a & conſtantibus quibuſcumque: ad hoc præſtandum utemur eadem illa methodo differentiandi quantitates tranſcendentes de curva in curvam, adhibita tantum aliqua dexteritate; vocetur enim B*b*, dX, utpote, elementum ipſius x ex ſolius parametri variatione ortum adeoque diſtinguendum a dx; Quod itaque ex differentiatione ipſius p, ponendo y manentem atque parametrum a fluentem, reſultat, ſit $R da + T dX$ (talem

m formam omnino habebit, quia fluente a etiam x oc est, mutabitur GB in Gb); Erit nunc Bm — bm $dX = Rdady + TdXdy$ adeoque $ddX - TdXdy = Rdady$. huc redit, ut hæc æquatio integretur manente parametro : AG, id quod duobus modis, qui Patri meo accepti sunt efficitur: Et quidem primo multiplicetur æquatio per abeatur $zddX - TzdXdy = Rzdady$, nunc quæratur va- s z talis, ut prius membrum evadat integrabile, hoc fine illud esse differentiale ipsius zdX, hoc est, esse $= zddX$; & cum primi termini utrobique jam sint identici, etiam unt identificandi faciendo $dzdX = -TzdXdy$, unde

Tomus VII. Supplem. Sect. VII.

Tdy, atque integrando, lz, hoc est logarithmus ipsius

$Tdy =$ (supponendo $lc = 1$) $lcx - \int Tdy$; reductisque lo- nis more solito ad numeros, $z = c^{-\int Tdy}$. Hanc quantita- logarithmicæ reducendæ rationem a Patre primum in- m videas in Act. Lips. 1700 p. 507. Cum itaque $zdX =$ $= ($ ob da, invariab.) $da\int Rzdy$, substituatur valor in- psius z, habebitur $c^{-\int Tdy} \times dX = da\int Rdy \times c^{-\int Tdy}$, ipsum- eu $Bb = \frac{da\int Rdy \times c^{-\int Tdy}}{c^{-\int Tdy}}$.

Alter modus integrandi $ddx - TdXdy = Rdady$, con- methodo Patri olim usitata in Actis 1697 p. 284 ad con- æquationem $ady = ypdx + by^n qdx$, a Patruo ipsi pro- cujus nostra est tantum casus particularis, fiat igitur citato factum $dX = mz$, adeoque $ddX = mdz + zdm$, Pag. 310. stitutis in æquatione $ddX = Rdady + TdXdy$, muta- hanc, $mdz + zdm = Rdady + Tmzdy$; ponatur vi il- di $zdm = Tmzdy$, & $mdz = Rdady$, prior dat $\frac{dm}{m} =$ $m = c^{\int Tdy}$, hoc in altera substitutum dat $c^{\int Tdy} dz =$ oque $dz = \frac{Rdady}{c^{\int Tdy}} = Rdady \times c^{-\int Tdy}$, unde $z = da\int Rdy$ mz, seu dX, seu $Bb = c^{\int Tdy} \times da\int Rdy \times c^{-\int Tdy} =$ $\int Tdy$ ut ante.

perta hoc modo ipsa Bb, seu valore ipsius qda in eneralissima pro trajectoriis §. 23 — $da = \frac{1 + pp}{pq} dy$; illa in hac æquatione, & prodibit nova quæ illas olvit, & in qua nulla erit quantitas, cujus valor

L. T non

Tom. VII. Supplem. Sect. VII. non sit definitus, nempe hæc $-da = \frac{\overline{1+pp} \times c^{-\int Tdy}}{p\int Rdy \times c^{-\int Tdy}} dy$. Ubi statim patet, in casu quo p componitur tantum ex y, a & constantissimis, ita ut x non ingrediatur, fore $T = o$, ac proinde æquationem illam degenerare in hanc $-da = \frac{1+pp}{p\int Rdy} dy$, prorsus ut jam invenimus §. 25. Ceterum etiam hic, quod supra in fine ejusdem paragraphi jam monuimus, notandum, in integrationibus $\int Tdy$ & $\int Rdy \times c^{-\int Tdy}$ sumi debere parametrum a pro invariabili ita ut illæ quantitates tanquam finitæ & datæ per ipsas curvas secandas datas considerari debeant.

Pag. 311. §. 29. Quandoquidem Patruelis meus Clar. Professor Patavinus idem præstitit, sed eo fine, ut inveniret æquationem differentialem quam vocat *completam* ex data differentiali æquatione *incompleta*, unde postea trajectoria determinatur per eandem nostram æquationem; e re erit ejus methodum quæ mere analytica est nulla attentione facta ad figuram, huc transcribere ex quadam ipsius epistola ad Patrem exarata, retentis quibus usus est verbis sed symbolis ad nostra accommodatis, ita autem habet: „ *Problema*. --- Datam æquationem differentialem alicujus curvæ $dx = pdy$, in qua p datur per x, y „ quantitatem constantem a, & alias constantes, transmutare „ in aliam æquivalentem, in qua etiam quantitas a sit variabilis. *Solutio*. Sit æquatio quæsita $dx = pdy + qda$, quæ nempe „ integrata exhibeat eandem æquationem, quæ provenit ex in- „ tegratione æquationis $dx = pdy$ in qua a sumitur pro quan- „ titate constante. Ut inveniatur valor quantitatis q, differen- „ tietur quantitas p, sumptis pro variabilibus x, y & a; & fit „ generaliter $dp = Tdx + Sdy + Rda$. Sumta a constante erit $dy = \frac{dx}{p}$, hæc æquatio differentietur sumptis x & dx constantibus,

„ & erit $ddy = \frac{-dxdp}{pp} =$ (quia si x constans est, $dp = Sdy + Rda$)

„ $\frac{-Sdxdy - Rdxda}{pp} =$ (quia si x constans, $dy = \frac{-qda}{p}$)

„ $\frac{Sqdxda - Rpdxda}{p^3}$. Nunc hoc idem ddy alio modo quæro:

„ sumta x constante erit $dy = \frac{-qda}{p}$, hæc æquatio differentie-

tur

mptis a & da constantibus, & erit $ddy = \frac{-pdqda + qdpa}{pp} =$ Tom. VII. Supplem. Sect. VII.

si a constans, $dp = Tdx + Sdy$) $\frac{-pdqda + Tqdxda + Sqdyda}{pp} =$

ia constans, $dy = \frac{dx}{p}$) $\frac{-ppdqda + Tqpdxda + Sqdxda}{p^3}$.

æquatis his duobus valoribus ipsius ddy erit $\frac{Sqdxda - Rpdxda}{p^3}$ Pag. 312.

$\frac{\cdot ppdqda + Tqpdxda + Sqdxda}{p^3}$ sive $Sqdx - Rpdx = -ppdq$

$'dx + Sqdx$, sive $-Rdx = -pdq + Tqdx$, sive (ponendo

o dx) $-Rdy = -dq + Tqdy$. Ponatur $Tdy = \frac{-dz}{z}$,

e $-Rzdy = -zdq - qdz$ & integrando $\int Rzdy = qz$ sive $q =$

', sed quia $Tdy = \frac{-dz}{z}$, erit, sumpta c pro quantitate constante (*cujus nempe logarithmus* $= -1$) $z = c^{\int Tdy}$,

lore substituto habebitur $q = \frac{\int Rdy \times c^{\int Tdy}}{c^{\int Tdy}}$. *Brevius*.

constante est $dx = pdy$, differentietur hæc æquatio positis onstantibus eritque $ddx = dpdy =$ posita $dp = Tdx + Rda$) $-Rdady =$ (quia ob y constantem $dx = qda$) $Tqdady$ y. Posita y constante est $dx = qda$, differentietur hæc positis a & da constantibus & erit $ddx = dqda$. Unde his duobus valoribus ipsius ddx erit $Tqdady + Rdady =$ ve $Tqdy + Rdy = dq$. Ut prius.

uod nunc spectat ad ipsam æquationem universalem pro

per hos modos inventam $-da = \frac{\overline{1 + pp} \times c^{-\int Tdy}}{p\int Rdy \times c^{-\int Tdy}} dy$; Ea

n tres indeterminatas involvit y, x & a, proinde us solvit problema quam altera illa ex transmutantorum orta $dy = -pdx$, cujus expressio est simpliiventu facillima: Sed hac tamen gaudet prærogain applicatione ad exempla contingere possit, ut x uatione inventa evanescat & ita non nisi duas reterminatas y & a earumque elementa dy & da, ltera $dy = -pdx$ evenire nunquam potest, nam Pag. 313. orsus exularet a p, restaret tamen ejus elementum si aliunde forte via suppetat exterminandi adhuc al-

terutram y vel x, solutio per hanc æquationem ultra infimum gradum (ut jam supra diximus) non evehatur.

§. 31. Sed missa hac universalissima Trajectoriarum formula, quæ qua talis, quod fateor, plus habet curiositatis quam utilitatis in applicatione ad exempla; pervenio tandem ad varias methodos non quidem universalissime solventes problema, sed tamen generales singulas in suis generibus, adeo, ut unaquæque applicabilis sit ad infinita curvarum genera species totidem particulares singula comprehendentia. Observabit Lector problema solutum plerumque mira facilitate, ac semper in perfecto solutionis sensu, quandoque in perfectissimo, quod sit reducta æquatione ad constructionem per quadraturas.

§. 32. Occurrit statim methodus simplicitate jucunda gaudens pro quibuscumque curvis secandis similibus & circa datum punctum similiter positis, ubi non opus erit attendere curvarum peculiarem æquationem, siquidem omnia, quæ dari possunt similium exempla sub una generali constructione continebuntur, quæ ea est quam a Parente datam in Actis 1718 pag. 551, §. 10 communicavi & de qua ibi diserte dixi, quod non tantum ad exemplum a Leibnitio propositum $dx = \frac{y^n\, dy}{\sqrt{a^{2n} - y^{2n}}}$, *sed & ad alia infinita eodem successu accommodari possit, si levis attentio adhibeatur*, nempe ad omnium similium curvarum exempla, ad similitudinem enim (qua tum certis de causis nominare nolebam) extento quasi digito me respexisse, nunc nemo non videt.

§. 33. Analysin ipsam hanc in rem institutam, prout eam primo Patrueli meo postea Nobiliss. Monmortio impertiit Pater, paucis his habe: esto LBM trajectoria quæsita secans orthogonaliter omnes cujuscumque generis curvas similes ABb, CDd &c. ex communi polo H, descriptas: assumatur ex illis quædam ut CDd, pro invariabili & norma reliquarum, quam *Principalem* vocat. Ductis ex polo H duabus rectis HB, Hb, angulum acutissimum facientibus BHb, quæ secent trajectoriam in B, N; *Principalem* CDd in D, d, & curvam similem transeuntem per B in b; intelligantur arculi concentrici, BF, DG, centro H descripti: sit HD$=x$, HB$=y$; adeoque G$d = dx$, FN$=-dy$ (ponitur $-dy$, quia crescente ordinata HD in *principali* decrescit ordinata HB in trajectoria LBM.) Quia itaque curva CDd est data, elementum DG dabitur in x & dx, per methodum tangentium directam: Sit DG$=Xdx$ (intelligitur per X quantitas qualiscumque composita ex x & constantibus, hoc est, more Paterno loquendo, *functio* quælibet ipsius x) ob similitudinem curva-

Fig. 4.

Pag. 314.

CDd, ABb, triangula DHG, BHF, ut & DGd, BFb Tom.VII. Supplem. Sect. VII.
iilia; proinde HD (x). HB (y) :: DG (Xdx) BF $= \frac{yXdx}{x}$,

[x). HB (y) :: DG . BF :: Gd (dx). F$b = \frac{ydx}{x}$, verum ex
one problematis, angulo NBb existente recto, erit BF²
$\left(\frac{dx^2}{}\right) = bF \times FN \left(\frac{-ydxdy}{x}\right)$ reductione peracta habebi-
iatio in qua indeterminatæ jam sponte sunt separatæ sine
i præparatione, $\frac{XXdx}{x} = \frac{-dy}{y}$; quæ generaliter expri-
ajectoriam pro curvis similibus transcendentibus æque ac
icis cujuscumque sint naturæ, atque hinc deducta est con-
o citata ex Actis 1718.

4. Nunc velim comparet B. Lector hanc universalissimam
m *solutionem* ad extremum perfectionis gradum, nempe
draturas, redactam eamque simplicem, planam ac faci-
im solutionibus particularis exempli $dx = \frac{y^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$ a
riffimis Hermanno & Tayloro datis, ac dein judicet per
i annon illæ (saltem respectu ad nostram) sint intricatæ,
: difficiles, atque imprimis judicet, quo jure Cel. Her-
conqueri possit quod analysin ipsius ejusdem exempli in
'17 pag. 404 & 405 exhibitam prolixitatis & molestiæ ar- Pag. 315.
Sed speramus, ubi viderit Vir acutissimus brevitatem
ieralitatem tum calculi tum formulæ nostræ $\frac{XXdx}{x} = \frac{-dy}{y}$,
o candore suo agnita rei veritate sententiam nostram in
i partem accepturum esse. Videbit exemplum, alterum
propofui in Actis 1718 p. 556 l. 8 *a fine*, certe suo illo
nsuperabile, & quod ideo intactum reliquit, in generali
ula $\frac{XXdx}{x} = \frac{-dy}{y}$ æque contineri ac quodlibet aliud sim-
im, si quidem ut attendenti facile patet, sit etiam ex
ilium, de quo propterea non immerito dixi; ejus con-
:m per methodum paternam non esse imperviam. Cete-
·ansitu notari hic cupio, quod ex ipsa figura ultro pa-
rvæ secandæ CDd, ABb, sint logarithmicæ spirales si-
rca communem polum H, fore trajectoriam LBM etiam
logarithmicam, quia invariabilis anguli ABH, invaria-
bile

Tom.VII. Supplem. Sect. VII. bile quoque est complementum MBH: hinc spiræ mirabilis proprietatibus a Patruo quondam meo recensitis, quibus illa multis modis ex se ipsa nascitur, novum accedit augmentum; quo videmus spirarum illarum trajectorias existere pariter spiras ejusdem naturæ quamvis prioribus dissimiles, excepto casu, quo angulus HBA est semirectus adeoque sui complemento HBM æqualis.

§. 35. Methodus hucusque exposita nimis fœcunda est, quam ut in similibus tantum subsistat: meretur itaque ut porro explicem, quam facile applicari possit ad infinita alia curvarum etiamsi non similium genera, a quibus omnes imaginabiles similium familiæ non aliter quam rivulus ab oceano absorbentur, tanta nimirum reperitur discrepantia ratione extensionis inter utramque curvarum huic methodo obedientium classem. Proponantur ergo curvæ secandæ CDd, ABb &c. quæ licet sint transcendentes dissimiles, modo hanc inter se observent conditionem ut ordinatæ HB ad HD, Hb ad Hd, &c. habeant non quidem constantem rationem (quod esset casus similium & non nisi unicus inter in-
Pag. 316. finitos alios nunc solvendos) sed constantem quamcunque relationem, expressam æquatione quadam algebraica inter ordinatam HD curvæ *principalis* CDd & parametrum a spectantem ad curvam secandam ABb, hoc est ut HB sit functio data qualiscumque ipsius HD, quam parameter a aliæque constantes quocumque modo ingrediantur.

§. 36. Sit enim ut antea HD ordinata curvæ principalis $= x$, HB ordinata trajectoriæ quæsitæ $= y$; G$d = dx$, FN $= -dy$: Manente invariabili parametro a, differentietur functio qua exprimitur HB quatenus est ordinata secandæ ABb, ut habeatur elementum Fb, quod vocetur pdx, dabitur utique p per x, a & alias constantes, sit nunc etiam ut supra DG $= Xdx$; erit HD (x).HB(y) :: DG(Xdx).BF $= \frac{yXdx}{x}$; unde iterum ob angulum bBN rectum BF$^2 \left(\frac{yyXXdx^2}{xx}\right) = b$F $\times$ FN $(-pdxdy)$ reducendo invenitur $\frac{XXdx}{pxx} = \frac{-dy}{yy}$. Quia vero HB seu $y =$ functioni ipsius HD, cui insunt algebraice x, a & constantes, dabitur, concessa extractione radicum, valor ipsius a in x, y, & constantibus, quo ergo substituto in quantitate p, emerget æquatio pro trajectoria $\frac{XXdx}{pxx} = \frac{-dy}{yy}$, duas tantum indeterminatas x & y continens, ac proin solvens problema in tertio perfectionis gradu.

§. 37.

'. Ut hæc æquatio ad casum *similium* tanquam ad simpli- Tom. VII. Supplem. Sect. VII.
m applicetur, notandum, fractionem qua exprimitur HB
tantum æquatione $y=ax$ consistere, adeoque quod gene-
vocatur p hic jam esse $=a=\frac{y}{x}$; hoc igitur valore surroga-
$\frac{Xdx}{pxx}=\frac{-dy}{yy}$, prodibit $\frac{XXdx}{x}=\frac{-dy}{y}$ sicut in §. 33 inveni- Pag. 317.
ed innumeri alii sunt casus præter hunc, in quibus res succe-
ıe ad separationem indeterminatarum, idest ad perfectis-
solutionis gradum, scilicet in omnibus illis (ut aliquos
memorem) ubi valor ipsius p, in y, x, & constantibus
ressus habetur, ut y vel quicquid ad eam spectat per sim-
divisionem vel multiplicationem a reliquo separari possit;
ippe pacto æquatio nostra $\frac{XXdx}{pxx}=\frac{-dy}{yy}$; in duo separatur
, quorum unum ex constantibus atque ex x & dx, alte-
em ex constantibus atque ex y & dy conflabitur: sit ex. gr.
incipalis CDd data qualiscumque transcendens vel alge-
:x qua curvæ secandæ ABb, ita generentur, ut relatio
) & HB exprimatur hac æquatione $a\times DB=HB\times HD$,
$ay-ax=yx$; Erit HB seu $y=\frac{ax}{a-x}$, ideoque Fb
$\frac{dx}{ax+xx}$, unde $p=\frac{aa}{aa-2ax+xx}=$ (substituendo pro a
em $\frac{yx}{y-x}$) $\frac{yy}{xx}$; & fit æquatio generalis $\frac{XXdx}{pxx}=\frac{-dy}{yy}$
ı hanc $\frac{XXdx}{yy}=\frac{-dy}{yy}$, vel multiplicato utrobique per
: , $XXdx=-dy$, quæ construibilis est per quadra-

ı hoc curvarum secandarum genere æque ac in simili-
palis CDd est una ex ipsis secandis adeoque ut reliquæ
a ad angulos rectos secabitur, quod notanter dico,
·ibus aliis casibus accidit ut *Principalis*, ex qua secan-
tur, ipsa inter secandas non comprehendatur, Ex. gr.
: ABb tales, ut HB seu y sit $=\sqrt{aa+2bx}$, ubi per b
eam pro omnibus eandem, patet utique fieri non pos-
etro a successive variante tandem evadat HB ubique
HD, hoc est, ut secanda AB coincidat cum prin-
cipali

Tom. VII. Supplem. Sect. VII. Pag. 318. cipali CD. Interim etiam in hoc aliisque hujusmodi casibus trajectoria LBM per quadraturas construi potest; quoniam enim $y = \sqrt{aa + 2bx}$, erit $Fb = \frac{bdx}{\sqrt{aa+2bx}} = \frac{bdx}{y}$, unde $p = \frac{b}{y}$, qui valor substitutus in æquatione generali $\frac{XXdx}{pxx} = \frac{-dy}{yy}$, dat hanc alteram $\frac{XXdx}{xx} = \frac{-bdy}{y^3}$, in qua nulla cernitur indeterminatarum permixtio, quæ constructionem per quadraturas impediat.

§. 39. Non opus erit, ut multis ostendam, hanc methodum eadem facilitate extendi ad omnia curvarum genera, ubi secandæ ex curva principali generantur faciendo illarum applicatas ad communes abscissas pertinentium: Concipiamus enim curvas secandas ABb hac lege formari ex principali CDd, ut applicatæ HB, bb &c. constituant functiones applicatarum principalis HD, bd &c. per æquationem algebraicam expressas, ita videlicet, ut qualis functio est HB ipsius HD, talis etiam functio sit bb, ipsius bd; & sic ubique; hanc autem functionem ingrediatur parameter, qua eadem manente pro eadem curva, sed successive mutata pro diversis, orientur secandæ infinitæ ABb, quarum trajectoria orthogonalis LBM sic paucis determinatur: sint DG, BF parallelæ axi RP, sintque HD$=x$, HB quatenus est applicata trajectoriæ $=y$; Proinde (supposita bb ipsi HB proxima) G$d=dx$, NF$=-dy$: Quia ob datam CDd curvæ naturam datur per methodum tangentium directam Hb in x, dx & constantibus, sit igitur Hb vel DG vel BF$=$Xdx; jam manente parametro a, differentietur valor ipsius y, hoc est, functio, quæ exprimit HB, ut habeatur elementum Fb quod sit$=pdx$. Cum vero angulus bBN sit rectus, erit BF² (XXdx^2)$=b$F$\times$FN($-pdxdy$), seu XX$dx=-pdy$. In quantitate p substituatur valor ipsius a, qui habetur ex æquatione inter y, & functionem ipsius HD, quo facto resultabit æquatio pro trajectoria XX$dx=-pdy$, in qua nonnisi duæ involventur indeterminatæ x & y, & ita solutum erit problema in penultimo gradu perfectionis.

Fig. 5. Pag. 319.

§. 40. Hæc autem pariter ut altera illa §. 36 inventa $\frac{XXdx}{pxx} = \frac{-dy}{yy}$ innumeros admittit casus perfectissime solubiles nempe per quadraturas: atque in universum quæ §. 37 & 38, dicta sunt, etiam huc quadrant. Rem multis exemplis illustrare non vacat; subindicare tamen haud pigebit, plurima olim operose satis soluta,

se corollaria tantum quorundam casuum simplicissimorum. Tom. VII. Supplem. Sect. VII.
nt secandæ ABb tales, ut earum applicatæ HB, habeant ad
as principalis HD, rationem constantem, hoc est, ut y

erit in hoc casu $p = a = \frac{y}{x}$; Hinc æquatio generalis $XXdx =$

mutatur in hanc specialem $XXdx = \frac{-ydy}{x}$, seu $XXxdx =$

quæ per quadraturas construitur. Ex hac speciali porro
co consectarii solutiones sequentium; 1. si curvæ secan-
parabolæ cujusvis gradus eundem verticem & eundem
bentes; 2. si sunt Hyperbolæ vel Ellipses ad communem
nsversum pertinentes, quod fuit problema primum Leib-
i & a me solutum in Actis 1716 M. Majo; 3. si sunt
amicæ super eodem axe & per idem punctum transeuntes;
aperiori jam seculo Pater & Patruus solverunt; & quæ
smodi infinita alia. Quod si secanda ABb, sit eadem cum
li CDd, alium tantum situm habens, ita nempe ut DB,
ia inter HB & HD, sit constantis magnitudinis, seu ut
$= bd$; adeoque $y = x + a$ & $p = 1$, id quod ex æquatione
$XXdx = -pdy$, hanc facit $XXdx = -dy$, quæ competit
trajectoriis ad curvas easdem ex motu parallelo de loco
translatas.

Redeo ad curvas similes, sed accepta voce *similitudinis*
significatione: Considero namque hoc loco triplicem
im, nempe similitudinem *lateralem*, *exponentialem* vel Pag. 310.
r, & *functionalem*. Duæ curvæ dicuntur mihi *lateraliter*
i quibus sumendo in data ratione duas quasvis abscissas,
na & alteram in altera, etiam applicatæ illis respon-
ent eandem illam rationem. Duæ curvæ erunt *exponen-*
potentialiter similes, quando sumptis duabus abscissis
in data ratione, applicatæ illis respondentes gaudent
datæ rationis est duplicata, triplicata, sesquiplicata
plicata secundum quemcumque exponentem sive ra-
e irrationalem. Denique per *functionaliter* similes in-
abscissis datam rationem obtinentibus respondent ap-
e proportionales sunt functionibus utrobique eadem
c suis respectivis abscissis parametris & constantibus.
ntia habe elegantia & curiosa.

od quidem attinet ad curvas *lateraliter* similes, oppi-
c definitione, earum similitudinem non differre ab
mmuniter & proprie sic dicta, quo vulgari sensu
as similes, supra, §§. 32, 33, 34, 35 fuse pertra-

V ctavi-

Tom.VII. Supplem. Sect. VII. ctavimus. De iis tamen ut denuo agamus, quantum quidem secundum hanc definitionem considerata similitudo viam nobis sternit ad altiora, e re omnino esse arbitramur.

Fig. 6. §. 43. Detur igitur curva quæcumque CDE pro *principali*, aliæque innumeræ secandæ qualis AB*b*, hac conditione ex illa formatæ, ut sumptis utrobique duabus abscissis RP & RF, in ratione *b* ad *a* hoc est, ut parameter principalis ad parametrum secandæ, applicata P*d* unius ad applicatam FB alterius habeat eandem illam rationem *b* ad *a*. Quæritur trajectoria LBM: Sint coordinatæ trajectoriæ RF vel RS $=y$; FB vel SN $=x$ coordinatæ principalis RH vel RP $=z$, HD vel P*d* $=t=\int Zdz$, intelligo per Z functionem quamcumque ipsius RH, hoc est, quantitatem utcumque datam per z & constantes, quam etiam HD vel t ingredi potest; quia hæc ipsa ob curvam datam CDE data supponitur; sint porro elementa coordinatarum SF, BO, *b*T, HP, G*d*; & elementa curvarum BN, B*b*, D*d*; Sit nunc RP. RF :: *b*.*a* :: P*d*. FB; & crescente *a* per elementum *da* ut habeatur proxima curva secanda transiens per N; sit etiam RH. RS :: $b.a+da$ :: HD.

Pag. 321. SN; erit RF $(y)=\frac{az}{b}$, FB $(x)=\frac{at}{b}=\frac{a}{b}\int Zdz$, earumque differentialia FS $(dy)=\frac{adz+zda}{b}$; BO seu TN $(-dx)=\frac{-aZdz-tda}{b}$.

Est vero (ob curvas similes CDE, AB*b*, similemque in illis situm punctorum, D; B) G*d*. GD :: T*b*. TB :: (ob angulum rectum NB*b*) TB. TN, hoc est $Zdz.\ dz$ (:: Z. 1) :: $\frac{adz+zda}{b}$. $\frac{-aZdz-tda}{b}$ :: $adz+zda.\ -aZdz-tda$, adeoque (æquando producta mediorum & extremorum) $adz+zda=-aZZdz-Ztda$, & per reductionem resultat $\frac{-da}{a}=\frac{1+ZZ}{z+Zt}dz$: Hæc itaque æquatio in qua t & Z dantur per z, construi potest per quadraturas, quia non laborat complicatione indeterminatarum; invento sic valore ipsius a, trajectoria LBM ipsa facile construitur: sumpta enim abscissa quavis RP(z), fiat RP. RF :: *b*. *a*, ut & P*d*. FB :: *b*. *a*, erit punctum B in trajectoria quæsita LBM.

§. 44. Talis construendi modus ope curvæ principalis omnium est commodissimus; interim ex eo etiam alii eliciuntur: Concipiamus enim quantitatem p eodem ritu dari per abscissam y & parametrum a curvæ AB*b*, quo Z datur per abscissam z & parame-

me-

m b curvæ principalis CDE: manifestum est curvæ ABb Tom. VII. Supplem. Sect. VII.
onem fore $x = \int p\,dy$, vel $dx = p\,dy$; sicuti curvæ CDE
o est $t = \int Z\,dz$, vel $dt = Z\,dz$. Porro manifestum est functio-
is similes, hoc est quantitates eodem ritu compositas ex
ninatis utrobique proportionalibus, habere eam rationem
nvicem, quam habent duarum indeterminatarum homo-
n dignitates ejusdem dimensionis, cujus sunt ipsæ functio-
Jt hoc, quod in sequentibus quoque usum habebit, paulo
explicem, quia $b.\ a :: z.\ y :: t.\ x ::$ (sumendo jam dy & dx
ementis coordinatarum curvæ ABb lateraliter similis ipsi Pag. 322.
$dz.\ dy :: dt.\ dx$, erit ex. gr. $bbz + z^3.\ aay + y^3 :: b^3.\ a^3 :: z^3.$
x^3; item $\sqrt{b^4 + 3bbtz + 2z^4}.\ \sqrt{a^4 + 3aaxy + 2y^4} :: bb.$
em $\frac{1}{\sqrt{2bz + zz}}.\ \frac{1}{\sqrt{2ay + yy}} :: b^{-1}.\ a^{-1}$; item $\frac{b^3}{b^3 + z^3}.\ \frac{a^3}{a^3 + y^3}$
$^0 :: 1.\ 1$; hoc est $\frac{b^3}{b^3 + z^3} = \frac{a^3}{a^3 + y^3}$; item $\frac{dz}{\sqrt{b^3 + z^3}}.$
$\overline{+ y^3}$ $:: b^{\frac{1}{2}}.\ a^{\frac{1}{2}}$; item $\int dz\,\sqrt{4b^4 + 2bz^3}.\ \int dy$
$2ay^3 :: b^3.\ a^3$; Et ita de aliis. Quomodo autem dimen-
unctionum sint æstimandæ, non est quod explicem, id
telligentibus per se patet.

. Ex dictis fluit, omnes functiones similes nullius di-
is, esse inter se æquales, quæ sunt primæ dimensionis
e in simplici ratione ut latera homologa; quæ sunt se-
imensionis se habere in duplicata ratione laterum ho-
um; quæ sunt tertiæ dimensionis fore in triplicata ra-
undem: quæ sunt sesqui dimensionis, esse in sesqui-
tione eorundem, & sic deinceps. His probe intelle-
difficulter percipitur, quantitates Z & p esse nullius
is, quia in æquationibus $dt = Z\,dz$ & $dx = p\,dy$, mem-
dt & dx, quæ sunt unius dumtaxat dimensionis, in-
am altera, $Z\,dz$ & $p\,dy$, unam tantum habere dimen-
deoque Z & p nullam; & proinde $Z = p$, Ex quo li-
$\frac{1 + ZZ}{z + Zt}\,dz$ & $\frac{1 + pp}{y + px}\,dy$ vel $\frac{1 + pp}{y + p\int p\,dy}\,dy$, censendas esse
ensionis, & consequenter $\frac{1 + ZZ}{z + Zt}\,dz$, æqualem ipsi
dy, hac igitur quantitate substituta in superiori æqua-

Tom. VII. Supplem. Sect. VII. Pag. 323. tione pro trajectoria habebimus hanc aliam $\frac{-da}{a} = \frac{1+pp}{y+p\int pdy}dy$; quam primo dedit Cel. Hermannus in Actis 1718 p. 559.

§. 46. Sed probe notandum si $\frac{1+pp}{y+p\int pdy}dy$ sit integrabilis per logarithmos, ideo non posse concludi quod $lc - la$ debeat esse $= \int\frac{1+pp}{y+p\int pdy}dy$ hoc est $=$ illis logarithmis, qui differentiati producunt $\frac{1+pp}{y+p\int pdy}dy$; quod paradoxum ut explicetur, hoc velim consideret Lector, logarithmorum differentialia posse esse æqualia, ita tamen ut logarithmi ipsi non sint æquales, sed data quantitate a se invicem differentes, ut notum est; verum numeri respondentes istis logarithmis data quantitate differentibus in data ratione se habent, adeoque sunt inæquales neque differentia est data: Sic ex. gr. etiamsi $\frac{dx}{x} = \frac{ndx}{nx}$, male tamen aliquis concluderet logarithmum prioris qui est lx esse æqualem logarithmo posterioris qui est lnx, alioquin pari jure colligere posset fore $x = nx$, quod absurdum esset: Sic quoque si habeamus $\frac{dx}{x} = \frac{dz}{z}$ supponendo nempe $dx.\ dz :: x.\ z :: f.\ g.$ hoc est in data ratione; plane non sequitur ut quilibet videt, fore absolute loquendo $\int\frac{dx}{x} = \int\frac{dz}{z}$, seu $lx = lz$, quia alias foret $x = z$; quare ex æqualitate differentialium logarithmorum nihil aliud colligi potest, quam quod numeri horum logarithmorum seu quantitates absolutæ habeant inter se rationem datam. His bene notatis nemo non perspicit rationem ob quam $\frac{1+ZZ}{z+Zt}dz$ & $\frac{1+pp}{y+p\int pdy}dy$,

Pag. 324. sint quidem æqualia, tametsi eorum integralia per logarithmos expressa sint inæqualia, atque ipsæ quantitates absolutæ inæquales in ratione data, quæ ratio in hac lege fundatur, ut post reductionem logarithmorum ad numeros suos vel quantitates absolutas in hac æquatione $lc - la = \int\frac{1+pp}{y+p\int pdy}dy$, quælibet dimensio ipsius y, dividatur per eandem dimensionem ipsius $\frac{b}{a}$ ita ut scribendum

sit

ro y, $\frac{bbyy}{aa}$ pro yy; $\frac{b^3y^3}{a^3}$ pro y^3 &c. nec non $\frac{ba}{a}$ seu b pro ro aa, b^3 pro a^3 &c. vel sumpta b constantissima pro uni-ribi debeat $\frac{y}{a}$, $\frac{yy}{aa}$, $\frac{y^3}{a^3}$ &c. pro y, yy, y^3 &c. & 1, pro a, &c. Hoc enim pacto fient numeri seu quantitates absolu-ogarithmis qui insunt in $\int \frac{1+pp}{y+p\int pdy}dy$ & $\frac{1+ZZ}{z+Zt}dz$, eli-erfecte æquales. Atque ex hoc fundamento dedimus su-16 correctionem regulæ Hermannianæ, quæ sine illa, ut ostendimus per exemplum parabolarum, veram trajecto-uationem in algebraicis non exhiberet. Tom. VII. Supplem. Sect. VII.

7. Ceterum si desideratur trajectoriæ æquatio in y, x, a rum elementis, dy, dx, da; illa facillime ita obtinetur.

. b :: RF(y). RP(z) $= \frac{by}{a}$; & $a.b$ :: FB(x) Pd(t) $= \frac{bx}{a}$;

e differentiando erit HP vel DG (dz) $= \frac{bady - byda}{aa}$,

(dt) $= \frac{badx - bxda}{aa}$; Quia vero ON (dy). BO($-dx$)

$\left(\frac{badx - bxda}{aa}\right)$. DG $\left(\frac{bady - byda}{aa}\right)$ :: $adx - xda$.

da, habetur inde æquatio $ady^2 - ydady = - adx^2 + xdadx$; Pag. 325.

ucta dat hanc alteram $\frac{da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{xdx + ydy}$, a Cel. Hermanno m dictam, atque prius a Clariss. Tayloro exhibitam, sed n, ut ejus analysin tanquam rem mysteriosam *celare sta-* Etsi revera, cum tres contineat indeterminatas, x, y & solam nullius sit utilitatis ad problematis pro secandis generaliter sumptis constructionem, atque hunc unicum que satis exiguum præstet, quod ejus beneficio in quolibet i exemplo perveniri possit ad æquationem differentio-lem inter coordinatas & earum elementa prima & se-nempe valor ipsius a in x, y, dx, dy, habendus ex canonis $-dy = pdx$, nec non valor ipsius da, qui ex tione prioris provenit, substituatur in æquatione hac $\frac{dy^2}{ydy}$; Resultabit utique æquatio differentio-differen-trajectoria inter solas coordinatas & constantes ex-clu-

Tom. VII. Supplem. Sect. VII. clusa parametro variabili a. Hæc deinde æquatio porro reducetur ad æquationem differentialem primi gradus saltem si id natura casus particularis permittit, quamvis plerumque res sit abstrusissimæ indaginis, atque si succedit, sicuti in exemplo a Leibnitio proposito $dx = \frac{y^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$, nihil tamen aliud lucri inde efficitur, quam quod obtineatur æquatio differentialis primi quidem gradus; sed ubi plerumque indeterminatæ permixtæ manent, ut vel plane non, vel nonnisi difficulter ad constructionem per quadraturas revocari possit, quemadmodum accidit prædicto exemplo, quod hanc suggessit æquationem $xdy - ydx = c^{1-m} y^m ds$, cujus constructionem Celeber. Hermannus tantum indirecte & ex præsupposita æquatione curvarum secandarum, non vero directe & ex ipsa ejus natura sequestratis indeterminatis exhibuit: confer quæ hac de re jam supra §. 18 fusius monui. Hinc demum ergo patet, quantum reliquis omnibus sit præferenda Paterna constructio generalis pro quocumque genere secandarum similium, quam ex assumpta earum *Principali* deduxit; ego vero communicavi in Actis 1718 pag. 551, & ipsam ejus analysin aperui hic §. 33 hujus dissertationis.



NIC.

Tom. VII. Supplem. Sect. VIII. Pag. 337.

C. BERNOULLI, JOH. FIL.

Exercitatio Geometrica de Trajectoriis Orthogonalibus &c.

SECTIO III.

§. 48.

edo ad curvas *exponentialiter* similes, quarum trajectorias equenti modo determino: sit in eadem figura VI una ex is IK*k* (quam vitandæ confusionis causa ad alteram axis n pono, ad quam etiam principalis CDE posita intelliga- *Hujus* itaque secandæ IK*k* ex definitione similitudinis *ex- alis* hæc est natura, ut sumptis duabus quibuscumque ab- P & RF in ratione b ad a, id est, in ratione parametri principalis CDE ad parametrum secandæ IK*k*, applicata sit ad applicatam hujus FK, ut b^e ad a^e, hoc est, ut quælibet cujus index seu exponens vocetur e parametri lis ad dignitatem similem parametri secandæ: ceterum ntur hic etiam, ut in lateraliter similibus, coordinatæ riæ RF vel RS$=y$; FK vel SQ$=x$; coordinatæ curvæ *lis* RH vel RP$=z$; HD vel P$d=t=\int Zdz$: Intelligo, per Z functionem quamcumque ipsius RH vel z. Sit ita- RF :: b. a; erit Pd. FK :: b^e. a^e; Crescente a per ele- da, ut nascatur secanda proxima transitura per Q; at- H. RS :: b. $a+da$; ac proin HD. SQ :: b^e. $\overline{a+da}^e$; inde RF $(y)=\frac{az}{b}$; FK $(x)=\frac{a^e t}{b^e}=\frac{a^e}{b^e}\int Zdz$, earum- entialia FS seu KW $(dy)=\frac{adz+zda}{b}$, QW$(-dx)=$ $\frac{ea^{e-1}tda}{}$. Ut vero habeatur ratio inter KW & W*k* oordinatarum curvæ secandæ IK*k*, differentientur ea- s $\frac{az}{b}$ & $\frac{a^e}{b^e}\int Zdz$, manente a invariabili, Eritque KW *k* $=\frac{a^e Zdz}{b^e}$, unde $\frac{a^e Z}{b^e}.\frac{a}{b}$ :: W*k*.KW :: (ob angulum

re-

V. Tab. Suppl. To. VII. p. 141.

Pag. 338.

Tom. VII. Supplem. Sect. VIII.

rectum QKk) KW. QW :: $\frac{adz+zda}{b}$. $\frac{-a^e Zdz - ea^{e-1}tda}{b^e}$. Reducta hac analogia ad æquationem, reperietur $b^{e-2}zda + ea^{2e-2}Ztda = -b^{2e-2}adz - a^{2e-1}ZZdz$, quæ est æquatio pro trajectoria IKk continens differentiales tantum primi gradus atque duas tantum indeterminatas z & a, nam t datur per z.

§. 49. Potuisset hæc æquatio etiam elici ex natura curvarum ABb principali CDE *lateraliter* vel simpliciter similium; hoc modo: Quia BF $= \frac{at}{b}$ & FK $= \frac{a^e t}{b^e}$, erit BF. FK :: $\frac{a}{b}$. $\frac{a^e}{b^e}$, hoc est (manente a invariabili pro curvis ABb, & IKk) in ratione constante, adeoque BF. FK :: bS. Sk, ac proinde etiam bT. kW :: BF. FK :: $\frac{a}{b}$. $\frac{a^e}{b^e}$, id quod dat kW $= \frac{a^{e-1}}{b^{e-1}} \times b$T, & ita habebimus kW. KW. (:: KW. QW) :: $\frac{a^{e-1}}{b^{e-1}} \times b$T. BT :: (ob simil. curv. ABb & CDE) $\frac{a^{e-1}}{b^{e-1}} \times Zdz$. dz :: a^{e-1}Z. b^{e-1}; est vero (ut ex §. præced. videre est) KW. QW :: $\frac{adz+zda}{b}$. $\frac{-a^e Zdz - ea^{e-1}tda}{b^e}$. ideoque :: a^{e-1}Z. b^{e-1}, quæ eadem est analogia cum precedenti; per consequens eandem dabit æquationem pro trajectoria, nempe hanc $b^{2e-2}zda + ea^{2e-2}Ztda = -b^{2e-2}adz - a^{2e-1}ZZdz$. quæ (existente $e = 1$, in quo casu exponentialiter similes IKk degenerant in lateraliter similes ABb,) mutatur in hanc $zda + Ztda = -adz - aZZdz$, unde $\frac{-da}{a} = \frac{1+ZZ}{z+Zt}dz$, prorsus ut invenimus §. 43.

Hinc sequentia deducuntur tanquam consectaria.

Pag. 339.

§. 50. Quia unaquæque ex secandis *potentialiter* similibus IKk eam habet indolem & relationem ad sibi correspondentem ABb communi principali CDE *lateraliter* similem, ut binæ quæque applicatæ BF, KF, eidem abscissæ RF competentes habeant rationem, ut $\frac{a}{b}$ ad $\frac{a^e}{b^e}$, hoc est, ut a^{1-e} ad b^{1-e}, seu ut dignitas parametri curvarum cujus exponens est $1-e$ ad similes dignitatem parametri curvæ principalis. Hinc fluit, quod si curvæ *lateraliter* similes ABb, hac generali æquatione exprimantur, (nominatis RF, y; FB, u; parametro variabili, a; invariabili,

$du = pdy$; ubi per p intelligo quantitatem utcumque com- Tom. VII. Supplem. Sect. VIII.
ex y, u, & a; atque si ex illis formentur curvæ IKk, applicatæ FK habeant ad applicatas BF rationem eam ibet b^m ad a^m, hoc est rationem quamcumque multiplicaonis parametri principalis b, ad parametrum variabilem um adeo æquatio (posita FK $= x$) sit hæc $dx = \frac{b^m p\,dy}{a^m}$; inquam, fluit etiam harum curvarum IKk trajectoriam leterminari per superiorem æquationem $b^{2e-2} z\,da + aa^{2e-2}$ $= - b^{2e-2} a\,dz - a^{2e-1} ZZdz$, quæ jam mutatur in hanc (quia ocatur m) $a^{2m} z\,da + \overline{1-m}\, b^{2m} Zt\,da = - a^{2m+1} dz - b^{2m}$; ubi ut supra per z intelligitur RH vel RP, abscissa principalis rationem habens ad RS vel RF, ut b ad a, per t gitur applicata ejusdem HD, per Z vero, quantitas eodem compofita ex z, t, & b sicuti p componitur ex y, u, & a; irum principalis CDE *lateraliter* similis evadat ipsis ABb, ntialiter similis ipsis IKk; & sic quidem ut sit Pd. FK t) :: b^{1-m}. a^{1-m}.

Exemplum curvarum secandarum dissimilium hac æquaferentiali $dx = \frac{b^m\,dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$ expressarum, quod mihi proeleber. Hermannus in Actis Lipf. 1719. pag. 588, est cataxat nostrarum curvarum *potentialiter* similium, quod ostendo: Quoniam enim $\frac{b^m\,dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}} = \frac{b^m}{a^m} \times \frac{a^m\,dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$; ius curvas lateraliter similes ABb, quarum hæc sit æqua- Pag. 340.
$= \frac{a^m\,dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$ (quas lateraliter similes fore per se liquet) arametro variabili a in b, y in z & u in t; abibit $\frac{a^m\,dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$ in $dt = \frac{b^m\,dz}{\sqrt{b^{2m} - z^{2m}}}$. Jam vero du (bT). dx $\frac{a^m\,dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}} \cdot \frac{b^m\,dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}} :: a^m . b^m$; proinde etiam u KF) :: a^m. b^m; hinc patet ergo curvas secandas quaio differentialis est $dx = \frac{b^m\,dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$ esse exponentia-, earum per consequens trajectoriam determinatam æquationem pro trajectoriis secandarum exponenlium in præced. inventam $a^{2m} z\,da + \overline{1-m}\, b^{2m} Zt\,da =$

Tom.VII. Supplem. Sect.VIII. $-a^{2m+1}dz - b^{2m}aZZdz$ supponendo nempe pro principali secandarum hanc æquationem $dt = \frac{b^m dz}{\sqrt{b^{2m} - z^{2m}}}$. Atque ita dedi, quod operæ pretium si non forsan impossibile putabat Cl. Hermannus, æquationem differentialem primi gradus pro trajectoria mihi proposita, & talem quidem quæ nonnisi duabus indeterminatis a, z, & ex z dependentibus Z & t constat.

§. 52. Verum etiam æquationem *modularem*, $\frac{da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{ydy + \overline{1-m}xdx}$, quam pro hujusmodi trajectoriis Vir doctiss. exhibuit, haud ægre deducimus ex contemplatione similitudinis exponentialis: Fiat enim, ut pro lateraliter similibus factitatum §. 47, $a . b :: RF(y) . RP(z) = \frac{by}{a}$; sed hoc discrimine quod jam hic faciendum sit $a^e (a^{1-m}) . b^e (b^{1-m}) :: FK(x) . Pd(t) = \frac{b^{1-m}x}{a^{1-m}}$; differentiando itaque erit HP vel DG $(dz) = \frac{badу - byda}{aa}$ & GD

Pag. 321. $(dt) = \frac{b^{1-m}adx + \overline{m-1}\, b^{1-m}xda}{a^{2-m}}$. Hinc BT . bT (:: DG . Gd) $:: a^{1-m}dy - a^{-m}yda . b^{-m}adx + \overline{m-1}\, b^{-m}xda$; & quia bT . kW $:: a^m . b^m$; erit, compositis rationibus, BT (KW) . kW $:: ady - yda . adx + \overline{m-1}\, xda$. Est autem ex natura trajectoriæ, hoc est, ob angulum rectum QKk, QW $(-dx)$. KW (dy) :: KW . kW $:: ady - yda . adx + \overline{m-1}\, xda$; ex qua analogia emergit hæc æquatio $ady^2 - ydady = -adx^2 + \overline{1-m}xdadx$, quæ peracta reductione reddit ipsam modularem Hermannianam $\frac{da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{ydy + \overline{1-m}xdx}$.

§. 53. Atque hæc æquatio universalis est pro trajectoriis omnium ejusmodi generis curvarum secandarum quarum æquatio ita se habet $dx = \frac{b^m pdy}{a^m}$, supposito nimirum curvas alteras, quæ hac æquatione exprimuntur $du = pdy$ esse lateraliter similes, quarum parameter variabilis sit a. Sed si independenter ab hac consideratione curvas istas secandas contemplemur quatenus sunt potentialiter similes quarum exponens sit e, scribendum tantum

est

1 — m, & prodibit æquatio modularis $\frac{da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{ydy + exdx}$ in- trajectoriæ secandarum potentialiter similium. Tom. VII. Supplem. Sect. VIII.

Quod si vero porro desideretur ejusdem æquatio differentialis in exemplo proposito secandarum $dx = \frac{b^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$: entur secundum canonis tenorem elementa dx & dy & alus signum, ut habeatur, $-dy = \frac{b^m dx}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$ pro eadem tra-, eliciaturque ex hac æquatione valor ipsius a qui erit = $\left(\frac{dx^2}{dy^2} + y^{2m}\right)\frac{1}{2m}$; adeoque logarithmus ipsius a seu $la = l$ Pag. 347.
$\left(\frac{dx^2}{dy^2} + y^{2m}\right)\frac{1}{2m} = \frac{1}{2m}\, l\left(\frac{b^{2m} dx^2}{dy^2} + y^{2m}\right)$; diffe-ndo utrumque habebitur $\frac{da}{a}$, hoc est, $\frac{dx^2 + dy^2}{ydy + \overline{1 - m}\, xdx} =$ $\frac{dy^4 + b^{2m} dydxddx - b^{2m} dx^2 ddy}{mb^{2m} dx^2 dy + my^{2m} dy^3}$, facta reductione invenie-atio illa prolixa quam expressit ingeniosissimus Herman-fine additamenti sui, vid. Act. 1719 mens. Febr. p. 588. cum descendat ad differentias secundas easque compli-m variis potestatibus primarum, non majus inde subsi-erari poterit ad constructionem problematis quam ex ne modulari quæ constat tribus indeterminatis: præstat quis operæ pretium facere voluerit, ut constructio-et problematis ex nostra æquatione supra inventa $a^{2m} z da$ $b^{2m} Zt da = -a^{2m+1} dz - b^{2m} aZZdz$, utpote quæ subsi-mis differentiis neque plures quam duas indeterminatas obtinebitur autem constructio, si id unicum fiat, ut natæ separentur. In casibus quibusdam res facile suc-m si $m = o$ vel $e = 1$, æquatio mutatur in hanc zda $- adz - aZZdz$, unde $\frac{-da}{a} = \frac{1 + ZZ}{z + Zt} dz$, quæ ea-um illa quam §. 43. pro curvis lateraliter similibus, & reapse illico patet in hoc casu curvas potentia-s evadere lateraliter similes, ut jam animadversum Porro si $m = 1$ vel $e = o$, nostra æquatio in hanc fa- $= - aadz - bbZZdz$, seu $azda + aadz = - bbZZdz$, per z, erit $azzda + aazdz = - bbZZzdz$, ex cu-tione oritur (assumpta pro arbitrio quantitate con-

X 2 stan-

Tom. VII. Supplem. Sect. VIII. Pag. 343. stante c^4) $aazz = c^4 - 2bb\int ZZzdz$, unde $a = \frac{\sqrt{c^4 - 2bb\int ZZzdz}}{z}$; & ita concessa quadratura habetur a per z, ipsaque proin trajectoria construitur. Sciendum interim hunc casum jam contineri in eo genere curvarum secandarum quarum methodum tradidimus §. 39. & nominatim quidem desinere in illum, quem exposuimus in sequenti §. 40. Num alii casus sint separabilitatis indeterminatarum præter hos duos $m = o$ & $m = 1$, inquirere non vacat: Sed de his satis.

§. 55. De *functionaliter* similibus etiam agendum erit, quod paucis exequi licet, earum enim trajectoriæ pervestigantur eadem methodo, qua usi sumus in *lateraliter* & *potentialiter* similibus: Sit ergo IKk una ex secandis functionaliter similibus, Fig. 6. quæ scilicet ex principali CDE, hac lege supponitur descripta, ut sumptis duabus utrobique abscissis quibuscunque RP & RF in ratione b ad a, applicatæ correspondentes Pd & FK observent rationem ut 1 ad α, hoc est, ut unitas ad qualemcunque functionem parametri variabilis a, quam autem functionem nulla alia indeterminata præter a ingrediatur; Sit porro quod oritur ex differentiatione ipsius α æquale Ada, hoc est, fit $d\alpha = Ada$, dabitur itaque etiam A per a, seu erit ipsius a nova functio data: Retentis interim iisdem literarum denominationibus & suppositionibus quas adhibuimus §§. 43 & 48. Ob RP. RF :: $b.a$, erit RF (y) $= \frac{az}{b}$, & ob Pd. FK :: 1. α, erit FK (x) $= \alpha t = \alpha\int Zdz$: differentiando habebitur, FS seu KW (dy) $= \frac{adz + zda}{b}$, QW ($-dx$) $= \alpha Zdz - td\alpha = -\alpha Zdz - tAda$. Sed ad habendam rationem inter KW & Wk elementa coordinatarum curvæ secandæ IKk, earum valores $\frac{az}{b}$ & $\alpha\int Zda$ differentiandi sunt, manente a constanti, hoc modo fiet KW $= \frac{adz}{b}$ & W$k = \alpha Zdz$, proindeque $\alpha Z. \frac{a}{b}$ :: Wk. KW :: (quia angulus QKk est rectus) KW. QW :: $\frac{adz + zda}{b}$. $\alpha Zdz - tAda$, ex qua analogia resultabit hæc æquatio $azda + bb\alpha AZtda = -aadz - bb\alpha\alpha ZZdz$, exprimens naturam trajectoriæ IKk in differentialibus tantum primi gradus, atque continens nonnisi duas indeterminatas z & a, siquidem datur t per z & α per a.

§. 56.

5. **Non** necesse duco ut moneam sub hac æquatione conti- Tom. VII. Supplem. Sect. VIII. Pag. 344.
as **illas jam** ante inventas pro trajectoriis curvarum sive
ter **sive** potentialiter similium, potentiæ enim consideran-
iunt ut species tantum functionum generaliter sumptarum.
a **etiam** hoc loco unaquæque ex secandis *functionaliter* si-
IKk talem habet connexionem cum sibi correspondente
lateraliter simili communi principali CDE, ut binæ quæ-
n **applicatæ** BF, KF, quam earum elementa bT, kW, ra-
habeant ut $\frac{a}{b}$ ad α seu ut $\frac{a}{b\alpha}$ ad 1. Hinc ut in §. 50. non
i **argumento** conficitur hoc alterum, si nimirum curvæ *la-*
r **similes** AB*b*, generaliter exprimantur per æquationem
positam $du = \pm pdy$, ac formentur ex illis curvæ secandæ
uarum applicatæ FK ad applicatas BF rationem obtineant
quam habet 1 ad $\frac{a}{b\alpha}$, hoc est, ut unitas ad quamlibet fun-
m parametri variabilis, quam nunc vocare lubet $\frac{a}{b\alpha}$,
adeo æquatio hæc sit $dx = \frac{b\alpha pdy}{a}$, harum utique cur-
IKk trajectoria VKY determinabitur per æquationem mo-
a **inventam** $azda + bb\alpha AZtda = -aadz - bb\alpha\alpha ZZdz$.
. **Ad rem** exemplo illustrandam, sit æquatio hæc curvarum
rum $dx = (a^b + ca^m + ea^n)^l \times (a^r + fa^{r-s}y^s + gy^r)^q \times dy$,
c, e &c. intelligo quantitates, quomodocumque datas
metrum invariabilem b, aliasque constantes, per f, g &c.
ntes numericos quoscumque, per b, m, n, &c. r, s,
per l, q, exponentes vel indices quoslibet: Ponatur
roposita secandarum æquatione $\frac{az}{b}$ pro y, & $\frac{adz}{b}$ pro dy,
r **illa** in hanc $dx = \frac{a^{rq+1}}{b} \times (a^b + ca^m + ea^n)^l \times (1 + \frac{fz^s}{b^s}$
$q \times dz$. Hinc protinus liquet pro curva principali CDE
sumi æquationem $dt = (1 + \frac{fz^s}{b^s} + \frac{gz^r}{b^r})^q \times dz$, sum- Pag. 345.
$\frac{q+1}{b} \times (a^b + ca^m + ea^n)^l$ pro α, seu functione parametri va-
ntelligitur facile, inde generari curvas functionaliter
, quæ gaudent prædicta æquatione, adeoque cum pro-
po-

Tom. VII. Supplem. Sect. VIII. positis sunt eædem; manifestum igitur est ipsarum trajectorias contineri sub generali nostra æquatione $az da + bb\alpha AZt da = -aadz - bb\alpha\alpha ZZdz$. In qua $\alpha = \frac{a^{rq+1}}{b} \times \overline{a^b + ca^m + ea^n})^l$; A = ejusdem differentiali diviso per $d\alpha$; $Z = (1 + \frac{fz^s}{b^s} + \frac{gz^r}{b^r})^q$; adeoque t seu $\int Zdz = \int (1 + \frac{fz^s}{b^s} + \frac{gz^r}{b^r})^q xdz$. Et ita patet curvas secandas quarum æquatio $dx = (a^b + ca^m + ea^n)^l \times (a^r + fa^{r:s} y^s + gy^r)^q x\, dy$, esse ex genere *functionaliter* similium, quod demonstrare volebam.

§. 58. Æquatio *modularis* pro trajectoriis *functionaliter* similium invenitur iisdem insistendo vestigiis, quæ deduxerunt ad investigationem ejusmodi æquationum pro trajectoriis cum *lateraliter* tum *potentialiter* similium, vid. §§. 47, 52. Recte enim instituta operatione pervenietur ad hanc æquationem $\frac{da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{ydy + a\alpha^{-1}Axdx}$, quæ *modularis* est competens trajectoriis curvarum quarumcumque *functionaliter* similium, atque æquatione $dx = \frac{b\alpha pdy}{a}$ gaudentium, ubi scilicet p talis supponitur quantitas ut curvæ per $du = pdy$ expressæ sint *lateraliter* similes, habentes a pro parametro variabili. Ceterum nemo non videt ex æquatione ista *modulari* immediate posse elici alteram *modularem* seu respondentem trajectoriis curvarum potentialiter similium, quarum æquatio ut supra vidimus hæc est $dx = \frac{b^m pdy}{a^m}$: Comparemus

Pag. 346. enim $\frac{b\alpha pdy}{a}$ cum $\frac{b^m pdy}{a^m}$ tanquam genus cum specie, & inde patebit quid pro α sumendum sit, nempe erit $\alpha = b^{m-1}a^{1-m}$, adeoque $d\alpha$ seu $Ada = \overline{1-m}\, b^{m-1}a^{-m}da$, ipsumque $A = \overline{1-m}\, b^{m-1}a^{-m}$; his valoribus ipsorum α & A substitutis in generali æquatione $\frac{da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{ydy + a\alpha^{-1}Axdx}$ orietur $\frac{da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{ydy + \overline{1-m}\,xdx}$, quæ ipsissima est *Modularis* Hermanniana inserviens ut ostendimus §. 52. trajectoriis curvarum *potentialiter* similium.

Fig. 6. §. 59 Quæ hactenus de triplice secandarum similium genere inventa & demonstrata dedimus, possunt multo latius extendi: esto nimirum secandarum natura talis ut quælibet illarum IKk generetur ex principali CDE faciendo RF ad RP,

non

ıidem tantum in simplici ratione a ad b seu $= \frac{az}{b}$ sed æ- cuicunque functioni quam ingrediantur z, a, b, aliæque tes, dum interim ipsa FK æqualis sumitur pariter cui- ctioni quam ingrediantur, t, a, b, & constantes aliæ. uoque in hoc universalissimo secandarum conceptu posse trajectorias VKY revocari ad æquationem differentia- imi gradus non nisi duas indeterminatas continentem ; tiam ad *modularem*, sed cui bono? cum postquam prior inventa, hæc quæ tres omnino indeterminatas involvit ıuæ utilitatis; at nolo jam calculum prosequi, quem ex Lector attentus ad methodi explicatæ fœcunditatem fa- ornabit.

o Hoc tantum adhuc monere convenit quod multa da- sint curvarum secandarum genera, quæ primo intuitu identur generari posse ex quadam *principali* ope functio- x *ejusdem* coordinatis & parametro variabili data lege com- ım, quæ tamen observata singulari quadam indetermina- ubstitutione tandem ex inventa principali feliciter deri- Ut si quæreretur trajectoria curvarum quibus hæc est $dx = (a^b + ca^m + ea^n)^l \times (a^\beta + fa^\epsilon y^\lambda) q x dy$; ubi sicut b, ta quoque β, ϵ, λ, sunt exponentes dati qualescumque, $\epsilon + \lambda$ non sit $= \beta$, ut requirebatur in exemplo §. 57 po- Pag. 347.
ero $y = a^{\frac{\beta - \epsilon}{\lambda}} z$, ac proin $dy = a^{\frac{\beta - \epsilon}{\lambda}} dz$, quibus valo- bstitutis in æquatione proposita resultabit hæc altera,
$+ ca^m + ea^n)^l \times (a^\beta + fa^\beta z^\lambda)^q \times a^{\frac{\beta - \epsilon}{\lambda}} dz = a^q b + \frac{\beta - \epsilon}{\lambda}$,
$a^m + ea^n)^l \times (1 + fz^\lambda)^q \times dz$; sane itaque quia hujus ul- ctorem $(1 + fz^\lambda)$ parameter variabilis a non amplius in- palam est quod supposita curva principali cujus æqua- t $dt (Zdz) = (1 + fz^\lambda)^q \times dz$, atque formatis ex ea se- : lege ut abscissa y sit $= a^{\frac{\beta - \epsilon}{\lambda}} z$ & applicata x sit $=$
$\frac{-\epsilon}{} \times (a^b + ca^m + ea^n)^l$, palam, inquam, est quod cur- matæ sint eædem cum propositis quarum æquatio $dx =$ $- ea^n)^l \times (a\beta + fa\epsilon y\lambda)^q \times dy$, illarum vero trajectoria ur per methodum functionaliter similium, ergo & ha- ıinata habetur.

§. 61.

Tom.VII. Supplem. Sect. VIII. Fig. 5. §. 61. Agendum superesset de trajectoriis curvarum talium quæ motu angulari data lege temperato ex principali generantur: Concipiamus scilicet curvam aliquam CD*d* tanquam principalem cujus applicatæ HD, *bd*, non sint rectæ sed circulares concentricæ circa commune centrum R in quibus moveantur puncta D, *d* &c. ad B, *b* &c. ita ut qualis est functio angulus HRB anguli HRD, talis etiam sit quilibet alius *b*R*b*, alterius ex quo fuit generatus *b*R*d*; assumpto interim aliquo angulo, vel quod idem est, aliquo arcu dati radii qui functionem illam ingrediatur & qui sit loco parametri variabilis ex cujus successiva mutatione mutetur & ipsa secanda AB*b*; si functio illa in hoc unico consisteret ut pro qualibet secanda AB*b*, angulus HR*B*, excederet angulum HRD, angulo semper æquali BRD, ita nempe ut sit BRD = cuilibet alii *b*R*d*, liquet tunc secandam quamlibet AB*b*, eandem fore cum principali *c*D*d*, eamque haberi ex gyratione hujus circa punctum R in alium situm translatæ; qui casus simplicissimus constituit problema a Patruo olim Patri propositum atque ab illo pro desperato habitum, ab hoc autem solutum, vid. Act. Lips. 1698 pag. 420, & quidem pro trajectoriis construendis curvam in gyrum versam non tantum orthogonaliter sed in quovis dato angulo constanter secantibus: sed hujusmodi curvarum trajectoriis generatim solvendis nunc supersedeo, ne nimius sim, cum præsertim obscurum esse nequeat quomodo eadem methodus pro functionaliter similibus adhibita, si dextre tractetur, etiam huc possit quadrare.

Pag. 348.

§. 62. Auctarii tamen loco methodum aliquam communicare non inconsultum duco, indirectam quidem, sed quæ tamen ad quadraturas usque, hoc est, ad perfectissimum solutionis gradum deducit trajectorias omnium generum curvarum quæ celerrimo descensu inserviunt supposita nempe quacumque accelerationis lege. Sit (vid. Fig. I. Tab. II. Act. Lips. 1697) recta verticalis ACD axis communis omnium brachystochronarum seu curvarum celerrimi descensus AMB ad hanc universalem accelerationis legem accommodatarum, ut curvæ datæ cujusvis AHE applicata CH designet velocitatem acquisitam mobilis ex altitudine AC delapsi: demonstravit Pater meus in eodem Actorum anno pag. 304 (positis AC $=x$, CM $=y$ CH $=t$, arbitraria $=a$) curvæ celerrimi descensus AMB naturam hac exprimi æquatione $dy = tdx : \sqrt{(aa - tt)}$, in qua si successive mutetur a, prodibit series infinitarum hujusmodi curvarum AMB: ex quibus singulis si abscindantur arcus AB, AB (vid. ibidem Fig. III.) inter se isochroni seu qui æqualibus temporibus percurruntur,

cur-

PBB, terminans hos arcus, Patri dicta *synchrona*, omni- Tom. VII. Supplem. Sect. VIII.
t docuit, brachystochronis AB normaliter occurrit in
B, adeo ut synchrona in quavis accelerationis lege sit ip-
m trajectoria.

. Quocirca ad construendam trajectoriam pro ejusmodi
s quarum æquatio $dy = tdx : \sqrt{(aa - tt)}$, res huc redit,
lis singulis resecentur arcus isochroni, id quod concessis Pag. 349.
turis ita facile peragitur: dividendo curvæ AM (Fig. I.)
tum Mm, quod est $\sqrt{(dx^2 + dy^2)} = adx : \sqrt{(aa - tt)}$ per
atem acquisitam CH (t) habetur elementum temporis per
AM, seu tempusculum per Mm, quod per consequens
$t\sqrt{(aa - tt)}$, atque ipsum tempus per arcum AM =
$/(aa - tt)$. Hinc sequitur, quod si in serie curvarum
rum sumatur quælibet AMB, cui respondeat a tanquam
arameter, construaturque super axe AD curva nova cu-
licatæ sint $a : t\sqrt{(aa - tt)}$, in qua capiatur area æqualis
agnitudini C, erit, producendo ultimam ejus applicatam
ecet curvam AMB, punctum intersectionis in trajectoria
si jam alia sumatur AMB cui alia conveniat a, fiatque
curva nova in qua pariter construatur area datæ magni-
C, dabit ultimæ ejus applicatæ & assumtæ curvæ AMB
io aliud punctum trajectoriæ quæsitæ, atque sic quot li-
ncta in illa determinabuntur. Mutata magnitudine ar-
C, eodemque observato processu, nova construetur tra-
, & ita pro lubitu quotcumque trajectorias construere

In hac methodo fundamentum habet prima Patris mei
o problematis propositi curvarum secandarum $dy = x^n dx$:
x^{2n}) quam communicavi in Actis 1718 p. 550. Facta
tione hujus æquationis cum generali nostra $dy = tdx$:
), statim patet illam hujus esse dumtaxat casum particu-
m quod generaliter hic dicitur t, ibi sit x^n. Adeo ut
ndæ exempli propositi nihil aliud sint quam curvæ ce-
census accommodatæ ad eam accelerationis hypothe-
pponitur celeritates acquisitas esse proportionales ipsis
estati cuicumque altitudinum verticalium, hoc est,
eritatum HHE esse ex parabolarum genere, quo solo
celerrimi descensus AMB evadunt inter se lateraliter
indeque ex consideratione hujus similitudinis admit-
cilem, ut supra vidimus, Trajectoriæ suæ constru-
o alia vero Hypothesi ipsius t qua curvæ AMB dissi-
res non æque facilis erat, seposita nimirum conside- Pag. 350.
rimi descensus: Præstitit id tamen Patruelis meus

 in

Tom. VII. Supplem. Sect. VIII. in schediasmate suo non ita pridem ad Acta misso, in quo docuit modum construendi trajectoriam curvarum, quarum æquatio est hujusmodi $dy = dx : \sqrt{(AX - 1)}$ ubi A est quantitas data per parametrum variabilem a, & constantes; sed X est quantitas data per x & constantes; licet id directe invenerit & haud dubie ex fonte aliquo in superioribus indicato, nihil tamen facilius est quam ostendere hanc æquationem $dy = dx : \sqrt{(AX - 1)}$ re ipsa non differre a nostra $dy = tdx : \sqrt{(aa - tt)}$, est enim

$$tdx : \sqrt{(aa - tt)} = dx : \sqrt{(\frac{aa}{tt} - 1)} = dx : \sqrt{(aa \times \frac{1}{tt} - 1)},$$

unde liquet quod in una æquatione est A in altera dici aa, & quod in una est X in altera esse $\frac{1}{tt}$, adeo ut t sit $\frac{1}{\sqrt{x}}$. Quocirca dico curvas AMB hac æquatione expressas $dy = dx : \sqrt{(AX - 1)}$, esse curvas celerrimi descensus quibus respondet curva celeritatum AHE talis ut applicata HG sit $\frac{1}{\sqrt{x}}$.

Fig. 7. §. 65. Consideremus jam curvas celerrimi descensus, quæ oriuntur ex supposita directione gravium ad punctum datum convergente: Potest quippe demonstrari directe & a priori in universum verum esse, quod series talium curvarum ex communi puncto emanantium pro trajectoria orthogonali habeat quamlibet ex suis synchronis. Ex puncto R quod repræsentet centrum gravium, ducta sit recta RA per commune initium A curvarum celerrimi descensus AMB; sit AHE curva celeritatum cujus nempe applicata quælibet CH, designet celeritatem acquisitam pro distantia RC vel RM, postquam mobile ex puncto A quacumque vi descendendo ad eam distantiam pervenit, intellige namque AFG & CM esse arcus concentricos descriptos centro R, illum per punctum datum A, hunc per quodlibet punctum M curvæ AMB, per quod pariter ducta sit recta RMF; concipiatur quoque BBB portio curvæ Synchronæ quæ ut dictum est necessario ad angulos rectos trajiciet curvas AMB at per consequens earum erit trajectoria orthogonalis.

Pag. 351. §. 66. Oportet itaque scire ex quo genere curvarum sint in hac hypothesi curvæ celerrimi descensus AMB. In hunc finem supponendum est dari curvam velocitatum AHE, jam enim non agitur de ea invenienda ex data lege virium centralium; quod alibi dudum præstitum habemus. Sit igitur, nulla attentione adhibita ad legem virium centralium curva AH talis, ut appli-

cata

l exprimat functionem quamcumcunque datam ipsius RC, proinde velocitatem acquisitam in M, Nominatis jam RF=1, RC vel RM =x, HC=t, AF=y, arbitraria r aliquam ex Methodis a Patre præscriptis & ex lege uni-is deductis pro inventione curvarum maximum mini-aliquod præstantium, elicuimus pro natura curvæ AMB juationem $dy \pm tdx : x\surd(aa - tt)$, quæ per successivam nem ipsius a dabit seriem omnium ejusmodi possibilium m AMB; harum igitur trajectoria determinabitur con-synchronam BBB per modum §. 63. explicatum. Tom. VII. Supplem. Sect. VIII.

Scilicet resectis ex singulis curvis AM arcubus AMB sibi Isochronis puncta terminantia B erunt ad synchronam jectoriam quæsitam BBB; Verum per concessas quadra-rcus Isochroni AMB nullo labore capiuntur: elementum lm dividendo, ut §. 63 factum, per velocitatem acquisi-btinebimus tempusculum per Mm, quod erit $\pm$ $axdx$: $x - tt$) adeoque ipsum tempus per arcum AM = $\pm \int axdx$: $t - tt$). Cetera peraguntur ut ibi docuimus.

Notare convenit, sub hac curvarum AMB æquatione $dx : x\surd(aaxx - tt)$ illam alteram pro hypothesi distan-tæ centri gravium $dy = tdx : \surd(aa - tt)$ contineri tan-ticularem casum, in quem proin facile convertetur, ndo quod arcus AF, CM, fiant lineæ rectæ perpendi-AC; Item quod RM censeri possit æqualis ipsi RA, =1, quodque jam $\pm dx$ sit elementum ipsius AC, & unctio, his enim substitutis abibit $dy = \pm tdx : x\surd(aaxx$ $y = tdx : \surd(aa - tt)$ ut fieri debuit, tempusque per ar-$= \pm \int axdx : t\surd(aaxx - tt)$ fiet $\int adx : t\surd(aa - tt)$. Si-imus §. 63, quod utriusque solutionis bonitatem con- Pag. 352.

x hisce discimus quomodo trajectoriæ per quadraturas ossint illarum omnium curvarum, quarum ordinatæ in cto coeunt & quarum natura definitur per hanc gene-tionem $dy = dx : \surd(AX - xx)$ ubi per X functio quæ-psius x seu ipsius RM, & A functio parametri varia-tur: Quoniam enim $tdx : x\surd(aaxx - tt) = dx$:

$- xx$) patet utique scribi posse A pro aa & X pro

ideo curvas designatas per hanc æquationem $dy = dx$:

t) non esse alias quam curvas celerrimi descensus, in

 qui-

Tom. VII. Supplem. Sect. VIII. quibus velocitas acquisita HC vel t est $\frac{xx}{\sqrt{X}}$ & arbitraria variabilis a est $\sqrt{A}$.

§. 70. Quod superest Curiosorum in gratiam propono sequens problema haud inelegans cujus solutionem a Patre meo feliciter erutam alio tempore aperiam, exspectaturus interim, ac visurus, num quis ex Geometris vadum tentare & si quam invenerit enodationem, eam nobiscum communicare aut saltem se invenisse publice indicare voluerit.

PROBLEMA.

Fig. 8. *Intra duos axes parallelos* MN *&* FG *positione datos, invenire & construere curvam* ABC, *eandemque* DBE *sed inverso situ positam; ita ut alterutra vel utraque mota secundum axem suum motu sibi semper parallelo, curvæ* ABC *&* DBE *secent constanter se mutuo ad angulos rectos. Hoc est; ut secandæ & secantes sint curvæ eædem*. Significamus in antecessum infinita genera curvarum tam algebraicarum quam transcendentium satisfacere huic problemati, & quidem dari duas quasdam Geometris non ignotas, adeoque vel inventu vel divinatu faciles, sed petimus alias ex utraque curvarum classe, algebraicas tamen præ ceteris desideramus.

Pag. 353. Rogamus insuper Geometras ut exhibeant talem aliam curvam ABC quæ se ipsam in situ inverso DBE positam & modo antedicto ultro citroque motam constanter secet in angulo non quidem recto sed in alio quolibet dato, hoc est, ut angulus intersectionis EBC sit cuivis dato æqualis. Quod si curva algebraica non detur generali huic conditioni satisfaciens acquiescemus exhibita nobis dumtaxat curva transcendente sed per quadraturas construenda, hoc enim infinitis modis præstari posse ex solutione Paterna suo tempore edenda patebit.

LITERIS ADAMI EBERTI, Tom. VII. Supplem. Sect. IX. Pag. 411.

Histor. in Acad. Francof. Prof. Publ. extr.

ruditione Arabum & Turcarum, & de versione Latina Bibliothecæ Orientalis Herbelotianæ.

erbia Musarum Europæ tanta intumuit jactantia, ut cun-
as gentes, potissimum vero Asiam, extra se Barbaras ra-
Austafa Hagi Kalfab anno 1656. Constantinopoli præter
, maculam sui Orientis diluendi, *Bibliotheca* prodiit amplis-
, etiam aversa Parnassi tenere Literatos testandi, nec mon-
illum esse tricipitem, sed trino multiplicique culmine astris
nere, quibus Numen, Monarcha summæ residet eruditio-
nservit HERBELOTUS, natione Gallus, patria lingua
1697 Operi huic Europæ communicando: constatque eo-
Theologiam, Jurisprudentiam, Medicinam & Philoso-
non parciori illic supellectile instructas esse, ac in Euro-
HEOLOGIAM Bibliotheca hæc Orientalis infinitis evolvit Pag. 412.
entariis (quos *Taffir* vocant) in Alcoranum (quem *Ke-*
:. Librum per excellentiam dicunt) quorum præstantiores
buri, *Thalebi*, *Beidhaovi*, *Samakschari* & *Hussein Vaez*;
rentibus Commentariis in *Arabain* sive traditiones Maho-
s, infinitisque tractatibus tam generalibus, quam qui spe-
nateriis sibi vindicarunt. Vitas Sanctorum *Jafei* speciali
emoravit. Universa laudibus in Alcoranum exuberant;
mail scripserit de *bonis & pravis Qualitatibus Prophetæ*
tis, & ipse fateatur in Alcorano, cap. *Araf*, se stupidum
que legendi scribendique rudem, testeque *Sojuthi*, dubi-
atur ipse de propria post vitam salute. Ajasch Doctor
lcoranum dicitur perlegisse, quamvis idem omni sano
subtili sensu. Zobeida Regina centum fertur aluisse vir-
aula, quæ omnes Alcoranum memoria tenebant: atque
put ex eo recitare compulsæ, pares strepitu suo examini
lebantur. Nazem Almulk prædicatur Alcoranum 12 an-
memoria tenuisse. Datur inter ipsos Liber de *Septem*
oranum legendi. Solium numen sibi prædicant condidisse
orbis, sede Mahometi juxta se reservata, jactantque
n æthera animali plane inusitato evectum, liberque de

eo,

Tom. VII. Supplem. Sect. IX. eo, *quod ibi viderit*. Delubri Meckæ causa, quo Mahomet sepultum fabulæ referunt, jam elegisse Adamum sancta hæc fundamenta: Abrahamo superficiem postea sacra æde venerato, præfixis ei cornubus hirci, quo Isacum pensavit, etsi Mahomet ulteriorem abolendi Idololatriam eadem sustulerit. Summa sano huic, postquam Pseudo-Prophetæ inclaruit funere, reverentia; adeo ut foribus jam obsoletis Moitasi Khalifa cognomine Leemrillah ad cistam sepulchri sui dignatus novis argento aurato substitutis. Et Saifaldulat ex pulvere, quo obsitus inter præliandum contra osores Mahometani dogmatis laterem coqui jusserit, quem in sepulchro suæ supponi jussit cervici. Ceterum decies diluvio fuit eversum, imprimis anno 1629, ut ex integro restaurandum. Dissident vero Musulmanni variis inter se sectis; Hanefitarum nempe, Malekiorum, Schafejorumque & Hanbalitarum; ut

Pag. 413. acrior hic contentio, quam inter Pontificios, Lutheranos, Reformatosque & Socinianos, ut inter Thomistas atque Scotistas. Fervent apud eos contra Motazales controversiæ: *An DEUS agat per Essentiam an* per Scientiam? An dentur attributa DEI ab ejus essentia separata? *An Alcoranus sit res* creata, *an Cælestis?* aliaque infinita. Tantus vero in Asia Philosophorum honor, ut Hanbale defuncto 880 millia virorum confluxerint ad exequias, 60 millia vero fœminarum. Theologiæ Scholasticæ (quam Elm Alkelam vocant ejusque Doctores Motekellem) sive Metaphysicæ immensa in Oriente contemplatio, dissensionum talium gratia: elevandique animi ad æthereas devotiones, Molinismi instar seria doctrina; præparanda insuper anima ad cœlestem migrationem, resurrectionem & vitam æternam, faciem divinam (qua & Muselmani unice gaudent) & infinita æthera intuendi. Arabes omnium subtilissimi Theologicis sententiis, inter quas mundum hunc esse seminarium futuri; dixitque Alius Gener Mahometis *vitam* hanc *esse somnium*, *cujus expergefactio* altera. Reficimus, inquit ADHEM, natione Bactrianus, centonem mundi per segmenta Religionis, cujus tunicam ejus gratia laceramus & per id efficimus, *ut religione plane excidamus*. Giasfar Sadik effatus, Vos, *qui pretio Paradisi estis emti*, *cavete vos vendere viliori*. Lamai versibus Turcicis sic de præparatione ad vitam æternam loquitur: *Fac ut rationes tuæ sint perfectæ ante mortem. Subi hic interrogatoria*, quo promta *ibi responsio*. *Ordinare* jam hic tuum debes processum, temetque castigare, quo *aliquando* nec *processum* nec *pœnam* tenearis vereri. De extremo judicio & octo Paradisis totque precum sacrarum & Zebur (sive Psalmorum Davidis) easque præparandi, porro hic libri, (quamvis interdum

cor-

ri, 3 prædicationumque (quas Kothbah vocant) in dela- Tom. VII. Supplem. Sect. IX.
...ortis, etiam Samarcanda Bactrianorum urbe audiendum.
...que notitia sive fabula Librorum & Linguæ Adami, Enochi
...n Edrissi vocant) nec Noæ, Abrahami, cujus mater Ja-
...rhibetur & Zoroastris, cujus opus, Zend & Pazend (i. e.
...vitæ vocatum, Geneseos Historiæ, præter licitos Parentum
...perorum arbores, valde consentaneum. Infinita postremo
Scripturæ inservientia illustrandæ; qualia *Prophetarum Hi-* Pag. 414.
Patriarcharumque per Vahab filium Mombæ, Liberque de
...tulis *Prophetarum*, quem Thalebi continuavit, nec non *Hi-*
...Apostolorum per Schimeon Alsafa. Vitaque Nimrodis (quem
...e dicunt, serpentes innatos utroque humero carne huma-
...scere solitum, ne proprium invaderent) Mosis ejusque ma-
...issimæ (quæ Maga fuisse dicitur Librumque *MEGMOU* ob
...ordidisse, quem Bibliotheca Regis asservat Galliarum) Noæ,
...amis, Hiobis, Josephique Prophetarum & Evangelistarum,
...itibusque Sodomæ & Comorræ concernentia. JESU CHRI-
... admiranda tum Alcorano quam ejus interpretibus reve-
...e (ita ut noctem Incarnationis *lucidam* vocent, eamque
...nis colant festis, majorque ejus hic ac inter Christianos
...entia, dicuntque urbem Baharum Ægypto condidisse) Ma-
...e Deiparæ, Mirjam vocari solitæ, Annæ, Jojahimi,
...am miracula fatentur augentque, nec non ascensionem ad
..., spondentque ejus victoriam de Anti-Christo. *Ruallah*
...s vocatur, sive Spiritus DEI; Redemtionis tamen Maje-
...illi denegata & Divinitatis, etsi non desint inter Musul-
..., qui *Corporalitatis* Numen non incapax esse asserunt.
...it quoque hic Manichæorum mentio; Manetisque Evan-
Ertenck dictum. Ex HERBELOTO novimus, Latro-
...obam tempore Passionis Christi *Lei Sali Emin* fuisse voca-
...n Oriente præterea Liber de *Calliditatibus* Angelorum,
...*erno Dominique*. Ali Gener Mahometis non modo scri-
...tum apophtegmata, sed & plures Libros. Novit porro
...lium eruditio & *JURISPRUDENTIAM*, civilem non
...sed & *Canonicum*, nempe ex Alcorano utraque colle-
...ne tot *Fetua* sive Decisiones Muftium, Cancellariorum
..., Persiæ imo & *Tartarorum*, nec non *Akham* sive res
... continentes, ut ipsas Italorum & Hispaniæ Decisiones
...ostantes numero antecedant: quarum illustre compen-
...ctur *Alsemavi*. Codex Legum Musulmannarum *Menar*
... Doctore juris inter eos Fakih appellato. Præter spe-
...materiarum Tractatus, quales de successione hereditaria-
...egatis ad pias causas, de Donationibus inter vivos
mor-

Tom.VII. Supplem. Sect. IX. Pag. 415. mortuosque, de Contractibus, de Officio judicis, de Testibus &c. Disceptatio quoque inter eos de *Legibus obstantibus*, discussique a Galat Al Thoafa *Errores Pragmaticorum*. Hic etiam *Vitriarius* JCtus, cognomine Ibrahim Alzagiagi celebris. Samarcandi toto clarum opus Oriente Khezanat alfedhu dictum, edidit, quod *Thesaurum jurisprudentiæ* significat. Ebn Athir cognomen *Juris Consulti* tulit *fundamentalis*. Marghinani Transopania sive in Bactris natus scripsit *Institutiones* Juris *Civilis* & *Canonici* inter Musulmanos. Ut Europæ diu illuxit Pancirolli & Melchioris Adami Liber de Vitis JCtorum, sic & Asia variis ejusmodi operibus ei respondet pari suorum historia. His addenda *Ustah* Lex *Zoroastris*; Corpus Juris Mogolorum THOIRAT *Genghis Khaniat* dictum, JASSAque, quæ utraque domitor Asiæ Tamagun Genghizkhan jussit vulgari: mole sua Justinianeo comparanda. Datur porro liber de *formulis* sententiarum *judicum*, multique de *Regulis juris* & *Verborum significationibus* in Asia libri. Saladinus in urbe Caire sive Memphis (quem Momf indigenis dicebatur) Collegium extruxit juris. *MEDICINA* & *PHYSICA* apud Orientales jam pridem ingenti ambitu libris suis gavisa, ut non modo opera Dioscoridis, Galeni, Hippocratis, Pliniique (quos Galinius, Bocrat & Belinas vocant) versionibus Honain filius Isaaci subjecerit Arabicis, sed & Indorum ingentia apud ipsos volumina. Cum vero non minus proprio polleant Marte, Medicaminibus *Simplicium* & *Compositorum* inclaruerunt, *Botanica*que eruditione, etsi turpes ope, per Magiam & infernalia remedia ægris concilianda. Ingensque sollicitudo perscrutandi speciales materias, qualis Anatomia in genere & in specie *anatomia oculi*. Demiri *historiam* composuit *animalium*, instar *Aldrevandi* cum figuris. Datur quoque hic historia de *admirandis* Naturæ & *Artis*. Cum ad Philosophiam progredimur, nulla gens Asiam anteitura; *HISTORIARUM*que illic tantus prospectus, ut tempora ante ADAMUM non vereantur scrutari, multis millibus annorum conspicua, Imperioque Feorum, Divorum Piriorumque & Geniorum admiranda, gestisque Regum istius temporis: inter quos Salomon quidam ter mille annorum regno jactatur

Pag. 416. nobilitatus, occurruntque multa alia *Præ-Adamitas* inveteratis fabulis innuentia. Nam & Mogolum fert persuasio, *mundum longe supra octuaginta octo milliones annorum durasse*: & celebrata apud Orientales *Simoranca* volucris, quæ mundi septies meminit creati, recordataque linguarum, quæ tum usitatæ. In Oriente etiam dicitur accidisse diu post Christum natum, ut lachrymantibus acriter in spelunca Spiritibus, vox tandem resultaverit:

t: *Magnum Panem obiisse*. Effusa post Historia ad Adamum, Tom. VII.
ate meminit; nec non Patriarcharum, ampliori relatione, Supplem.
æ Genesi nota, Diluviique & Arcæ, sive Navis, sideribus Sect. IX.
vicinæ, pluriumque incolarum Diversorii istius, ac qui Sa-
riptura memorantur. Mons, quo navis illa consedit, suc-
entibus tandem orbi Terrarum aquis, Parmah Daghi i. e.
Digiti hodie vocatur. Ingens quoque Tractatus de reli-
arcæ memoratæ. Projectus deinde HERBELOT in Hi-
m Judæorum, MUSSÆ sive *Moysis* vitam incognitis Sa-
criptura circumstantiis dilucidavit, exitumque Israelitarum
to; etsi non 40 annis illos in deserto Arabiæ referat pe-
iatos, sed *totidem solummodo diebus*, vitulumque aureum
sse instar bovis. Memorabile vero *alloquium Gabrielis* An-
n littore maris rubri ad Pharaonem, *Valid*, jam submer-
um: Philistæorumque prolixa mentio, inter quos *OK* Rex
ii, cujus vitam *Sojuthi* speciali opere Arabico reliquit,
millium annorum regno profertur staturaque novem cu-
um. Singularis quoque hic Historia Davidis, Salomonis
n Goliathisque. Post Assyriæ Regum, narratio stupenda:
ie discuntur hoc opere HERBELOTI de Semiramide,
Homai SEMRIS Maleki i. e. *Manucodiata* Semiramis *Re-*
unde Assyriis forte post obitum dicta fertur Columba,)
: vocant, nec non de *Loborasbe* & Nebucadnezare (quem
altem ajunt extitisse Vicarium, non vero ipsum Regem,
astatorem) de Kithasbe, Bakthiare, Baharamo, Rosta-
k Affendiare, facinoribus suis Herculi fere comparandis,
i Imperio asseritur, eundem matre natum Judæa, quæ
d Saulem referebat, & a conjuge Judæa exoratum, ut
in patriam migrare indulserit; nec sequentium obli-
um ad Alexandrum M. Philippi filium (duplicem quip- Pag. 417.
bent) devolvitur, quem *Libris Orientalium* ait *esse me-*
rem ac *Europæ*, circumstantiis plane inauditis. Inter
itur ex illis, Alexandrum *fratrem consanguineum* Darii
ani extitisse. Darabem nempe Persiæ Principem duxis-
Philippi Macedoniæ Regis, eaque ob fœtorem oris re-
ipsam inter penates paternos Alexandrum esse eni-
post tanquam editus ab Olympiade educatus. Hunc,
ostea vero suo genere, Darium Codomannum veluti
enitum ex altera Darabis uxore oppugnasse, Macedo-
ue huc usque Persis tributaria, (mille ovis aureis
ovis anno pendendis) cumque tributa ab Alexandro
entur, tunc ea negasse, causando, *aves jam avolasse*,
e talia sueverint. Jeremiæ Prophetæ etiam eundem fu-

VI. Z nus,

Tom.VII. Supplem. Sect. IX. nus, excitata a se urbe in Ægypto, ingenti sumtu duxisse. Jam de speculo Magico, quod fatum recondebat Ægypti Imperiique excidium: Pharo effulgens, navesque adventantes jam procul indicabat; infinitaque alia. Prædicta res excipiunt Romanæ tam Oriente quam Occidente, testaturque HERBELOT, Legatum ad Persiæ Regem Cosroem a Cæsare Bizantino, cui filiam *Serinem* i. e. Irenem collocaverat, tota Asia pulcherrimam, missum füisse; exceptumque Regia, quadraginta millibus alta columnis: intus arte motus siderum veluti inter convexa mundi æmulante. Relatum quoque de *arbore aurea* Moktader Billa Khalifæ, avibus aureis (vigorem volandi constricto intus ferro vel Magia ministrante) cantando circumvolantibus, ut non fabula, Alexandrum M. domito Poro similem India invenisse hortum volucresque; atque Imperatorem Americæ Peruvianæ Atabalibam, teste Ynca *Garcilasso de la Vega*, pari gavisum. Sequuntur *vagis articulis*, sicuti & præcedentia, res Mahometanæ; vitaque Mahometis addito Aischæ Conjugis fato Aliique generi ceterorumque detestandæ illuviei Primorum. Vasta post Khalifarum Ommiadum primo, post Abbassiduum Historia, illis vero per Viziros potentia fraudatis, Sultanorum gesta Libris reconduntur Arabico idiomate & Persico constantibus. Turcica lingua, præter regna Ottomana, librorum parce sollicita. Ne vero mire-Pag. 418. mur dari, opus Orientalis Historiæ trecentis constans Voluminibus, *Sehab Nameh* dictum, cum solius *Hispaniæ* gratia, qua Khalifis Ommiadum Alidumque per multa secula sedes, aliud restat, octuaginta Volumina complexum. Georgii *ELMACINI* & *EUTICHII* (quem Ebu Batrik Orientales vocant) Christianorum allegatio ob dicta hactenus apud HERBELOTUM creberrima; sed major ipsi usus Musulmanorum, *LEBTARIKI* nimirum, & *NEGUIARISTANII*, nec non *BENSCHUNÆ*, potissimum vero *MIRKONDI* & *KHONDEMIRIS*, quorum posteriores, pater & filius, desideria Europæorum mire hactenus lacessiverunt, & ab Imperatore Romano Galliarumque Rege & Magno Hetruriæ Duce multis millibus aureorum acquisiti. *KHOMDEMIR* extitit Alischivii Principis Khorassaniæ Bibliothecarius in magna urbe Herat, qua & Scriptor ille natus. Opus paternum is Epitome constrinxit, sed admirationi hactenus & desiderio omnium dicata: duodecim complectitur partes idiomate Persico, quarum prima Historiam *Eblis* tradit, qui Dæmon & autor lapsus Adami in Paradiso. Sequitur Historia Prophetarum, qui a Numine ad homines amandati, sapientumque & doctorum virorum, quartus vero Liber Regum Persiæ multiplici Dynastia studiosus, aliorumque Principum plagæ Eoæ.

Quin-

tus & sextus ortui Mahomedis impensi, bellisque quibus Tom. VII.
lor ille detestandum dogma non veritus propugnare, nec Supplem.
duodecim Imamum, qui postea novæ Religioni profuerunt. Sect. IX.
ntur liber 7, 8, 9, Vitas Khalifarum Ommiæ domus & Ab-
(sive Ommiadum & Abbassidum) tradentes, cum decimus
decimus Japheti posteris Filii Noæ, vacat evolvendis,
on Asiæ Domitoribus GENGHIZKHANO, & TIMUR-
K sive Tamerlano: qui cognomina a felicibus *conjunctioni-*
rtiti, nempe quod (sicuti de Diluvio, nativitateque Abra-
, Zoroastris, JESU CHRISTI, Mosisque & Alexandri M.
um) summa conjunctione Planetarum in uno Zodiaci signo
rrentium nascerentur. Liber duodecimus fata memorat
i urbis, qua Genghizkhan sub filio Tulikhani millionem
centa millia civium paucis diebus trucidavit: Nischabure
em Regionis civitate millionem & 747 millia strage sua
te, excidio autem Khovarezmiæ urbis (circa ostium flumi- Pag. 419.
xi olim, nunc Gihonis & Amu aliaque nomina gerentis)
onge atrociori & duos milliones atque 400 millia nume-
Regum Barbarorum Reginarumque hæc historia Lectori
videtur plane dedignanda; sed innumerabilium virtutis
isque ingenii exemplorum eadem ferax, quæ mira jucun-
Lectori blanditura. Plusquam centum Volumina Musul-
genealogiarum gratia. *MATHESIS* summa existimatione
igine apud Orientales jam pridem floruit: Archimedis ob
ore ingenti, pluribusque ejus hic libris jactari solitis, ac
noti; Euclidisque, in quem inter eos Commentarii &
Arabica, pluraque apud eos ac apud nos ejusdem volumi-
c de Lineis & *Quadratura Circuli*, de horologiis Solari-
que tantæ disciplinæ partibus. Scherif *Al Edrissi* & *Alber-*
liique terrarum situs operibus Geographicis emensi, A-
nodo sive *Iranis* & *Turanis*, sed & *Mesr* sive Ægypti se-
e *Magreb* i. e. Africæ Hispaniæque prospectus. Magna
orum & *Karakatay* notitia, utriusque Nili nempe me-
um mare subeuntis & in Æthiopiam retorti, adeo ut
ve Niger cognominetur, Marisque *Oman* sive Oceani,
n inter & Indiæ (quam hic *Hind* vocant) oram vagan-
on Insularum, quibus illud distinguitur, quales *Socoto-*
ndib sive Zeylon, Paradiso Adami nobilis; uti de ea-
us, ligno Calambæ & Cynamomo atque Carbunculo,
bes *Sareb gerag* i. e. facem nocturnam nuncupant, &
eidem insitis, prolixa relatio. Porphyrii hic sat nota
nmentariique, nec non Aristotelis (qui Orientalibus
vocatur) Platonisque (quem *Aflantum* nominant)

Tom. VII. Supplem. Sect. IX. summum in Asia oblectamentum, eosque Schehabeddim ex Syriaco in Arabicum idioma perduxit, adeo ut plures *prioris* Libros glorientur tenere ac Diogenes Laertius posteritati annumeravit: inter quos Aristotelis liber de *Prudentia* Præfecti *militaris* post *Victoriam & Cladem.* Datur quoque in Oriente Liber *Obud allumariab*, præcepta continens Politica, ex Græcis Veteribus, Aristotele Platoneque & aliis collecta. Empedoclis ingens ibi notitia, Siciliæ & Græcorum Philosophi: variis ejus libris ob id

Pag. 420. allatis. Commentarii hic in aurea Carmina *Fichtagoræ* i.e. Pythagoræ. *ELOQUENTIA* ibidem mira gaudet professione. Hinc tot Grammaticæ Dictionariaque (inter quorum autores *Lams* præcipuus, 60 Volumina complexus) Arabici idiomatis causa. Hic quoque Liber de *Sublimitate Styli*. Mirabile, lingua Arabica etiam Germanica recondi verba: sicuti *Hamel*, unde Neuruzi Hamal i.e. ascensio Solis in Arietem, sic quoque *Harir*, quod Arabibus sericum significat, & Germanorum *Haar* sive Crinis. Linguæ etiam Anglicanæ eadem contingere vocabula Latinæque. *Furn* enim Arabibus idem ac Latinis, *Furnus*. *Nasnas* ac pusio sive Nanus. *Dendam*, Dens; unde *Fil Dendan*, i.e. Dens Elephantis. Sic quoque *Der* Persis Janua, sicuti & Germanis Græcisque; & *Ud* Arabibus Lignum, sicuti Anglis Wud, quod hi Wood scribunt. *Pir ve Geven*, Persis *Vir & juvenis*. Moronaid Arabibus Persisque Margarita. Al *Adel*, justus. *Dhib* Arabibus Lupum significat, indeque Germanorum *Dieb*, quod furem denotat. *Kelb* Arabibus Canis: indeque Germanorum *Kalb*, vitulum respicens. *Ghird* Persis Circulus, indeque Latinorum gyrus & Germanorum *Gurtel* sive Cingulum. *Thur* montem notat, unde Latinorum Turris, nomenque urbis Tyri, quod celso situ polleret. Maxime vero ars hic floret *POETICA* Carminibus in Asia innumerabilibus *sexus utriusque*. Kheder Monarca Regionum Transoxaniæ e solio ex quatuor lancibus numos aureos argenteosque distribuit, vincentibus se coram ipso Poetis. Major hic Imperantum in Poetas munificentia ac Hieronis in *Archimellum* ab Athenæo memorata. Contentioque inter Imperantes illic per arma, uter Poeta potiretur admirando. Fabularum, quas Romanas vocamus, infinita hic multitudo, eminente inter has libro *Homajun*, sive *Kalila ve damna*, toto Oriente delectabili: eumque versio ex India accivit in varia idiomata, atque bestiarum colloquia, ad instar Æsopi complexus. Orientales libris suis ut maxime studiosi artis thesauros inveniendi; Chimiæ, Simiæ, Geomantiæ (quam inventam ab Enocho, quem Edris salutant, vel a Daniele, *Raml* vocant). Magiæque & incantationum superos inferosque evocandi. Ars Somnia interpre-

di illis tanti, ut non modo 7000 ejusdem numerent Au- Tom. VII.
, sed & *Danielis* Volumen hac de re apud se residuum Supplem.
itur, *Offul al Tabir* nominatum. Ars quoque occultas Sect. IX.
im notas intelligendi sive *Steganographia* Libris Orientali- Pag. 421.
notuit, nec non ænigmatum scientia. De Venatione
generis aliisque materiis infinita Orientalibus opera.
libros *recitare* coram concione, antequam edendi, etiam
i usitatum, sicuti antiquitus Græcos inter Latinosque.
end liber omnem Brachmanum (qui a *Brahma* autore
:i, tertiam afferunt Divinitatem a DEO ante orbem con-
creatam) complexus Theologiam Philosophiamque India
ir, quatuor partibus, quas singulas *Bed* vocant, cohæ-
nec non *Avicennæ* opera, inter quæ de *Bestiarum sermo-*
liusque de *muta astrorum oratione*, *Averroisque*. Sortibus
are futura nulla gens Musulmanis comparanda. Astrolo-
inta audacia, ut *septem cœlorum peculiaria* astra experian-
naterque parturiens pedibus suspendi maluerit, donec in-
sideris momentum partui transiret. Accidit in Asia quo-
t Vates admonitus, diem fatalem prædictumque *venisse*,
lerit interituro, *venisse sed nondum præteriisse*, occisum-
: Julius Cæsar pridem ante expertus. Motus astrorum lu-
inserviunt infinitæ tabulæ, quas *Zig* vocant: Nassired-
mpe, jussu Holagu Imperatoris Mogolorum, nec non
egis, Tamerlani nepotis & Salgedini auspicio composi-
servatoria (quæ *Rassad* vocant) proinde Samarcanda Ba-
ue & Maraga aliisque urbibus conspicua, ingenti sum-
ita. Daturque & in Asia Liber de Cometis. Academias
ores (maxime urbibus *Balke*, *Khusa*, *Herat* & *Bassora*)
frequentat. Totque hic Libri, quos *Amalia* vocant;
ctiones Doctorum coram Auditoribus habitas consignan-
Malek Al Nasser, licet Rex, easdem invisit, librum sub
estando. Quot Viziri fundarunt collegia? addito pau-
usa Nosocomio. Doctus valde Bajazeth Ilderun Im-
Turcarum, eique liber dedicatus. Tot postremo *Lathif*
eriorum & Apophtegmatum Libri. Ismael Vizir 400
ibliothecam peregrinando secum trahebat, Omar ta-
ifa Bibliothecam Alexandriæ, post tempora Julii Cæ-
restauratam, flammis iterum demandavit, ut quævis Pag. 422.
c urbe Balnea per sex menses papyro hac calefierent.
rorum Asia quoque curiosa, quales *speculum intelli-*
ientia omnium temporum, *Apertura seræ*, prata au-
gemmarum, frenum animæ, *Salinum Libri acuti*, Te-
Aristotelis & Hippocratis, *Historia Talionis*, Horti

pen-

Tom. VII. Supplem. Sect. IX. summum in Asia oblectamentum, eosque Schehabeddim ex Syriaco in Arabicum idioma perduxit, adeo ut plures *prioris* Libros glorientur tenere ac Diogenes Laertius posteritati annumeravit: inter quos Aristotelis liber de *Prudentia* Præfecti *militaris* post *Victoriam & Cladem*. Datur quoque in Oriente Liber *Obud allumariab*, præcepta continens Politica, ex Græcis Veteribus, Aristotele Platoneque & aliis collecta. Empedoclis ingens ibi notitia, Siciliæ & Græcorum Philosophi: variis ejus libris ob id

Pag. 420. allatis. Commentarii hic in aurea Carmina *Fichtagoræ* i.e. Pythagoræ. *ELOQUENTIA* ibidem mira gaudet professione. Hinc tot Grammaticæ Dictionariaque (inter quorum autores *Lame* præcipuus, 60 Volumina complexus) Arabici idiomatis causa. Hic quoque Liber de *Sublimitate Styli*. Mirabile, lingua Arabica etiam Germanica recondi verba: sicuti *Hamel*, unde Neuruzi Hamal i. e. ascensio Solis in Arietem, sic quoque *Harir*, quod Arabibus sericum significat, & Germanorum *Haar* sive Crinis. Linguæ etiam Anglicanæ eadem contingere vocabula Latinæque. *Furn* enim Arabibus idem ac Latinis, *Furnus*. *Nasnas* ac pusio sive Nanus. *Dendam*, Dens; unde *Fil Dendan*, i. e. Dens Elephantis. Sic quoque *Der* Persis Janua, sicuti & Germanis Græcisque; & *Ud* Arabibus Lignum, sicuti Anglis Wud, quod hi Wood scribunt. *Pir ve Geven*, Persis *Vir* & *juvenis*. Moronaid Arabibus Persisque Margarita. Al *Adel*, justus. *Dhib* Arabibus Lupum significat, indeque Germanorum *Dieb*, quod furem denotat. *Kelb* Arabibus Canis: indeque Germanorum *Kalb*, vitulum respicens. *Ghird* Persis Circulus, indeque Latinorum gyrus & Germanorum *Gurtel* sive Cingulum. *Thur* montem notat, unde Latinorum Turris, nomenque urbis Tyri, quod celso situ polleret. Maxime vero ars hic floret *POETICA* Carminibus in Asia innumerabilibus *sexus utriusque*. Kheder Monarca Regionum Transoxaniæ e solio ex quatuor lancibus numos aureos argenteosque distribuit, vincentibus se coram ipso Poetis. Major hic Imperantum in Poetas munificentia ac Hieronis in *Archimellum* ab Athenæo memorata. Contentioque inter Imperantes illic per arma, uter Poeta potiretur admirando. Fabularum, quas Romanas vocamus, infinita hic multitudo, eminente inter has libro *Homajun*, sive *Kalila ve damna*, toto Oriente delectabili: eumque versio ex India accivit in varia idiomata, atque bestiarum colloquia, ad instar Æsopi complexus. Orientales libris suis ut maxime studiosi artis thesauros inveniendi; Chimiæ, Simiæ, Geomantiæ (quam inventam ab Enocho, quem Edris salutant, vel a Daniele, *Raml* vocant) Magiæque & incantationum superos inferosque evocandi. Ars Somnia inter-

pre-

di illis tanti, ut non modo 7000 ejusdem numerent Au- Tom. VII. Supplem. Sect. IX. Pag. 421.
, sed & *Danielis* Volumen hac de re apud se residuum
itur, *Ossul al Tabir* nominatum. Ars quoque occultas
im notas intelligendi sive *Steganographia* Libris Orientali-
notuit, nec non ænigmatum scientia. De Venatione
generis aliisque materiis infinita Orientalibus opera.
libros *recitare* coram concione, antequam edendi, etiam
usitatum, sicuti antiquitus Græcos inter Latinosque.
end liber omnem Brachmanum (qui a *Brahma* autore
i, tertiam asserunt Divinitatem a DEO ante orbem con-
creatam) complexus Theologiam Philosophiamque India
ir, quatuor partibus, quas singulas *Bed* vocant, cohæ-
nec non *Avicennæ* opera, inter quæ de *Bestiarum sermo*-
iusque de *muta astrorum oratione*, *Averroisque*. Sortibus
are futura nulla gens Musulmanis comparanda. Astrolo-
inta audacia, ut *septem cœlorum peculiaria* astra experian-
materque parturiens pedibus suspendi maluerit, donec in-
sideris momentum partui transiret. Accidit in Asia quo-
Vates admonitus, diem fatalem prædictumque *venisse*,
erit interituro, *venisse sed nondum præteriisse*, occisum
Julius Cæsar pridem ante expertus. Motus astrorum lu-
inserviunt infinitæ tabulæ, quas *Zig* vocant: Nassired-
mpe, jussu Holagu Imperatoris Mogolorum, nec non
gis, Tamerlani nepotis & Salgedini auspicio composi-
servatoria (quæ *Rassad* vocant) proinde Samarcanda Ba-
ue & Maraga aliisque urbibus conspicua, ingenti sum-
ta. Daturque & in Asia Liber de Cometis. Academias
ores (maxime urbibus *Balke*, *Khufa*, *Herat* & *Bassora*)
frequentat. Totque hic Libri, quos *Amalia* vocant;
ctiones Doctorum coram Auditoribus habitæ consignan-
Malek Al Nasser, licet Rex, easdem invisit, librum sub
estando. Quot Viziri fundarunt collegia? addito pau-
usa Nosocomio. Doctus valde Bajazeth Ilderun Im-
Turcarum, eique liber dedicatus. Tot postremo *Latbif*
eriorum & Apophtegmatum Libri. Ismael Vizir 400
ibliothecam peregrinando secum trahebat, Omar ta-
ifa Bibliothecam Alexandriæ, post tempora Julii Cæ-
restauratam, flammis iterum demandavit, ut quævis Pag. 422.
urbe Balnea per sex menses papyro hac calefierent.
rorum Asia quoque curiosa, quales *speculum intelli-*
ientia omnium temporum, *Apertura seræ*, prata au-
gemmarum, frenum animæ, *Salinum Libri acuti*, Te-
Aristotelis & Hippocratis, *Historia Talionis*, Horti

pen-

pensiles, *Pendentia Auribus ornamenta*, Zingiber pungens, *Sal seculi*, de Passionibus Animæ, *Historia Prudentum*, qui evaserunt stulti, *de excellentia noctis supra diem*, de plagio Literario, *duo portus*, i.e. ars terrena & cœlestis fortunæ, ars aquam inveniendi, *de conjunctione duorum Marium*, Liberatio eorum, qui pereunt, de arte Secretarii status & communis, *Liber de causa paupertatis & opulentiæ*, Disputatio inter Narcissum & Rosam, *Clavis spei*, Sanitas cordium, *de diversitate libri ex una in alteram linguam conversi*, Antidotum Amoris, *Cisterna vitæ* &c. Hoc igitur ungue Leonis vastitatem Orientalis sumus emensi. Dignaque Asia, ut desuescat Europa contemptui, quo illam hactenus despicere non verita. Opus HERBELOTI notus alias Interpres Francofurto ad Oderam Bibliothecæ Serenissimi atque Potentissimi Regis Borussiæ infima nuper attulit reverentia, stupore & fama omnium temporum excellentissimique monumento laboris: dignumque id maxime typis, licentia tamen non ab Interprete, sed a Rege suo impetranda. Idem paulo ante memorabilis versione operum LAURENTII GRATIANI, hinc usque ad sidera noti, quæ eluctatus per medium profundum, abjecta Italorum versione, ingenua integritate ante triennium Latinitate sivit frui; gaudio suæ aulæ omniumque Gentium, si liceret, & seculorum; non pudibunda versione hac lacunis, quibus Gallica sic inanis; ut vix dimidio Criticorum eadem opere lætandum. Imminet gaudiis terrarum, quibus sublimiores literæ coluntur, versio *COMINEI* ex Hispanico (quo plenior) in Latinum idioma transituri, cum *Joh. Vitriarii* scholiis: ob quem, quia nondum possidetur, subsidia Librariorum aut Bibliothecarum, quibus forte abjectus laboratque situ, sollicitat, lauto pretio mercandum; Operibus *Antonii Perezii & Zavaletæ* magna morte inveterataque diligentia expectandis.



PRIN-

Tom. VII. Supplem. Sect. XI. Pag. 500.

INCIPIA PHILOSOPHIÆ,

AUTORE G. G. LEIBNITIO.

[M]Onas, de qua dicemus, non est nisi substantia simplex, quæ in composita ingreditur. *Simplex* dicitur, quæ par-aret. 2 Necesse autem est dari substantias simplices, quia composita: neque enim compositum est nisi aggregatum ium. 3 Ubi non dantur partes, ibi nec extensio, nec fi-nec divisibilitas locum habet. Atque monades istæ sunt tomi naturæ, & ut verbo dicam, Elementa rerum. 4 Ne-iam in iis metuenda est dissolutio, nec ullus concipi potest ;, quo substantia simplex naturaliter interire potest. 5 Ex *ratione* non datur modus, quo substantia simplex natura-*riri potest*, quoniam non aliter nisi per compositionem i *posset*. 6 Immo asserere quoque licet, monades nec ori-interire posse nisi in instanti, hoc est, non incipere po-i per creationem, nec finire nisi per annihilationem, cum ario composita incipiant ac finiantur per partes. 7 Nullo nodo explicari potest, quomodo monas alterari aut in suo i mutari queat per creaturam quandam aliam, quoniam ihil transponere, neque ullum motum internum concipe-, qui excitari, dirigi, augmentari aut diminui possit, nodum in compositis contingit, ubi mutatio inter partes abet. Destituuntur monades fenestris, per quas aliquid ut egredi valet. Accidentia non egrediuntur ex substan-iadmodum alias species sensibiles Scholasticorum. Atque ue substantia, neque accidens in monadem forinsecus test. 8 Opus tamen est, ut monades habeant aliquas : alias nec entia forent. 9 Immo opus est, ut quæli-differat ab alia quacunque. Neque enim unquam dan-ura duo entia, quorum unum ex asse convenit cum al-ubi impossibile sit quandam reperire differentiam in-t in denominatione intrinseca fundatam. Quod sub-plices qualitatibus non differrent; nulla etiam in re-io observari posset: quoniam, quod in composito re-aliunde quam ex simplicibus ingredientibus resultare si monades qualitatibus destituerentur, nec una ab gui posset, quoniam eædem nec quantitate differunt: r si plenum supponatur, locus quilibet in motu non Pag. 501.

reci-

 reciperet nisi quod æquivaleret ei, cui succederet, & unus rerum status indiscernibilis foret ab altero. 10 Assumo etiam tanquam concessum, quod omne ens creatum sit mutationi obnoxium, & consequenter etiam monas creata; immo etiam quod mutatio sit in unaqualibet continua. 11 Sequitur ex hactenus dictis, mutationes naturales monadum a principio interno proficisci, propterea quod causa externa in ejus interius influere nequit. Et generaliter affirmare licet, *vim* non esse nisi principium mutationum. 12 Opus etiam est, ut præter principium mutationum detur quoddam schema ejus, quod mutatur, quod efficit, ut ita dicam, specificationem ac varietatem substantiarum simplicium. 13 Involvere istud debet multitudinem in unitate aut simplici. Omnis enim mutatio naturalis cum per gradus fiat, aliquid mutatur & aliquid remanet, consequenter in substantia simplici datur quædam pluralitas affectionum & relationum, quamvis partibus careat. 14 Status transiens, qui involvit ac repræsentat multitudinem in unitate seu substantia simplici, non est nisi istud, quod *Perceptionem* appellamus, quam probe distinguere debemus ab apperceptione seu conscientia, quemadmodum in sequentibus patebit. Atque in hoc lapsi sunt Cartesiani, quod pro nihilo reputaverint perceptiones, quarum nobis non sumus conscii. Propter hanc quoque rationem sibi persuaserunt, solos spiritus esse monades, nec dari animas brutorum, nec alias entelechias, & cum vulgo longum stuporem cum morte
Pag. 502. rigorose sic dicta confuderunt: unde porro in præjudicium Scholasticorum de animabus prorsus separatis prolapsi & ingenia perversa in opinione de mortalitate animarum confirmata sunt. 15 Actio principii interni, qua fit mutatio seu transitus ab una perceptione ad alteram, *appetitus* appellari potest. Verum equidem est, quod appetitus non semper prorsus pervenire possit ad omnem perceptionem, ad quam tendit; semper tamen aliquid ejus obtinet atque ad novas perceptiones pervenit. 16 Ipsimet experimur multitudinem in substantia simplici, quandoquidem deprehendimus, minimam cogitationem, cujus nobis conscii sumus, involvere varietatem in objecto. Omnes itaque, qui agnoscunt, animam esse substantiam simplicem, hanc multitudinem in monade admittere debent, atque *Bælius* ea in re difficultates facessere non debebat, quemadmodum fecit in suo Dictionario, articulo *Rorarius*. 17 Negari tamen nequit, perceptionem & quod inde pendet per rationes mechanicas explicari non posse, hoc est, per figuras & motum. Quodsi fingamus, dari machinam quæ per structuram cogitet, sentiat, percipiat; non obstat quin minus iisdem proportionibus retentis sub majore mole constru-

con-

piatur, ita ut in eam aditus nobis concedatur tanquam in dinum. Hoc supposito, intus nil deprehendemus nisi par- mutuo impellentes, nec unquam aliud quidpiam, per perceptio explicari queat. Hoc itaque in substantia sim- non in composita seu machina quærendum. Imo etiam istud in substantia simplici non reperietur aliud, hoc est; perceptiones earumque mutationes in ea nil datur. At- hoc solo consistere debent omnes *actiones internæ* substan- n simplicium. 18 Nomen *Entelechiarum* imponi posset ous substantiis simplicibus seu monadibus creatis. Habent in se certam quandam perfectionem (ἔχουσι τὸ ἐντελές) quædam in iis sufficientia (αὐτάρκεια) vi cujus sunt um suarum internarum fontes quasi automata incorpo- 19 Quodsi *animam* appellare libet, quicquid perceptionem petitum habet in sensu generali, quem modo explicavimus; s substantiæ simplices aut monades creatæ appellari pos- *animæ*. Enimvero cum apperceptio aliquid amplius impor- *iam simplicem* quandam perceptionem, consultius est, ut generale monadum & entelechiarum sufficiat substantiis cibus, qui simplici perceptione gaudent, & animæ appel- tantummodo istæ, quarum perceptio est magis distincta memoria conjuncta. 20 In nobis enim ipsis experimur quendam, in quo nihili recordamur nec ullam perce- n distinctam habemus, veluti cum deliquio animi labora- aut quando somno profundo absque insomnio oppressi su- *n* hoc statu anima quoad sensum non differt a simplici . Sed cum status iste non perduret, aliquid amplius sit est. 21 Atque inde non sequitur, quod tunc substantia careat omni perceptione. Fieri hoc nequit per rationes ictas: neque enim perire, nec sine omni variatione sub- osset, quæ aliud esse nequit quam ipsius perceptio. Enim- ando ingens adest exiguarum perceptionum multitudo, distincti occurrit, mens stupet, quemadmodum in gy- uoties celeriter acti vertigine corripimur, qui atten- vanescere facit, ita ut nihil distinguere valeamus. i statum ad tempus animalibus mors conciliare va- Et quemadmodum omnis præsens substantiæ simplicis uraliter ex statu præcedente consequitur, ita ut præ- ravidus futuro; 23 itaque cum evigilantes ab isto stu- eptionum nostrarum conscii simus, necesse omnino est immediate antea habuerimus, quamvis earum con- erimus. Etenim perceptio naturaliter non oritur nisi ceptione, quemadmodum motus naturaliter non ori-

Tom. VII. Supplem. Sect. XI.

Pag. 503.

Tom.VII. Supplem. Sect. XI. tur nisi ex motu. 24 Apparet inde, nos, quando nihil distincti, & ut ita loquar, sublimis ac gustus altioris in nostris perceptionibus habemus, in perpetuo fore stupore. Atque is monadum nudarum status est. 25 Videmus etiam, naturam dedisse animantibus perceptiones sublimes, dum iis organa concessit, quæ complures radios luminis aut complures undulationes aeris colligunt, ut per unionem fiant magis efficaces. Simile quid in odore, sapore & tactu, forsitan in aliis etiam sensationibus

Pag. 504. bene multis, sed nobis incognitis, occurrit: atque mox explicabo, quomodo, quod in anima accidit, repræsentet illud, quod fit in organis. 26 Memoria speciem *consecutionis* suppeditat animabus, quæ rationem imitatur, sed ab ea distingui debet. Videmus ideo, animantia, dum percipiunt objectum, quod ipsa ferit, & cujus similem perceptionem antea habuere, per repræsentationem memoriæ exspectare, quod eidem in perceptione præcedente jungebatur, & ad sensationes ferri similes iis, quas tum habuerant. E. gr. Quando baculus monstratur canibus, doloris, quem ipsis causatus est, recordantur, clamant & fugiunt. 27 Et imaginatio fortis, quæ ipsos ferit ac movet, vel a magnitudine, vel a multitudine perceptionum præcedentium proficiscitur. Interdum enim idem est impressionis fortis uno ictu factæ effectus, qui diuturni habitus aut multarum perceptionum mediocrium sæpius repetitarum. 28 Homines bestiarum instar agunt, quatenus consecutiones perceptionum, quas habent, non nisi a principio memoriæ pendent, & instar Medicorum empiricorum agunt, qui simplici praxi absque theoria utuntur. Et nos nonnisi empirici sumus in tribus actionum nostrarum quartis e. gr. quando lucem diei crastini exspectamus, empirice agimus, propterea quod constanter ita factum fuit. Soli Astronomi per rationem judicant. 29 Enimvero cognitio veritatum necessariarum & æternarum est id, quod nos ab animantibus simplicibus distinguit & rationis ac scientiarum compotes reddit, dum nos ad cognitionem nostri atque Dei elevat. Atque hoc est istud, quod in nobis *anima rationalis* sive *spiritus* appellatur. 30 Cognitioni veritatum necessariarum & earum abstractionibus acceptum referri debet, quod ad actus reflexos elevati simus, quorum vi istud cogitamus, quod *Ego* appellatur, & hoc vel istud in nobis esse consideramus. Et inde etiam est, quod nosmetipsos cogitantes de ente, de substantia cum simplici, tum composita, de immateriali & ipso Deo cogitemus, dum concipimus, quod in nobis limitatum est, in ipso sine limitibus existere. Atque hi actus reflexi præcipua largiuntur objecta ratiociniorum nostrorum. 31 Ratiocinia nostra duobus magnis principiis superstructa

sunt. Unum est *principium contradictionis*, vi cujus *fal-* Tom. VII.
dicamus, quod contradictionem involvit, & *verum*, Supplem.
falso opponitur vel contradicit. 32 Alterum est *princi-* Sect. XI.
ationis sufficientis, vi cujus consideramus, nullum factum Pag. 505.
i posse verum, aut veram existere aliquam enunciatio-
nisi adsit ratio sufficiens, cur potius ita sit quam aliter,
is rationes istæ sæpissime nobis incognitæ esse queant.
ando veritas necessaria, ratio reperiri potest per analy-
m eam resolvimus in ideas & veritates simpliciores, do-
primitivas perventum fuerit. 34 Hoc pacto apud Ma-
ticos *theoremata* speculationis & *canones* praxeos reducun-
r analysin ad definitiones, axiomata & postulata. 35
ntur tandem *ideæ simplices*, quarum definitiones dare non
Dantur etiam axiomata & postulata, aut verbo *princi-*
imitiva, quæ probari nequeunt, nec probatione indigent,
ista sunt enunciationes identicæ. 36 Enimvero *ratio suf-*
reperiri etiam debet in veritatibus contingentibus vel
hoc est, in serie rerum, quæ reperitur in universo crea-
, ubi resolutio in rationes particulares progredi posset in
m, propter immensam rerum naturalium varietatem &
em corporum in infinitum.. Datur infinitudo figura-
motuum præsentium atque præteritorum, qui ingrediun-
causam efficientem scripturæ meæ præsentis, & infini-
iguarum inclinationum ac dispositionum animæ meæ,
ium atque præteritarum, quæ ingrediuntur in causam
. 37 Et quemadmodum tota hæc series nonnisi alia
ntia anteriora involvit, quorum unumquodque simi-
opus habet, ubi rationem reddere voluerimus, pro-
il juvat: necesse est, rationem sufficientem seu ulti-
ra seriem contingentium reperiri, quantumvis infini-
ur. 38 Propterea quoque ratio ultima rerum in sub-
uadam necessaria contineri debet, in qua series muta-
onnisi eminenter existat, tanquam in fonte suo. At-
ens est, quod *Deum* appellamus. 39 Jam cum sub-
a sit ratio sufficiens omnis istius seriei, quæ etiam
nnexa est; non nisi unus datur Deus, atque hic Deus
o Judicare etiam licet, quod substantia ista suprema, Pag. 506.
ica, universalis & necessaria, cum nihil extra se ha-
d ab ea non dependeat, & simplex rerum possibilium
at, limitum capax esse nequit & omnem realitatem
continere debet. 41 Unde sequitur, Deum esse ab-
ectum, cum perfectio non sit nisi magnitudo reali-
væ præcise sumta, sepositis rerum limitationibus. 42

Tom.VII. Supplem. Sect. XI. Sequitur hinc etiam, creaturas habere perfectiones suas ab influxu Dei; sed imperfectiones a propria natura, essentiæ sine limitibus incapaci. In eo enim a Deo distinguuntur. 43 Verum etiam est, in Deo non modo esse fontem existentiarum, verum etiam essentiarum, quatenus reales sunt, aut ejus, quod in possibilitate reale est. Propterea intellectus Dei est regio veritatum æternarum aut idearum, unde dependent, & sine ipso nihil realitatis foret in possibilitatibus, & nihil non modo existeret, sed nihil etiam possibile foret. 44 Etenim opus est, ut, si quid realitatis in essentiis aut possibilitatibus, aut potius in veritatibus æternis fuerit, hæc realitas fundetur in aliqua re existente & actuali, & consequenter in existentia entis necessarii, in quo essentia includit existentiam, aut in quo sufficit esse possibile ut sit actuale. 45 Ita Deus solus (seu ens necessarium) hoc privilegio gaudet, quod necessario existat, si possibilis est. Et quemadmodum nihil possibilitatem ejus impedit, quod limitum expers, nec ullam negationem, consequenter nec contradictionem involvit; hoc unicum sufficit ad cognoscendum existentiam Dei *a priori*. Nos eam quoque probavimus per realitatem veritatum æternarum. 46 Enimvero eandem jam probabimus *a posteriori*, quia scilicet res contingentes existunt, quæ rationem ultimam seu sufficientem habere nequeunt, nisi in ente necessario, quod rationem existentiæ suæ in se ipso habet. 47 Nihilominus tamen cum nonnullis nobis imaginari debemus, veritates æternas, cum a Deo dependeant, arbitrarias esse & a voluntate ipsius pendere, quemadmodum *Cartesius* & postea *Poiretus* statuit. Id verum non est nisi de veritatibus contingentibus, cum e contrario necessariæ unice dependeant ab intellectu ejus & sint objectum ipsius internum. 48 Ita DEUS solus est unitas primitiva seu substantia simplex originaria, cujus productiones sunt omnes monades creatæ aut derivativæ, & nascuntur, ut ita loquar, per continuas divinitatis fulgurationes per receptivitatem creaturæ limitatas, cui essentiale est esse limitatum. 49 Datur in DEO *potentia*, quæ est fons omnium, deinde cognitio, quæ continet idearum schema, & tandem voluntas, quæ mutationes efficit seu productiones secundum principium melioris. 50 Atque hoc est istud, quod respondet ei, quod in monadibus creatis facit subjectum seu basin facultatis perceptivæ & facultatis appetitivæ. Sed in Deo hæc attributa sunt absolute infinita aut perfecta, & in monadibus creatis aut entelechiis (aut perfectihabiis, quemadmodum Hermolaus Barbarus traduxit hanc vocem) non sunt nisi imitationes, pro mensura perfectionis, quam habent. 51 Creatura dicitur *agere* extra se, quatenus habet

Pag. 507.

erfectionem, & *pati* ab alia, quatenus est imperfecta. Ita Tom. VII. Supplem. Sect. XI.
di actionem tribuimus, quatenus habet perceptiones distin-
& passiones, quatenus confusas habet. 52 Et una creatura
ctior est altera in eo, quod reperiamus in ea, quod inservit
ni reddendæ de eo, quod in altera contingit, & propter-
imus quod in alteram agat. 53 Sed in substantiis simplici-
nfluxus unius monadis in alteram tantum idealis est, qui
um sortiri nequit nisi Deo interveniente, quatenus in ideis
una monas cum ratione postulat, ut Deus ordinans ceteras
incipio rerum, ipsius rationem habeat. Quoniam enim
s una physice influere nequit in interius alterius; aliud non
medium, per quod una ab altera dependere valet. 54 At-
deo actiones & passiones creaturarum mutuæ sunt. Deus
duas substantias simplices inter se comparans in unaquali-
ationes deprehendit, quibus obligatur unam aptare alteri,
onsequenter *id*, quod activum est, quatenus certo respectu
vum secundum alium considerandi modum; activum nempe,
nus id, quod distincte in eo cognoscitur, inservit rationi
ndæ de eo, quod in alia contingit, & passivum, quatenus
de eo, quod in ipsa contingit, reperitur in eo, quod di-
: cognoscitur in altera. 55 Quemadmodum vero infinita Pag. 508.
niversa possibilia in ideis Dei & eorum nisi unicum exi-
potest; ita necesse est dari rationem sufficientem electionis
e, quæ Deum ad unum potius, quam ad alterum deter-
. 56 Atque hæc ratio reperiri nequit nisi in gradibus per-
nis, quam hi mundi continent, cum quodvis possibile ha-
s prætendendi existentiam pro ratione perfectionis, quam
it. 57 Atque id ipsum causa est existentiæ melioris, quod
i *sapientiæ* cognoscit, vi bonitatis eligit & vi potentiæ
it. 58 Atque huic adaptationi rerum omnium creatarum
mquamque & uniuscujusque ad ceteras omnes tribuen-
quod qualibet substantia simplex habeat respectus, qui-
primuntur ceteræ omnes, & per consequens speculum vi-
rpetuum universi existat. 59 Et sicuti eadem urbs ex di-
ocis spectata alia apparet & optice quasi multiplicatur;
liter accidit, ut propter multitudinem infinitam substan-
simplicium dentur quasi totidem differentia universa,
nen non sunt nisi scenographicæ repræsentationes unici
m differentia puncta visus uniuscujusque monadis. 70
oc ipsum medium est obtinendi tantum varietatis, quan-
sibile, sed cum maximo ordine qui fieri potest, hoc est,
obtinendi tantum perfectionis, quantum possibile. 61
rtiam alia datur, quam hæc hypothesis (quam demon-
stra-

Tom. VII. Supplem. Sect. XI. ſtratam eſſe affirmare audeo) quæ, prout fieri debet, magnitudinem Dei elevat: id quod *Balius* agnovit, cum in Dictionario ſuo (articulo: *Rorarius*) objectiones quasdam propoſuit: immo ſibi perſuaſit, quod Deo nimium & ultra, quod poſſibile eſt, tribuam. Sed nullam rationem allegare potuit, cur hæc harmonia, ob quam quælibet ſubſtantia exacte exprimit ceteras omnes per reſpectus, quos ad eas habet, ſit impoſſibilis. *62.* Ceterum ex eo, quod modo retuli de rationibus a priori, videmus, cur res aliter ſe habere nequeant, quoniam Deus totum ordinans reſpexit ad quamlibet partem & inprimis ad unamquamque monadem, cujus natura cum ſit repræſentativa, nihil eſt quod eam limitare poſſet ad unam tantum rerum partem repræſentandam, quanquam verum ſit, quod hæc repræſentatio non ſit Pag. 509. niſi confuſa reſpectu partium univerſi, nec diſtincta eſſe poſſit, niſi quoad exiguam rerum partem, hoc eſt earum, quæ aut propiores ſunt, aut majores reſpectu uniuscujusque monadis, alias quælibet monas foret aliqua divinitas. Non in objecto, ſed in modificatione cognitionis objecti monades limitatæ ſunt. Omnes confuſe ad infinitum tendunt, ſed limitantur & diſtinguuntur per gradus perceptionum diſtinctarum. *63* Atque in eo compoſitæ cum ſimplicibus conveniunt. Quoniam enim omnia plena ſunt & per conſequens omnis materia connexa, & quemadmodum in pleno omnis motus effectum quendam ſortitur in corporibus diſtantibus pro ratione diſtantiæ, ita ut unumquodque corpus non modo afficiatur ab iis, quæ ipſum tangunt, & quodammodo percipiat, quod ipſis accidit, verum etiam mediantibus ipſis adhuc percipiat ea, quæ prima tangunt, a quibus ipſum immediate tangitur; ideo inde ſequitur, hanc communicationem procedere ad quamlibet diſtantiam. Et per conſequens omne corpus ab omni eo afficitur, quod in univerſo accidit, ita ut is, qui omnia perſpicit, in unoquoque legere poſſit, quod per totum accidit, immo etiam quod jam factum, aut adhuc futurum, in præſenti obſervans, quicquid tam ſecundum tempus, quam ſecundum ſpatium elongatur. Σύμπνοια πάντα dicebat *Hippocrates*. Enimvero anima in ſe ipſa legere nequit, niſi quod diſtincte in ipſa repræſentatur; non omnes ſuas perceptiones una evolvere valet, quoniam ad infinitum tendunt. *64.* Quamvis itaque quælibet monas creata totum univerſum repræſentet; multo tamen diſtinctius repræſentat corpus, quod ipſi peculiari ratione adaptatum eſt & cujus entelechia exiſtit. Et ſicuti hoc corpus exprimit totum univerſum per connexionem omnis materiæ in pleno, ita etiam anima totum repræſentat univerſum, dum repræſentat hoc corpus, quod ad ipſam

ſpe-

at peculiari quadam ratione. 65 Corpus spectans ad mona- Tom. VII.
cujus entelechia vel anima existit, constituit cum entele- Supplem.
d, quod *vivens* appellatur, & cum anima id, quod *animal* Sect. XI.
tur. 66 Est vero corpus viventis vel animalis semper or-
um. Etenim cum quælibet monas sit speculum universi suo
& universum perfecto ordine gaudeat, ordo etiam esse de- Pag. 510.
repræsentante, hoc est, in perceptionibus animæ, & per
quens in corporibus, secundum quæ universum in eis re-
ntatur. 67 Ita quodlibet corpus organicum viventis est spe-
nachinæ divinæ aut automati naturalis, quod omnia auto-
artificialia infinitis modis antecellit, quoniam machina ar-
ninis facta non est machina in qualibet parte. E. gr. Den-
tæ partes habent seu fragmina, quæ non amplius artificia-
id sunt, nec quicquam habent, quod machinam connotet
ctu usus, cui rota destinatur. Machinæ vero naturæ, hoc
corpora viventia, sunt adhuc machinæ in minimis partibus
in *infinitum*. Atque in eo consistit discrimen inter Na-
& *Artem*, hoc est, inter artem divinam & nostram. 68
ri potuit, ut Autor Naturæ hoc artificium divinum & pror-
rabile in praxin deduceret, quia portio quælibet materiæ
odo divisibilis in infinitum, sicuti veteres agnovere, ve-
iam actu subdivisa in infinitum, qualibet parte peculia-
u gaudente: alias fieri haudquaquam posset, ut quælibet
materiæ totum exprimeret universum. 69 Liquet inde,
ima portione materiæ dari mundum creaturarum viven-
animalium, entelechiarum, animarum. 70 Qualibet ma-
ortio concipi potest instar horti pleni plantis & instar
plenæ piscibus. Sed quilibet ramus plantæ, quodlibet
m animalis, quælibet gutta humorum ipsius est denuo
ut piscina istiusmodi. 71 Et quamvis terra atque aer
ntas horti, aut aqua inter pisces piscinæ intercepta
planta, neque piscis, nihilominus plantas & pisces con-
sed plerumque subtilitate nobis imperceptibili. 72 Ita
ultum, nihil sterile, nil mortuum datur in universo,
haos, nulla confusio, nisi quoad apparentiam, quemad-
n piscina ad aliquam distantiam appareret, ubi motus
piscium videtur, nec tamen ipsos pisces discernere li-
Videmus hinc, quodlibet corpus vivum habere entele-
am dominantem, quæ est anima in animali; sed mem-
corporis viventis plena sunt aliis viventibus, plantis,
, quorum unum quodque iterum suam habet entele-
animam dominantem. 74 Enimvero haudquaquam Pag. 511.
no-

Tom.VII. Supplem. Sect. XI. nobis cum nonnullis imaginari debemus, qui mentem meam parum perspexerunt; animam unamquamque habere massam quandam aut portionem materiæ propriæ, & per consequens possidere alia viventia inferiora semper ad ipsius servitia destinata. Omnia enim corpora rivorum instar in perpetuo sunt fluxu & partes aliæ continuo ingrediuntur, aliæ egrediuntur. 75 Ita anima non mutat corpus nisi sensim sensimque & per gradus, ita ut nunquam omnibus suis organis uno quasi ictu privetur. Et dantur sæpius metamorphoses in animalibus, sed nunquam Metempsychosis seu transmigratio animarum locum habet. Neque etiam dantur animæ prorsus separatæ. 76 Atque ideo etiam nulla datur generatio, nec mors perfecta, rigorose loquendo. Sunt enim evolutiones & accretiones, quas generationes appellamus; quemadmodum involutiones & diminutiones, quod mortem vocamus. 77 Perplexos reddidit Philosophos origo formarum, entelechiarum aut animarum; sed postquam hodie observationibus exactis de plantis, insectis & animalibus compertum est, quod hæc corpora organica naturæ nunquam ex chao seu putrefactione prodeant, sed constanter per semina, in quibus sine omni dubio datur quædam præformatio; hinc concluditur, corpus non modo organicum jam præextitisse ante conceptionem, sed etiam animam in hoc corpore, hoc est, animal ipsum. Et per conceptionem animal istud tantummodo disponitur ad magnam quandam transformationem, ut fiat animal alterius speciei. Simile quid videmus extra generationem, e. gr. quando vermes fiunt muscæ & erucæ papiliones. 78 Animalia, quorum nonnulla elevantur ad gradum maximorum animantium, ope conceptionis, appellari possunt *Spermatica*: sed ea, quæ speciem non mutant, nascuntur, multiplicantur & destruuntur, quemadmodum animalia magna. Parvus admodum numerus est electorum, qui ad theatrum majus progrediuntur. 79 Sed hæc non nisi dimidia veritatis pars est. Judicavi igitur, si animal nunquam naturaliter incipit, nec unquam naturaliter finiri debere, & non modo nullam dari generationem, verum etiam nullam destructionem totalem seu mortem rigorose sumtam. Atque ratiocinia ista a posteriori facta optime cum principiis meis ante a priori deductis concordant. 80 Ita asserere licet, non modo animam (mundi indestructibilis speculum) esse indestructibilem; verum etiam animal ipsum, quamvis machina ipsius sæpius ex parte pereat & involucra organica linquat, vel capiat. 81 Hæc principia dedere mihi medium naturaliter explicandi unionem aut potius

Pag. 512.

con-

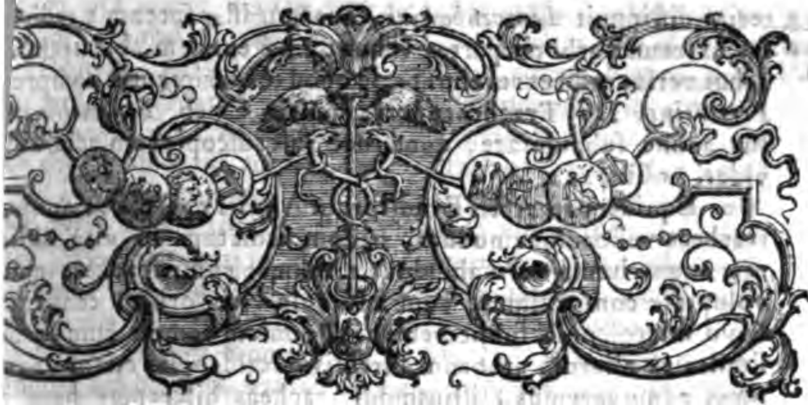
rmitatem animæ ac corporis organici, Anima suas sequitur & corpus itidem suas: conveniunt vero inter se vi harmo- Tom. VII. Supplem. Sect. XI.
nter omnes substantias præstabilitæ, quoniam omnes repræ-
tiones sunt ejusdem universi. 82 Animæ agunt secundum
causarum finalium per appetitiones, fines & media. Corpo-
unt secundum leges causarum efficientium seu motuum. Et
egna, alterum nempe causarum efficientium, alterum cau-
i finalium, sunt harmonica inter se. 83 Cognovit *Cartesius*,
am non posse dare vim corporibus, quoniam eadem semper
m quantitas in materia conservatur; credidit tamen, ani-
posse mutare directionem corporum. Id quidem ideo fa-
est, quod ipsius tempore lex naturæ ignoraretur, quæ vult
m semper directionem totalem conservari in materia.
l si hoc observasset, in systema meum harmoniæ præstabili-
cidisset. 84 In hoc systemate corpora agunt, ac si (per
ssibile) nullæ darentur animæ, & animæ agunt, ac si cor-
nulla darentur, & ambo agunt, ac si unum influeret in
m. 85 Quod spiritus seu animas rationales concernit,
vis reperiam, eodem modo se rem habere cum omnibus vi-
us & animantibus, quemadmodum dixi, scilicet quod ani-
: anima nec oriantur nisi cum mundo, nec intereant nisi
undo: id tamen peculiare est in animalibus rationalibus,
psorum animalcula spermatica, qua talia, habeant tantum
ordinarias seu sensitivas, sed quæ electa sunt, ut ita
, & ad naturam humanam ope conceptionis actualis per-
t, eorum animæ sensitivæ elevantur ad gradum rationis
rogativam spirituum. 86. Inter alias differentias, quæ in-
mas ordinarias & spiritus intercedunt, & quarum partem
osui, etiam illa datur, quod animæ in genere sint specu- Pag. 513.
itium seu imagines universi creaturarum; sed quod spi-
uper sint imagines ipsius divinitatis, seu Autoris naturæ,
ema universi cognoscere & aliquid ejus per scintillulas ar-
nicas imitari possunt, cum spiritus unusquisque sit parva
divinitas in suo genere. 87. Atque inde est, quod spi-
capaces societatis alicujus cum Deo ineundæ, & quod
m respectu non solum sit inventor, qualis est respectu
um ceterarum, sed insuper Princeps & parens, hoc est,
ar ad ipsos relationem, quam Princeps ad suos subditos
ad liberos suos. 98. Inde haud difficulter infertur,
iritus simul sumtos constituere civitatem Dei, hoc est,
mnium perfectissimum sub perfectissimo Monarcha. 89
as Dei, hæc Monarchia, vere universalis, est mundus
mundo naturali, & id maxime sublime atque divinum

Tom. VII. Supplem. Sect. XI.

est in operibus Dei, atque in hoc revera gloria Dei consistit, quoniam nulla daretur, nisi magnitudo & bonitas ejus a spiritibus cognosceretur ipsisque admirationi esset. Respectu hujus civitatis divinæ datur bonitas proprie sic dicta, cum e contrario sapientia & potentia ubique eluceant. 90 Quemadmodum supra harmoniam perfectam stabilivimus inter duo regna naturalia, alterum causarum efficientium, alterum finalium; ita hic nobis alia harmonia commemoranda venit, quæ inter regnum physicum naturæ & regnum morale gratiæ intercedit, hoc est, inter Deum, quatenus consideratur ut Architectus machinæ, & inter Deum eundem, quatenus ut Monarcha civitatis divinæ spirituum spectatur. 91 Ab hac harmonia pendet, quod res deducant ad gratiam per ipsas vias naturæ & quod hic globus e. gr. destrui & reparari debeat per media naturalia iis momentis, quando regimen spirituum id postulat ad aliquos puniendos, ceteros remunerandos. 92 Asseverare etiam licet Deum tanquam architectum satisfacere Deo tanquam legislatori ex asse, atque sic peccata consequi debere pœnas per ordinem naturæ & structuræ mechanicæ rerum, bonas etiam actiones secum trahere remunerationes per media machinalia respectu corporum,

Pag. 514.

quamvis idem nec possit, nec debeat constanter extemplo accidere. 93 Tandem sub perfectissimo hoc regimine nulla datur actio bona sine remuneratione, nulla mala sine pœna, & omnia vergere debent in salutem bonorum, hoc est eorum, qui regimine divino contenti sunt in magno hoc regno, qui confidunt in providentia divina & qui amant atque imitantur, ut par est, Autorem omnis boni, voluptatem percipientes ex consideratione perfectionum ipsius, secundum naturam amoris puri atque veri, vi cujus voluptatem percipimus ex ejus, quem amamus, felicitate. Atque ideo personæ sapientes ac virtuosæ perficere conantur, quicquid voluntati divinæ præsumtivæ & antecedenti conforme apparet, & hoc non obstante in iis acquiescunt, quæ per voluntatem divinam secretam, consequentem & decisivam actu contingunt, quoniam agnoscunt, quod, si ordinem naturæ satis intelligeremus, deprehensuri simus, eadem vota sapientissimi longe superare, nec fieri posse, ut meliora reddantur sive statu totius universi in genere, sive etiam respectu nostrum in specie. Siquidem, prout par est, Autori omnium adhæremus, non modo tanquam Architecto & causæ efficienti essentiæ nostræ, verum etiam tanquam Magistro nostro atque causæ finali, cujus est efficere quod volumus & qui solus nos felices reddere valet.



EXCERPTA
[ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS
ANNI 1722.

ERVATIONES ET EXPERIMENTA NOVA

e Anatomia Foliorum, quibus integra Plantarum Anatomia illustratur,

ro LUDOVICO PHILIPPO THUMMIGIO.



Etiolum vocamus eam folii partem, quæ per medium ejus extensa ultra ipsum producitur & surculo adhærescit: quæ inde per folii latitudinem disperguntur partes petiolo, ramos appellamus; surculos vero, qui perinde ex ramis ac rami ex petiolo educuntur in varios plexus reticulares tan-eunt es, quorum interstitia utriculorum congerie replen- iosum, ramos ac surculos esse fibrarum secundum lon- ig conversarum fasciculos, tum autopsia constat, tum ab s annotatum reperitur. Fibras in omni arboris parte s succiferas & tracheas distinguunt, quarum istæ succo hæ aere plenæ sunt. Fistulas succiferas in venas & ar- Act.Erud. An. 1722. M. Jan. Pag. 24.

 terias

Act. Erud. An. 1722. M. Jan.

terias distinguit *Leuwenhœkius*, quarum istæ succum a radice versus extremas arboris partes vehunt, hæ eundem ab extremis partibus versus radices revehunt: id quod experimentis comprobavit *Perraltius*. De Trachearum existentia Celeb. *Fontenellius* videtur adhuc subdubitare, quod nec microscopiorum acie distincte videri possint.

2. Equidem in Actis Eruditorum Anni 1715 p. 300 annotatur, tracheas vel oculum nudum, nedum armatum in vite distinguere, neque hæc a vero abludunt: ipsimet enim tracheas non sine voluptate conspeximus, cum a surculo vitis orbem tenuem resectum microscopio subjiceremus. Quoniam tamen cum orbiculos similes ex aliarum arborum surculis microscopiis etiam exquisitissimis admoveremus, istiusmodi tracheas discernere haud valuimus, alia via incedendum esse duximus. Aquam vitro cylindrico vix trium digitorum alto, diametro tertiam digiti partem parumper excedente, infusam ab aere purgavimus ope Antliæ pneumaticæ, ne scilicet bullulæ ex aqua ascendentes cum iis confunderentur, quæ ex petiolo folii egrederentur. Quo facto petiolum e folio separavimus, extremitatibusque resectis, ut tracheæ, si

Pag. 25.

quæ adessent, magis apertæ forent, in aquam immisimus, ut extremitas a fundo vitri intervallo quodam abesset. Campana vitrea usi sumus angusta, ut aer sub eodem contentus insigniter statim raresieret, utque erumpens in oculos magis incurreret, clauso epistomio embolum eduximus: quo facto, prima statim vice variæ bullularum admodum exiguarum, ut cum minimo arenæ subtilioris granulo vix componi possent, series, instar fluenti continui sursum per aquam ascendebant. Quoniam bullularum ordo aliis intervenientibus neutiquam turbabatur, manifesto id nobis indicio fuit, singulas singularum serierum per oscula sibi propria exire. Cum cæteroquin ex osculo quovis bullulæ serie non interrupta sese exciperent, hinc collegimus, aerem ibi locorum, unde procedit, esse continuum. Patet ergo dari intra petiolum per totam folii longitudinem receptacula aeris. Esse vero eadem tubulos, inde primum arguere haud dubitavi, quod sectione ad arbitrium facta prodierint oscula per basin petioli secti ordinatim disposita, hincque facile constaret, eadem in quavis alia sectione horizontali seu priori parallele facta exsurgere. Mox experimento fidem feci: sectione enim in diversis petiolis, ad diversam altitudinem facta, oscula eo, quem diximus, modo sese exhibuerunt conspicua. Præter ista aeris fluenta per integram petioli superficiem hinc inde erumpebant bullulæ, sed insigni admodum discrimine. Cum enim primum emergerent, ob exilitatem oculorum aciem vix subire poterant; mox sensim sensimque aliquod

mo-

ceperunt augmentum, licet singulæ non idem, adeoque sub tudine diversa superficiei veluti agglutinatæ hærebant, do- Act.Erud. An. 1722. M. Jan.
ova suctione peracta in majorem adhuc molem expansæ avel-
ur & summa peterent. Primum bullularum illarum aug-
m bullulis aereis in unam confluentibus debetur: quoniam
bullula sequens de sede sua non dimovit antecedentem, sed
adem coaluit; impetus, quo fuerunt latæ, exiguus fuit.
multum ergo aeris ibi conjunctum fuit unde bullulæ proces-
, nec bullula sequens directe impegit in antecedentem:
bullulæ ex osculis basium exeuntes ejusdem essent molis,
eteræ in superficie, ubi primum prodiere, conspiciebantur,
ntinua serie aliæ aliis succederent, numerum bullularum
icum osculum effluentium multum excessisse numerum ea-
quæ eodem temporis spatio per poros superficiei enitebantur, Pag. 26.
quis non capiat? Quodsi tamen quis dubitet, utrum argu-
atione valida ex hoc bullularum procedentium discrimine
arum a cavitatibus disseminatis differentia inferatur, nec-
m ad experimenta tritissima, quibus aer ex tubis altera ex-
ate clausis, altera apertis & aquæ immissis extrahitur, re-
us.

t experirer, num petiolo & ejus ramis insit medulla, ex
ellas tenues sectione transversim basi parallele facta exci-
n ubi extra folium constituitur, tum ubi intra idem con-
: quas cum microscopiis Musschembrœkianis lumine tum
m candelæ accensæ collustratas subjicerem: statim in ocu-
icularum quædam congeries incurrit candore perpulchro
um, quarum alias oculis deprehendi medullam in arbo-
culis contemplatus. Enimvero quemadmodum sectio pe-
gura circuli abit; ita nec ejus medulla eandem retinet,
medio sectionis continetur, sed per integram fere lati-
per modum ungulæ extenditur. Mox sectionem furculi
llam mediam denuo dissectam juxta istam lamellam ap-
utrobique vesiculæ tenues exilesque se obtulerunt nullo
e, nisi quod in Syringha Lusitanica medulla furculi ar-
t candidior instar sacchari, in petiolo vero sphærularum
colorem æmularetur.
tem etiam petioli instrumento decenter applicato ita
ut visus per lenticulam in sectionem horizontalem can-
ne collustratam dirigeretur, & tunc medulla veluti in
assurgere visa perimetro a substantia reliqua interval-
seiuncta. Secandus autem est petiolus cultello acuto,
n turbetur situs. Quoniam vero experientia multiplici
didici, idem objectum ratione diversa ad microscopia
eadem

Act. Erud. An. 1722. M. Jan. eadem multo magis ad diversa applicatum uno casu spectanda exhibere, quæ in altero latent, tenuissimam lamellam e medio petioli resectam vitro nondum perpolito agglutinavi, ut per exiguam sphærulam eandem contueri daretur. Visæ sunt fistulæ succiferæ perspicuæ atque virides, quamvis non omnes ejusdem Pag. 27. prorsus coloris, quoniam inter annulos virescentes medium occupabat locum alius paululum albicans; medulla autem obscura apparuit, nisi quod hinc inde foramina ejusdem cum vesiculis medullaribus diametri, per quæ oculo prospectus patebat, occurrerent. Quoniam Vir illustris *Newtonus* in eximio Optices opere ostendit, in corporibus opacis occultos eorum meatus materia aliqua repleri, quæ a partibus ipsis densitate plurimum differt, ecquis non videt insignem in lamella admodum tenui medullæ obscuritatem arguere, quod vesicularum cavitates subtilissimo quodam fluido repleantur, ab aere utique diverso, cum gemmas arborum ex medulla erumpere constet.

5. Fistulæ medullæ contiguæ viridioris erant coloris, his succedebant aliæ quodammodo albescentes & flavedinis quidpiam etsi parum trahentes. Eas denuo exceperunt aliæ colore viridi primis pares. Cum fibræ istæ oculo nudo vel microscopiis non nimium augentibus instructo candidæ appareant, color ille viridis non fistulis ipsis, sed fluido in istis contento inesse debet. Componantur itaque eædem ex tenui admodum lamella, cum earum color præ colore intus contenti fluidi, consequenter etiam crassities lamellæ præ diametro cavitatis evanescat, atque diversus in ipsis color diversi generis fluida in iisdem contineri innuit. Imo per ea, quæ ex *Newtoni* Optica modo adduximus, liquor in fistulis herbeis cum minus perspicuus sit altero, qui in intermediis continetur, refertus est particulis a densitate ipsius multum dissidentibus, consequenter ad densitatem materiæ, ex qua fistulæ componantur, magis accedentibus. Porro cum partes solidæ potissimum nutriantur, fluidæ vero in nutrimentum impendantur, atque fluidum in fistulis herbeis partes alat densitate ad ipsam fistularum materiam, consequenter ad partes solidas proxime accedentes, imo ex inferius dicendis constet materiam fistularum esse densiorem aquea; haud obscure intelligimus, fistulas herbeas vehere succum nutritium, cæteras autem fluidum magis aquosum. Atque hac demum ratione evincitur, quod ex quibusdam experimentis obscure conjecit *Perraltius*. Lamella, qua usi sumus, e petiolo folii persici; quas vero in perscrutanda medulla adhibuimus, eæ ex petiolo folii armeniaci nobilioris erant excisæ.

Pag. 28. 6. Petioli a surculo arboris ortum expiscaturi, folio abscisso, ut

rior petioli pars surculo arboris adhæreret, portionem ali- Act. Erud.
ligni ac medullæ una cum gemma, cui eadem annectebatur, An. 1742.
a surculo resecuimus. Mox gemmam separavimus & li- M. Jan.
atque medullam plano petioli remotis superfluis adæquavi-
Tandem juxta longitudinem medullæ portionem ligni ad
m pertinentis & petiolum in duas partes dissecuimus, pla-
æ sectionis contemplati præsertim in vitre oculo nudo fibras
s surculi perinde ac ipsius medullam juxta petioli longitu-
extendi observavimus. Frustulum illud ligni ac petioli
microscopio admovevemus, fistularum continuitas multo
at illustrior. Fibræ ligneæ surculi non procul a sede gem-
ebant bifurcæ, altera parte in gemmam, altera in petiolum
ente. Quæ in petiolum ingrediebantur, in ipso statim i-
denuo videbantur discerptæ, ita ut ad utramque medullæ
sub cortice secundum petioli longitudinem protraherentur.
ergo fibræ petioli continuatio fibrarum surculi, ac ipsius
lla per petiolum extenditur, consequenter petiolus cum
ex fibrarum quarundam ac medullæ surculi ultra eandem
natarum explicatione oritur. Unde apparet, quomodo suc-
tritius ex foliis in arborem descendere atque in gemmam
queat.

n ramorum folii ex petiolo exortum inquisituri & oculos
lum convertentes, eum versus summitatem folii continuo
icere observavimus. Quamobrem suspicati fieri forsan pos-
per fibrarum distractionem ramuli emergant, oculos ad
defleximus; fortuna autem favente contigit, ut folium
rec a malo decerptum, in quo ramus tertius, qui a pe-
odiebatur, ab eodem jam separatus conspiciebatur, &
m parallelus decurrebat intervallo trium decimarum di-
natni, ubi cum ipso coaluerat. Mox oculo armato distin-
conspiciebamus, per collectionem fibrarum a petiolo avul-
arum fasciculum formari & ad latus deflecti. Lanugi-
na universa folii a malo decerpti pars vestitur, scalpelli
integumento petioli atque ramuli salvo abrasimus, ut
rami cum petiolo distinctius conspicerentur. Adhibitis Pag. 29.
piis exquisitioribus distinctissime vidimus, quomodo ra-
e ramuli unum in coalitu evanescente in fibras petio-
. Reiteravimus observationem in aliis foliis eodem
ocessu, etsi oculum nullum omnis fibrarum separatio
litum effugeret.

ri subinde fiunt bifurci per fibrarum distractionem in
ulos: id quod in folio mali microscopium eadem cla-

ritate

Act. Erud. An. 1722. M. Jan. ritate & distinctione ac in ramorum ex petiolo exortu nobis exhibuit. Ramos sic divisos denuo fieri bifurcos observavimus: atque ita enascuntur surculi. Ex ramis pariter atque surculis alii minores excurrunt surculi ab uno ramo vel surculo progredientes ad alterum, atque ex his denuo alii ab uno surculo minore ad alterum protensi: unde plexus reticulares, quos non modo oculus nudus, objecto inter oculum & lumen posito, verum etiam armatus imprimis distinguit, formantur. Intra areolam unius plexus subinde excurrunt surculi minores, quibus plexus reticulares minores intra majorem efformantur, & qui aliquid viriditatis secum ferentes cæteris minus pellucidi comparent, imo lumine desuper in faciem folii aversam illapso collustrati, cæteris existentibus candidis nigrescunt, & quasi crenæ in substantia utriculosa exhibentur.

9. Nihil in tota folii anatomia nobis plus fecit negotii, quam utriculi. Inter lumen Solis & lentem microscopicam collocati, obscuri apparent: constat tamen, hunc situm observationibus maxime convenire. Idem etiam accidit, si obtutus dirigatur in faciem a lumine collustratam, tuncque haud parum confunditur cuticula, quæ difficillime separatur. His tamen non obstantibus primum in portiuncula folii persici plexus reticulares vidimus repletos corpusculis quibusdam globosis propemodum se invicem tangentibus, quemadmodum utriculorum ordines delineat *Malpighius*. Separavimus deinde cuticulam cuspide acuminata scalpelli: sed non vidimus, nisi massam viridem ex particulis adeo exiguis compositam, ut pulvisculorum solidorum speciem præ se ferrent, etiamsi massam per microscopium contemplaremur, quo animalcula spermatica stupendæ prorsus, uti notum est, exilitatis, in semine animali alias distinximus. Pag. 30. Nulla itaque spes affulget fore, ut earum figura distincte cernatur. Forte fortuna sese obtulit folium cerasi, ubi insectum cuticulam separaverat & utriculos hinc inde exederat. Ejus portiunculam per varia microscopia intuentes vidimus, quædam intervalla inter plexus reticulares nihil massæ utriculosæ amplius continere, sed tantummodo cuticulam ab altera folii parte ostentare. In aliis intervallis supererat aliqua massæ viridis portio: enimvero sive multum, sive parum adesset, nihil tamen amplius discernere valebamus, quam quod modo retulimus, etsi cæteroquin massulæ residuæ admodum perspicuæ essent coloris paulo viridioris quam fistulæ herbeæ, de quibus supra diximus.

10. Restat ut, quæ de poris utriculorum nobis innotuere, exponamus. Vitro cylindrico, quo supra usi sumus, aquam fontanam

limpidam infudimus & ab aere purgavimus. Mox folium Act.Erud.
persicæ in eam ita immisimus, ut juxta longitudinem vitri An. 1722.
deretur & faciem lumini per fenestram illabenti aversam M. Jan.
teret. Cum more solemni ad antliam aptaretur vitrum,
ı suctione facta, ingens bullularum perquam exilium nu-
s per omnem folii superficiem prorupit, quarum moles suc-
e varia in singulis quantitate increscebat: alicubi bullulæ
erant exiguæ, ut visus aciem fere eluderent. Cum antlia
ius exerceretur, volumen quarundam eousque augebatur ut
o separatæ per aquam ascenderent. Vix autem major fo-
reliquerat, cum alia exilis in locum ejus succederet. Aere
exhausto, folium adhuc undiquaque bullulis obsitum con-
batur, quæ tamen externo admisso decreverant, atque jam
ıerant, cum nondum tantum aeris intromissum esset, quan-
per antliam fuerat eductum. Omnis autem color per in-
ım fere folii superficiem immutabatur in obscuriorem, ut
pateret, aquam in utriculos folii penetrasse, atque adeo cu-
m innumeris iisque valde exiguis pertusam esse poris. In
folii facie non nisi paucissimis in locis bullulæ emerge-
Folium mali armeniacæ generosioris ad bilancem exa-
ıam appendimus, ubi vel octava unius grani æquilibrium
atque octodecim gran. pondus ejus deprehendimus. Facto
nento, cum idem linteo absterfissemus, pondus quatuor
auctum reperimus: id quod indicio erat, quatuor aquæ Pag. 31.
per poros cuticulæ in utriculos penetrasse. Cæterum
circiter horis elapsis folio rediit pristinus color. Cum
em tantum petioli partem aquæ immergeremus, facto
ıento, nec ulla in colore, nec in pondere observabatur
ı. Unde constat, non facilem per tubulos petioli in utri-
tere accessum. Fragmentum folii ab experimento ob-
coloris factum in aqua subsedit, cum antea eidem in-
Folium ergo ob aerem in eo disseminatum aqua specifi-
existit; ipsa vero ejus materia eadem gravior.

Act.Erud. An. 1722. M. Maii. Pag. 281.

JOHANNIS CHRISTIANI CLODII, HAYNENSIS,

Consilium de Nova Bibliotheca Orientali edenda.

INgens est librorum Arabicorum, Persicorum, Turcicorum numerus, ac in tantum excrevit, ut omnia fere reliqua Orientis monumenta superet, quod ex copiosissimis Hagi Calfa & Hafidi manuscriptis indicibus, ac multis aliis Bibliothecarum tam publicarum quam privatarum Catalogis orientalibus facile colligitur. Nec mira cuiquam tanta ac tam exuberans copia videri debet, cum sagacissima populorum illorum ingenia omne scientiarum genus ac totius eruditionis latifundium pervagata, innumera aliarum gentium scripta in suas linguas non traduxerint solum, sed & suis ac in proprio solo natis fructibus amplissimum scientiarum campum ornarint, quod in mea introductione ad historiam literariam orientalem fusius ostendam. Merito igitur Viri harum linguarum periti tot volumina singularibus commentariis recensere annisi sunt, quibus pro eo, quo defuncti sunt labore, haud vulgaris gratia debetur, quanquam deliciarum illarum cupido non ex asse satisfaciant. Herbelotius enim, cui hæ literæ in Italia & Gallia, inusitato exemplo, magno & honori & lucro fuere, in Bibliotheca Orientali Gallice exarata plurima immiscuit, quæ ad historiam literariam librorumque cognitionem minus pertinent, sed vel geographiam vel historiam orientalem illustrant. Præterea singulorum Codicum tituli vernacula
Pag. 282. tantum lingua expressi sunt, ac quod aliter fieri non potuit, paulum obscurati, ut versatissimus interdum evolvendo aliquam difficultatem vel nauseam sentiat. Multi denique codices supplendi restant, qui frustra ibi quæruntur, ab ipso tamen autore doctissimo, si diutius ipsi vivere contigisset, additi procul dubio, ac reliquæ maculæ abstersæ fuissent, ut Vir summus Renaudotius recte de eo judicavit. Hottingerus autem in Bibliothecis, Orientali & quadripartita, aliarum quoque linguarum codices, Syriacos, Hebraicos, Samaritanos, Æthiopicos recensens, Arabicos, Persicos & Turcicos eo quo par erat numero non annotavit, nec eo ordine disposuit, ut a quovis sine mora aut molestia reperiri queant. Mendis etiam compluribus eruditissimi Viri commentarii conspersi, nimisque aridi sunt, & magnam

evol-

ventibus utilitatem sæpius præstare non possunt. Nova Act. Erud. An 1712. M. Maii.
ae Bibliotheca Orientali codices Arabicos, Persicos, Turci-
ordine alphabetico ac justis literis exhibere, collatisque tam
uscriptis quam impressis indicibus, quos a multis mendis pur-
, Herbelotianam & Hottingerianam emendare & augere de-
i. Nec parum ex meo cum Viris eruditionis orientalis lau-
orentissimis literarum commercio huic operi lucis accedet,
industriam meam, quam ipsi stimularunt, pro virili adju-
s esse spero. Ceterum ardui hujus & majoris omnino for-
subsidiis fulciendi conatus specimen prius dabo, Leonis A-
ni de Viris Arabiæ illustribus libello, quem emendare ac no-
ocupletare constitui. Adjiciam ei excerptum ex Diario ma-
ripto Paridis de Grassis, Episcopi Pisaurensis & Cærimonia-
Magistri sub Leone X, quod de conversione ejus ac doctri-
igit, ac a Viro in his literis principe Cl. Crozio, pro eo, quo
ii & huic scientiæ generi favet, studio e Bibliotheca Regia Be-
nensi mecum communicatum fuit.



THEOREMA NOVUM. Pag. 362.

ens utilitatem in dividendis multiplicandisque an-
ulis, nec non in condendis Tabulis sinuum, tan-
ntium & secantium.

Autore JOH. BERNOULLI.

blema Sectionis angularis exercuit quondam Geometras
on infimi ordinis bene multos: Nemo dederat antea for-
generalem pro indefinitis angulorum arcuumve sectionibus
ltiplicationibus applicabilem ad quemlibet datum numerum,
usmodi formulam primus exhiberem in Actis Lipſ. 1701 M.
Hæc postea aliis, quibus non displicuit, magni nominis Ana-
nsam præbuit, inquirendi in ejus demonstrationem & ori-
quam ego singulares ob causas celaveram, tum etiam in-
li tales alios canones universales. Quicquid vero in eam rem
, id vel serierum infinitarum auxilio vel calculi differentia-
rutum: inprimis Formula illa altera universalis, quam mul-
nnis exhibui, peculiari aliquo artificio per logarithmos ima-
inventa, habet quidem aliquid novi & inexpectati, quo æ-
es angulares pro lubitu expedite & prompte formantur; in-

Cc 2 terim

Act. Erud. An. 1722. M. Julii.

terim logarithmi illi imaginarii, qui infirmioribus & minus exercitatis scrupulum facessere possent, originem habent ex differentialibus arcuum a tangentibus derivatis, vid. Act. 1712 M. Jun. & Jul. Ante biennium circiter aggressus solutionem (quam multiplici modo repertam mox communicabo in peculiari schediasmate) problematis alicujus a Filio meo propositi in Actorum Suppl. Tom. VII. Sect. VIII. p. 172. *De construendis curvis semetipsas inverso situ positas atque motu parallelo motas in constanti angulo secantibus*, incidi in Theorema longe universalissimum & quidem communi analysi adinventum, quod cum viderem habere posse usum insignem, non tantum arcuum divisione & multiplicatione, sed & in plurium arcuum etiamsi inæqualium, quotquot libuerit, additione vel subtractione, eorumque aggregato vel residuo indefinite exprimendo per canonem generalem, qui compendium suppeditabit supputare volentibus Tabulas sinuum, tangentium, & secantium; operæ pretium duxi Theorema paulo fusius exponere, præmissis aliquot Lemmatibus.

Lemma I.

Tab. I. Fig. I. Pag. 363.

Si in circulo BGL (Fig. I.) cujus centrum A, & radius AB = 1, duorum arcuum BF & BFG datæ sint tangentes, nempe BC = a, BD = b, sitque nova tangens BE = $\frac{a+b}{1-ab}$, dico arcum BGH cui illa respondet esse æqualem summæ arcuum BF + BFG.

Demonstrat. Ex suppositis habentur secantes, ut sequitur: AC = $\sqrt{(1+aa)}$, AD = $\sqrt{(1+bb)}$, AE = $\frac{\sqrt{(1+aa+bb+aabb)}}{1-ab}$ = $\frac{\sqrt{(1+aa)}\times\sqrt{(1+bb)}}{1-ab}$; Habetur etiam DE seu BE − BD = $\frac{a+abb}{1-ab}$. Ducta ad AE perpendiculari DI, erit ob triangula EAB, EDI similia; EA . AB :: ED . DI, unde DI = $\frac{a+abb}{\sqrt{(1+aa)}\times\sqrt{(1+bb)}}$ = $\frac{a\sqrt{(1+bb)}}{\sqrt{(1+aa)}}$: Adeoque $\sqrt{(1+aa)}$ seu AC . $\sqrt{(1+bb)}$ seu AD :: a seu BC . DI; Sunt itaque triangula CAB, DAI similia, proinde angulus BAC = angulo DAI, arcusque BF = arcui GH; & addito arcu communi BFG, erit BF + BFG = BGH. Q. E. D.

Alit.

er. Sint (Fig. II.) Duorum arcuum BH, DH (quorum AC vel AD $= 1$) tangentes datæ BC $= a$, DE $= b$; qui- Act. Erud. An. 1722. M. Julii. Pag. 364.
olongatis ductæ parallelæ AG, AF occurrant in punctis G,
t utraque tam DG quam BF tangens complementi arcus
BHD: Sit DG vel BF $= x$: Ob simil. triang. CFA, EGA,
F $(a+x)$. AF :: AG (AF). EG $(b+x)$. Hinc CF $\times$ EG
$ax+bx+xx) = \square$ AF $= 1+xx$; ablato xx & reducta æqua-
, provenit $x = \frac{1-ab}{a+b}$, adeoque $\frac{1}{x}$ h. e. tang. arcus BHD $=$
; ut ante. Q. E. D.

Lemma II.

it ejusdem circuli tres arcus, quorum tangentes sint datæ
c; sitque tangens quarta $= \frac{a+b+c-abc}{1-ab-ac-bc}$, dico arcum
angenti respondentem fore æqualem summe trium dato-
rcuum.

. Quia per præced. $\frac{a+b}{1-ab}$ est tangens arcus qui æquatur
duobus simul sumtis quorum tangentes sunt a & b, scri-
pro $\frac{a+b}{1-ab}$, eritque vi præcedentis $\frac{n+c}{1-nc} =$ tangenti
uarti, substituto nunc iterum valore ipsius n prodibit
$= \frac{a+b+c-abc}{1-ab-ac-bc} =$ tangenti arcus quarti qui tribus datis
simul sumtis est æqualis. Q. E. D.

Lemma III.

lem circulo dentur arcus quatuor, quorum tangentes
tur per a, b, c, e; sit vero tangens arcus quinti $=$
$\frac{c+e-abc-abe-ace-bce}{ac-ae-bc-be-ce+abce}$, dico hunc arcum quin- Pag. 365.
æqualem summæ reliquorum quatuor arcuum quorum
sunt a, b, c, e.

onatur $\frac{a+b+c-abc}{1-ab-ac-bc} = n$, erit per Lemmata I. & II.

$n+e$

Act. Erud. A. 1722. M. Julii. $\frac{n+e}{1-ne}$ = tangenti arcus quinti, resubstituto hic valore ipsius n, orietur $\frac{n+1}{1-ne} = \frac{a+b+c+e-abc-abe-ace-bce}{1-ab-ac-ae-bc-be-ce+abce}$ = tangenti arcus qui quatuor datos arcus exæquat. Q. E. D.

Aliter. Ad eandem formulam pervenitur ponendo $\frac{a+b}{1-ab} = n$, & $\frac{c+e}{1-ce} = p$; erit enim per Lemma I. $\frac{n+p}{1-np}$ = tangenti arcus quinti, ubi si substituantur valores ipsarum n & p, erit $\frac{n+p}{1-np}$ = quantitati modo inventæ. Q. E. D.

Scholium.

In his jam evidens progressionis ordo perspicitur, quo observato continuare licet sine calculo valores tangentium pro arcubus qui pluribus aliis quot libuerit datis & simul sumtis sint æquales. Notandum enim, terminos fractionum quibus formulæ nostræ exprimuntur conflari ex unitate ut & ex aggregato litterarum a, b, c, e, f, g &c. earumque omnium possibilium contentorum alternatim sumtorum signis + & — alternatim interpositis. Sint ex. gr. a, b, c, e, f ex quibus formetur progressio sequens

$$\begin{array}{llllll} 1 & +a & +ab & +abc & +abce & +abcef \\ & +b & +ac & +abe & +abcf & \\ & +c & +ae & +abf & +abef & \\ & +e & +af & +ace & +acef & \\ & +f & +bc & +acf & +bcef & \\ & & +be & +bce & & \\ & & +bf & +bcf & & \\ & & +ce & +bef & & \\ & & +cf & +aef & & \\ & & +ef & +cef & & \end{array}$$

In qua unitas occupet locum primum, summa litterarum $a+b+c+e+f$ locum secundum, summa rectangulorum sub singulis binis $ab+ac+ae+$ &c. locum tertium, summa solidorum sub singulis ternis $abc+abe+abf+$ &c. locum quartum, summa contentorum sub singulis quaternis $abce+abcf+$ &c. locum quintum, illudque unicum $abcef$ locum sextum. Componatur ex illis omnibus fractio, cujus numerator constet ex se-

Pag. 366.

cun-

— quarto + sexto, & denominator ex primo — tertio + Act. Erud. An. 1722. M. Julii.
), sicut hic videre est

$$\left\{\begin{array}{l} \\ \\ +a \\ +b \\ +c \\ +e \\ +f \\ \\ \\ \\ \end{array}\begin{array}{l} -abc \\ -abe \\ -abf \\ -ace \\ -acf+abcef \\ -aef \\ -bce \\ -bcf \\ -bef \\ -cef \end{array}\right) : \left(\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ +1 \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\begin{array}{l} -ab \\ -ac \\ -ae+abce \\ -af+abcf \\ -bc+acef \\ -be+abef \\ -bf+bcef \\ -ce \\ -cf \\ -ef \end{array}\right\}$$

met hæc fractio valorem tangentis arcus alicujus qui erit
s summæ omnium quinque arcuum quorum tangentes ex-
itur per has respective litteras a, b, c, e, f. Hujus ve-
liquet ex ante dictis, hinc fluit sequens generale

THEOREMA.

is tangentibus quotcumque arcuum designatis per a, b,
f, g, &c. quarum summa $a+b+c+$ &c. sit $=$ A; summa
gulorum sub singulis binis $ab+ac+$&c. $=$ B; summa soli-
sub singulis ternis $abc+abe+$&c. $=$ C; summa conten-
sub singulis quaternis $=$ D; summa contentorum sub sin-
uinis $=$ E; summa contentorum sub singulis senis $=$ F;
porro summæ sequentium contentorum $=$ G, H, I, &c.
ngentem arcus unius qui æqualis sit reliquis omnibus si-
ntis esse $= \dfrac{A-C+E-G+I-\&c.}{1-B+D-F+H-\&c.}$. Demonstratio pa-
ecedentibus.

Coroll. I.

si ex datis arcubus unus pluresve sint ex reliquis subtra-
oc est, si invenienda sit tangens alicujus arcus, qui sit
ifferentiæ inter summam omnium arcuum affirmativorum
m omnium arcuum negativorum; per se manifestum est,
l faciendum esse quam ut in fractione inventa mutentur Pag. 369.
m litterarum quæ denotant tangentes arcuum negativo-
est, eorum qui a reliquis subtrahi debent: ut si a & b
t, scribendum erit $-a$ & $-b$ pro $+a$ & $+b$, atque $+a$
$-a$ & $-b$; sed nihil mutandum in $+ab$ vel in $-ab$;
quia

Act. Erud. An. 1722. M. Julii. quia ceu notum multiplicatio signi + per + & signi — per — semper idem signum + producit.

Coroll. II.

Positis arcubus omnibus, quorum numerus sit n, eorumque adeo tangentibus a, b, c, e, f, &c. inter se æqualibus, ex doctrina combinationum colligitur progressionem $1 + A + B + C + D + E +$ &c. abire in $1 + \frac{n}{1} a + \frac{n.n-1}{1.2} a^2 + \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3} a^3 + \frac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3.4} a^4 +$ &c. quæ series, uti constat, exprimit valorem ipsius $(1+a)^n$, hoc est, binomii $1+a$ ad potestatem n elevati. Sic igitur posita a pro tangente arcus multipli qui sit ad simplum ut n ad 1: Erit vi theorematis nostri.

$$R \cdots x = \frac{\frac{n}{1} a - \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3.} a^3 + \frac{n.n-1.n-2.n-3.n-4}{1.2.3.4.5} a^5 - \&c.}{1 - \frac{n.n-1}{1.2} a^2 + \frac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3.4} a^4 - \&c.}$$

Et vicissim sumta a pro tangente arcus in partes numero n secandi, & x pro tangente unius ex illis partibus, erit

$$S \cdots a = \frac{\frac{n}{1} x - \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3} x^3 + \frac{n.n-1.n-2.n-3.n-4}{1.2.3.4.5} x^5 - \&c.}{1 - \frac{n.n-1}{1.2} x^2 + \frac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3.4} x^4 - \&c.}$$

Quæ ipsissima est formula, quam jam edidi in Actis Lipsf. 1712 p. 110, cujusque originem per logarithmos immaginarios singulari modo inventam exposui ibid. p. 108, adeo ut nunc firmiori fundamento nitatur postquam hic ostendi eam esse tantum ca-Pag. 368. sum particularem Theorematis universalissimi hic traditi & sola algebra duce detecti.

Coroll. III.

Ad multisectionem anguli vel arcus inservit formula S, ubi tangens a data est, & x quæsita: Tunc quidem pro quolibet numero partium n, emergit æquatio finita sed magis minusve composita prout exigit numerus n; neque adeo innotescet x nisi per resolutionem illius æquationis in radices. Verum etiam for-

ıla R suppeditat immediate valorem tangentis quæsitæ: cum secare vel dividere arcum aliquem in partes n idem sit atque m multiplicare per $\frac{1}{n}$, ut jam olim etiam monui, substi- ubique in formula R, $\frac{1}{n}$ pro n, & prodibit valor ipsius fractionem cujus numerator & denominator constabunt ter- numero quidem infinitis, sed tamen cognitis. Act. Erud. An. 1722. M. Julii.

Coroll. IV.

:etur nunc p arcus ipse cujus tangens est a, concipiaturque ; in partes numero n, quarum per consequens unaquæque $=\frac{1}{n}p$; Quod si itaque numerus n sit infinitus, censebitur ar- $\frac{1}{n}p$ æqualis suæ tangenti & habebuntur $n.\,n-1=n^2$, $n.\,n-2=n^3$, $n.\,n-1.\,n-2.\,n-3=n^4$, &c. quia nume- 1, 2, 3 &c. ab infinito n demti, eundem non minuunt. ı formula S pro his contentis scribantur potestates numeri 'o x, x^2, x^3 &c. scribantur $\frac{1}{n}p$, $\frac{1}{n^2}p^2$, $\frac{1}{n^3}p^3$, &c. quo rmula S degenerabit in hanc

$$a=\frac{\frac{1}{1}p-\frac{1}{1.2.3}p^3+\frac{1}{1.2.3.4.5}p^5-\&c.}{1-\frac{1}{1.2}p^2+\frac{1}{1.2.3.4}p^4-\&c.}$$

ex dato arcu p datur ejus tangens a per seriem, quod hil est novi, eandem enim jam tradidi in Actis 1694 luctam ex generali mea serie ibidem exposita, quæ Pag. 369. lifferentialis integrale universaliter exprimit; non ta- fultum duxi, indicare egregium utriusque methodi , ut calculo differentialium & integralium per com- gebram confirmato sua constet validitas a nonnullis ıtelligentibus impugnata aut in dubium vocata.

Coroll. V.

ique notandum, quod ope Theorematis nostræ ta- &c. compendiosius quam per viam ordinariam cal-

Act. Erud. An. 1722. M. Julii.

culari possint; inventis quippe paucorum tantum quorundam arcuum tangentibus, ex illorum sive simplorum sive multiplorum varia vel additione vel subtractione, novæ semper novorum arcuum tangentes eruuntur, in quas operationes non ingrediuntur radicum extractiones. Sic ex. gratia ex tangente 45 grad. $=1$, & data tangente 1. min. $=b$, habebitur per Lemma I tangens 45 gr. 1 min. $=\frac{1+b}{1-b}$, ex hac & ex tang. 1 min. reperitur per idem Lemma tangens 45 gr. 2 min. & ita porro usque ad finem quadrantis, quibus inventis ultro dantur tangentes complementorum, quippe quæ illis sunt reciproce proportionales, ut si t sit tangens alicujus arcus, erit $\frac{1}{t}$ tangens complementi. Ex tangentibus supputantur secantes, id quod fit per solam tangentium additionem, ope cujusdam theorematis notissimi vi cujus *Secans cujusvis arcus est æqualis aggregato ex ejusdem arcus tangente & semissis complementi tangente*: Habentur deinde sinus ex secantibus per regulam proportionum, sunt enim sinus reciproce proportionales secantibus complementorum; ita ut citra ullam extractionem radicis triplex ille canon construi possit. Nihil jam dico de quibusdam aliis compendiis quæ in hoc quoque negotio commode adhiberi possunt ad facilitandum calculum.

Nota.

Finita horum scriptione incidi in Acta 1706 & in Comment. Paris. ejusdem anni. Deprehendi in Actis p. 262 Demonstrationem aliam Lemmatis primi sed ab ambabus meis demonstrationibus multum diversam, iisque longiorem: ibidemque ut & in Commentariis p. 256 extare quoque vidi formulam generalem pro determinanda tangente arcus multipli, quam supra in Coroll. II. deduxi ex Theoremate meo universali, quod nolui subticere, ne quis in sequiorem vertat partem observans me ejus rei nullam mentionem fecisse in Actis 1712, ubi eandem formulam jam tradidi per logarithmos imaginarios erutam, nulla certe tunc mihi subnata cogitatione, eam ab aliis (quamvis longe aliter) fuisse inventam: scopus vero nunc non fuit repetere quæ diu abhinc sunt tradita, sed tantum, occasione ita ferente, ostendere, quam facili negotio fluant ex Theoremate illo universali, de quo saltem mihi non constat, an a quoquam alio fuerit detectum; interim non tam novitas me impulit ad illud in lucem emittendum, quam ipsius utilitas in solutione problematis in schediasmate alio, brevi Actis inserendo, exhibita.

Pag. 370.

JOH.

Act. Erud. An. 1722. M. Aug. Pag. 396.

OH. BERNOULLI

ie Solutiones & Constructiones Problematis propositi n Act. Lips. Supplem. Tomo VII. Sect. VIII. pag. 172. De Curvis motis secundum axem & se mutuo constanter ad angulos datos secantibus.

'Ujus problematis solutionem aliquam accepi ex Anglia ad me per litteras missam a quodam Anonymo, quam postea in Act. M. Apr. 1721, sed nulla nec analysi nec demonione munitam. Quid de hac solutione senserim & ad eam iciendam ulterius desideraverim a Solutore, exposui in iis n Actis M. Jun. anni ejusdem: an ex eo tempore desideratis sfecerit, aut num alias praeterea dederit aliam solutionem, i non constat; quae ipse inveni ad egregii problematis mulcem solutionem, nunc quidem eam Geometris communicabet. Tres mihi sunt Methodi, quae singulae infinitas exhibent is quaesito satisfacientes.

oblema ita sonat: *Invenire & construere curvam, quae semet inversa situ positam atque bine inde motam secundum utrumque motu sibi semper parallelo secet constanter ad angulum rectum, iam ad angulum cuilibet dato aequalem.* Pag. 397.

uandoquidem quaesito satisfaciunt infinita genera curvaam algebraicarum quam transcendentium, meaque solu comprehendunt utriusque classis curvas, ut jam monuit meus in ipso loco ubi hoc problema proposuit, ostendam Methodum generalem determinandi e vestigio tot quot is curvas transcendentes quas per quadraturas construunexcipiet hanc alia methodus qua pariter tradentur innucurvae cum transcendentes tum algebraicae, & ita quidem iscendentes construantur ope rectificationis curvarum alarum: demonstrabitur porro quamlibet curvam, quae dato existente recto solvit problema, ita posse mutari rviat quoque suo quolibet alio dato angulo obliquo. getur constructio quaedam singularis quae rem expedit cilitate, quando angulus datus, alterius dati pro curva jam inventa quamcunque partem constituit in hac proe $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, &c. contentam. Accedet denique ex ti tertia quaedam methodus solvendi problema, per c duabus pluribusve curvis optatam proprietatem ha-

Act. Erud. An. 1722. M. Aug. Tab. 2. Pag. 398.

bentibus, aliæ novæ in infinitum derivari possunt. Ad hæc præstanda trado sequentia.

§. 1 Sint (Fig. I.) duæ rectæ parallelæ NP, QR, intra quas duæ curvæ ABC & EBF, quarum altera cum altera sit eadem sed ad se invicem inverso situ posita; moveantur ambæ vel saltem alterutra motu parallelo rectis NP, QR, ita ut se mutuo secent in puncto variabili B, per quod & per punctum D (sumto arcu AD æquali ipsi EB) si ducantur rectæ ipsis NP, QR, parallelæ BL, DM occurrentes assumtæ positione HG in punctis L & M; Liquet hæc puncta L & M a puncto medio O hinc inde æqualiter distare, ut & angulum mixtilineum FBL esse æqualem angulo mixtilineo CDM, adeoque angulum totum CBF ex CBL & FBL compositum esse æqualem summæ angulorum CBL & CDM.

§. 2. His præmissis, atque assumto O pro initio abscissarum OL, OM hinc inde æqualium & ad ordinatim applicatas LB, MD respondentium; concipiantur utrobique duæ applicatæ proximæ bl, md æqualiter a prioribus distantes, ita ut $Ll = Mm$. Oporteat nunc angulum intersectionis curvarum FBC esse constantem, nimirum ubique æqualem ipsi GLB vel GHQ. Hinc fient triangula Beb, Dnd (ductis nempe bc, Dn ipsi GH parallelis) sibi mutuo similia; est enim per præced. angulus MDC seu ndD = angulo FBL = FBC — cBb = OLB (bcL) — bBc, = Bbc, & præterea ang. $Dnd = bcB$; quare $Bc . bc :: Dn . nd$, & $Bc \times nd = bc \times Dn = \square bc$.

§. 3. Res itaque hinc redit, ut quæratur curva ABC, super GOH, ejus naturæ ut sumtis in utramque partem a communi initio abscissarum O abscissis æqualibus OL, OM, rectangulum sub elementis utriusque applicatæ æquetur quadrato elementi alterutrius abscissæ: ad hoc præstandum sequentes condo formulas, quarum qualibet solvet problema, & in quibus consistit primus meus solvendi modus.

SOLUTIO I.

§. 4. Sit OL $= x$, LB $= y$, $Ll = dx$, $Bc = \pm dy$; atque assumtis pro arbitrio quotcunque datis a, b, e &c. fiat dy = cuicunque ex his formulis.

$$(1)\quad dy = \frac{a - x}{a + x} dx$$

$$(2)\quad dy = \frac{aa - bx + xx}{aa + bx + xx} dx$$

$$(3)\ dy = \frac{a^3 - bbx + cxx - x^3}{a^3 + bbx + cxx + x^3} dx$$

$$(4)\ dy = \frac{\surd(a-x)}{\surd(a+x)} dx$$

$$(5)\ dy = \frac{\surd(a-x) \times \surd(aa - bx + xx)}{\surd(a+x) \times \surd(aa + bx + xx)} dx$$

$$(6)\ dy = \frac{(a-x)^p + (b-x)^q}{(a+x)^p + (b+x)^q} dx$$

Act. Erud. An. 1722. M. Aug. Pag. 399.

ruaturque Curva super OH (id quod concessis quadraturis r fieri potest, quia nulla hic adest indeterminatarum per- ɔ) quæ electam ex formulis pro æquatione differentiali ha- dico Curvam illam præscriptæ conditioni satisfacturam, od ex ante dictis facillime demonstrabitur. Quoniam enim ı OL=x erit OM=$-x$, & Mm=$-dx$, adeoque nd seu ele- um applicatæ MD exprimetur per formulam assumtam ı signa dimensionum imparium ipsius x erunt permutata, : ut etiam termini fractionis in se invicem transmutentur, , ut numerator abeat in denominatorem & vicissim, unde ɔunt duæ fractiones pro valore cB & nd, quarum termini tuam multiplicationem se destruent: ex. gr. si in formu- ıda, ubi dy seu Bc = $\frac{aa - bx + xx}{aa + bx + xx} dx$, scribatur $+x$ pro ɛ $-x$ pro $+x$, prodibit $nd = \frac{aa + bx + xx}{aa - bx + xx} dx$, unde mul- do B$c$ per nd habebitur, sumendo $-dx$ vel Mm affir-

$$Bc \times nd = \left(\frac{aa - bx + xx}{aa + bx + xx} dx \times \frac{aa + bx + xx}{aa - bx + xx} \times -dx \right)$$

:□ bc. Obtinet igitur curva ABC conditionem, quam :ced. requiri ostendimus ad id, ut se ipsam in situ in- :ro citroque motam secet in angulo constanter dato FBC, ui æqualis erit ipsi GLB seu GHQ.

n formularum harum fabrica loco regulæ generalis hoc ›bservandum est, ut pro terminis fractionis adhibean- functiones qualescumque ipsius x, eam ad se invicem relationem, qua fiat ut in utraque functione mutatis estatum imparium altera in alteram convertatur: quo :io intra quadrantem horæ centum vel plures condun- læ, totidem diversas sistentes curvas quæ optatum præ- ed altioris jam esset indaginis eas ex illis formulis eli- ſunt integrabiles, & propterea nobis reddunt curvas Pag. 400.

alge-

Act. Erud. An. 1722. M. Aug. algebraicas, pro quibus autem inveniendis infra dabo regulam peculiarem. Id nunc notare debeo, formulam primam exhibere curvam Logarithmicam obliquangulam de qua mox fusius, & infinitas alias quæ ex terminis constant mere rationalibus construi posse vel per logarithmicam vel per extensionem arcuum circularium, sicuti patet ex iis quæ olim tradidi de constructione fractionum differentialium rationalium, vid. Act. Lipſ. 1703 M. Jan. Quantum vero ad formulas irrationales, attendenti liquet, illam num. (4) exprimere Cycloidem & quidem vulgarem seu rectangulam, existente nimirum angulo GLB recto, sed cycloidem obliquangulam, existente eodem angulo obliquo; voco cycloidem obliquangulam, quæ fit constituendo ad datum angulum obliquum applicatas Cycloidis vulgaris quæ alias sunt perpendiculares ad axem.

§. 6. Redeo ad Logarithmicam, cujus pro hoc singulari casu constructionem exponere lubet, ut distincte patescat quo pacto & qua lege illa sit usurpanda ad problematis solutionem, Tab. II. Fig. 2. siquidem non omnis Logarithmica nec quomodocunque descripta huic negotio quadrat. Sint ut ante (Fig. II.) Rectæ duæ parallelæ NP, QR, intra quas curvæ reciproce positæ sese debeant decussare in angulo dato qui sit æqualis ipsi GHQ: Capiatur HS æqualis ipsi HG, completoque parallelogrammo SVGH Pag. 401. describatur Logarithmica obliquangula SBD super asymptoto GN, cujus applicatæ sint diagonali SG parallelæ, & quam tangat in puncto S ipsa SV, unde per consequens subtangens GV æqualis erit eidem SV: dico hanc logarithmicam SD, eandemque EBF inverse descriptam super asymptoto RQ, ita se invicem secare in B dum feruntur motu parallelo, ut intersectionis angulus EBS vel DBF evadat continuo æqualis angulo dato GHQ vel VSQ *Dem.* fluit ex ipsa formula.

Coroll. 1. Ut se secent orthogonaliter, existente scilicet angulo dato GHQ recto, facienda est logarithmica SBD semirectangula, h.e. cujus applicatæ cum subtangentibus faciant angulum semirectum, talis enim erit angulus SGV. Unde patet logarithmicam SBD fore tunc curvam Beaunianam multum olim inter Geometras agitatam, uti jam monui in Actis anni 1721 p. 121.

Coroll. 2. Qualiscunque vero sit angulus datus GHQ, erit angulus SGV quovis in casu acutus; hinc nulla ex Logarithmicis nisi acutangula huic negotio inservire potest, adeoque logarithmica vulgaris seu rectangula ac multo magis omnis obtusangula prorsus erit inutilis, ut pariter jam innui loco allegato. Nescio autem an anonymus Britannus perplexæ solutionis Autor

dede-

it horum demonstrationem, ad quam indagandam eum iveram. Act. Erud. An. 1722. M. Aug.

7. Ita vidimus quali moderamine opus sit ut Logarithmi- it idonea ad effectum qui desideratur præstandum, si sci- moveri debeat secundum directionem asymptoti. Quod si motus instituatur secundum directionem applicatarum, ut omnes Logarithmicæ sine ulla exceptione quæsito satis- e, modo ex illis ea assumatur cujus applicatæ cum subtan- ibus faciant angulum qui sit complementum ad duos rectos anguli intersectionis curvarum, id quod sequentem in mo- facile demonstro.

8. Factis enim & suppositis in Fig. III quæ in Fig. I; Tab. II. Fig. 3. super GH tanquam asymptoto Logarithmica ASC, cujus angens æqualis sit applicatæ OS in puncto medio O, quæque tur a; sit igitur hic iterum $OL = x$, $Ll = dx$, $BL = y'$, $= -dy$, $OM = -x$, $Mm = -dx$. Erit ex natura Logarith- Pag. 402.

$$Bc \text{ seu } + dy = \frac{-ydx}{a},\ DM = \frac{aa}{y},\ nd = \frac{-aady}{yy} = (\text{substitu-}$$

$$\text{lore ipsius } +dy)\ \frac{adx}{y};\ \text{adeoque } Bc \times nd = \frac{ydx}{a} \times \frac{adx}{y} = dx^2 =$$

Ex quo sequitur Logarithmicam ASC habere conditionem 3. requisitam ut secundum directionem applicatarum mota m Logarithmicam sibi æqualem & inversam secet ad angu- lato GHQ æqualem.

oll. In casu anguli GHQ recti, erit & ipsa ASC Loga- ica rectangula seu vulgaris; quæ per consequens semet inter rectas oppositas applicatis parallelas subcontrarie nverse positam orthogonaliter trajicit. Pro quovis vero obliquo GHQ, ipsa quoque ASC erit obliquangula, in tali motus directione supposita, quæ fit secundum du- applicatarum, nulla non Logarithmica utilis esse potest vendum problema, prorsus ut indicavi in loco præmemo- ctorum.

Propero ad alteram Methodum, per quam exhiben- rvæ innumeræ quæ optatum præstant tam algebraicæ ranscendentes, & tales quidem transcendentes quæ ad sui ctionem nullas exigunt quadraturas, sed duntaxat curva- gebraicarum rectificationes, quod num præstiterit Solu- onymus, prout ab eo petii, nondum audivi. In hac me- consistit

So-

SOLUTIO II.

Act. Erud. An. 1722. M. Aug. Tab. II. Fig. 4. Pag. 403.

§. 10. Sit primo angulus interſectionis curvarum rectus: ſuper HG (Fig. IV) perpendiculari ad rectas parallelas PN, RQ, deſcribatur curva arbitraria GEH, quæ habeat duos ramos EG, EH, ſimiles & æquales, adeoque verticem E in parallela OE transeunte per punctum medium O. Sumtis dein in utroque ramo duobus arcubus ES, EM æqualibus, agantur parallelæ SB, MD, illa ad dextram, hæc ad ſiniſtram, fiantque ipſis arcubus ES, EM æquales; dico puncta B, D, fore in curva AEC optata quæ nempe circa EO revoluta ut cum priore inverſum acquirat ſitum inter parallelas PN, RQ, ſemet ipſam ad angulum rectum conſtanter ſecabit dum alterutra movetur ſecundum directionem parallelarum.

Dem. Productis SB, DM pro lubitu ad *u*, V, intelligantur applicatæ proximæ *sb*, *md*, atque *Bt*, *Dn*, ipſis elementis arcuum S*s*, M*m* parallelæ: hinc quia B*t* = S*s* = E*s* — ES = *sb* — SB = *tb*, erit triangulum B*tb* iſoſceles, adeoque angulus B*ts* duplus anguli B*bt*; quoniam vero B*ts* = HSB, & B*bt* = CB*u*, erit etiam angulus HSB duplus anguli CB*u*; pari ratione demonſtratur angulus EMV duplus anguli EDM. Porro ang. EMV = ang. ESB ob æqualitatem & ſimilitudinem arcuum EM, ES; ille vero angulus ESB junctus angulo HSB æquivalet duobus rectis, ac proinde ſumma ſemiſſium, EDU + CB*u*, facit unum angulum rectum. Quare patet ex §§ 1 & 2 Curvam AEC habere naturam eam ut ſe inverſam ſecet ad angulum iſtis ſimul ſumtis, hoc eſt, recto æqualem. Q. E. D.

Coroll. Aſſumta pro GEH ſemicircumferentia Circuli, generabitur inde curva AEC, quæ vi conſtructionis hujus erit Cycloïs vulgaris, quod alia demonſtratione opus non habet: & ſic Pag. 404. rurſus per hanc ſolvendi viam in Cycloidem incidimus.

§. 11. Quod ſi pro GEH aliæ quæcunque curvæ algebraicæ aſſumantur, quæ habeant ramos EG, EH ſimiles & æquales, ut ſunt omnis generis Ellipſes, item Hyperbolæ & Parabolæ, quarum vertex ſummus ſit E, & axis EO, prodibunt innumeræ diverſiſſimi generis curvæ AEC, conditioni præſcriptæ ſatisfacientes, quæ ad ſui conſtructionem requirunt tantum curvarum algebraicarum rectificationem, citra ullam ad quadraturas recurrendi neceſſitatem.

§. 12. Denique hoc inſuper conſequimur, quod in hujus problematis ſolutione maximi eſt momenti; adhibita nimirum pro GEH aliqua curva non tantum algebraica atque ambos ramos ſimiles & æquales habente, ſed quæ præterea ſit algebraice rectificabilis

quales innumeræ dantur, ut sunt variæ Evolutæ, variæ Cau- Act. Erud.
, aliæque ejusmodi, tum omnes Epicycloides, & Hypocycloi- An. 1722.
quæ describuntur ex revolutione circuli super circulo, quocum M. Aug.
etri sunt commensurabiles: adhibita, inquam, tali curva pro
I, palam est, curvam ex ea descriptam AEC fore semper
oraicam. Et hac ratione infinitas curvas algebraicas e vesti-
depromere licet, quarum singulæ optata qualitate gaudebunt,
est, quæ in situ subcontrario positæ semet ipsas orthogonaliter
inue secent durante motu parallelo.

13. Esto nunc angulus intersectionis obliquus: Ut huic
que casui satisfiat exhibendo pariter curvas vel omnino alge-
cas, vel algebraicarum extensione construibiles, utrumque
n pro intersectione obliquangula non minus quam pro rectan-
i in potestate est; docebo primo modum, inventam quamlibet
vam pro quolibet dato angulo inservientem immutandi in aliam
e inserviat in casu cujusvis alius anguli dati. Supponamus ita-
curvam ABC (Fig. V.) esse aliquam per methodum quamcun- Tab. II.
constructam, quæ imperato officio fungatur inter GN, HQ Fig. 5.
llelas, & recta GH faciens angulum GHQ æqualem angulo
sectionis. Suppositis factisque reliquis ut in Fig. I, duca-
HK, ut fiat angulus GHK cui jam oporteat esse æqualem
lum intersectionis: tum inclinentur NG singulæque appli- Pag. 405.
BL, DM, &c. in situm TG, βL, ΔM, ipsi HK paralle-
, dico puncta β, Δ, fore in curva $\alpha\beta$T, quæ inverse posita
r HK, uti est super GT, & hac vel illac fluens in earundem
tione semet ipsam decussabit ad angulum ipsi GHK con-
r æqualem.

n. Ductis applicatis proximis qL, δM, æqualiter a βL,
istantibus factisque ipsi HG parallelis $q\gamma$, $\Delta\epsilon$; erunt hæ
γ, $\Delta\epsilon$ tam inter se quam ipsis bc, Dn æquales, utpote tam
am illæ æquales ipsis Ll, Mm; nec non $\gamma\beta = c$B & $\epsilon\delta$
, utpote utrobique differentiæ applicatarum æqualium.
am igitur curva ABC supponitur præstare conditionem
m pro angulo GHQ, erit per §. 2. cB $\times$ $nd = \square bc$, hinc
$e\delta = \square q\gamma$, eruntque adeo triangula $\beta\gamma q$, $\Delta\epsilon\delta$ similia;
similitudine habetur angulus $\epsilon\delta\Delta =$ ang. $\beta q\gamma$, proinde an-
$\delta\Delta$ seu qui ipsi æqualis censetur angulus M$\Delta\Gamma$ una cum
$\gamma\beta q$, hoc est, cum angulo L$\beta\Gamma$ æquatur angulo L$\gamma q =$
angulo dato GHK. Ergo §§. 1 & 2 Curva $\alpha\beta\Gamma$ satisfacit
gulo intersectionis, qui constanter æqualis erit dato
Q. E. F.

i. Ex hac curvarum immutatione nunc liquet, quod
d datum quemvis intersectionis angulum problema sol-
n. VI. Ee vi

Act. Erud. An. 1728. M. Aug. Pag. 406. vi possit, exhibendo curvas, quæ pro lubitu vel sint algebraicæ vel per algebraicarum rectificationem construibiles, & quidem utriusque generis numero infinitas. Describatur enim primo pro arbitrio per §§. 11 & 12. Curva aliqua quæ tantum inserviat pro intersectione orthogonali, hujusque postea applicatæ inflectantur ut singulæ cum axe HG constituant angulum dato cuilibet æqualem, manifestum est ex prædictis, curvam novam inde nasci, qualis desideratur, illa quippe, si simpliciter observetur modus in §. 11. ostensus, erit transcendens, sed quæ ad sui constructionem requirit duntaxat curvæ algebraicæ extensionem; sin autem præterea in auxilium vocetur quod suppeditat §. 12, habebitur omnino algebraica. Motum interim curvarum harum institui debere secundum directionem applicatarum præfato modo inflexarum, non opus est ut moneam, ratio ejus plus satis apparet ex præcedentibus.

§. 15. Subjungam hac occasione constructionem aliam, etiamsi particularem, quam propositam volo loco theorematis *jucundi* & elegantis: Esto (Fig. VI) ABC curva quæcunque inter parallelas, PN, RQ movenda, seque inversam constanter secans in dato angulo, qui sit æqualis ipsi GCQ. Productis applicatis LB, MD &c. capiantur in illis partes BS, DV &c. ipsis arcubus CB, CD &c. respective æquales, ut puncta S, V &c. generent novam curvam CSVE; deinde capiantur partes SK æquales arcubus CS, ut habeatur tertia Curva CFK, atque ex hac simili modo describatur quarta; ex quarta describatur quinta & ita deinceps; dico omnes has Curvas eam habere indolem ut unaquæque ex illis inter parallelas easdem PN, RQ mota se inversam secet in constanti angulo, qui præcedentis erit dimidius; posito namque intersectionis angulo pro prima, $=a$; erit ille pro secunda CSE, $=\frac{1}{2}a$; pro tertia CFK, $=\frac{1}{4}a$; pro quarta, $=\frac{1}{8}a$; pro quinta, $=\frac{1}{16}a$; & sic in infinitum.

Tab. II. Fig. 6.

Demonstratio similis est ei quam feci §. 10. Assumtis enim duabus applicatis LBS, MDV a puncto medio O æquidistantibus, iisque proximis *lbs*, *mdu*, intelligantur lineolæ *ts*, *Vn*, elementis primæ curvæ parallelæ; erunt, ut ibi demonstratum, ambo triangula *Sts* & *Vnu* isoscelia, adeoque angulus *Bts* hoc est LB*b* vel LBC duplus anguli *tSs* seu LSC; & angulus MDC duplus anguli MVC; unde sequitur, angulum intersectionis pro Curva secunda CSE (hoc est per §. 1) ang. LSC + ang. MVC $=\frac{1}{2}$ ang. LBC $+\frac{1}{2}$ ang. MDC $=\frac{1}{2}a$: pari modo demonstratur angulus intersectionis pro curva tertia CFK, $=\frac{1}{4}a$; ille pro quinta, $=\frac{1}{8}a$; atque ita deinceps. Q. E. D.

Pag. 407.

So-

SOLUTIO III.

Act. Erud. An 1722. M. Aug.

16. Superest tertia solvendi methodus, quæ docet ex suppo- aliquot curvis jam inventis desiderato satisfacientibus inveni- iovam quæ idem præstet pro alio intersectionis angulo: ita si supponamus in eadem Fig. VI. Curvam CFK esse datam, que satisfacere pro intersectionis angulo qui sit $= a$; item : esse aliam datam inservientem pro intersectionis angulo n vocemus b: inveniri poterit tertia curva CBA, quæ respon- t quæsito pro intersectionis angulo qui erit $= a + b$. Quod ex enti ratiocinio patebit.

17. Concipiatur recta CG perpendicularis ad applicatas, quæ axe sumatur, sitque CL $= x$, LB $= y$, Bc $= dy$; quia per hyp. væ CK, CS, sunt datæ, dabuntur in x & dx elementa appli- rum LK, LS; hinc etiam dabuntur in x tangentes inclina- iis curvarum ad applicatas, hoc est, angulorum CKL, CSL: rimuntur autem tangentes horum angulorum dividendo ele- tum abscissæ Ll vel dx per elementum applicatarum LK, LS, mendo unitatem pro sinu toto. Sit itaque $p =$ tang. ang. CKL, : tang. ang. CSL; quæraturque curva CBA, cujus arcus CB applicata BL faciat angulum æqualem summæ angulorum CKL L; quo facto manifestum est hanc curvam CBA ipsam fore, nserviet pro intersectionis angulo $a + b$. Pag. 408.

18. Quomodo autem talis curva CBA sit formanda, habeat ubique angulum CBL $=$ ang. CSL $+$ ang. CKL, ius ex Theoremate generali quod in Schediasmate præce- demonstratum est: Nam quia tangens anguli CKL $= p$, g. ang. CSL $= q$, erit vi illius theorematis tangens sum- orum angulorum $= \frac{p+q}{1-pq}$, cui per consequens æqualis es- t tangens anguli CBL, quæ est $\frac{dx}{dy}$, unde habetur $dy =$

r pro æquatione differentiali curvæ quæsitæ CBA. Dan- p & q in x, hoc est, sunt abscissarum functiones datæ, in æquatio est construibilis, saltem concessis quadratu- arum algebraicarum.

Quod si assumantur tres curvæ quæ quadrent ad toti- ersos intersectionis angulos a, b, c, ex illis eandem me- sequendo adornabitur curva quarta, quæ erit idonea endum angulum intersectionis $= a + b + c$; sint enim tangentes angulorum in quibus curvæ datæ applicatis

Ee 2 suis

Act.Erud. An. 1723. M. Aug. suis occurrunt; ex præfato nostro theoremate clarum est tangentem summæ trium illorum angulorum fieri $=\frac{p+q+r-pqr}{1-pq-pr-qr}$ $=$ tang. anguli CBL $=\frac{dx}{dy}$: hinc pro natura curvæ quæsitæ CBA obtinetur æquatio differentialis hæc $dy=\frac{1-pq-pr-qr}{p+q+r-pqr}dx$, cujus integratio ob datas absciffarum x functiones p, q, r, redacta est ad quadraturas.

§. 20. Simili modo ex quatuor curvis assumtis invenitur Pag. 409. quinta, ex quinque sexta & ita porro, quo rursus infinita nascitur curvarum multitudo; ubi notandum inter assumtas posse quoque inservire ipsam Lineam rectam cum axe CG angulum quemcunque constituentem; etenim & hæc quoque linea recta gaudet præscripta conditione, ut se inversam & in parallelum motam secet ad constantem angulum: sit ex.gr. in §. 17. Linea CSE recta hypotenusa trianguli rectanguli CGE faciens angulum cum applicatis ubique eundem & æqualem ipsi CEG; cujus proin tangens q, quæ ibi est functio ipsius x, hic jam est quantitas constans quæ vocetur b, mutabitur æquatio differentialis pro curva quæsita in hanc $dy=\frac{1-bp}{p+b}dx$; unde apparet unicam Curvam assumtam CFK pro quocunque intersectionis angulo sufficere ad formandam ex ea curvam CBA, quæ ad quemlibet alium intersectionis angulum utilis erit, prout enim b major minorve sumitur, magis etiam minusve augebitur angulus intersectionis curvæ assumtæ CFK; quinimo eundem omnino diminui posse, supponendo b negativum, per se clarius est, quam ut multis monere necesse sit: tunc utique æquatio inde resultans $dy=\frac{1+bp}{p-b}dx$ determinabit curvam CBA, cujus angulus intersectionis $=a-b$ seu differentiæ inter angulum intersectionis curvæ CFK & angulum intersectionis Lineæ rectæ AE.

§. 21. Præter hos tres solvendi modos in promtu sunt alii, sed cui bono ut omnes recenseam? Potuissem exponere duntaxat secundum & supprimere reliquos; ille quippe solus gaudet omni perfectione quæ in hujus rei negotio desiderari queat, dum non tantum exhibet curvas transcendentes quæ ad sui descriptionem requirunt algebraicarum extensionem, qualis construendi ratio illi quæ per quadraturas procedit longe est anteponenda, sed & largitur algebraicas; & quidem ex utroque curvarum

m genere numero infinitas pro quovis dato intersectionis Act. Erud.
lo. Volui tamen primum & tertium prædictorum modo- An. 1722.
una opera communicare, ut appareat quam diviti messe M. Aug.
det hæc materia, atque hinc ansam arripiant Curiosi ex
)inationibus harum infinities-infinitarum solutionum parti- Pag. 410.
ium ex tergemina nostra Methodo universali emergentium
ıdi alias quæ adhuc latent solutionum species.

Scholium.

22. Rogantur quicunque hæc legent & intelligent, ut :rant omnes illas solvendi methodos, præsertim quæ sub ɔ *Solutionis II.* a me traditæ sunt cum illa quæ ab Anonymo toreBritanno extat in Actis Anni superioris M. Apr. atque erpendant, annon ex perplexis ejus & operosis constructio- ıs colligi debeat, quod genuinam solvendi viam nondum ɔitam habuerit, quod per difficiles ambages quæsiverit quæ :n *obvia* erant & in propinquo, si brevissimam semitam, ı ego secutus in Solutione secunda, iniisset, quod denique l ipsum exhibere nequiverit transcendentes per solam alge- arum rectificationem construendas. Hinc percipient Lecto- quam ob causam in propositione hujus problematis peti- ıus duntaxat Curvas transcendentes, quibus nos acquietu- icebat Filius meus pro casu intersectionis obliquangulæ; meherele! quod dubitaremus, an absolute *dari possint* alge- æ generali huic conditioni satisfacientes, dedi enim pro quo- ıgulo curvas algebraicas infinitas, quas sistit modo memorata o mea secunda: Sed rem ita proposuit Filius, ne alioquin : nimis panderetur transitus ille, per se jam satis facilis, a)ne per curvas algebraicas pro intersectionis angulo recto ad)nem per easdem algebraicas pro angulo obliquo, scilicet endo tantum earum applicatas, ceu docui in §§. 13, 14. tique cautela prudenter adhibita factum, ut quod primarium s in hoc scrutinio quantumvis facile, nostro Anonymo non isse videatur, secus enim non dixisset in fine suæ solutionis *'em* satisfacere tunc tantum, *quando angulus intersectionis re-*, sed addidisset si rem perspectam habuisset, *Cycloidem obli- lam* satisfacere tunc etiam, *quando angulus intersectionis obli- !*. Responsum ergo hoc habeat Anonymus ad quæstionem n subnexo suo Scholio nimis curiose quærit, *cur inter duos ətis casus ita distinxerimus, ut pro angulo recto curvas alge- pro obliquo transcendentes tantum postularemus*, etiamsi no- Pag. 411. utroque casu præsto essent algebraicæ, responsum, inquam, hoc

Act. Erud. An. 1722. M. Aug.

hoc habeat, id nempe data opera factum, ut melius absconderetur artificium, neque a nobis ansa præberetur Anonymo illud detegendi & postea, uti solent non pauci ex ejus Popularibus, qui nostra arant vitula, contra nos eo abutendi quin & quandoque conviciandi ubi vident plagia sua e tenebris in apricum producta.

Appendix.

E re nostra esse judicamus ut sciat B. Lector, hoc schediasma jam ante aliquot menses conscriptum fuisse, occasione mittendi Lipsiam se non citius offerente, quam per Mercatores ad instantes nundinas paschales abituros. Interim quod commodum accidit, accepi nuperrime secundam aliquam epistolam ab eadem illa, qua prior, ignota mihi manu exaratam. Significat Epistolæ Scriptor, Amicum suum (qui fortassis cum ipso Scriptore unus idemque est homo) parasse responsum ad meam Animadversionem editam in Actis M. Junii A. 1721 idque publicatum iri *inter* nescio quos *Commentarios*, *qui vero cum tarde*, aut forte nunquam, *ad manus meas sint perventuri*, *ut diu ignorem responsi contentum*, ejusdem apographum pro ea qua est humanitate communicavit, insimul hortatus, *ut quam primum meam Solutionem in publicum emittam*, quod nunc facio.

Anonymi Responsum ita comparatum deprehendo, ut nihil in illo videam, cujus de causa aliquid vel minimum in schediasmate meo, licet diu ante scripto, immutare debeam, prodit itaque sicuti prodiisset si non vidissem Anonymi scriptum; duo enim tantum in hoc observo, ad quorum prius nihil adhuc animadverti potest, eo quod sistit solutionem aut analysin *notis fictis*, ut vocat, involutam, quam sit retecturus, postquam meam solutionem viderit; alterum vero, quod responsum hoc continet, aliud nihil in se habet, quam Demonstrationes de Cycloidis & Logarithmicæ usu in problematis solutione; agnosco equidem eas recte se habere, sed quod ad Cycloidem spectat, res est tantæ simplicitatis tantæque facilitatis, ut quilibet Tyro, non omnino rudis, idem præstare queat. Duplicem autem usum Logarithmicæ demonstrare, illum præsertim quando Logarithmica moveri supponitur secundum directionem asymptoti, fateor paulo altioris esse indaginis; interim etiam hoc demonstrari facilius potuisset ab alio, qui non ea qua Anonymus noster esse videtur peritia & sagacitate polleret, postquam nimirum in præfata mea Animadversione p. 121 omnes circumstantias ad rei considerationem necessarias ita sigillatim recensui & exerto quasi digito indicavi, ut mirarer si Noster non statim rei indicatæ demonstrationem invenisset.

Pag. 412.

Has

ergo cum prociaus dederit demonstrationes, (quas ab *Act.Erud.*
ieram sed quatenus ex sua solutione fluentes quod non- *An. 1722.*
ideo) mirari potius subit, cur non eadem proclivitate se *M. Aug.*
erit ad alterum indagandum, ad quod illum pariter invi-
m, nimirum ad methodum generalem inveniendam, qua-
c in Solutione secunda exhibui, construendi curvas tran-
ntes optatas, quotquot libuerit, per rectificationem cur-
algebraicarum: nec est quod in excusationem dicat Epi-
criptor, *Amicum suum* (h. e. si recte hariolor, se ipsum)
temporis spatium ad eam solutionem sumsisse; otium item
isse rem ab eo tempore ulterius prosequendi, aliaque nego-
quoque obstare, quo minus animum eidem rursus applicet.
enim hic prætextus non magis ad unum quam ad alterum
t, permittet Anonymus, ut ego sibi vicem reddens, mo-
quæstionem suismet verbis conceptam, vid. ipsius Scho-
: *Quæritur nempe quibus computationibus adductus sit ano-*
Solutionis Autor inter hæc duo ad quærendum sibi proposita
inguere, ut ad alterum, ubi Cycloidis & Logarithmicæ
ratio petebatur, se promtum paratumque præbuerit, non
bus omnibus suis negotiis; ad alterum vero, quando cur-
scendentes per algebraicarum Extensionem describendæ exi-
propter eadem illa negotia animum applicare noluerit.
veram distinctionis rationem citra aruspicinam haud æ-
inari posse.

nuit Epistolæ Scriptor in suo Responso, *me allaborare*
Amici sui (sive suam) *solutionem meæ anteferret*, quo me
s alicujus postulare tacite videtur, sed injuste: quorsum
t ea me res sollicitum teneat, de qua quilibet Lector Pag. 413.
me nec curante nec monente, judicium feret, prout res
ebitur? Sit igitur bono animo metuatque nihil, aperiat
antocyus logogriphi sui involucrum, ut Lectoribus in-
& de rei pretio judicare liceat: sancte obstringo fi-
primum fore applausorem si quid mea solutione præ-
rotulerit.

m rogo, si suis me litteris privatis cohonestare porro
nen suum ut exprimat, quo sciam ad quem responsio,
s fuerit promta, pariter per litteras amandari queat,
ecerit nomenque suum reticere perrexerit in proximis,
acceptūrus sum, litteris, haud ægre feret, si deinceps
s ex Tabellarii manibus redimere recusabo atque ita ir-
linquam ad Autorem referendas.

LITTE-

Act. Erud. An. 1722. M. Sept. Pag. 452.

LITTERÆ B. TAYLOR AD J. B. M.

Datæ Londini die 6. Julii A. MDCCXXII.

CUm in Actis Eruditorum Lipsiæ a Te editis compareant scripta Dn. J. Bernoulli, atque ejus nomine aliorum, famam meam multa cum libertate tractantia, de quibus jure merito conqueri possem; haud Tibi iniquum videri debet, Vir Clariss. quod unius accusationis inter multas refutationem iisdem Actis a Te inseri rogo. Cætera quidem contemno: hoc solum mea interesse credo, ut publice respondeam conatibus, quibus orbi literato suadere cupiunt, me inventionem centri oscillationis, libro meo de Methodo Incrementorum insertam, ex Bernoulliana derivasse. Hoc sæpius inculcant; sed suffecerit verba Dn. N. Bernoulli citasse, quæ extant Act. Lips. Mens. Jun. 1720 p. 36: Sunt inter sagaciores Mathematicos qui suspicantur, „ testibus literis quibusdam privatis, Taylorianam hanc investi- „ gationem mutato vestitu ex Bernoulliana fuisse enatam. „ Huic accusationi paucissimis respondetur; nam extat eadem investigatio nostra in Transactionibus Philosophicis pro A. 1713, quæ jam Mense Majo A. 1714 publici juris erant; Bernoulli vero investigatio jam primum prodiit in Actis Lipsiensibus pro Mense Junio insequenti. Testes alios citare supersedeo, cum refutatione plenaria contentus accusationem atrocem retorquere sim minime sollicitus.



EX-



EXCERPTA
[E]X ACTIS ERUDITORUM
LIPSIENSIBUS
ANNI 1723.

COMPARATIO

[A]nonymi Geometræ Britanni novam provocationem,

occasione problematis de Trajectoriis reciprocis, hujusque solutionum editarum mense Aug. 1722.

Per JOH. BERNOULLI.

HOC quidem problema fuit propositum a Filio meo, sed ita propositum in Supplem. Tom. VII. p. 172, ut neminem provocaret, scilicet tantum Curiosorum in gratiam, unicuique libertate relicta, vel tentandi vadum vel non tentandi; qua in re nihil sane contra modestiam peccatum fuisse nobis [...]nus. Extitit haud multo post aliquis Britannus, adhuc [...]i ignotus, qui per litteras, suppresso tamen nomine [...]tionem aliquam sed sine demonstratione & sine analysi [...]cavit, editam postea in Actis 1721 p. 65. Solutioni ad- Act. Erud. An. 1723. M. Febr. Pag. 75.

 jece-

Act. Erud. An. 1723. M. Jan. jecerat Scholium, quod ita comparatum, ut respondendi necessitas nobis imponi videretur.

Hinc continuo ad Acta misi animadversionem meam, quæ eodem anno prodiit p. 120. Duo in solutione Anonymi me desiderare indicavi, unum scilicet, ut exhiberet curvas transcendentes non tantum per quadraturas, sed *per Rectificationes curvarum* Pag. 76. *algebraicarum construibiles*; alterum, ut Cycloidem & Logarithmicam variosque hujus casus quæsito satisfacientes, quos ibidem recensui, actu ipso demonstraret.

Sub initium anni sequentis secundam ad me scripsit Epistolam (vid. Supplem. Tom. VIII.) in qua quidem hoc alterum effectui dedit, sed priori penitus neglecto, cui hoc prætexuit commentum, *sibi otium defuisse rem ulterius prosequendi, aliaque jam negotia quoque obstare, quo minus animum eidem applicet*, habuit nempe otium præstandi unum, deerat vero tempus præstandi alterum; quid nimirum? hoc erat facile & obvium, illud autem difficile & arduum: utrum otii an virium potius defectus sit accusandus, judicent alii.

Communicavit in eadem Epistola solutionem suam sed notis fictis involutam, ne quid, quod metuebat, ex illa expiscares, ipse vero pariter ex mea, quam prolaturus essem, quamque sine mora sibi videndam deposcebat, suam adornasse non videretur. Interim non opus erat, ut ad sibi satisfaciendum me provocaret, siquidem, cum ipsius Litteræ advolarent, jam ab aliquot mensibus paratam habebam solutionum mearum descriptionem, exspectans commodam ad Acta Lipf. mittendi occasionem. Mox postea schediasma transmissum prodiit in publicum mense Augusto 1722.

Credebam, me in eo hanc materiam usque adeo enucleasse per multiplices problematis solutiones, quæ sistunt innumera genera curvarum tam algebraicarum quam transcendentium, harumque constructiones non modo per quadraturas sed per rectificationes algebraicarum, ut nihil amplius ad ulteriorem disquisitionem exigi posse sperarem. At vero Anonymus meus, istis omnibus non contentus, omnem movit lapidem, ut porro inveniret aliquid, quo me ad incitas redigere posset: unde post multum laboris & sudoris (licet antea dixerit, sibi *otium deesse rem ulterius prosequendi*) tandem aliquid detexit cui me imparem fore lætabundus putavit. Et tanti quidem momenti res in eo consistit, ut *determinetur omnium, quæ satisfaciunt in proposita quæstione, curvarum algebraicarum simplicissima*.

Pag. 77. Nec mora: festinandum erat ad calamum, habebat enim, ita putabat, quo me ligaret: quocirca tertiam pronuper ab Anonymo

meo Epiſtolam accipio, quæ, quia tum minus bene vale- Act. Erud.
, aliquamdiu poſt reſerata, ſperabam me nomen ejus edo- An. 1723.
n iri, atque in ea me reperturum methodum aliquam a mea M. Febr.
rſam conſtruendi ſuas curvas tranſcendentes per algebraica-
extenſiones, quam utique dare tenebatur, antequam novi
ſolvendum mihi proponeret.

d videtur eludere voluiſſe officii ſui debitum, & maluiſſe
ondere provocando quam ſatisfaciendo, & hunc quidem in
um: „ Oculos, inquit, nuper conjeci in ſolutionem proble-
iatis tui, quam inter Acta Eruditorum menſ. Auguſt. edidi-
i. Cum autem unus e primariis hujus problematis uſibus ſit
nvenire curvas ſimpliciſſimas, quibus ſolvi poteſt, ut ipſe
aud ſemel innuiſti, nec video te indicaſſe curvam ſimpliciſſi-
nam algebraicam, gratiſſimum nobis facies, ſi indicaveris
jusmodi curvam ſimpliciſſimam, quam problemati reſponde-
e obſervaſti, eamque delineaveris; & ſi ſignificaveris, an de-
monſtrationem habeas, quod curva, quam ſis exhibiturus, re-
era ſit omnium algebraicarum, quibus hoc problema ſolvi-
r, ſimpliciſſima. Curvam autem ſimpliciſſimam, quam Ami-
(*hoc eſt, ſi recte conjicio, ſibi*) inveniſſe contigit, una cum
tione eam inveniendi, notis fictis, quibus antea ſum uſus,
n deſcribam &c.

ſce ſubnectit cryptographum ſuum, ſub quo curvam ſimpli-
nam abſcondi affirmat: docebit dies, quando nos arcani
cipes reddere voluerit Autor, quid tanto Apolline dignum
o contineatur. Ad me quod attinet, tametſi non arbitrer,
incumbere, ut præſto ſim cuique, qui me provocare ſtatue-
cum præſertim in functione publica conſtituto non liceat ea
s adſtrictus eſt penſa ſeponere, atque cum aliis importune
ſis negotiis commutare: volui tamen hac adhuc vice horu-
quot impendere ſubciſivas, ut nunc quoque ſatisfacere co-
intempeſtivæ Provocatoris interpellationi, nequaquam mi-
ecori ducens, etiamſi in caſſum laboraſſem, tot aliis di-
s negotiis. Ut enim dicam quod res eſt, non video cur ad
mque quæſtiones ab otioſis mihi propoſitas reſpondere ma-
ar quam vel ipſe Newtonus, utpote qui ab hujusmodi Pag. 78.
plationibus non majori jure quam ego immunis eſſe de-
oſſem enim regerere verba cujusdam Angli (quamvis a
provocati) eaque mihi applicare dicendo: *ſive proble-
atur ſive inſolutum maneat, nihil exinde conſequetur, quod
at: nec iſtis certe meis Inſidiatoribus, qui problematis ſolu-
ontinenter efflagitant, jus ullum eſt me ad certamen ingenio-
ta cum licentia provocandi.* Nec eſt quod dicant, hoc pro-

 ble-

Act. Erud. An. 1723. M. Febr. blema originem habere ex illo quod filius proposuit (a se ipso) non a me, ut male causantur, acceptum; etenim, ut jam initio monui, abfuit a Proponente omnis provocandi animus.

Ne interim triumphum canant ante victoriam, dabo hic Curvam omnium algebraicarum simplicissimam, qualis in casu proposito desideratur, eamque simplicissimam esse demonstrabo. Sed ut evitetur ambiguitas, definiendum primo est, quid per simplicitatem curvæ intelligatur : alia est *simplicitas æquationis* inter coordinatas, per quam curva exprimitur, alia *simplicitas praxeos manualis*, qua curva in plano describitur : in hoc posteriori sensu Newtonus vocat *Ellipsin* Conicarum sectionum *simplicissimam*, eamque ob facilitatem descriptionis præfert Parabolæ, licet hæc simpliciore gaudeat æquatione; atque ideo diserte rejicit Vir summus argumentationem a simplicitate æquationum. Vid. Algeb. Newt. p. 314, 315.

Qualem hic *simplicitatem* Anonymus intelligat, non quidem exprimit; verum ex circumstantiis colligo, eum intendere simplicitatem in priori & vulgari sensu sumtam, nimirum ut exhibeam curvam algebraicam problema solventem, quæ exprimatur æquatione inter coordinatas dimensionis quam fieri poteſt paucissimæ, hoc est, ut more Newtoniano loquar, quæ sit *infimi ordinis* omnium possibilium curvarum algebraicarum problemati satisfacientium. Desideratam ergo hanc Curvam in modum sequentem describo, sed transpositis literis, ut consuetudinem Anonymi observem; *9abb5cdæ4eg4i3lm2nopq3r5ſ3t6u: 20ab6c6d6æ14effg6i7l6m7n3o9pqq13r4ſ17t12u;*
Pag. 79. *6abccdd3æ8efgb11i3l4mnn3o4pq4r6ſ8t6u. 14ab8cdd11eb5i6l4m4n11o4pq11r9ſ11t4u: 16a4b3c3d11e3g9i7l5m6n3o4pqq5r12ſ12t13u.*

Supereſt igitur, ut Solutor anonymus aperiat suum logogriphum; quod ubi factum esse intellexero, meum quoque Anagramma protinus revelabo. Sed permittat, ut conquerar de injusto mecum procedendi modo. Quid enim? si in eventu contingat, meam quam hic tradidi curvam non tam simplicem esse quam quæ ex Anglia transmissa est, annon me in hoc certamine devictum tota Gens Britannica in triumpho circumducet; inque Victorem (qui tunc nomen suum propalare non differet) plausus & præconia largis manibus sparget? Dii boni! si hoc contingeret, quis amplius ex nostratibus hiscere, aut quis urgere auderet veteres nostras victorias, quæ nunc haud dubie per recens acceptam cladem oblivioni traderentur, nunquam posthac memorandæ? Sin contrarium contingeret atque mea quam exhibeo Curva forte fortuna simplicior deprehende-

retur

illa ab Antagonista anonymo inventa; ubinam tunc quæ- Act.Erud.
is esset Aggressor repulsus? aut quomodo ab illo debitum An. 1723.
riæ præmium exigerem? Nullum est dubium, quin tunc M. Febr.
: pergeret post carecta, probe cavens, ne risuum tela quæ
: paravit sibimet ipsi noceant.

:cesse est hanc ob rem, si insidiatoris titulum declinare ve-
it aperto Marte mecum decertet, nomenque ideo suum de-
t; justum enim est, utramque partem æqualiter idem su-
periculum: quod si vero aliter statuerit, sciat me suas
ocationes imposterum, ut par est, alto silentio contemtu-
; quandoquidem cum Anonymis altercari non magis glo-
m quam cum umbris dimicare.



ARMONIA MENSURARUM, M. April. Pag. 157.

ve Analysis & Synthesis per Rationum & Angulorum Mensuras promotæ:

'ccedunt alia Opuscula Mathematica, per Rogerum Cotesium.

it & auxit ROBERTUS SMITH, Colleg. Trin. antabr. & R. S. Socius, Astronomiæ & Experi-entalis Philosophiæ post COTESIUM Professor.

Cantabrigiæ, 1722, 4. *Plag.* 50 *Tab. æn.* 1.

ribuitur hic liber in Partes tres; quarum prima, quæ di-
tur *Logometria*, in eum potissimum finem conscripta est,
staret, Problemata illa, quæ ad Hyperbolæ & Ellipseos
turas reduci solent, ad Rationum & Angulorum Mensu-
:ommode reduci posse, & exinde facilius resolvi vel per
m Logarithmorum, vel per Canonem sinuum & Tan-
1. Rationum Mensuræ sunt quantitates cujuscumque ge-
juarum magnitudines magnitudinibus rationum sunt ana-
ecundum hanc definitionem in quolibet Canone Loga-
um exhibetur *Systema* mensurarum Numeralium cujus-
.onis, quam habet numerus quisque ad Unitatem: in

qua-

Act. Erud. An. 1723. M. April. Pag. 158.

qualibet Linea Logistica exhibetur systema mensurarum Linearium; Asymptoti scilicet partes, binis quibusque ordinatis interceptæ, sunt mensuræ lineares rationum inter istas ordinatas: in Hyperbola vero constituitur alterius generis mensurarum systema; namque Areæ inter curvam & asymptoton interjectæ, & binis quibusque ordinatis conclusæ, sunt mensuræ Planæ rationum inter has ordinatas. Diversa itaque oriuntur mensurarum systemata, prout modis diversis exponitur analogia illa determinata & immutabilis, quæ est inter magnitudines rationum: pro mensuris scilicet adhibendo quantitates quaslibetcumque diversas, quales sunt Velocitates, Tempora & similia; aut etiam minuendo vel augendo systematis cujusvis dati mensuras omnes in eadem data quacumque proportione. In tanta autem varietate optimo consilio cautum est, ne qua confusio oriretur, vel de genere, vel de magnitudine mensurarum, de quibus contingat sermonem institui. Autor enim feliciter indicavit, determinatæ cujusdam & immutabilis rationis mensuram pro *Modulo* cujusque systematis semper habendam esse; cui semel invento aliarum rationum mensuræ certis proportionibus certoque genere in unoquoque systemate respondebunt. In Propositione prima per methodum valde generalem & simplicem exponitur inventio mensuræ rationis cujuscunque propositæ. Hujus inventi hæc sunt corollaria. Modulus cujusque systematis est quantitas aliqua invariabilis, quæ ita se habet ad incrementum minimum mensuræ rationis cujuscumque propositæ, ut rationis terminus variabilis se habet ad termini ipsius incrementum. Mensura datæ cujuscumque rationis est ut Modulus systematis, ex quo desumitur. Modulus ergo in omni mensurarum systemate semper æqualis fit mensuræ rationis cujusdam determinatæ & immutabilis; quæ proinde *Ratio Modularis* vocatur atque his numeris exhibetur 2, 718281828459 &c. ad 1, vel 1 ad 0, 367879441171 &c. Hujus itaque rationis mensura numerabilis seu logarithmus *Briggianus* est Modulus systematis *Briggiani*: & ejusdem mensura linearis in Logistica æquatur datæ Subtangenti; quæ proinde, hujus systematis Modulus; Pag. 159. ejusdem denique mensura plana per Aream Hyperbolicam exposita æquatur dato parallelogrammo subordinata ad asymptoton & recta a centro abscissa; quæ adeo est harum mensurarum modulus. Et cujuscumque demum systematis modulus plerumque est quantitas aliqua notabilis. In secunda Propositione per methodum minime vulgarem docetur Constructio Canonis *Briggiani*, traditurque regula pro inventione numerorum & logarithmorum, qui intermedii sunt & ultra Canonis limites excurrunt. In Propositione tertia exponitur systematis cujusvis logometrici constru-

per Canonem logarithmorum : idque non solum si detur e nate proposito mensura rationis alicujus determinatæ, sed nsi non detur. In Prop. 4, 5 & 6 quadratur Hyperbola, ibitur Logistica & Spiralis Æquiangula atque uno altero exemplo harum propositionum utilitas demonstratur. Unum adducam de Inventione Densitatis Aeris, ex quo Autoris iodus Logometrica, cujusmodi sit, quodammodo percipi it. Uniformiter agente vi Gravitatis, vulgo notum est, si tlibet Altitudines sumantur in progressione Arithmetica, itates Aeris in his altitudinibus fore in progressione Geo- ica : id est altitudines illæ sunt mensuræ rationum inter itatem aeris ad Terræ superficiem & densitates ejus in istis udinibus ; similiterque binarum quarumvis altitudinum dif- ɔtia est mensura rationis inter densitates aeris in his alti- nibus. Hujus autem mensuræ magnitudo vera, quæ propo- cuivis densitatum rationi vere conveniat, jam restat deter- anda. *In hunc finem* Autor facile demonstrat, hujus syste- *s modulum* æqualem esse Altitudini Atmosphæræ, cujus ɪrmis densitas ubique eadem esset ac densitas aeris ad ter- ɔperficiem. Datur itaque hic modulus (quippe qui est ad dinem Hydrargyri Barometrici ut gravitas Hydrargyri ad tatem aeris) atque inde dabitur systema totum. Nam, earundem rationum mensuræ in omnibus systematibus sunt se analogæ, Logarithmus rationis inter densitates aeris in quibusvis altitudinibus erit ad modulum Canonis, (sive ad ithmum Rationis Modularis) ut altitudinum earundem dif- ia, ad Atmosphæræ prædictæ homogeneæ altitudinem il- latam. Huic *Logometriæ* subnectitur Scholium Generale, ontinentur Problematum Constructiones perquam elegantes Logometricæ tum Trigonometricæ: quibus utique exhiben- rvarum vel Geometricarum vel mechanicarum Longitudi- treæ & contra Gravitatis ; quin & solida ex iis genita & um superficies. Construuntur etiam Problemata Physica porum Viribus attractivis, de fluidorum Densitate & itia & de Planetarum Trajectoriis. Horum Problematum oe sunt Casus, quorum alter construitur per mensuram s, alter vero per mensuram Anguli, Admiranda *Men-* utriusque generis *Harmonia* in his casibus animadver- peri ipsi nomen imposuit. Nam mensuræ Angulorum, ac Rationum, sunt quantitates cujuscumque generis, magnitudines magnitudinibus Angulorum sunt analo- ic definitioni respondent circuli cujusvis arcus vel secto- etiam quælibet quantitates Temporis, Velocitatis aut Re-

Act. Erud. An. 1723. M. April.

Pag. 160.

Resistentiæ; modo sint angulorum quantitatibus analogæ. In unoquoque vero systemate diversus habebitur modulus mensuris ipsis homogeneus; ex quo per Canonem Sinuum & Tangentium hæ mensuræ æque commode computari possunt, ac rationum mensuræ per Canonem Logarithmorum. Erit enim systematis Modulus datus ad mensuram anguli cujusvis dati, ut circuli Radius ad ejusdem arcum, qui angulum eundem datum subtenderet; vel ut hic numerus graduum 57, 2957795130 &c. (qui semper idem est) ad numerum graduum in angulo dato. De summa rei ecce tibi Autoris sententiam, pag. 35: „ Geometris integrum erit ex „ adductis hactenus Exemplis de Methodo nostra judicare; quam „ quidem, si proba fuerit, ulterius excolere pergent & excolen- „ do latius promovebunt. Patet utique campus amplissimus, in „ quo vires suas experiri poterunt, præsertim si Logometriæ „ Trigonometriam insuper adjungant, quibus miram quandam „ affinitatem in se invicem euntibus intercedere notabam. Hisce „ quidem Principiis haud facile crediderim *generaliora* dari pos- „ se; cum tota Mathesis vix quicquam in universo suo ambitu

Pag. 161. „ complectatur præter angulorum & rationum Theoriam. Ne- „ que sane *commodiora* sperabit, qui animadverterit Effectionis „ facilitatem per amplissimas illas omnibusque suis numeris ab- „ solutas cum Logarithmorum tum Sinuum & Tangentium Ta- „ bulas; quas antecessorum nostrorum laudatissimæ solertiæ de- „ bemus acceptas. Ut vero tanti beneficii uberior nobis exsurgat „ fructus, id nunc exponendum restat, quibus artibus ad istius- „ modi conclusiones rectissime perveniatur. In hunc finem „ Theoremata quædam tum Logometrica tum Trigonometrica „ adjecissem, quæ parata ad usum asservo; ni consultius visum „ esset, quum absque nimiis ambagibus ea tradi non possunt, „ intacta potius præterire atque aliis denuo investiganda relin- „ quere. „ *Hisce quidem Principiis haud facile crediderim generaliora dari posse*, dixit Autor; id quod uno atque altero exemplo plenius constabit. In problemate supra memorato densitates Aeris in quibusvis altitudinibus per altitudines ipsas dimensus est, posita Atmosphæræ homogeneæ altitudine pro modulo mensurarum. Haud aliter ubi agit de motu corporis dati in dato Medio resistente cum data qualibet velocitate deorsum vel sursum projecti; ostendit, tempus descensus, determinato quodam tempore semper auctum, fore mensuram Rationis ad Temporis modulum datum, cujus termini sunt summa & differentia Velocitatis Ultimæ (quam corpus in infinitum descendendo acquirere posset) & velocitatis in fine descensus acquisitæ: Tempus autem ascensus, determinato quodam tempore semper diminutum, fore

men-

furam Anguli ad Temporis modulum datum, cujus Radius est angentem in ratione Velocitatis Ultimæ prædictæ & velocita- Act. Erud. An. 1723. M. April.
i fine ascensus acquisitæ: Spatium vero, dato tempore descen- el ascensu descriptum, fore mensuram Rationis ad spatii mom datum, cujus termini exponuntur per vires accelerantes retardantes e gravitate & resistentia simul agentibus in prin- & fine motus collectas. Generalis hæc descriptio sufficiet anc rem quam paro. Nempe cum rationum magnitudines iter ac ipsi termini) per quantitates cujuscunque generis ex- possunt, Geometris integrum esse quodlibetcunque earum s pro re nata seligere: ut neque necesse sit aut Hyperbolæ Pag. 162.
.ogometricæ cujuspiam Figuræ subsidium comparare; neque fere ullas quantitates adhibere, præterquam quas ipsæ sup- tent Problematis propositi conditiones. Id quod intelligi po- de Angulorum mensuris. Quod de principiis suis notatu dim censuit Autor, hoc erat alterum; *neque sane commodiora ibit qui animadverterit Effectionis facilitatem*. Nam eodem ope- *i modo* semper dabitur vel rationis vel anguli mensura, quæ osito cuivis Problemati satis faciet: sumendo scilicet ex Ta- *memoratis* rationis dimetiendæ Logarithmum vel numerum uum in angulo dimetiendo, & exinde datis tribus terminis *iendo* quartum proportionalem. Simplicissima quidem area rbolica per Autoris Prop. quartam eadem opera quadrari , Elliptica vero non item: & quo magis compositæ fuerint eæ, eo majori calculo opus erit: si Series Infinitæ ad qua- ram advocentur, etiamnum augebitur calculi molestia. Quæ ta sint annon merito quærendum videtur, quo fine, dem- *ntemplationis* gratia, sectionum conicarum Areæ ad pro- :um constructiones semper adhibendæ sint. Geometria du- *itione* considerari debet prout vel in Theoria vel in Praxi *ur*. In theoria parum refert quarumcunque Figurarum ope tatem perveniamus, quippe quod mutuas rerum habitudi- mmodo expendimus. In praxi vero tanto melior erit pro- oblematis solutio, quanto minore fiat Figurarum appa- Hactenus de *Logometria*; quæ antehac edita fuit in *Transa- Philosoph.* Reg. Soc. Lond. Anno 1714 No. 338. Theore- ro cum Logometrica tum Trigonometrica, quæ operis secundam constituunt, post immaturam Autoris mortem mum prodeunt. Hæc vero datarum Fluxionum Fluentes non per areas conicas sed per mensuras rationum & an-

In Parte tertia applicantur hæc Theoremata ad Proble- nalysin & Constructionem: quæ solito faciliores fiunt, tis sectionibus conicis, una sublata est earundem de-

Act. Erud. An. 1723. M. April. Pag. 163. terminatio per æquationes datas. Percommode nos edocuit Auctor, paulo antequam fato concessit, (datis literis ad amicum suum D. *Jones*) „ Fluxionum Methodum Inversam nondum „ eo usque promotam fuisse vel per areas conicas, vel per „ mensuras rationum & angulorum, quousque per has metho- „ dos promoveri possit. Campus (inquit) infinitus hactenus „ incultus jacuit, quem ego tandem feliciter ingressus sum. „ Missis ambagibus dicam quod res est: Excogitavi methodum „ generalem & venustam, qua per mensuras rationum & angu- „ lorum dabitur Fluens quantitatis cujusvis, quæ cum hac Forma „ comparari potest $\frac{d\dot{z}z^{\theta n+\frac{\delta}{\lambda}n-1}}{e+fz^n}$: ubi d, e, f denotant quan- „ titates quaslibet invariabiles, z variabilem, n Indicem quem- „ vis, θ numerum quemvis integrum affirmativum vel negati- „ vum, $\frac{\delta}{\lambda}$ quemlibet fractum. Hujus Formæ fluxiones qua- „ rum fluentes hactenus inventæ fuerunt, sunt $\frac{d\dot{z}z^{\theta n-1}}{e+fz^n}$ & „ $\frac{d\dot{z}z^{\theta n+\frac{1}{2}n-1}}{e+fz^n}$. Hæ sunt duæ primæ *Newtonianæ* (ut nosti) „ quarum e fluentibus fluentes reliquæ *Newtonianæ* facile deriva- „ ri possunt. Et quemadmodum in sua Tabula, Formæ Irratio- „ nales Generis quadratici derivantur a Rationalibus; sic ex mea „ Generali Forma Rationali deduco Irrationales cujuscumque „ generis. Verbi gratia, si $\frac{\delta}{\lambda}$ significet fractionem quamlibet „ affirmativam aut negativam, fluentes quantitatum hujus For- „ mæ $d\dot{z}z^{\theta n-1}\,\overline{xe+fz^n}|^{\frac{\delta}{\lambda}}$ & hujus $d\dot{z}z^{\theta n-1}\times\overline{\frac{e+fz^n}{g+hz^n}}|^{\frac{\delta}{\lambda}}$ & „ aliarum quarundam, pendent a mensuris rationum & angulo- „ rum. In Actis Lipsiensibus Anni 1702 p. 70. & 71., *Leibnitius* „ demonstrare aggressus est, fluentem hujus fluxionis $\frac{\dot{x}}{x^4+a^4}$ ex- „ primi non posse per mensuras rationum & angulorum. „

Pag. 164. Deinde hæc verba subjungit, „ & optarem (quod alias etiam me „ innuere memini) ut $\int\frac{\dot{x}}{x+a}$ seu Quadraturam Hyperbolæ con-

„ stat

: dare Logarithmos seu Sectionem Rationis, & $\int \frac{\dot{x}}{xx+aa}$ ... Act. Erud. An. 1723. M. April.
tionem Anguli, ita porro continuari posse progressionem,
nstareque cuinam Problemati respondeat $\int \frac{\dot{x}}{x^4+a^4}$; $\int \frac{\dot{x}}{x^8+a^8}$; &c.
est jam quod optat; nam in hac mea solutione generali con-
entur istiusmodi progressiones numero infinitæ. Immo ve-
ulterius progredi possum & ostendere, quo pacto exhibendi
: Fluentes fluxionum hujus Formæ $\frac{d\dot{z}z^{\theta n+\frac{\delta}{\lambda}n-1}}{e+fz^n+gz^{2n}}$ vel
am hujus $\frac{d\dot{z}z^{\theta n+\frac{\delta}{\lambda}n-1}}{e+fz^n+gz^{2n}+hz^{3n}}$ absque nulla exceptione aut
nitatione: ubi θ (ut supra) denotaverit numerum quem-
integrum affirmativum vel negativum, & λ denominator
us Fractionis denotaverit numerum quemlibet in hac serie
4, 8, 16, 32 &c. Mihi quidem verisimile videtur de *Leibnitii*
ına quæstione omnino contra statuendum esse quam ipse pu-
it, & constiturum tandem, Fluentem cujuscunque Fluxio-
rationalis pendere a mensuris rationum & angulorum, ex-
tis iis quæ terminis finitis etiam absque mensuris designari
sunt." De his Autoris nostri inventis *Taylorus* certior fa-
fluentes duarum fluxionum quas ultimo memoravimus,
maticis exteris denuo investigandas proposuit. Ex quo *Ber-*
r (in *Actis Lipsiensibus* Anni 1719 p. 605) earum inventio-
l arearum conicarum quadraturas reduxit. Autoris solu-
per mensuras rationum & angulorum in hoc opere Edi-
ılgavit, & posito hoc fundamento Theorematum Tabulas
es de novo superstruxit: in quibus fluxiones reduxit ad 94
, partim rationales partim irrationales. Et ad calcem Li-
ıs addidit, quibus ea potissimum explicavit quæ ad operis
maxime pertineant; simulque Methodum adjecit de com-
s Demonstrationibus Logometricis & Trigonometricis, Pag. 165.
kemplis explanatam. Superest ut nonnulla adjiciantur de
Miscellaneis. Tractatus primus inscribitur *Æstimatio Er-*
mixta Mathesi: continet autem Theoremata 28, quibus
atur proportio, quæ est inter Variationes minimas con-
ıeas partium reliquarum Trianguli plani & sphærici dum
vis invariata maneant. Exemplo facili constabit quæ sit

Act. Erud. An. 1723. M. April. hujus Theoriæ utilitas. In praxi Astronomica sæpissime exquirenda venit diei vel noctis hora per Sideris alicujus altitudinem. Observatæ altitudinis Errore dato proponatur Errorem temporis invenire. Applicando Theorema 22 ad triangulum sphæricum cujus latera sunt complementa Elevationis Poli, Declinationis Sideris & Altitudinis ejusdem supra Horizontem Loci, Autor facile ostendit, Variationem anguli ad polum, id est, Errorem temporis fore ut error altitudinis directe, ut sinus anguli inter meridianum & verticalem per sidus transeuntem inverse, atque sinus complementi elevationis poli inverse. Quibus ita constitutis si detur Altitudinis error sub data poli elevatione, error temporis erit ut sinus anguli illius inter meridianum & verticalem inverse. Eandem igitur quantitatem habebit, quæcunque fuerit in dato verticali sideris altitudo; minimus autem erit ubi verticalis fecerit angulos rectos cum meridiano. Absolute vero minimus erit Observatori sub Æquatore degenti, ubi verticalis fecerit angulos rectos cum meridiano: quo in casu si Error altitudinis fuerit minuti unius primi, Error temporis erit quatuor scrupulorum secundorum. Si Observator recedat ab Æquatore versus alterutrum Polum, augebitur Error temporis in ratione radii ad sinum complementi Latitudinis. Unde in Latitudine graduum 45 erit scrupulorum secundorum $5\frac{2}{3}$, in Latitudine graduum 50 erit scrupulorum secundorum $6\frac{2}{9}$; in Latitudine graduum 55, erit scrupulorum secundorum $6\frac{17}{18}$. Si Sidus constitutum sit in alio quovis verticali, qui sit ad meridianum obliquus, adhuc augebitur Error in ratione radii ad sinum anguli illius obliqui. Denique si altitudinis Error sit vel major vel minor quam minuti unius primi; Error temporis simul augebitur vel minuetur in eadem ratione. Pag. 166. Ad eundem fere modum in aliis casibus Limites inveniuntur Errorum, qui ex minus accuratis observationibus ortum ducunt; quin & Positiones ad observandum commodissimæ deprehenduntur. In Tractatu secundo agitur de *Methodo differentiali Newtoniana*. Nesciebat autem, quo tempore hæc conscripsit Autor, Tractatum integrum de eodem argumento a *Newtono* compositum fuisse: ut proinde nihil mirum sit celeberrimos hosce Viros diversas operandi rationes in plerisque secutos esse. Conferantur Acta A. 1712 pag. 83. Tractatus tertius inscribitur *Canonotechnia* sive de Constructione Tabularum per Differentias. Propositio decima totius argumenti solutionem generalem continet, atque ita se habet:

„ Datis Seriei cujuscunque terminis aliquot æquidistantibus, quorum intervalla secanda sunt in æquales quotlibetcunque partes;
„ propositum sit invenire terminos interserendos. His denique accedunt schedulæ tres de Descensu Gravium, de motu Pendulorum

ycloide & de motu Projectilium; quorum omnium theoria in pendium feliciſſime contracta eſt. Superſunt alia nonnulla iem Autoris Opuſcula Mathematica, de quibus (cum lucem lum viderint) conſulenda eſt Editoris Præfatio. Novitati re- plurimarum, quæ in hoc Opere continentur, accedit etiam implicitatis & elegantiæ gratia, quæ alibi vix occurrat. Act. Erud. An. 1723. M. April.

* * * * *
* * * *

Iuic recenſioni ex Anglia ad nos transmiſſæ in uſum Hiſto- literariæ, cujus potiſſima habetur in his Actis ratio, ſequen- idjicimus. *Rogerium Coteſium*, Collegii Trinitatis apud Can- igienſes Socium & Aſtronomiæ ac Philoſophiæ Profeſſorem *nianum*, natum fuiſſe Burbagii in agro Leiceſtrenſi d. 10 Jul. 682 & A. 1716 d. 4 Junii ſt. v. præmatura morte orbi erudi- reptum. Exteris eundem primum innotuiſſe ex præfatione, m alteri Principiorum Philoſophiæ naturalis mathematicorum ſtris *Newtoni* editioni præmiſit. Cum *Thomas Plumius*, S. T. P. Archidiaconus Roffenſis, Profeſſionem Aſtronomicam & Philo- iiæ experimentalis apud Cantabrigienſes fundaret, *Coteſium*, nem adhuc & Artium tantum Baccalaureum, ipſo viri ſummi *toni* judicio dignum fuiſſe habitum, qui eandem ornaret, & muneri admotum in uſum auditorum lectiones de experi- :is copioſas literis mandaſſe, quæ adhuc in MStis latent. In m contineri, quæ de compendio Arithmetices, de reſolutio- quationum & de problemate dioptrico univerſali ratione geo- :ica definiendi viſibilis magnitudinem apparentem, ſitum, m apparentem & gradum diſtinctionis, tum per quotlibet len- cujuscunque generis & ad quotcunque intervalla, tum inter *m inter* oculum & viſibile diſpoſitas. Relictum quoque ab eo Tractatum de natura curvarum, quarum genera & ſpecies guat, figuras deſcribat & proprietates primarias ſectionum nis Conicarum ex æquationibus algebraicis eruat, quarum iores ad ſuperiores curvas quoque pertinere oſtendat. Dici- iam Tabulas *Flamſtedianas* & *Caſſinianas* ad Solis & Satellitum computandos commodiores reddidiſſe & novas componere ſum fuiſſe ad Lunæ theoriam *Newtonianam*: eique operi pro- ido celeberrimum *Bentlejum* Collegii S. Trinitatis Præfe- ad optima inſtrumenta comparanda & ædificium extruen- imtus magnificos contuliſſe, tam de ſuo expenſos, quam impetratos. Deinde ut methodus plenius percipiatur ab quos liber non pervenit, utque menſurarum rationis & rum harmoniam intueantur, more noſtro, quo præcipua in his Actis conſervare ſtudemus, addimus, quomo- Autor menſuram rationis & angulorum inveſtiget.

Pag. 167.

In-

Act. Erud. An. 1723. M. April. Tab. Act. A. 1723. Fig. 7. Inventurus mensuram rationis AC : AB terminorum differentiam BC concipit divisam in particulas innumeras quam minimas PQ & rationem inter AQ & AP exponit per $\frac{PQ}{AP}$, quae manet index magnitudinis rationis, etiamsi particula PQ dupla, vel tripla, subdupla vel subtripla capiatur, ut ratio duplicata vel triplicata, subduplicata vel subtriplicata evadat. Immo assumta in genere quantitate quadam M, quantitas $\frac{M.PQ}{AP}$ designabit mensuram rationis inter AQ & AP, quae ad diversum accommodabitur systema pro diversa magnitudine ipsius M; quam *Modulum Systematis* appellat Noster. Quemadmodum vero Summa omnium rationum AQ : AP = AC : AB, ita summa omnium $\frac{M.PQ}{AP}$ est aequalis mensurae rationis AC : AB, consequenter terminis AP & AQ non nisi quantitate infinite parva PQ differentibus, $\frac{M.PQ}{AP}$ vel $\frac{M.PQ}{AQ}$ aequalis mensurae rationis inter AQ & AP ad modulum M, atque adeo modulus M ad mensuram rationis AQ : AP ut terminorum alteruter ad eorundem differentiam PQ. Unde porro infert, mensuram datae cujusque rationis esse ut modulum systematis, ex quo desumitur, atque adeo eundem in omni mensurarum systemate aequari mensurae rationis cujusdam determinatae, quam *Rationem modularem* vocat. Sit ex. gr. a quantitas constans, x variabilis, & quaeratur rationis $a+x : a-x$ mensura. Ponatur haec ratio aequalis ipsi $y : 1$ seu AP : AB, erit $\frac{M.PQ}{AP} = \frac{Mdy}{y}$. Unde patet $\frac{dy}{y}$ esse differentiale logarithmi rationis, quam habet numerus y ad unitatem. Substitutis ipsorum y & dy valoribus $(a+x) : (a-x)$ & $2adx : (a-x)$, erit differentiale mensurae $\frac{M.PQ}{AP} = 2Madx : (a^2 - x^2) = 2M$ in $\frac{dx}{a} + \frac{x^2}{a^3}dx + \frac{x^4dx}{a^5}$ &c. cujus summa $2M$ in $\frac{x}{a} + \frac{x^3}{3a^3} + \frac{x^5}{5a^5}$ &c. exponit mensuram rationis $a+x : a-x$. Quodsi a denotet summam duarum quantitatum x earundem differentiam, erit $a+x$ ad $a-x$ ut quantitas major ad minorem, adeoque si fuerit $2Mdx : a = A$, $Ax^2 : a^2 = B$, $Bx^2 : a^2 = C$ &c. erit men-

Pag. 168.

ſura rationis, quam habet quantitas major ad minorem = A Act. Erud.
B + $\frac{1}{3}$C &c. Simili modo menſura rationis $1+v:1$ reperitur An. 1722.
$v - \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{3}v^3 - \frac{1}{4}v^4 + \frac{1}{5}v^5$ &c. Quodſi ea dicatur m, erit M. April.
$= v - \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{4}v^4 + \frac{1}{5}v^5$ &c. reperiturque $v = \frac{m}{M} + \frac{m^2}{2M^2}$ Pag. 169.
$\frac{m^3}{M^3} + \frac{m^4}{24M^4} + \frac{m^5}{120 M^5}$ &c. ut ratio quæſita inter $1+v$ & 1 ſit ea,
m habet $1 + \frac{m}{M} + \frac{m^2}{2M^2} + \frac{m^3}{6M^3} + \frac{m^4}{24M^4} + \frac{m^5}{120M^5}$ &c. ad 1.
dſi porro ponatur $m = M$, ſive $\frac{m}{M} = 1$, erit ratio modularis ea, quam
et $1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{120}$ &c. ad 1. Eodem modo ſi detur ratio
r 1 & $1-v$, erit menſura M in $v - \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{4}v^4 + \frac{1}{5}v^5$ &c.
atio modularis reperitur ut 1 ad $1 - \frac{1}{1} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{24} - \frac{1}{120}$ &c. ad 1.
ıc ulterius infert Autor, ſi expoſito termino R ſumatur R = A,
= B, $\frac{1}{3}$B = C, $\frac{1}{4}$C = D, $\frac{1}{5}$D = E &c. in infinitum & capia-
S = R + A + B + C + D + E &c. in infinitum, rationem mo-
rem fore eam, quæ eſt inter terminum minorem expoſitum
majorem inventum S. Vel expoſito termino S, ſi ſumatur
A, $\frac{1}{2}$A = B, $\frac{1}{3}$B = C &c. ut ante & capiatur R = S − A + B
+ D − E &c. rationem modularem fore eam, quæ eſt in-
erminum majorem expoſitum S & minorem inventum R. Fig. 8.
em modo inveniri poſſe *angulum modularem* Cl. Editor in No-
ſtes. Concipiatur angulus propoſitus BAC diviſus in angu-
numeros PAQ centroque A intervallo quovis AP deſcriba-
ırcus BC; patebit tandem, ut ante, $\frac{M . PQ}{AP}$ deſignare men-
anguli PAQ ad modulum M. Unde porro eodem, quo
modo infert: modulum M eſſe ad menſuram anguli
ut circuli radium AP ad arcum PQ, qui angulum iſtum
dit. Porro dato angulo BAC dari ſummam omnium
ſummam omnium $\frac{M . PQ}{AP}$ eſſe ut M, adeoque menſu-
ıti cujusque anguli eſſe ut modulum Syſtematis, e quo de-
r. Modulum in omni menſurarum Syſtemate ſemper æqua-
ri menſuræ anguli cujusdam determinati, qui is eſt, quem
rem appellat Autor. Angulum modularem eum eſſe, quem Pag. 170.
arcus radio æqualis ſubtendit. Si enim menſura anguli
ugeri intelligatur, donec modulo M fuerit æqualis, ar-
Q radio AP æqualem fieri. Quodſi *angulum modularem* ea- Fig. 9.
ua ſupra ratione *rationem modularem*, inveſtigare libuerit,
ſinus anguli PAD & ducto radio AQ a puncto Q demit.
erpendicularis Qp ad ſinum productum. Dicatur AP = r,

Act. Erud. An. 1723. M. April. PD $= x$, erit $Pp = dx$, consequenter cum hic sit $\frac{M.Pp}{AD}$, quod erat ante $\frac{M.PQ}{AP}$, habebitur differentiale mensuræ $= M dx : \sqrt{(r^2 - x^2)} = M$ in $\frac{dx}{r} + \frac{x^2 dx}{2r^3} + \frac{3x^4 dx}{8r^5} + \frac{5x^6 dx}{16r^7}$ &c. consequenter ipsa mensura $= M$ in $\frac{x}{r} + \frac{x^3}{6r^3} + \frac{3x^5}{40r^5} + \frac{5x^7}{112r^7}$ &c. Unde si ea vocetur m, erit $\frac{m}{M} = \frac{x}{r} + \frac{x^3}{6r^3} + \frac{3x^5}{40r^5}$ &c. reperiturque tandem ut supra anguli quæsiti sinus x ad radium r ut $\frac{m}{M} - \frac{m^3}{6M^3} + \frac{m^5}{120M^5} - \frac{m^7}{5040M^7}$ + &c. ad 1. Quodsi ponatur $m = M$ sive $\frac{m}{M} = 1$, sinum anguli modularis fore ad radium ut $1 - \frac{1}{6} + \frac{1}{120} - \frac{1}{5040}$ + &c. ad 1. Unde per modum corollarii infert, exposito radio R, si sumatur $\frac{1}{2.3} R = A$, $\frac{1}{4.5} A = B$, $\frac{1}{6.7} B = C$, $\frac{1}{8.9} C = D$ &c. capiatur $S = R - A + B - C + D -$ &c. fore S sinum anguli modularem ad radium R. Ad computanda theoremata, quæ Cl. Editor ex schedis Autoris ab interitu vindicavit, tanquam methodi fundamentum commendat theorema sequens: Si quærantur factores binomii $a^m + x^m$, exponente m existente quolibet integro, dividatur circuli circumferentia ABCD, cujus centrum O, in totidem partes æquales AB, BC, CD, DE, EF &c. quot sunt unitates in $2m$, & ab omnibus divisionum punctis ducantur ad punctum quodvis P in OA radio producto, si opus sit, rectæ AP, BP, CP, DP, EP, FP &c. positis OA $= a$, OP $= x$, contentum sub omnibus AP, CP, EP &c. fore $a^m - x^m$ & contentum sub reliquis BP, DP, EP &c. in locis reliquis alternis $a^m + x^m$. E. gr. si $m = 5$, peripheria circuli dividatur in 10 partes æquales, erit AP.CP.EP.GP.IP $= OA^5 - OP^5$ & BP.DP.FP.HP.KP $= OA^5 + OP^5$. Ut appareat, qualia theoremata prodeant, si summationes per mensuras rationum & angulorum exhibeantur; unum alterumque ex plurimis, quæ Cl. Autor affert, huc transcribi consultum ducimus. Sit itaque in Parabola *Apolloniana* A vertex, F focus, AQ axis, PQ semiordinata: si recta AL bifariam secans PQ in L continuetur in M, donec LM sit mensura rationis

Fig. 10. Pag. 171. Fig. 11.

nis

ıter LA + AQ & QL ad modulum AF, recta AM erit ar- arabolico AP æqualis. Si A sit vertex Cissoidis *Dioclea*, AB eter circuli genitoris, PQ ad AB normalis, BC asympto- ducta AC, quæ asymptotum secat in C ita ut faciat an- n BAC recti subtriplum & sumta BD media proportiona- ter BQ & BA, ductaque recta AE, quæ bisecet PQ & iptoto occurrat in E; arcus Cissoidis AP æquabitur dupli- excessui rectæ AE supra diametrum AB & simul triplica- nensuræ rationis inter BA + AC & BD + DC ad modulum Quodsi Cissoidis area APQ convertatur circa axem AQ, um inde genitum æquale erit Cylindro, cujus basis PQ, ıdo QZ, si sint AQ, AB, AR, AS, AT continue pro- ionales & ad modulum TS capiatur QX mensura rationis AB & BQ & retro ponatur XZ æqualis ipsi SR una cum idio ipsius RB ac triente simul BQ.

Act. Erud. An. 1723. M. April. Fig. 12.

J. HERMANNI

tio propria duorum Problematum Geometricorum

In Actis Eruditorum 1719 Mens. Aug. a se propositorum.

Jatuor jam effluxerunt anni ex quo tempore duo proble- mata proposui ad scientiæ incrementum facientia, quo- ›rimum poscebat, ut ex area cujusdam curvæ per quan- a permixtas coordinatas ejus involventem data, invenia- rvæ æquatio quæ construi possit: alterum vero proble- juirebat, ut exhibeantur curvæ algebraicæ quarum recti- indefinita pendeat a quadratura cujuslibet alius curvæ icæ, tot tamen quot quis voluerit, arcus absolute recti- habeant independentes a quadratura curvæ a qua recti- earum indefinita pendet. Primum ergo respiciebat in- problema quadraturarum multoque facilius videbatur quod circa rectificationem curvarum versatur, vel ideo , quod nulla hactenus curva innotuit irrectificabilis quæ liquot arcus absolute rectificabiles contineret, cum ta- ı dudum reperti sint modi innumera spatia absolute lia assignandi in curvis quadraturam indefinitam alge- non admittentibus; propterea difficiliori facilius præ-

Pag. 172.

 misi

Act. Erud. An. 1725. M. April. misi illudque ab hoc typorum varietate distinxi. Cum tamen in utrumque ad Geometriæ augmentum profutura dici posse cernerem, ambo simul peritioribus Geometris excutienda offerre volebam, non vana spe fretus fore, ut, cum pluries jam Problemata ab iis in publicum missa soluta dederim, ad par officii genus præstandum accederent, problematumque meorum vadum non modo tentarent, sed etiam solutiones sagacitate sua & industria dignas afferrent. Veruntamen toto illo temporis intervallo nihil in hæc problemata prodiit, præter ea quæ V. Cl. *Nic. Bernoulli* in Actis Erudit. 1720 pag. 27 seqq. edidit, ubi quidem solutiones aliquas primi mei problematis una cum analysi copiose & docte aperuit, easque exceptiones commemoravit quas faciendas esse arbitratus est, adversus id quod dixeram tum cum primum in privatis literis ad Illustr. *Monmortium* postea etiam cum id in Actis proponerem, semper aliquam curvam algebraicam prodire in problematis solutionem. Secundi vero problematis non modo nullam solutionem exhibuit, sed etiam ingenue fassus est, ejus solutionem sibi non esse in potestate, si problema sumatur eo sensu quo in literis ad D. *Monmortium* concipiebatur, quo nempe indefinita rectificatio curvarum quæsitarum a quadratura cujuslibet curvæ algebraicæ non quadrabilis pendere debebat, quæ
Pag. 173. conditio in Actis non est expressa; & firmiter persuasum habet, neque me neque alium quemquam mortalium problema hoc sensu solvisse aut soluturum esse, eoque firmius in hac sententia se confirmari scribit, quod propositioni hujus problematis ne verbulum quidem subjunxerim, quo significem (ut ratione prioris fecerim) me esse solutionis compotem. Imo ab illo multum præstari judicans Celeberrimi *Bernoullii*, qui vel partem tantum problematis solveret, docendo nempe modum inveniendi curvam algebraicam A, a cujus rectificatione indefinita dependeat quadratura indefinita curvæ algebraicæ datæ B, etiamsi nullum arcum habeat absolute rectificabilem. Quod si vero desistere velim, & ut in Actis problema enunciavi, reapse desistam a dependentia illa rectificationis indefinitæ curvarum quæsitarum a quadratura cujuslibet datæ curvæ algebraicæ, solumque curvas algebraicas indefinite quidem non rectificabiles, tot tamen quot libuerit arcus rectificabiles habentes postulem, significat Cl. *Bernoullius*, hujus quæstionis quantumvis arduæ enodationem eamque jam a Parente suo, Viro Celeberr. esse peractam, ut exhibere possit *curvas algebraicas indefinite irrectificabiles, gaudentes tamen vel uno, vel duobus vel quatuor vel octo, vel quot libuerit in hac progressione, arcubus absolute rectificabilibus*; idque per methodos longo abhinc tempore in publicum edisse. Quibus postremis verbis

orte ad methodos eas alludit quæ in motu reptorio fundan- *Act. Erud. An. 1725. M. April.*
verum quicquid sit, cum Vir Doctiss. ex me scire cupiat
solutio mea ulterius progrediatur, significabo ei vicissim so-
nem meam suppeditare curvas algebraicas irrectificabiles in-
ite, tot tamen præcise non plures nec pauciores quam quot
atur arcus absolute rectificabiles habentes, ita ut nume-
horum arcuum etiam sit extra progressionem geometricam
binarium ascendentem. Sed ut apertius loquar, quid dicent
sentient *Sagacissimi Viri*, si solutionem mei secundi proble-
is eo strictissime sensu sumti, quo non modo sibi sed reliquis
talibus omnibus insolubile & impervium crediderunt exhibue-
m non *aliquid*, si non *multum* præstitero?

Hunc in finem problema nunc ita efferam: *Invenire Cur-* Pag. 174.
vel curvas Algebraicas A, *quarum rectificatio indefinita de-*
leat a quadratura cujusque curvæ algebraicæ datæ B, *tot tamen*
:ise, non plures nec pauciores quam quot volueris arcus absolute
ficabiles & inde pendentes a quadratura curvæ B *habeant*. Uni-
ad solutionem hujus problematis patere viam extra quam
aneus cessurus sit omnis conatus & ego fere existimo, sed
dverso hæc via quæ in theoria generali inclinationis recta-
ad lineas curvas consistit, modum adeo facilem planum &
:ntem solvendi problema nobis suggerit ut merito mirer
nem adhuc in eam incidisse: hæc vero methodus incli-
nis in eo sita est, quod ex singulis cujusque curvæ vel
punctis linea recta angulo data lege variabili ad curvam
mve inclinata exeat, curvamque aliquam contingat. Ad
dum verborum circuitum, curvæ illæ vel rectæ quæ incli-
habent lineas, harum respectu *Directrices* in sequentibus
nabuntur.

Lemma I. Directrice ABC, & lege inclinationis NBI ra- Tab. Act. An. 1723. Fig. 13.
n inclinatorum IB, Ib datis, invenire punctum concursus
rum radiorum indefinite vicinorum BI, bI.
c BR, & bR duæ normales ad curvam ABC in punctis
& ex puncto concursus I radiorum inclinatorum BI, bI,
IS in BR, & Is in bR perpendiculares, quæ proinde
tibus curvæ BN & bN parallelæ erunt, adeo ut angu-
alterno NBI æqualis designet inclinationem radii BI
ram ABC, & bIs inclinationem radii bI. Centro I ra-
libitum sumto IE ducatur circulus HFL rectas IB, Ib,
ecans in punctis E, e, G, g, fiatque arcus EG = HF;
eg = Hf, demissisque ex F & f in radium IH per-
aribus FK, fk, agatur fM eidem radio IH parallela.
iam radius IH = 1, FK Sinus ang. FIH (= EIG = NBI)

Hh 2 = m,

Act.Erud. An. 1723. M. April. $=m$, & Cofinus IK$=n=\surd(1-mm)$, radius ofculi BR vel $bR=r$, incognita BI$=x$, elementum curvæ B$b=ds$, arculus BD radio IB defcriptus$=dz$, & fubinde etiam $bD=dx$, cumque in triangulo rectangulo bBD finus anguli BbD (*hyp.*) fit m, ejusque Cofinus n, erunt quoque $dz=mds$, & $dx=nds$.

Jam propter angulos (conftr.) ad S, & s rectos, anguli SIT &
Pag. 175. BRb erunt æquales, atque adeo fectores GIg, & BRb fimiles, hinc ergo BR (r). Bb (ds) :: IG (1). Gg $\left(\frac{ds}{r}\right)$. Porro triangula fimilia FIK & fFM præbent IK(n). IF (1) :: FM ($-dm$). Ff $\left(\frac{-dm}{n}\right)$, quare G$g$+F$f$$=\frac{nds-rdm}{nr}$. Verum quia (conftr.) HF$=$EG, & H$f$$=eg$, erit E$e$ $-$ G$g$$=Ff$, adeoque E$e$$=Ff$ + Gg. Hinc denique propter Sectores fimiles IEe, IBD, fit Ee, vel, Ff + Gg $\left(\frac{nds-rdm}{nr}\right)$. Et (1) :: BD ($mds$). BI $\left(\frac{mnrds}{nds-rdm}\right)=x$.

Aliter. In triangulo rectangulo BIS, eft BI (x). BS :: Rad. (1). Sin. BIS (m), ergo BS$=mx$. Similiter BI (x) IS :: rad. (1). Sin. IBS (n), quare IS$=nx$. Differentietur jam æquatio BS$=mx$, fietque dBG$=mdx+xdm$, atqui Sector. fimiles IGg, IST præbent IG (1). Gg $\left(\frac{ds}{r}\right)$ :: IS (nx). ST $\left(\frac{nxds}{r}\right)$, quare fufficiendo in æquatione dBS $=mdx+xdm$ fractionem $\frac{nxds}{r}$ pro dBS, feu pro ST, & nds pro dx, mutabitur æquatio in fequentem $\frac{nxds}{r}=mnds+xdm$, quæ, fi reducatur, dabit, ut ante, $x=mnrds:rds-rdm$. Q. E. I.

III. Si directrix ABC eft linea recta, fiet r infinita, propterea evanefcet membrum nds denominatoris præ fuperftite ejus membro $-rdm$, & formula ipfa migrat in fequentem $x=-mnds:dm$, hæc vero propter $mdm=-ndn$, in $x=mmds:dn$.

IV. Si jam in æquatione $x=mnrds:nds-rdm$, confideretur x ut cognita, r vero ut incognita, & æquatio reducatur, invenietur $r=nxds:mnds+xdm$, vel propter $nds=dx$ hæc $r=xdx:mdx+xdm$, quæ fuggerit canonem plane novum pro radio evolutæ inveniendo in curvis quarum applicatæ in polum conver-
Pag. 176. gunt; *eft* nempe *radius Evolutæ* in his Curvis *æqualis exponenti*

ra-

nis elementi dimidii quadrati applicatæ ad elementum facti ex m applicata in sinum anguli quem cum curva continet. In Cur- vero applicatas parallelas habentibus *Radius evolutæ æquatur nenti rationis elementi applicatæ ad elementum sinus anguli quem applicata cum curva format, seu analytice,* $r = dx : dm$. Act. Erud. An. 1723. M. April.

I. Ex eadem formula $x = mnrds : nds - rdm$, elicitur etiam $= rxdm : nx - mnr$, hæc vero propter $dx = nds$ & $dz = mds$, præ- $dx = rxdm : x - mr$, & $dz = rmxdm : nx - mnr$ vel $dz = - rxdn$: -mr, in curvis ex polo descriptis. In iis vero quarum appli- æ axi cuidam perpendiculares sunt, hæc elementa simplicius rimuntur, nempe $ds = rdm : n$, item $dx = rdm$ & $dz = - rdn$. c observatio potissimum inservit praxi inveniendi radios evo- æ in omnis generis curvis. Nam primum in æquatione diffe- ntiali datæ curvæ in locum elementorum dx & dz subrogandæ nt quantitates ipsis proportionales nempe n & m, & æquatio de resultans differentianda, postea vero in locum elementorum , dz sufficiendi sunt valores horum elementorum in isto para- apho assignati, & habebitur sic nova æquatio quæ divisibilis t per dm, aut si in ea etiam elementum dn occurrat, ejus in um ponendo $- mdm : n$, divisibilis fieri potest, quare hac di- one instituta elici potest per reductionem æquationis valor ognitæ r. Pari facilitate generalis canon ex eadem hac obser- ione deducitur pro determinatione omnium *Causticarum* quo- nque demum nomine designentur.

II. Nam si punctum radians sit I (Fig. 1) & ut hactenus di- itur $IB = x$, Sinus & Cosinus anguli incidentiæ INB, m & n, gitudo radii reflexi vel refracti BK a puncto curvæ B usque coitum duorum vicinissimorum $= y$, Sinus anguli reflexi (re- cti) p, Cosinus q, retentis r & ds ad eadem significanda, quæ præcedentibus. His positis, §. præcedens suppeditat nobis ge- um valorem elementi ds, unum a radio incidentiæ x ejusque curvam seu directricem inclinatione, nempe $ds = rxdm : nx$ mr, alterum vero a radio reflexo (refracto) ejusque ad suam tricem inclinatione, puta $ds = rydp : qy - pqr$, quare $rxdm$: $mnr = rydp : qy - pqr$, hujus vero æquationis reductione eli- sequens $y = pqrxdm : qxdm - nxdp + mnrdp$. Hæc formula adeo universalis est, ut omnia ea quæ *Illustrissimus Hospi-* in sectionibus VII. & VIII. de *Cata-* & *Dia-Causticis* inve- lis tradit (*Analyse des Inf. petits*) non nisi casus particula- ii sint hujus meæ formulæ, nempe $m = p$, & $n = q$, in icis per reflexionem, & $np = qn$ in causticis per Refractio- , sit ratio $n : p$ designet mensuram refractionis. Fig. 14. Pag. 177.

I. *Lemma 2. Si per terminos singulorum arcuulorum indefinite par-* Fig. 15. 16.

Act. Erud. An. 1723. M. April. *parvorum* FG, GH, *&c. quibus curva quæcumque* EF *composita est, tangentes* FC, GB, HK *&c. ductæ intelligantur usque ad lineam positione datam rectam vel curvam* AP, *& ex singulis punctis* K, B, *&c. quibus unaquæque tangens lineæ* AP *occurrit in proxime sequentem tangentem perpendiculares* KL, BD, *&c. demissæ, erit summa omnium* CD *inter extremas* RE *&* CF *contentarum, quam summam per* ∫CD *designamus, æqualis* AE+EF−CF, *cum curva* EF *est convexa versus* AP, *ut fig.* 15, *vel* =CF−AE−EF, *cum est concava, ut fig.* 16.

Nam CF−BG=CF−BF, +BF−BG, atqui CF−BF (fig. 15) = −CD, in fig. 16=+CD, ergo CF−BF=∓CD, & BF−BG est ubique =+FG, ergo CF−BG=FG∓CD, & sumendo ∫(CF−BG)=EF∓∫CD. Verum est ∫(CF−BG) =CF−AE, ergo CF−AE=EF∓∫CD, atque adeo ∫CD= ±(AE+EF)∓CF. Ubi signum superius in Fig. 15 inferius vero in Fig. 16 obtinet. Q. E. D.

Potuisset hoc idem ex natura evolutionis curvæ propositæ EF deduci, sed malui demonstrationem ex Geometria elementari petere quam longius conquisita principia huc accersere. Venio nunc ad solutionem ipsam Problematis nostri cujus in gratiam præcedentia hic opposui.

Fig. 17. VIII. Sit (fig. 17) ADB curva quæcumque algebraica a cujus quadratura rectificatio indefinita curvarum quæsitarum pendere debet, cujus abscissa AC=x, applicata BC=P ut libet data in x & constantibus. Omnis jam difficultas eo redit, ut sciamus qua

Pag. 178. lege inclinandæ sint rectæ CF (fig. 15, 16) ad directricem AP, ita ut ∫CD pendeat a quadratura curvæ AB (fig. 17) in particularibus vero casibus algebraica sit. Hunc in finem a puncto quodam in directrice fixo A capio abscissas AB=X ut libet quidem datas per x & constantes, ita tamen ut elementum ejus quod hanc formam induit Qdx contineat quantitatem Q per x & constantes datam constanter minorem quantitate aliqua postea indicanda. Per terminos B & C elementi abscissæ AB eas lineas BG & CF transire concipio quæ efficiant, ut demissa ex B normali BD in CF, elementum CD æquale evadat elemento areæ ABC+elem. areæ AEDA (fig. 17), tunc enim fiet ∫CD (fig. 15 16)=ABCA +AEDA (fig. 17). Quare si in Fig. 17 dicantur AF vel ED, t, & DF (EA)=K, erit elem. ABCA+elem. AEDA=Pdx+$t$$d$K, propterea fit etiam CD (fig. 15, 16)=Pdx+$t$$d$K, & CD:BC (fig. 15, 16)=(Pdx+$t$$d$K):$d$X, & ponendo dK=Mdx, & dX= Qdx, erit CD:BC=(P+tM):Q. Verum ratio CD:BC (fig. 15, 16) denotat Cosinum anguli inclinationis ABG, quem Cosinum in superioribus n vocavimus, quare n=(P+tM):Q, &

dn

$(QdP + tQdM + MQdt - PdQ - tMdQ) : QQ$, sed omnia Act. Erud.
mta in numeratore hujus fractionis occurrentia per dx ex- An. 1723.
i deberent, quod ergo ut succedat ponimus $dP = pdx$, dQ M. April.
r, $dM = \mu dx$, ac denique $dt = \theta dx$, hisce enim omnibus
ecedenti subrogatis, emerget $dn = (pQ - Pq + \mu t Q + \theta MQ$
$M) dx : QQ$. Est praeterea quoque $mm (= 1 - nn) = (QQ$
$P - 2tMP - tt MM) : QQ$, sufficiendo igitur hos valores
rmula CF (fig. 15, 16) $= mmds : dn$, quam supra §. III. inveni-
, & Qdx pro ds, inveniemus valorem tangentis a directrice
ead contactum, nempe BG vel CF in fig. 15, 16 $= (QQ - PP$
$MP - ttMM) Q : (pQ - Pq + \mu t Q + \theta MQ - qtM)$; sub-
endoque in hac fractione valorem indeterminatae x resultan-
ex suppositione $X = a$, innotescet valor primae tangentis AB
. 15, 16). Cum ergo singulae AB, BG sinusque anguli ABG
i sint algebraice, liquet curvam EF algebraicam esse cum pun-
ejus indefinite & geometrice assignari possint. Restat ut obser-
it quod rectificatio indefinita curvae EF pendeat a quadratura
ae ADB, (fig. 17) in quibusdam vero casibus algebraice suc-
t, id autem probatu facillimum, nam quia (constr.) ABCA Pag. 179.
EDA (fig. 17) $= \int$CD (fig. 15 16) & haec summa per Lemm. 2
n $= \pm$ (AE + EF) $\mp$ CF (fig. 15, 16), ideo fiet EF = CF
E (fig. 15 16) $\pm$ (ABCA + AEDA fig. 17). Quod si prae-
fuerit $t = -ax + bxx - cx^3 + ex^4 -$ &c. Area composita
A + AEDA tot spatia rectilinea, nempe tot diversa rectan-
coordinatarum curvae formar, quot diversis vicibus t alte-
abscissam x aequare potest, toties autem hoc contingit, quot
s reales in hac aequatione $1 + a - bx + cxx - ex^3 +$ &c. $= 0$,
t; propterea CF − AF (fig. 15, 16) $\pm$ (ABCA + AEDA
) cui curvae arcus EF aequatur totidem diversos valores
algebraicos. Invenimus ergo curvam algebraicam EF cu-
ctificatio indefinita quidem pendet a quadratura datae cur-
gebraicae ADB (fig. 17) & hac tamen non obstante tot
e non plures nec pauciores arcus absolute integrabiles
ue ad E terminatos continet, quot diversae radices reales
aequatione $1 + a - bx + cxx - ex^3 +$ &c. $= 0$, quousque
ntinuanda, continentur. Q. E. I.
Si in valoribus sinus anguli ABG vel ACF & tangentis
CF §. praecedenti repertis deleantur litera t & reliquae
uae ab hac dependent, habebimus $n = \sqrt{(QQ - PP)} : Q$,
el CF (Fig. 15, 16) $= (QQ - PP) Q : pQ - Pq$, resulta-
a nunc curva algebraica EF, a cujus rectificatione pendet
ura Curvae algebraicae datae ADB (fig. 17) nullus tamen
EF (fig. 15, 16) datur arcus absolute rectificabilis. Nam

ADBCA

Act. Erud. An. 1723. M. April. ADBCA seu $\int P dx$ ex præcedentibus invenitur esse $= \pm$ (AE + EF) $\mp$ CF. Atque hoc ipsum est quod Clar. *Bernoullii* multum præstitum iri judicant nec immerito, nam ad rationem quam Celeberrimi Viri adducunt, accedit, quod hoc inventum revera *Supplementum generale* Calculi Integralis præbeat, ea enim differentialia quæ summam algebraicam non admittunt summari saltem possunt per lineas curvas geometrice construibiles in rectum extensas & alias quantitates pure algebraicas, quod etiam unum fuit ex desideratis *Illustris Leibnitii* nunc demum, ut reor, ad liquidum deductum.

X. Etsi præcedens solutio unicam tantum EF curvam prima fronte suppeditare videtur, reapse tamen infinities infinitas suggerit propter quantitatem X quomodocunque datam per x & constantes, modo in elemento ejus quantitas Q constanter superet quantitatem P + tM, quod infinities infinitis modis fieri potest. Deinde in locum directricis rectæ AP potuissem innumeras diversas curvas asciscere, & loco ejus quod CD (fig. 15 16) areæ compositæ ABCA + AEDA æquale posuimus, idem illud elementum æquale facere potuissemus infinitis aliis spatiorum paribus in curva data ADB (fig. 17) sumptis, quæ tamen omnia certis in casibus figuras rectilineas produxissent. Sed temporis penuria, quæ brevitatem jubet, me a casibus istis abstinere cogit, maxime quod præcedens analysis ad institutum nostrum abunde sufficiat. Pag. 180.

XI. Quod ad Problema Cl. *Bernoulli* attinet quod §. XVI (Vid. *Act. Erud.* 1720 pag. 33) proponit, id jam solutum est in §. VIII. Nam sicut Pdx significabat elementum areæ illius curvæ a cujus quadratura rectificatio indefinita quæsitarum EF pendere debet, ita etiam significare potest elementum illius curvæ inter quam & quæsitas dependentia intercedere debet, quare huic diutius jam non immorabor. Sed non abs re fuerit si admonuero quod methodo nostra solvi possit hoc problema *Datis quotcunque curvis algebraicis* A, B, C, &c. *communem abscissam x habentibus, invenire curvam algebraicam* Z; *ita ut* Z = A + B + C + &c. + Quantitate data, *ita ut hæc data etiam possit esse* = 0. Scio jam pridem a Celeberr. *Joh. Bernoulli* ostensum esse, quomodo ope motus reptorii quotlibet curvæ algebraicæ in unam addi possint, sed methodus ejus huic restrictioni obnoxia est, quod curvæ addendæ non minus quam quæsita debeant esse æqualis *amplitudinis*, seu quod normales per singularum terminos ad curvas ductæ æquales in omnibus addendis angulos formare debeant, sed huic restrictioni methodus nostra adstricta non est.

Transeo

'ranseo jam ad alterum meum Problema quod velut minus cipale primo loco proponebam. Act. Erud. An. 1723. M. April. Pag. 181.

II. Si in quibusdam curvis sit $A = axy + bx^c y^e$, existente $\int ydx$, quæritur curvarum æquatio. Scripseram in Actis l, si coefficiens a, & exponentes c & e fuerint numeri raales æquatio curvarum semper futura sit *algebraica*. Dn. *oullius* qui in Actis paulo ante citatis pulchras dedit solues hujus Problematis addita analysi a priori procedente, in :rarium observat; 1. Quod si $e = c$, nulla curva algebraica ftioni satisfaciat, sed transcendens tantum. 2. Si sit $a = \frac{1}{c}$; itidem aliam quam transcendentem exhiberi non posse in lematis solutionem. 3. Quod curva algebraica prodeat etiam non sit rationalis, modo c & e sint rationales & inæquales, tamen existat $a = e - 1 : e - c$. 4. Conjectat *Vir. Clariss.* genum separandi modum solutioni meæ defuisse ideo, quia nul*curvarum* transcendentium mentionem feci.

III. Ex tribus vero prioribus observationibus secunda tanasserto meo adversatur, nam quando dixi quod existenti$a$, c, & e rationalibus semper curva algebraica emergat jam suppofui c & e inæquales esse, nam in casu æqualitatis dem fere absque calculo statim apparet quod curva resulijus constructio a quadratura hyperbolæ dependet, nam do $xy = R$, erit $A = aR + bR^c$, & $dA = adR + bcR^{c-1}dR$, $\frac{A}{} = \frac{ydx}{xy} = \frac{dx}{x} = \frac{adR}{R} + bcR^{c-1}dR$, quæ æquatio est ad curransendentem. Neque tertia observatio contra me facit, nim dixi quod curva oriatur algebraica quoties a, c, & e tionales, non negavi quod talis etiam in aliquo particulalocum habere possit etiamsi a non sit rationalis; solum quod secundo loco ex *Doctiss. Viro* hic adduxi asserto meo ur, nam si existentibus a, c, & e rationalibus $A = axy$ ' semper pertinet ad curvam algebraicam, ad talem tunc rtinebit, cum est $a = e - 1 : e - c$, & hoc tamen est quod negat, verum hac in re ipsi non assentior, alia enim ocostendam quomodo etiam in hoc casu infinitæ diversæ gebraicæ non minus quàm infinitæ transcendentes inveant, & in hoc præsertim consistit fundamentum ejus quod Pag. 182. i etiam in hoc problema nonnulla dici posse ad scientiæ :um facientia. Cæterum transcendentium curvarum lemati nostro conveniunt nullam feci mentionem, ut n observationem Cl. Viri respondeam, quia ultro sese

Act. Erud. An. 1723. M. April.

offerunt illi qui problema solvere & algebraicarum æquationes eruere novit, oriuntur enim ex evanescentibus quibusdam coefficientibus certorum membrorum æquationum illarum ad quas nos deduci necesse est, si curvas algebraicas in problematis solutionem eruere velimus. Fateor tamen ex octo aut 10 diversis problema solvendi modis vix unum esse qui cum aliquo ex Bernoullianis coincidat.] Tres tantum summariter hoc loco aperiam.

XIV. Primus modus in quem incidi cum mihi problema solvendum proposui, hic est. Differentiando æquationem $\int y dx = axy + bx^c y^e$ pervenitur post divisionem per xy, ad sequentem $\frac{\overline{1-a}.dx}{x} - \frac{ady}{y} = \left(\frac{bcdx}{x} + \frac{bedy}{y}\right) x^{c-1} y^{e-1}$, posui deinceps $\left(\frac{bcdx}{x} + \frac{bedy}{y}\right) x^{c-1} y^{e-1} = \frac{dt}{t}$, & per consequens etiam $\frac{\overline{1-a}.dx}{x} - \frac{ady}{y} = \frac{dt}{t}$, ex qua deduxi $y^a = x^{1-a} t^{-1}$, sufficiendo porro valorem ipsius y ex hac postrema æquatione in antepenultima, & $\frac{1-adx}{ax} - \frac{dt}{at}$ in locum ipsius $\frac{dy}{y}$, inveneram æquationem $\frac{(ac-ae+e)bdx}{ax} - \frac{bedt}{at} = t^{\frac{e-1}{a}-1} x^{\frac{ae-ac+1-e}{a}} dt$, signetur hæc ⊙. Jam sive $c=e$, sive $a = \frac{e-1}{e-c}$ fuerit, utroque casu æquatio ⊙ migrat in æquationem curvæ transcendentis, & hoc etiam secundam & tertiam observationem Bernoullianam §. XII. hujus commemoratas justificare videtur æque ac proprius illius calculus. Sed si nullus horum casuum locum habeat æquatio ⊙ præbet aliam finitis terminis expressam in qua si valor ipsius t ex superioribus restituatur, emerget salvo calculi errore

Pag. 183.

$$\frac{ac-ae+e-e}{e-c}\, x^{\frac{ac-ae+e-c}{ac-ae+e}}\, y^{\frac{ac-ae}{ac-ae+e}} = C + \frac{ac+e-ae}{ac-ae+e-1}\, x^{\frac{abce-abce+bce-bc}{ac-ae+e}}\, y^{\frac{abce-abce+bce-be}{ac-ae+e}};$$

in qua C est quantitas *data* seu ut alias loqui solemus, *constans*.

XV. Secundus modus est, ut in æquatione $\int y dx = axy + bx^c y^e$, ponantur $xy = t$ & $x^c y^e = u$, hinc enim elicientur, salvo calculo,

Act. Erud. An. 1723. M. April.

), $x = t^{\frac{c}{f}} u^{\frac{-1}{f}}$, & $y = t^{\frac{-c}{f}} u^{\frac{1}{f}}$, ponendo $e - c = f$, quare $= \frac{e}{f} dt - \frac{tdu}{fu}$; est vero $ydx = adt + bdu$, ergo $\frac{edt}{f} - \frac{tdu}{fu} = adt$ du, ex qua deinceps elicitur $\overline{af - eu}dt + tdu + bfudu = 0$, ex tandem æquatio finitis terminis expressa deduci potest.

XVI. Tertius modus huc redit, in $A = axy + bx^c y^e$, fiat ite- n $xy = R$, & erit $A = aR + bx^{c-e} R^e$, & $x^{c-e} = \frac{A - aR}{bR^e}$; hinc $\frac{-e)dx}{x} = \frac{dA - adR}{A - aR} - \frac{edR}{R}$; atqui $\frac{dx}{x} = \frac{ydx}{xy} = \frac{dA}{R}$; ergo $\frac{-e)dA}{R} = \frac{dA - adR}{A - aR} - \frac{edR}{R}$, cujus reductione sequens emer- $c - eAdA + eAdR + (ae - ac - 1) RdA + (a - ae) RdR = 0$, etiam pro circumstantiarum varietate in æquationem finitis minis expressam mutari potest vel in æquationem ad transcen- tes curvas pertinentem quemadmodum id pro singulis casibus strari possem si modo jam vacaret.

VII. Postremo cum Clariss. Autor Novellarum litterariarum singulis septimanis vernaculo sermone *Lipsiæ* edi solent ali- in suis Novellis Exercitationem aliquam in secunda parte ni III. Exercitationum Subsecivarum Francof. occurrentem *ustus Spiritualis circumstantiis* agentem mihi attribuerit, ne silentio longiori videar alienum mihi asserere velle laborem, ice hoc loco mihi declarandum esse duxi, me dictæ Disserta- is Autorem non esse ulla ex parte, etiamsi diffiteri non pos- dditamentum illud quod Exercitationem proxime sequitur a onscriptum esse.

Act. Erud. An. 1723. M. Julii. Pag. 292.

CHRISTFRIDI VÆCHTLERI Responsio

Ad Cl. Jo. Laur. Mosheimii, *Assessoris Kiloniensis, Epistolam.*

Sero admodum Epistolam hanc & fere simul cum Libro I. Observat. vidi; illius ergo nunc potiora perlustranda sunt. De capite VI. seorsim scripseram sane, *voluisse* Mosheimium adstipulari Seldeno, ceu est in erratis post indicem. Seldenus autem dixit, *ante Apollonii Tyanei tempora artes has telesmaticas nunquam in Græcia fuisse notas*. Ergo per Apollonium demum invecta. Qui primus hic, præcipuus etiam; quia Apollonius non habuit tunc in Græcia parem. Neque enim de Simone Mago,
Pag. 293. vel Bar-Jehu, aut collega Basilidis in Syria; vel Carpocrate aut Manethone agitur, qui semper palam irrisit Apollonium. Contra Herbelot *Biblioth. Orient. fol.* 120. *Aboulfarage rapporte, qu'il disoit: malheur a moy de ce, que je suis venu au monde apres le fils de Marie. Ce surnom* de Telesmatiki *lui est donné, parce qu'il se servoit de ces figures, que les Grecs appellent Telesmata.* De his etiam Salmasius: *Nunquam fiebant hæc τελέσματα sine alicujus statuæ erectione aut imaginis sculptura, quæ constitui solebat aut sculpi ab horum artificibus. Sic scorpius formabatur contra morsus scorpii: aliæ imagines vel hominum vel bestiarum effingebantur cum aliquo habitu vel figura & consecratione, ad pericula varia aut insultus hostium aut incursus bestiarum aut alios casus depellendos*, de ann. climact. p. 579. Tale ἄγαλμα τελεςικὸν Ephesi adversus pestem jam sævientem dedicasse Apollonium, didicisse se fatetur Mosheimius ex Philostrato, *Lib.* 4. *c.* 10. Dicebat enim ad Ephesios, θαρσεῖτε, *hodie hunc morbum sistam*, nempe per spectrum multiplex: nunc sub specie senis mendicantis, sed igne plenos oculos monstrantis, cum lapidaretur; qui tamen mox evanuit: deinde forma canis, sed leonis maximi magnitudine spumam despuentis præ rabie. Atque ita civitas peste purgata est, & insuper Herculi statua posita ibi, ubi spectrum erat lapidatum. Ne dixeris igitur, Philostratum ne verbulo quidem averruncarum harum imaginum meminisse: nec prætermissurum fuisse, si vel levis quidam de his rebus rumor tunc extitisset. Sed & nunc honorari simulacrum Apollonii sub nomine Herculis ab Ephesiis, scripsit Lactantius Lib. 5. cap. 3. ex opinione illius, adversus quem ibi disputat: *maxime*

um eum dicas & adoratum esse, & simulacrum ejus, sub Hercu- Alexiaci nomine constitutum, ab Ephesiis etiam nunc honorari. Acta Erud. An. 1723. M. Julii.
Ita talia vel omnia de Apollonii telesticis non poterat per- bere Philostratus, cui propositum erat, per modum apologiæ ius toto isto opere ostendere, eum omnino non fuisse magum, incantatorem, vel præstigiatorem, vel impostorem, qualis c omnium consensu habebatur; sed operationes illius referen- vel ad sapientiam illius veram & genuinam, vel plane ad θεῖον. Sic enim & Socratem apud Platonem sæpe dixisse, esse Pag. 294.
θεῖόν τι καὶ δαιμόνιον φωνὴν, idque a puero. Postea vero, ı eo nomine etiam accusaretur Apollonius apud Domitianum, lo aliter loquebatur: *videns*, inquit, *veteranum mendicum ne- e formam pestis, e medio tuli, ope implorata Herculis averrun- Quomodo igitur possim videri γόης, honorem & cultum ambiens, im deo consecrem, velut illius donum, quod feci? quomodo quæra- admiratores artis, deo tribuens, opera admiranda efficere? Idem rcules aliquando in Peloponneso adstitit mihi in certamine contra Irum aliquod, ad salutem hominum.* Lib. 8. c. 7. Sect. 9. For- utem plane reticuisset Philostratus exempla hæc artis telesti- nisi accusatum ideo apud Imperatorem nosset Apollonium, posse adeo hic in serie annorum dissimulari ab Historico, infra defendenda essent, & quovis modo purganda. Sane venit Philostrato in mentem, Apollonium artis hujus noti- ı tantum habuisse, & calluisse, non autem ore & opere tra- sse aut exercuisse, vel publice docuisse. Plurimos enim disci- s & sectatores totius suæ habuisse philosophiæ, Dioscoridas hædimos, (non Phædimum) omnemque illam ὁμιλίαν tur- m confluxisse ad eum, & apertas thesaurorum fuisse illius, atque copiam omnibus fecisse, de quacunque re interro- i, copiose narrat *Lib. 4. c. 11. & Lib. 8. c. 21.* Nemo ergo icam hic artem excludet. De loco Origenis nota, Celsum gias ibi memoratas tribuere sane Magis in genere, tum ve- ὅλως παντοδαπῶν χρημάτων παντοῖα ἀλεξιφάρμακα. Re- :t Origenes, de Christianis hic ne levem quidem esse suspi- ı. Legas autem, pergit, scripta *Mœragenis* de rebus Apol- 'yanei, magi & philosophi; ubi ait, non ignobiles etiam ıphos, cum ad illum, ὡς πρὸς γόητα accessissent, captos llonii magia, ipsumque Euphratam, πάνυ, & quendam eum. Ergo non juvenes tantum, sed & magnos philoso- ocuit omnia ista, quæ recenset Celsus. Mirum non est, ratum non eadem illa de Apollonio scripsisse, quæ ex ene hic affert Origenes. Fatetur enim Lib. I. c. 3. se ad riptorem animum non advertisse, qui libros quidem qua- tuor

Act. Erud. An. 1723. M. Julii. Pag. 295.

tuor de eo fecerit, multa tamen de eodem ignoraverit. Vera autem causa hæc fuerit, quod Mœragenes coævus Apollonio in ejus historia scapham scapham vocaverat. Nam si ignorasse eum quædam existimes, debebat tamen Philostratus quatuor istius libros, in quibus multa poterant commemorari, non plane supprimere. Nunc quum tantum non omnia a Damide, discipulo Apollonii & comite itinerum, & scriptore extemporaneo, accepisse velit, & cultiori stylo elaborasse, factum est, ut quando nihil extat de reliquis, Mœragene inquam, & Maximo Ægiensi, voces illæ audiantur, *forte nullum unquam, aut si fuerit, Philostrato nihilo fide digniorem fuisse Damidem*, adeoque in figmenta & fabulas utrumque incubuisse. Servavit ergo nobis testimonium Mœragenis prorsus eximium Origenes, quod nulla delebit etiam ingratior ætas. Neque spernendum est alterum Hieroclis, philosophi pagani equidem, sed cujus veritatis studio intererat, artes Apollonii pridem fuisse tenebris sepultas. Is enim in fragmento apud Eusebium c. 2. publice sub Diocletiano, diu post Philostratum, profitetur, (non Mœragenem tantum, de quo sciebat Origenis jam extare amplissimum testimonium, sed) Maximum etiam Ægiensem, & Damidem Philosophum, diu ante Philostratum, res Apollonii literis consignasse. Nec putemus fortuito omitti hic iterum Mœragenem, sed quia non fecerat ex Apollonio virum divinum, aut diis amicissimum. Nemoque porro credat, ad laudem Apollonii pertinuisse historiam omnium machinarum illius telesticarum, siquidem Philostratus istas reperisset apud Damidem, aut Maximum in Ægiensibus. In aula enim Septimii Severi, Imperatoris, artes istæ Apollonii & notissimæ, &, quia amplius dissimulari non poterant, plurimum erant exosæ. De Imperatore ipso Dio: *πάσας τε τὰς Αἰγυπτιακὰς, καὶ πάντα τὰ βιβλία, τὰ ἀπόρρητόν τι ἔχοντα, καὶ τὰ πάσας κεκρυμμένα, ἐκ πάντων τῶν ἀδύτων ἀνεῖλε*. f. 32. 8. Idem de Julia Augusta, *καὶ ἡ μὲν αὐτὴ φιλοσοφεῖν ἤρξατο, καὶ σοφισταῖς συνημέρευεν*. fol. 330. Syra erat illa, forte Syro-Chaldæa, *Assyriam Venerem* appellat Oppianus, initio operis. Philostratus de eadem, *ἡ φιλόσοφος*, *Philosopha*, Vit. Sophist. c. 30. fol. 612. & in epistola ad eam fol. 920. nil nisi de Philosophis veterum, & quid ipsa nuper

Pag. 296.

de Æschine judicaverit, protulit, atque in fine expectat illius mentem de Plutarcho, *σὺ μὲν, ἰδίᾳ που σοφία καὶ μῆτις, οἶδα, τί χρὴ ὀνομασθῆναι τοῦ τοιοῦδε*. Legebantur præterea Origenis octo contra Celsum scripti libri, quibus *τὰ τελέσματα, τὰ ξόανα, τὰ ἀγάλματα ἀνδρείκελα, τὰ περίαπτα, αἱ ἐπαοιδαί, καὶ ἄλλη γοητεία*, in opprobrium & compunctionem Gentilium, utramque faciebant paginam. Infamiam ergo illam ut tem-

Act. Erud. An. 1724. M. Julii.

ɔerarent., si non eluerent plane, jussus est Philostratus, eo ɔore non Rhetor amplius, sed in aula, & τῆ περὶ τὴν Ἰουλίαν, κύκλῳ τῶν φιλοσόφων, μεταγράψαι Damidis laximi libellos, & res Apollonii ornatius eloqui, hoc est, imius elaborare, atque tum profundam illius sapientiam, ipsum τὸ θεῖον, detersa omni macula magica, repræsen-. Patet hoc circa statuam Ephesinam factum ab eo esse omni io. Cum enim venissent ad Apollonium Smyrnam legati hesiorum, qui ipsum in auxilium adversus pestem accerserent, ı omisit Philostratus, eum respondisse legatis, prompte, *ea-*, *& statim Ephesi fuit*. Additque Historicus, ut rem insoliı emolliret, imitatum in hoc fuisse Pythagoram, qui apud urios & Metapontinos similiter duobus locis una præsens rit. Atqui factum est inde, ut, concurrentibus tot aliis speiminibus, simia Pythagoræ vocaretur eruditis Christianis Allonius. Dicis: *atqui Damis, Maximus, Mœragenes, omnes* ɔdigiosa *illa opera telestica penitus ignorarunt: quia Philostranihil horum præter statuam Ephesinam transcripsit*. Iterum reo: nihil ex operibus illorum cum extet hodie, neque judii adeo possit, quid ex unoquoque retinuerit Philostratus, em facilitate poteras negare, (si omnem fidem historicam cere, sola gratia novitatis, animus alicui sit;) tres illos :quam consignasse, sed omnia a Philostrato excogitata esse, eliquas haberi pro non scriptis. Contra, si Origenis, si rocli, & Eusebii verbis credimus serio, nunquam Philoto omnem adimemus fidem. Frigidum illud argumentum iini forte excidit: Maximus Ægiensis est scriptor fabulosus, ı Philostratus eum de rebus tantum Ægiensibus Apollonii, ɔque pauca quædam scripsisse testatus fuit. Inverto: Philoo etiam hic credendum, donec mendacii convincatur. Ubi linisse simul juvabit, omnia prodigia quæ narrantur de Anio, & limites ac vires philosophiæ excedunt atque humaomnem sapientiam transcendunt, utique in magiæ illiciɔremum gradum incidere, & ex Apollonio, non philosoamplius, sed asinum, verbis Eusebii, *cap. 5. in Hierocl.* Pythagoræ testum, procudere: fidei autem Historici, jue, etiam ista haud nocere, si in leges quoad cetera ofui non peccet, neque ex suo ingenio quicquam fingat, ribat, quæ Apollonius fecisse gloriabatur & scribi, fisus na, vel nigra vel alba, voluit. Bene Vossius de orig. ido-Lib. 1. c. 8. circa finem: *Non jam labora, verene fiant, eri putentur, an sensui & phantasiæ illudatur. Utrumque rere existimo; ac, sicut censeant, persuadent antiquorum tem-* Pag. 297.

porum

Act.Erud. An. 1723. M. Julii.

porum exempla, omnium gentium consensus ac nostræ etiam ætatis experientia. Sufficit nunc nobis, quod, ut multa eorum (seu ea facta, seu ficta,) sic videantur, non aliter fieri potuerint, quam ope dæmoniaca.

2. Annum illum, quo capitis causam sub Domitiano & coram eo dixit Romæ Apollonius, dubium dicebam reddi ex apologia ejusdem: *His triginta & octo annis non accessi Romam ad limina Imperatorum.* Lib. 8. cap. 7. sect. XI. Neque suspectus mihi est is locus. Exponit enim illum statim Apollonius, *τοσοῦτον γὰρ τὸ ἐς σὲ μῆκος, tantum scilicet a Nerone & patre ac fratre tuo, ad te usque est spatium temporis.* Ab anno igitur Neronis imperii primo XIII. Octobris LIV. usque ad annum Christi XCII. i. e. Domitiani XII. Domitiano & Volusio Saturnino Coss. (quo causam Apollonius ad limina Domitiani dixisse perhibetur,) sunt utique anni XXXIIX. Loquebatur autem Apollonius ambigue. Non negabat enim, imperante adhuc Nerone se fuisse Romæ, Telesino & Paulino Coss. atque tunc Telesino Consuli innotuisse, narratque illorum colloquium Philostratus *Lib.* 4. *cap.* 40. Non negabat etiam, se in primis annis Domitiani ipsius Romæ fuisse, & ibi cum Nerva, ceu amico, versatum; sed moderatissimum illum nihil minus quam principatum affectasse, neque de rebus arduis cum illo collocutum, multo minus suspecta fovisse consilia: porro se tunc ad eum noctu non omnino egressum in agrum, neque puerum mactasse, ut Nervam hoc sacrificii ritu ad spem imperii erigeret, & Domitiano exitium procuraret. *L.* 7. *c.* 20. & *L.* 8. *c.* 7. *Sect.* 10. Noverat etiam Apollonius, Orfitum & Rufum, ob suspicionem harum insidiarum post annos nonnullos increbrescentem, in insulas relegatos & Nervam ipsum jussum habitare Tarentum. *L.* 7. *c.* 8. Dico ergo, conversationem illam cum Nerva non factam demum proximo anno ante ultimam coram Domitiano accusationem. Quum enim Imperator ille lege publica prohiberet, ne eunuchi fierent amplius, neve vineæ plantarentur, *L.* 6. *c.* 42. (quod referunt Svetonius & Dio ad priores illius annos,) Apollonius pridem abierat iterum Roma, deinde ab Hellesponti civitatibus ad Jones, salse ridebat istas leges absens, & contra Imperatorem, quod superbe regnaret, velut in aciem prodiit, *L.* 7. *c.* 3. Imo in provincias Romanas profectus, apud Præsides illarum dixit, immortalem non esse potentiam tyrannorum, & hoc ipso, quod metuantur, facilius everti. *cap.* 4. Sciens porro ex sola arte sua mantica, Nervam Domitiano successurum, ea de re Smyrnæ locutus erat publice. *c.* 9. Et Domitianus Nervam ob id ipsum (indagans nimirum dies & horas, quibus nati essent candidati impe-

Pag. 298.

perii sui, & quam illi spem conciperent ex genituris suis,) Act. Erud.
isset occidi, nisi unus astrologorum dixisset, Nervam, ut po- An. 1723.
senio proximum, post paucos dies moriturum. Dio *f*.238. In M. Julii.
imis igitur annis Domitiani quiete quidem vixit Nerva Romæ.
ollonium autem, qui per Euphratam philosophum ad Au-
, gravissimorum criminum reus, postulabatur, in Asia com-
hendi & Romam duci Domitianus præcepit. Hic igitur, fre-
iterum arte sua evanescendi subito ex oculis, prompte ex
haja Siciliam versus, Italiamque cum Damide navigans, quin-
die Puteolos venit. *c*. 10. Puteolis ubi solvissent, tertia inde
ostia Tybetina intrant. *c*. 16. Mox in custodiam & carceres
ditur Apollonius, *c*. 21, 22, & in palatium primum Imp. admis-
est. *c*.32. *Caussam age*, inquit Domitianus, *Nervæ, & com-
cum ejus; ipse enim criminis* (ita simulabat,) *jam convictus est.
vero ejusdem criminis reus, & omnium es conscius*. Incipit hic
ollonius defensionem Nervæ, & amicorum, Rufi & Orfiti, Pag. 299.
sui ipsius. *c*. 33. Tunc vero dicasterium demum ingressus,
VIII. c. 3. & 5. respondit ad singula capita. De Nerva quidem:
no pedem non exauli: probent istud viri fide digni. Domi-
ius: *absolvo te ab imputatis, hic tamen manebis, quoad priva-
tecum fuero collocutus*. Apollonius autem, parum fidens gra-
isti, *c*. dicasterio statim disparuit paulo ante meridiem, &
ipsum meridiem Puteolis iterum fuit apud amicos, *c*. 10
atque mox in Græciam iterum navigavit. *c*.14. Sequitur
Philostratum, elaboratior illa apologia, in qua palam ait,
die, quo patratum dicebatur sacrificium, utique fuisse
æ, sed assedisse lectulo ægrotantis Philisci, *f*.349. Ex quibus
, annos uno plures intervenisse ab eo die, quo is credeba-
crificasse, usque ad tempus sparsæ de ista re famæ, & secu-
itationis ex Asia, caussaque examen. Et favet huic compu-
i Philostratus. Perperam vero Baronius, & Ant. Pagi ex
ola Taciti *c*.44. inferunt, Nervam ultimis demum tem-
s Domitiani Tarentum jussum secedere. Eusebius enim
illa, *plurimos nobilium in exilium mittit*, ad tres diversos
repetit, 85, 89 & 95. Agricola etiam dicitur quidem
iam Domitiani sævitiam morte evasisse, qui obiit anno
XCIII. Sexto Pompejo & Corn. Prisco Coss. At illam
n Nerva etiam vivens non fuit expertus. Plinii epistola
. Lib. VII. non potest intelligi de illo anno, quo Ta-
ibitabat Nerva, sed quo Plinius accusabat Bæbium Mas-
etundarum, prima adhuc quasi juventute sua, dum Cau-
ic in foro ageret. Mascula igitur vox illa Plinii cum
cepta esset, Nerva, tunc nondum regnans, sed neque

 exul,

Act. Erud. An. 1725. M. Julii. exul, & Plinio gratulabatur & seculo, quod ei exemplum simile antiquis contigisset. Præsens enim Nerva attendebat his, quæ recte in publico fierent: quod Tarenti commode fieri non poterat. A Consulatu autem Telesini, & prima accusatione Apollonii apud Tigillinum, Neronis præfectum prætorio, (qui eum ob verba quædam quasi in Neronem prolata, in prætorium tractum, plane absolverat: *abi, quocunque libet; major enim es, quam ut ego sim judex tuus*. L. 4. c. 44.) usque ad initia Domitiani, quibus sacrificasse credebatur, sunt anni XIIX. Toto itaque isto reliquo tempore XXIIX. annorum, a primo anno Neronis usque ad initia Domitiani, nunquam se opus habuisse, ut res novas & magnas moliretur, μεγάλων δεόμενον, apud eos, qui imperandi spem haberent, οὐδ' ἐμαυτοῦ ἀπηνέχθην, neque a se ipso unquam degenerasse. *L. VIII. c. 7, Sect. XI. f.* 344. Annum patrati sacrificii ergo distingue ab anno criminis accusati. Petavius *Tom. II. f.* 382. putabat, Nervam anno IX. Domitiani in exilium ivisse, sed eodem revocatum; quia in sequentem annum Consul esset designatus. Petavium videtur sequi Thomas Lydiat *p.* 76. Sed Consulatus iste nos non turbet: nam & ante illum Consul fuit L. Minutius Rufus, quem quidam suspicantur illum Rufum esse, qui exul cum Orfito. Nihil horum apud Dionem. Et Victor Schotti, qui metu tyranni ad Sequanos descisse Nervam, ibique imperium arbitrio legionum cepisse scripsit, castigatur Scaligero, *ad Euseb. Chron. f.* 206.

Pag. 300.

3. Hieroclem Philalotham, autorem nefandæ comparationis Apollonii cum *Christo*, suprema judicia per totam Bithyniæ provinciam administrasse, & supremis in ea dicasteriis præfectum, i. e. præsidem Bithyniæ fuisse, fide Eusebii constat. Ubi autem dicitur, eum fuisse *tantum* judicem Nicomediensem? Nicomedia, mater urbium Bithyniæ, Ammiano Marcellino, ac sedes Præsidum. Præsides autem hi passim etiam *judices* Provinciarum, *rectores*, & *judices*, *qui in Provinciis jus reddunt*. Iste vero judex anonymus Lactantii *L. V. cap.* 2. *divin. instit.* videbatur fuisse aliquando tantum non Christianus, nunc quasi apostata & persecutionis autor, proditorque religionis ejus, cui ante fuerat assensus, & fidei, cujus nomen induerat. *Nisi forte*, addit, *casu in ejus manus divinæ literæ inciderant*. Qui autem casu in illas incidunt, non penetrant illico intima: sicut qui sunt ex eadem nobiscum disciplina. Tam vero evertuntur hæc omnia, si Hierocles reliqua capita libri sui ex scriptis aliorum, non sensu modo, sed verbis etiam iisdem ac syllabis impudenter descripsit. Hæc enim ignavum produnt ingenium & ineptum ad interiora Scripturæ. Atque hæc vera demum causa fuit, quare centonis

illius

ius aut plagii ne meminisse quidem uberius vellet Eusebius. Act.Erud.
isse eo tempore inter Præsides Romanos plures, qui agitarent An. 1723.
nsilia persecutionis adversus Christianos, nemo ambigat. Duos M. Julii.
tem Philosophos duplicem talem comparationem intentasse, Pag. 301.
pra fidem. Officium vicariatus innuere Lactantium eodem lo-
, non liquet. Nam qui est e numero judicum, perinde est ju-
x, sicut ceteri, non vicarius alicujus ex ipsis. Romanum Im-
rium varias agnoscebat dioeceses. Sub præfectis prætorio erant
idem Vicarii dioeceseon, sub Vicariis præsides provinciarum
ngularum, nunc plures nunc pauciores. Apud Lactantium *de
rtib. persecut.* mentio sane Hieroclis, qui ex vicario Præses
pellatur, *cap.* 16. Cave tamen, hunc vicarium eundem exi-
imes cum majoribus istis Vicariis præfectorum prætorio. Ædem
am in Alexandria a judice illius provinciæ passum, asserit Eu-
bius, *de martyribus Palæst. c.* 5. sed iterum is est anonymus.
piphanius, *Hæres. LXIIX. c.* 1. *f.* 717. nominat Hieroclem alium
παρχον, præsidem, sed Alexandriæ, & *κυλκιανὸν*, Culcjanum,
hebaidis: sub iis martyrium sustinuerunt Meletius & Petrus,
piscopi. Neque etiam de iisdem annis loquitur. Eusebio, *Hist.
eccles. L. IX. c.* 11. *f.* 366. alter ille est Κυλκιανὸς, Culcianus,
άρχος Ægypti. Thebais autem similiter pertinebat ad dioe-
sin Ægypti. Si igitur mortuo Flaccinio successit Hierocles no-
r, cur non mortuo Hierocli iterum Priscillianus? In Palæsti-
Provincia similiter periit post Flavianum Urbanus, post Ur-
num Firmillianus, cum aliis sociis persecutionum. Si integrum
bis esset, apud Lactantium & Eusebium supplere nomina, quæ
cant, nomina tu mihi etiam illum Præsidem Bithyniæ, de quo
ctantius *L. V. c.* 11. *vidi ego in Bithynia præsidem, gaudio mi-
biliter elatum*. Causas autem reticendi indicat idem C. X. *Ac
quem videar inclementer incessere, aliquam mibi personam poe-
m sumam*, id est, non exprimam genuinum illius nomen.
et etiam tempus, quo comparationem istam nefandam scri-
it Hierocles. Non enim inferas: fuit primum vicarius, de-
præses, ergo scripsit adhuc vicarius. Illud satis certum, Co-
um Lactantii sexennio suo tres vidisse præsides sibi succeden-
de quibus paulo ante. Ex isto sexennio non fecerim noven-
n; ita ut singulis annis semel tantum tortores suos expertus
ognatus. Non reperio etiam, hunc primis tribus annis li-
m fuisse a carceribus, & quarto demum iis traditum. Ve- Pag. 302.
est, alios præsides præcipites extitisse ad occidendum; alios
isitos corporibus dolores immisisse, ut vincerent ad aposta-
; & hoc unum evitasse, ne torti moriantur. Jubebant pro-
curam a tortoribus diligenter adhiberi, ut repararetur per

 intervalla novus sanguis ad pœnam. Lactant. *Lib.* 5. *c.* XI. Hi sunt illi cruenti, & novies per sexennium in carcerum vinculis repetiti cruciatus: novennium autem plane aliter fuisset a Lactantio describendum. Et qui ex confessoribus in vinculis non erant, ad metalla damnabantur. Euseb. *Lib.* 9. *c.* 1. Alius præterea Hierocles est in epistola Libanii ad Basilium *f.* 3. *Edit. Cujac.* Ἀλύπιος Ἱεροκλέους, non Ἱεροκλῆς. Alius iterum in *L.* 7. *Cod. Theod. quor. appell.* & *L.* 6. *de jure Fisci*. Utrobique enim rescribunt Impp. Christiani ad Hieroclem, Consularem Syriæ Celes, diversæ omnino diœceseos, anno CCCXLIV. & CCCXLVI.

4. Ad Isidorum, presbyterum monasterii in monte Pelusio Ægypti inferioris, *epist.* 398. perlati rumores, Apollonium *tutioris habitationis causa*, i. e. ad averruncandum, multa & multis in locis telestica collocasse, non tamen ex universa Ægypto. Sic enim remisisset eos ad Cyrillum, Archiepiscopum Alexandrinum: ad quem scriptæ sunt Isidori epistolæ, 310, 323, 324, 370, *Lib. I.* graves omnes & de rebus magni momenti. Presbyter autem vel etiam Abbas Isidorus, quum quæreretur de locis Pelusio valde vicinis, volebat ante omnia ostendi aliquid illarum machinarum; illis enim non visis, non posse de iis cognosci nec responderi. Si quid igitur a seculo primo Apollonii extitisset adhuc seculo quinto Isidori, quod erat forte impossibile, responsurus erat, totam illam artem Græcorum in nugas pridem abiisse, & inanem jactationem. Idque a se jam dum peculiari adversus Græcos libro demonstratum. *Lib.* 2. *Epist.* 228. *fol.* 200. Sed & *epist.* 397. quæ scripta videtur post epistolam 398. repetit idem argumentum: jactari quædam θρυλλούμενα, sed magicas illusiones fuisse, φάσματα μαγγανείαις γενόμενα, neque adeo mansisse in hunc usque diem perpetuo. Omnia enim ἐξ ἀνθρωπίνων καινουργούμενα, (inde καινοὶ οἱ λόγοι) humana molimina, tum vero ab ista arte præstigiatoria profecta, resoluta fuisse in vanum; quia divina gratia non conservarentur. Addit Isidorus *epist.* 398. mirum haud esse, si nihil eorum amplius ostendi queat. Nam & Philostratum aliosque, qui totam Apollonii vitam accurate conscripserint, has πράξεις illius de locis Isidoro vicinis non tradidisse. Videri igitur, ὡς εἰκὸς, hostes Apollonii calumniam hanc concinnasse. Hic non decernit Isidorus de toto negotio simpliciter; sed probabiliter calumniam hostium ait subesse: quia non defuerint Apollonio adversarii. De Euphrata enim, philosopho Tyrio, accusatore illius, legerat apud Philostratum, eos fuisse διαφερομένους πρὸς ἀλλήλους, *diffidentes inter se*. *Lib.* 1. *Vit. Soph. c.* 7. *f.* 488. Summa ergo rei eo redit, an Isidorus ex Philostrato scire potuerit,

Pag. 303.

Apollonium fuisse γόητα, μάγγανον, præstigiatorem, qui Act. Erud.
inatim artem exercuerit telesticam? Nobis vel solam sta- An. 1723.
ı Ephesinam cum suis circumstantiis sufficere diximus. Isi- M. Julii.
s ergo quamvis videretur favere Apollonio, nec temere de
'elle pronunciare, Philostratum tamen habuit pro Historico
digno, & reliquos etiam, qui vitam ejusdem omnes cum
commemoraverint, (quod nec Philostratus eos fecisse di-
) Ex illis igitur, qui tunc adhuc videntur extitisse, judi-
lum esse prudenti lectori de causa universa. Non autem di-
omnino, Philostratum fabularum monstra tam anxie con-
ere & comminisci, ut mente captus hinc inde videri queat.
enim ita sentiunt, omnem ei utique enarrationis suæ fi-
adimunt & explodunt, propter hoc ut Apollonio servent
ım viri boni. Quod frustra cogites de Isidoro. Ac memi-
in Dissert. Bremensi *p.* 25. me legere, *vagos tantum fuisse*
ıones; non locum, non tempus, non occasionem: sed ne carbones
lem, non umbras, non vestigia potuisse ostendi Isidoro. Nunc
m frigide disputasse dicitur idem, si locum sibi voluisset
ɔnstrari.

*U*sque ad tertium seculum nihil extare apud Veteres con-
iguras telesticas Apollonii, non patitur locus Origenis,
ı *Celsum Lib.* 4. ubi imagines magicas appellat συμβολικὰς
ἰτων μορφὰς, citante Seldeno, *de Diis Syris p.* 116. At-
ıi non nominat Apollonium. Nominat autem libro sexto,
:. Origenem igitur omnes artes illius vel ex solo Celso ex-
'ompertas habuisse, ne dubites. Porro ex seculo tertio Por-
us eundem diserte nominat, *de abstin. L.* 3. §. 3. *p.* 103: καὶ Pag. 304.
ὗτοι, ὧ πρὸ πολλῶ δὲ Ἀπολλώνιος ὁ Τυανεύς. Eadem
ṫratus repetit *L.* 4. *c.* 3. Quum itaque Origenes *Libro* 4.
. concludat, dæmonas συμβολικῶς indicasse hominibus,
s deciperent, & a Deo alienarent,) quomodo aves, voce
mvis inarticulata, significent sua inter se, recte infero,
:m statuisse, dæmonas similiter ac multo facilius Apol-
docuisse omnia illa facta magica, quæ Philostratus ceu
:narravit de eo: a quibus perperam excluderemus figu-
rruncantes. Si enim totam γοητείαν didicit a suo dæ-
telesticam etiam didicit. Ut numerum autem accura-
amus, quoties eam exercuerit, neque ultra illum quid-
djiciamus, non est in nobis. Paulo ante non ineptio-
ın superstitiosiorem virtutum suarum præconem, i. e.
i boni defensorem, Apollonius habuerat. Nunc opera
de quibus Philostratus, nec in fabulis, nec in historiis
tur. Si illa dubites Apollonium, spurcum hominem,

a dæ-

Act. Erud. An. 1723. M. Julii. a dæmonibus accepisse, a bonis geniis, quibus nihil cum spurco, sane non accepit. Si sciebat Apollonius, quid se absente agatur alibi, (quod de violenta morte Domitiani passim occurrit,) si vidit eam tanquam præsens, quæro, an non etiam hoc ex schola dæmonis? De lingua avium inter se loquimur populariter. Etiam Origenes, ἵνα δὲ καὶ πιστεύσωμεν. — καὶ τοῦτο ἐροῦμεν ἀπὸ τῶν δαιμόνων συμβολικῶς ἀνθρώποις δεδηλῶσθαι. *Esto, esse aliquos, qui hæc de se jactent*, &c. Si tamen dæmones intelligunt, quid aves inter se communicent, potuit ex illa schola etiam Apollonius scire, quæ apud Philostratum de iisdem avibus cum vehementi admiratione auditorum ipse retulit. Atqui annales illius sunt Volusianis longe deteriores, de quibus Catullus, *annales Volusi cacata charta*. Homo item, quo absurdior vix cogitari potest, propter inscitiam, stuporem ac inertiam: utpote impostor, & fallaciis coopertus scriptor. Et hæc sunt forte certiora illa: quæ nollem proferri.

6. Eusebius contra Hieroclem *c.* 44. *f.* 464. non dixit, seculo illo quarto primum natos tenues de telesticis Apollonii sermones, quodque istas artes secula anteriora ignoraverint, quarto autem demum machinæ illæ repertæ sint & erutæ. Loquitur Pag. 305. ille simpliciter seculo Apollonii ipsius, & seculo Eusebii, istum μόνον γόητα πάλαι τε καὶ νῦν fuisse habitum, *solum & olim & nostra ætate*, & molitionibus suis processisse ultra quam fas sit, πέρα τῶν προσηκόντων ἐγχειρῶν. *Hoc manifestum* (non tenues rumores) *esse*, φανερὸν τοῖς εὖ φρονοῦσι, *iis quibus mens sana sit*. (Vides, Eusebium hic contradicere Philostrato, cujus verba ex L. 1. c. 2. affert, de Apollonio nondum satis hominibus innotuisse, ὅτι δὴ ἀπὸ τῆς ἀληθινῆς σοφίας ὡρμᾶτο, quod veræ sapientiæ ope & auxilio sua omnia effecerit). Sequitur testimonium Eusebii de seculo quarto ἀντίκα τῷ νῦν εἰσιν, οἱ λέγουσι κατειληφέναι περιέργους μηχανάς, *hac nostra etiam ætate in Bithynia in promptu sunt, qui dicunt, sese reperisse machinas magicas*, τῇ τοῦ ἀνδρὸς ἀνακειμένας προσηγορίᾳ, *Apollonii solenni dedicatione collocatas*. Pro fabula vulgi utique non habuit, nec dixit, eam non mereri, nec opus esse, cui discutiendæ temporis nonnihil impendatur. Non placebat, istis animum tunc advertere, omnesque excutere circumstantias, ne interrumperet præsentem comparationem Hieroclis. Suspendebatur ergo hactenus judicium. Promptitudo autem, ad exhibendum id, quod tunc erat erutum, inest τῷ καταλαμβάνειν: quod enim occupavimus, quum antea esset incognitum & nullius, id publice ostendi potest ad fidem faciendam. Diversa hic est ratio a rumore seculi quinti apud Isidorum: ibi enim nihil poterat afferri ad osten-

dendum. Certum est, Eusebium *L. 5. de præpar. Evang.* Act. Erud. An. 1723. M. Julii.
itidem agere de his telesticis, seu invento dæmonum; sed
: modo componendi cum figuris & characteribus, ut deti-
tur Dii in hac consecrata imagine. Disputat ergo non con-
Porphyrium tantum, sed contra omnes Gentiles. Si contra
es, etiam contra Apollonium, amicum Porphyrii, δυνάμει
:. Ita Origenem, cum contra Celsum scriberet, etiam Hie-
em nostrum & multos alios uno actu confutasse, ait Euse-
, *contra Hierocl. c.* 1, etsi non omnino nominati ab eo essent.
:bium etiam censorem fuisse peritum harum artium, si quid
ætate erueretur, monstrant exempla recentissimorum mago-
, qui non sane erant ex plebe. Maxentius, γοητείαν coro-
m sceleribus suis imponens, dæmonas evocavit εἰς ἀποτρο- Pag. 306.
πμὸν τοῦ πολέμου συνισταμένου, ad bellum quod imminebat,
rtendum aut victoriam adipiscendam. Haud melior Maximi-
, apud quem principes impostorum & magorum summos etiam
ioris apices obtinebant. Hinc Theotecnus, quæstor primum
s Antiochenus, deinde Præses provinciæ, simulachrum Jovi
io consecratum, ξόανον erigit, μαγγανείαις τισὶ καὶ γοη-
ις ἱδρύει πλετάς τε ἀνάγνους αὐτῷ ἐπινοήσας. Licinius au-
victo Maximino ac miserrime mortuo, totius mysterii sce-
, & ipsam etiam artem construendi has fraudes per tormen-
npostorum edoctus, Theotecnum & conscios, τῆς γοητείας
νοὺς merito affecit supplicio. *Hist. Eccles. L. 8. c. 14. & L. 9.*
3. 11. Autor jam porro *Quæstionis XXIV. ad Orthodoxos* non
est nullius fidei, & ascendit omnino ultra sextum seculum.
1 & Jo. Clericus, *Hist. Eccles. Sec. II. p.* 598. ait, illum esse
torem quarti, ut creditur, seculi. Nic. le Nourry *Tom. 2.*
2. *p.* 400. ex eo, quod autor Quæstionum affirmat, se eas
prohibitam & extinctam idololatriam Gentilium scripsisse,
issime & invicte liquere ait, hunc librum non ante Con-
ni M. ultima tempora, i. e. circa medium seculi quarti,
um: imo post Synodum Nicænam, aut certe ante Nestorii
a. Judicio ejusdem le Nourry tractantur ibi quæstiones
:m, scitu haud indignæ. Et hæc ipsa quæstio XXIV. me-
extincti Gentilismi, ex quo tamen rudera quædam adhuc
nt: ὁ Κύριος καθεῖλε τὴν δυναστείαν τοῦ δαίμονος, ἐν τῷ
ἀγάλματι ἱδρυμένου, καὶ τῶν λοιπῶν. Statim, καθὼς
τὰ πράγματα, *sicut res ipsa loquitur*. Idem est argu-
m quæstionis 1. 2. 42. & 74. Antea dicebatur, Gentiles men-
se invidiosa ista de statuis Apollonii, ut miraculis CHRI-
[illegible] modo detraherent. Nunc Autor libri finxisse sibi
hanc

Act.Erud. An. 1723. M. Julii. hanc quæstionem totam perhibetur. Si scivit igitur, vel Christianos vel Gentiles ea omnia mentiri, jam erant confutati. Neque Isidorus Pelusiota respondit, *nusquam terrarum* ejusmodi statuas ostendi, sed sibi tantum tunc non potuisse ostendi. Diu autem ante Isidorum scriptæ sunt hæ nostræ quæstiones.

Pag. 307. Eadem verba Justino tribuit Salmasius, citra omnem censuram, *de Ann. climact. p.* 578. deinde recitat verba Chronici Alexandrini de eodem Apollonio, *p.* 579. Si itaque Martyrem non licet, Justinum interim appellabimus. Concedit ille, Apollonii machinas quasdam adhuc forte extare, i. e. nondum plane a Deo in nihilum redactas: negat autem in iis adhuc habitare & operari dæmona. *Credebant*, inquit Guilielmus, Episcopus Parisiensis, *Tom. I. Lib. de Legibus c.* 24. *f.* 67. *decepti homines, dæmones habere potestatem non solum in homines & res humanas, sed etiam in elementa: quia videbantur sedare morbos, ac tempestates marium & fluminum, ~~non irrogando & concitando~~. Interdum enim justo & occulto Dei judicio mala illa irrogare & concitare permittuntur. Interdum autem & prohibentur. Nihil potestatis habentes, nisi quantum DIVINÆ VOLUNTATIS BENEPLACITUM AUT DEDERIT AUT PERMISERIT.* Habes clavem prodigiorum, Athenagoras non dixit, Neryllinum aut Proteum Seculo secundo in Græcia sibi ipsis consecrasse similes statuas. Imo vero *ἄλλας μὲν εἶναι τοὺς ἐνεγροῦντας, ἐφ' ἑτέρων δὲ ἀνίσασθαι τὰς εἰκόνας*. Neque etiam allegari ibi videmus *τὸ θεῖον*, sicut ab Apollonio. Seculum denique illud secundum jam semina hujus artis a seculo exeunte primo acceperat. Laudandusque iterum hic est le Nourry Dissert. 3. p. 434. sequ.

7. Apud Lucianum, *Pseudomant. p.* 529. mentio utique fit medici & præstigiatoris alicujus, *τῶν αὐτῷ πάνυ συγγενομένων*, civis & discipuli Apollonii nostri, qui totam ipsius tragœdiam pernovisset. Nomen autem istius quia non adjecit Lucianus, proximum Θῶνος nomen festinans calamus arripuit, & quum dubius adhuc de illo esset, *forte*, scripsit, *is inter discipulos Apollonii ibi refertur*. Nunc satis est Apollonium habuisse discipulos non paucos: de quo supra. Vocabant se illi Apollonios Apollonii. Ac pertinet forte huc inscriptio Ancyræna, apud Montfaucon *Palæogr. Græc. Lib.* 2. *c.* 6. *f.* 163. posita certe Seculo secundo est, Ἀπολλώνιος Ἀπολλωνίου. Si lis hæc omnis componi potest, ita ut ex mente tua sententiæ conjungantur, bene sperandum est de hominibus. Neque enim est meæ ætatis, perpetim rixari de his magicis. Henr. autem Corn. Agrippa, quum

um ederet libros de occulta philosophia ante hæc duo secu- Act. Erud. An. 1723. M. Julii. Pag. 308.
, ad Lectorem ait, *si quid liberius dictum, ignoscite adolentiæ nostræ*. Joannes Tritemius tamen rescripserat ei, *opus m, quod nobis examinandum obtulisti, quanta cum voluptate ceperimus, nec lingua mortalis unquam potest exprimere, nec ibentis calamus referare*. Sed & ante hoc Seculum Gabriel udæus, Medicus Parisiensis, Apologiæ suæ *pour tous les ands personnages, qui ont eté faussement soupçonné de Magie*, scripsit:

Intacte virtutis opus, juvenisque laborem
Excipite illustres animæ, doctique parentes,
Nominis & genii: ne postera Secula credant,
Et vos in Magicis pariter peccasse susurris.

EXCERPTA

M. Aug. Pag. 373.

X LITERIS ANDREÆ GABRIELIS DUHRII

Holmiæ die 17 April. Ann. 1723 ad Collectores Act. Erud. datis de insigni invento mechanico.

Nte plures annos inveni artificium aqua stagnante omnis generis machinas singulari cum lucro agitandi. Inter va- modos idem obtinendi applicatione æquilibrii, virium cen- garum & gravitatis aquæ utor, ope duarum rotarum hori- iliter positarum, quarum una aquam ejicit, altera impellit copia & eo impetu, ut convenienti excepta modo ad de- :am altitudinem ascendens in descensu agitet multas rotas as ac earum duas vehementissimo motui rotarum circa uos horizontaliter positarum conservando destinatas. Si vitam concesserit, plenam horum omnium & delineatio- k descriptionem demonstrationibus firmatam transmittam, Europæ eruditissimis Societatibus ac omnibus Mathematicis ius inventum hoc dedicaturus. Eruditorum enim virorum omni præmio major mihi est; & jam Holmiæ in patria nem inventi rationem in publicum protuli, præmiis omni-

 bus

Act. Erud. An. 1723. M. Octob. Pag. 446.

EPITOME DISSERTATIONIS MEDICÆ,

De seminibus Loliaceis & Secalis nigris corruptis, cum farina commixtis, & alimenti loco assumptis, varios morbos epidemicos Anno 1722. autumnali & hyemali tempore producentibus.

Conscripta a GOTTLOB SCHOBERO, *Med. Doct. Imper. Majest. Ruthen. Medico, & Acad. Natur. Curios. in Germania Socio, & Moscua transmissa.*

VArii morbi epidemici in territorio Moscoviæ & Niesnæ præterito anno 1722 circa initium autumni usque ad annum Pag. 447. 1723 in hyeme regnare inceperunt, qui vulgo utique pro contagiosis habebantur. Hinc ad eorum inquisitionem a Senatu hujus Imperii Primario cum duobus Chirurgis illuc missus, observavi, plerosque ægrotorum fuisse amentes, stupidos, alios somnolentia insatiabili affectos, cum lassitudine omnium membrorum, & dolore ossium in manibus pedibusque; apud quosdam secuti sunt motus convulsivi, nunc in ventriculo, unde nausea & vomitus; nunc in intestinis, unde tormina ventris, diarrhœa aut obstructio alvi: nunc in corde, unde ejus anxietas & cardialgia: nunc in universo nervorum systemate, unde epilepsia tertii gradus, quæ finito paroxysmo, in manuum & pedum paralysin & contracturam terminabatur. Hujus morbi recidivi paroxysmi, quo plures, eo acerbiores existebant, donec more miseræ hujus Tragœdiæ tranquillum imponeret finem. In apertis cultro anatomico cadaveribus omnes partes ac organa tam externa quam interna emaciata, exsucca atque flaccida erant. Cor & vasa sanguifera parum cruoris retinebant: Ventriculus erat tenuis & contractus ad magnitudinem pugnæ minoris manus, aliquid lymphæ continens: Intestina flatibus reperiebantur turgida: Pulmonis & Omenti substantia putrida & fere consumpta: Hepar maxima ex parte sphacelatum. Hæc facies erat morborum epidemicorum apud adultos. Apud infantes vero cladem enormiorem excitabant Variolæ pessimi moris, confluentes & nigræ cum febre maligna, ut plurimum mortem post se trahentes.

Causa horum epidemicorum morborum nulla fuit alia, quam semina loliacea & secalis nigra, quæ cum alio secali in farinam

ı reducta, & aut in pulte, aut in pane comesta, miseras Act.Erud.
excitabant passiones. Inest enim hisce seminibus sulphur nar- An. 1723.
cum & stupefactivum, hinc ratio, quare hæc semina tam fa- M.Octob.
flammam concipiunt. Hoc principium sulphureum valde
eri nervoso est inimicum, motorem microcosmicum ligans,
c somnolentia nimia, temulentia, amentia &c. aut ab iisdem
:gulariter nervi commoventur in partibus, adeoque convul-
nes atque spasmos excitant, modo particulares, modo univer-
es, uti de epilepsia, cardialgia &c. superius dictum est. A
ioribus vero motibus spasmodicis & convulsivis, si a cerebro Pag. 448.
ıquam a centro ad peripheriam, & ab hac iterum ad centrum
ıdant, deduco paroxysmos febriles, modo frigidos, modo ex-
uantes, qui, quicquid in massa sanguinea hostile est, felici-
: expellunt, & foras ejiciunt. Atque adeo in infantibus, qui
ondum naturæ tributum solverunt, variolæ emergunt, quæ
ım a sanguine, a sulphure loliaceo impuro, & a motu cordis
ılido acriores, confluentes nigræque fiant, malignitatis æthio-
ʒiam deducere vix difficile erit. Non una autem est lolii species;
ilicet cum lolium sit degeneratio plantæ a suo genere, & hæc
omalia consistat 1. in incremento radicis, quo sensu usus est
ʼidius Eclog. V. v. 36. & Lib. I. Georg. V, 151. &c. Hinc lo-
m vocari potest polypodium seu radicibus longis multisque.
ıt 2. anomalia notatur in seminibus, quatenus hæc planta pro-
t semina minora, cinerea, adeoque lolium descriptis semini-
s instructis vocari potest. Aut 3. secale cum granis natura-
ıs gerit quædam nigra, duriora & nociva, hinc tertia constitui-
lolii species. Aut denique 4. observatur lolium, ubi semina
ıt majora, nigra, incurvata, in meditullio quidem alba, sed
nus farinacea, germanice *Mutter-Korn.* Hæc doctrina de se-
ıibus loliaceis, dictas passiones excitantibus, excepta epilepsia,
ılysi & contractura, quam nemo, quantum constat, observa-
non est nova, sed dudum a veteribus Artis Medicæ Antisti-
observata & annotata. Vid. Aristoteles L. V. de somno &
. c. 3. Theophrast. Eres. Hist. Plant. l. 8. c. 5., Plin. Hist.
L. 18 c. 17, Galen. L. 17 Simpl. & Lib. I de Aliment. Fa-
Oculis caliginem inferre, jam scriptum legimus apud Plau-
in Milite Act. 2 Sc. 3 & apud Ovidium Lib. I Fast. v. 691.
ıde etiam proverbium ortum est: Lolio victitare, quod de
tientibus & myopis dictum est. Inter Neotericos consen-
es habemus Wierum de Præst. Dæmon. L. 3 c. 28, Schenck
Med. l. 7 de venenis ex plant. Obs. 4 p. 880, Zacut. de
Med. Histor. L. V hist. 21 fol. 871, Valentini in Obser-
de Novell. publ. usu & abusu in Reb. Phys. & Medic.
Giess.

Act.Erud. An 1723. M. Octob. Pag. 449. Giess. Hass. habit. 1707. Winckelmann descript. Hass. Plures morbos epidemicos, febres, variolas morbillosque ab hoc degenerato secali annotavit Acad. Nat. Curios. in Germ. Dec. 2. Anno 8. Obs. 173. & Anno 9. & 10. Obs. 93. p. 171. & Append. anni 1712. p. 48. & seqq.

Notabile est, Veteres has lolii species medicamenti loco adhibuisse in doloribus capitis, ischiaticis, podagricis &c. Item in inflammationibus, tumoribus, fracturis, ulceribus, fistulis &c. de quibus Dioscorides & Plinius l. a. consulendi. Interne quædam grana commendantur in passione hysterica a C. Bauh. Theatr. Botan. Sect. IV. c. 17. p. 434. Præterea lolium ratione sulphuris connati, ut sulphur commune operatur in lepra & lichene tollenda. Interdum virtutes exserit, ut sulphur antimonii v.g. utero exceptus fumus in obructionibus mensium & lochiorum, hinc ad fœcundationem mulierum quoque confert; quam fœcundandi facultatem efficit sub forma coronæ arboribus circumdatum lolium, ne fructus dejiciat arbor, sed retineat; vid. Constant. Cæsar L. X. de Agricult. c. 87.

Quod attinet Prognosin, veritati videtur consonum, subjecta, quæ parum comederunt de hoc nocivo alimento, bene, sive a natura, sive arte restitui posse, haud vero sperandum est id de iis, qui continuarunt hanc escam, aut ob pauperiem nullam aliam, quam illam assumpserunt, unde fibræ nervosæ pariter ac membranosæ, tendinosæ ac musculosæ jam extra tonum & constitutionem naturalem sint redactæ, ut & inflammationes in gangrænam & sphacelum tendentes in corpore existant.

Ad quæstionem ventilatam, annon aliquod corrigens aut destruens sulphuris loliacii narcosin medicamentum inveniri possit, quo loliorum farina in pane tuto & sine noxa assumi queat? negando respondetur. Quia per illud additamentum seu ingrediens panis extra suam crasin naturalem constitueretur, quæ in debita consistit farinæ fermentatione & coctione, quæ procul dubio læderentur, si aliquid alieni, sive medicamentosi, sive heterogenei alimentarii accederet. Ut vero lolium tutum remedium præbeat atque existat, quemadmodum cum opio fieri solet, ejusdem correctio institui atque concedi potest.

Pag. 450. Progredior ad Therapiam harum passionum, quæ in duobus consistit, nempe in causæ morbificæ evacuatione, & ejusdem correctione. E ventriculo evacuamus per tutissimam Ipecacuannæ radicem, aut tuta alia vomitoria, uti sunt tart. emetic. merc. vitæ rite paratus &c. Si tormina ventris aut obstructiones adsint, clysteres ex temperantibus, carminativis, balsamicis & oleosis cum Castoreo in lacte decocti commendantur. Si opus sit la-

xan-

tibus, mitiora præscribi possunt ex manna calabrina, rhabar- Act. Erud.
o, cassia fistulari, oleo amygdalarum dulc. cum spermate An. 1723.
recenti &c. M. Octob.

E massa sanguinea ejicitur causa morbifica per sudorifera :
). 69. Ras. ebor. C. C. cranii humani, dent. hippopot. uni-
nu marini, ungul. alcis, cum Ant. diaph. bezoard. miner.
zoar orient. & occident. Cinnab. nativ. & ant. &c. Quæ sudo-
era etiam optima sunt in Variolis expellentia, & in febribus
m nitro aut arcano duplicato mixta, antifebrilia.

Salia fixa & narcosin corrigunt, & simul causam morbifi-
n evacuant per diaphoresin & diuresin. Sic etiam salia vola-
ia egregia sunt diaphoretica & spiritus torpidos excitantia, v.
spiritus sanguinis humani, eboris, C.C. &c. Et ex his com-
siti Liquor C.C. succinatus, essent. Castorii cum spiritu salis
imoniaci parata. Essent. bezoardica volatilis, Camphora & Sal
latile oleos. Sylvii &c.

Corrigimus quoque materiam morbificam, & partes corro-
ramus per mitiora & gratiora acida v. g. succum citri, acet.
ac. prophylact. Sylv. spir. sal. nitr. & vitrioli cum spir. vin & ...
nosis volatil. dulcificatis. Julepi ex decocto hordei cum ge-
C. C. pedum vituli, eboris &c. parari possunt, additis Sy-
is Cerasor. nigr. berber. &c. Cum amygd. & seminibus di-
frigidis majoribus & gelatinosis emulsiones parantur. Balsa-
a & succinata laudatissima sunt in fibris relaxatis nervina, ad
rum classem etiam Castorina & Ambrata spectant, quæ de-
bere, tempus non vacat. Saltem aliquid in manibus contra-
& paralyticis commendandum restat, quod consistit in Pingu.
nana, castor. equin. cum oleo destillato therebinth. juniper.
in. Lavendul. &c. cum spirituosis, spir. rorismar. Lavend.
. Vin. camph. spir. lumbric. terrestr. sale Alcali °°° oleoso Pag. 451.
r. Diæta inciditur a tenuioribus alimentis & ad eupepta usque
inuatur. Animus ad ἀπαθίαν disponendus est, quæ non so-
in omnibus ægrotationibus, sed etiam ipsius sanitatis & vitæ
mum existit præsidium.

COM.

Act. Erud. An. 1723. M. Nov. Pag. 502.

COM. JACOBI RICCATI APPENDIX

Ad Animadversiones in æquationes differentiales secundi gradus,

Editas in Actis Eruditorum, quæ Lipsiæ publicantur, Tomo VIII Supplementorum Sectione II.

CUm suadente doctissimo & amicissimo Viro, Nicolao Bernoullio, tunc temporis apud nostrates agente, qualescunque meditationes meas de æquationibus differentialibus secundi ordinis ad illustrem ejus Patrem Johannem Basileam transmisissem, ut nonnisi ipso probante Actis Eruditorum Lipsiensium insererentur; hæ cum Annotationibus egregii Juvenis, Danielis Bernoullii, ejusdem Nicolai Fratris, in publicam lucem prodiere. Pag. 503. Quanquam autem me tanto scholiaste dignum haud putarem; suspicor tamen illum minus attentum se præbuisse & instituti mei rationem nullo modo fuisse assecutum.

Propositum mihi non fuit ex separatione indeterminatarum laudem quærere; hæc enim investigatio ab intentione mea longissime aberat, ut sequentia verba satis superque indicant, quæ nulla interpretatione in alium sensum detorqueri possunt. Observabam (infinitas dari formulas differentio-differentiales, ad quas pervenitur nulla adhibita constante: totidem quoque exhiberi posse, ad quas pervenire non conceditur, nisi constante in subsidium vocata: at quomodo ab invicem dignosci queant & qua ratione tractandæ sint, non ita compertum, neque obvium putabam). Exemplo deinde allato, quod mihi subministrabat formula $x^m ddx = ddy$ ita pergebam. (Posteriores hasce expressiones, quæ sub falsa specie nobis imponunt, a veris atque legitimis secernere, videtur esse profundioris indagationis: nihilominus certum, &, quantum subjecta materia patitur, generale criterium Mathematicis examinandum propono, quod saltem usui erit in his omnibus casibus, in quibus nos calculus integralis haud deserit.)

Porro generale criterium in hoc consistit, ut assumta ad libitum æquatione differentiali secundi ordinis, cujus integratio sit in nostra potestate, si, quacunque usurpata constante, eadem semper summatoria nobis occurrat, aut saltem, deletis constantibus, quas integrando addidimus, occurrere queat; signum

est

d nostram æquationem differentio-differentialem perveniri, Act. Erud.
ue eo quod necesse fuerit constantem adhibuisse. Quod si An. 1723.
situm contingat, concludere par est, sine constantis benefi- M. Octob.
propositam formulam per secundas differentias expressam ab
tione elementa tantum prima involvente deduci non potuis-
Canonis hujus utilitas manifeste se prodit; cur enim infinita
blemata proponi non possunt, quæ secundas differentias ne-
rio involvant? Quomodo autem ab hujusmodi quæstionibus
lysta se expediet, nisi noverit, quibus in casibus æquationes
tantis assumtionem supponant, aut gigni queant nulla usur-
constante?

inc ut methodo inservirem, & Analystis minus peritis mo- Pag. 504.
gererem, (non enim solis Bernoulliis canimus,) Syntheti-
ia, &, ut ajunt, a posteriori procedere constitui, ut deinde
stis vestigiis, rem a priori perficerem. Eligendum itaque
mplum fuit, quod in quacumque constantis hypothesi integra-
tem non respueret, & proposito ex omni parte responderet.
: autem, ni fallor, obtinui rursus differentiando formulam
$zdx = dy$, & post aliquas substitutiones in sequentem trans-
ando (D) $z^{m+1} dx^m ddx + dy^{m+1} dz : zzdy^m ddy$, quam inter
liciores numeravi, ejusque reductionem ope constantis $dx : q$
acto sum assequutus. (Pono $dx : q = dp$, est autem q quomo-
nque data per indeterminatas x & y, vel earum functiones,
n sit $dx : q$ constans, erit pariter constans dp. Præterea sta-
$y = udp$, &, sumtis secundis differentiis, erit $ddx = dqdp$.
$= dudp$, surrogatis in expressione (D) valoribus ut supra de-
natis, orietur æquatio $z^{m+1} q^m dqdp^{m+1} + u^{m+1} dzdp^{m+1} :$
$dudp^{m+1}$, & dividendo per dp^{m+1}, $z^{m+1} q^m dq + u^{m+1}$
$= u^m du$, & summando, non omissa constantis g additio-
$+ q^{m+1} : \overline{m+1} = u^{m+1} : \overline{m+1} \times z^{m+1}$, quæ æquatio dat

$\overline{q^{m+1} + gm + g}^{\frac{1}{m+1}}$: & quia $dy = udp = udx : q$, oppor-
dhibita substitutione, occurrit æquatio reducta (E) $dy =$

$\overline{q^{m+1} + gmg}^{\frac{1}{m+1}}$ vel si fiat constans addita $g = o$,
r. Q. E. F.)

igitur sancitus canon, ad quem tanquam ad scopum col-
animadversiones meæ, & de quo apud Eruditum Adole-
(quod mirum profecto est) altum ubique silentium, in
& extra censuram jactum passus, exemplumque canoni
do adhibitum optime procedat; nescio quid ipsi in men-

 tem

Act. Erud. An. 1723. M. Octob. tem venerit, ut me dixisse patet. (Recte quidem affirmat Cl. Riccatus, methodo, quam vocat, a priori sæpissime difficulter integrari, cujus integratio a posteriori nullo negotio exhiberi potest.) Id si dixissem, verum utique dixissem, sed extra chorum saltando, & propositionem in medium afferendo ab instituto meo prorsus alienam. Addit (sed exemplum, quo illud probare contendit, scopo, quem habet, non sat bene respondere videtur, æquatio enim differentio-differentialis exempli loco allata hæc est (D) $z^{m+1}dx^m ddx + dy^{m+1}dz : z = dy^m ddy$, quam perfectis nonnullis substitutionibus deduxit ex æquatione differentiali $zdx = dy$.) Profecto, ut constat ex dictis, exemplum finem alium toto cœlo diversum respicit: & ineptus equidem fuissem, si formulam inversa methodo, & a priori a me jam integratam, pro desperata vendidissem. Interim videamus, quomodo defectum meum supplere contendat Juvenis nimis fortasse ingeniosus.

Pag. 505. (Hæc æquatio, inquit, (D) differentialis secundi gradus haud magno negotio a priori reducitur ad æquationem simpliciter differentialem, nimirum hoc modo: Æquatio (D) æquivalet huic $dx^m ddx = dy^m z^{-m-1} ddy - dy^{m+1} z^{-m-2}$) (errorem impressionis corrigo, & in secundo termino pro $-m-2$ exponente magnitudinis z substituo $-m-1$) (quæ positis $dy = q$, & $ddy = dq$, ut integrabilitas terminorum eo melius patescat, degenerat in hanc $dx^m ddx = q^m z^{m-1}dq - q^{m+1}z^{m-2}dz$, quæ integrata dat $\frac{1}{m+1}dx^{m+1} = \frac{1}{m+1}q^{m+1}z^{-m-1} + \frac{1}{m+1}qdr^{m+1}$ (per $\frac{1}{m+1}dr^{m+1}$ intelligo quantitatem constantem arbitrariam reliquis terminis homogeneam) & tandem resubstituto pro q valore dy habebitur æquatio differentialis gradus primi $\frac{1}{m+1}dx^{m+1} = \frac{1}{m+1}dy^{m+1}z^{-m-1} + \frac{c}{m+1}dr^{m+1}$, seu $dx^{m+1} = dy^{m+1}z^{-m-1} + cdr^{m+1}$: posito autem $c=0$, posteaque reducta æquatione habetur $zdx = dy$. Q.E.F.)

Pace acutissimi Scholiastis sit dictum, hoc nihil aliud est, quam actum agere. In ejus integrali $dx^{m+1} = dy^{m+1}z^{-m-1} + cdr^{m+1}$, fiat $dr = dx : q$; id enim permittit indeterminata arbitraria q; erit igitur $dx^{m+1} - cdx^{m+1} \times q^{-m-1} = dy^{m+1}z^{-m-1}$, vel $\frac{q^{m+1}-c}{q^{m+1}} \times dx^{m+1} = \frac{dy^{m+1}}{z^{m+1}}$ & extracta hinc inde radice $\overline{q^{m+1}-c}^{\frac{1}{m+1}} \times dx : q =$ $dy:$

Conferatur modo hæc formula cum nostra (E) scilicet dy Act. Erud. An. 1723. M. Nov. Pag. 506.

$\frac{1}{x g^{m+1} + gm \pm g^{m+1}}$ & patebit nullum aliud intercedere

men, nisi quod magnitudo constans, quam vocat $-c$ Cla-
lenoullius, a me designatur per $gm + g$. Tota ergo diffe-
in hoc sita est, quod iste methodo particulari, ego vero ge-
i, quæ ad casus infinitos difficiliores extenditur, rem sum
quutus, ita instituti mei ratione postulante.

od si nonnisi de præmissa æquatione (D) sermo fuisset,
eundæ differentiæ ad primas nullo negotio redigi pote-

Formula transeat in sequentem $\frac{z^{m+1} \cdot dx^m ddx}{dy^{m+1}} = \frac{ddy}{dy} - \frac{dz}{z}$

; igitur $dy = zp$, & subrogando in primo termino loco ip-
dy^{m+1} ejus valorem $z^{m+1} p^{m+1}$, erit $dx^m ddx = p^m dp$, & in-
ndo $\frac{dx^{m+1}}{m+1} + \frac{cdr^{m+1}}{m+1} = \frac{p^{m+1}}{m+1}$ vel $dx^{m+1} + cdr^{m+1} = p^{m+1} =$
$: z^{m+1}$. Q. E. F.

rum ut methodi generalis, quam nonnullis exemplis, pro
ta, aptandam censui, fœcunditatem demonstrem, obser-
distinguendas æquationes differentio-differentiales, ad quas
nitur nulla ex primis fluxionibus usurpata tanquam constan-
ecesse non esse, eas integrare in quacumque constanti sup-
ne, sed sufficere, ut habeatur summatoria saltem in ali-
articulari hypothesi, assumendo pro constante illam ma-
linem, cujus ope formula proposita facilius ad prima ele-
reduci queat: imo si nihil aliud investigandum sit quam
ad exhibitam expressionem pervenire possimus nullo ele-
primi ordinis pro constante designato, id consequi li-
iamsi assumtæ æquationis integratio non sit in nostra po-

Ro fidem faciam, sit formula $zddx = uddy + wdy^2$. Quan-
, u, w usurpantur pro arbitrariis functionibus coordi-
x & y. Inprimis statuatur tamquam constans fluxio dy,
cum sit $ddy = 0$ erit $zddx = wdy^2$. Fiat $dx = pdy$ & $ddx =$,

itur $zdpdy = wdy^2$ vel $dp = \frac{wdy}{z}$ & integrando omissa Pag. 507.

; additione $p = \int \frac{wdy}{z}$; sed $p = dx : dy$; ergo (A) $dx = dy$

Act. Erud. An. 1723. M. Nov. $\times \int \frac{wdy}{z}$. Iterum cum sit $dp = \frac{wdy}{z}$ & $dy = dx : p$; ergo $pdp = wdx : z$ & summando $p^2 = 2 \int \frac{wdx}{z}$ vel $p = \sqrt{2 \int \frac{wdx}{z}}$, & collocando pro quantitate p valorem $dx : dy$, habebimus (B) $dx = dy \times \sqrt{2 \int \frac{wdx}{z}}$.

Sumatur modo in formula principali constans dx & sit $ddx = o$; igitur $-uddy = wdy^2$. Fiat de more $dy = qdx$ & $ddy = dqdx$. Hinc $-uddy = -udxdq = wdy^2$, sed $dy^2 = q^2dx^2$; ergo facta substitutione $-dq : q^2 = wdx : u$, & summando neglecta ut supra constantis additione $\frac{1}{q} = \frac{dx}{dy} = \int \frac{wdx}{u}$, & tandem $dx = dy \int \frac{wdx}{u}$ (C).

Rursus cum sit $-udqdx = wdy^2$, & $dx = dy : q$; igitur $-dq : q = wdy : u$, & integrando Log. $1 : q = \int \frac{wdy}{u}$ scilicet $1 : q = dx : dy = c^{\int wdy : u}$ hoc est (D) $dx = c^{\int wdy : u} dy$.

Comparentur modo expressiones A, B, quæ pendent ab usurpata constante dy cum expressionibus C, D originem ducentibus ex alterius constantis dx assumptione. Quoniam ex æquatione (A) habemus $dx = dy \int \frac{wdy}{z}$ & ex æquatione (C) $dx = dy \int \frac{wdx}{u}$, & utraque æquatio ex canone generali in eandem curvam desinere debet, si ad nostram æquationem secundi gradus nulla adhibita constante perventum sit; ergo $dy \int wdy : z = dy \int wdx : u$, hoc est $dy : z = dx : u$. Hac æqualitate servata, Pag. 508. quemcumque valorem obtineat altera quantitas w, ad æquationem $zddx = zdxddy : dy + wdy^2$, in qua loco ipsius u facta est debita subrogatio, pervenire possumus absque constantis auxilio.

Iterum comparentur æquationes (B) & (C) hoc est $dx = dy \sqrt{2 \int wdx : z}$ & $dx = dy \int wdx : u$, eritque $\sqrt{2 \int wdx : z} = \int wdx : u$, & differentiando $wdx : z = \frac{wdx}{u} \int \frac{wdx}{u}$ vel $\frac{u}{z} = \int \frac{wdx}{u}$. In hoc quoque casu facta opportuna substitutione haberi potest formula principalis per secundas differentias expressa, & ad quam pervenire licet nulla assumta constante. Aliæ operationes, & comparationes institui possunt, sed hæc ulterius prosequi non vacat, cum hucusque dicta satis superque methodi usum ostendant.

Redeo ad doctissimum Danielem Bernoullium, qui secundo

loco

co inadvertentiæ me accusat, dum ab æquatione Log. $\frac{dx}{dy}=y$, transeo ad sequentem $\frac{dx}{dy}=sy$. Legendum porro erat $\frac{dx}{dy}=cy$, quem errorem in notis sive ipsarum similitudini, sive meæ in scribendo, vel exscribendo oscitantiæ tribuam, nescio. Hoc unum scio, consequentiam esse legitimam, & cum defectus non in re, sed in speciebus consistat, corrigendus potius erat, quam notandus; hanc enim veniam damus, & petimus vicissim, ut ipsum in signis negligamus, nisi in paralogismum conclusionis desinat. Vix hujusmodi errores vitari possunt; & data occasione admoneo in mea Dissertatione p. 69. n. 4. pro æquatione $dx=dy:q\times\overline{mg+g}^{\frac{1}{m+1}}$ hanc aliam substituendam esse $dx=dy:z-dy:q\times\overline{mg+g}^{\frac{1}{m+1}}$.

Act. Erud. An 1723. M. Nov.

Similiter p. 70. §. Superest, post ea verba (assignatæ conditiones adimpleantur) legendum est, an scilicet inveniri possit æquatio differentialis, quæ non mutetur ad mutationem constantis, et quæ rursus differentiata &c. Ita sensus, qui nullus erat, fit planus & apertus, atque humanissimo Scholiasti gratias ago, quod correctioni locum dederit, & defectum sive scripturæ, sive impressionis mihi non imputaverit. Pag. 509.

Fateor interim, me conjicere non potuisse, quid sibi velit laudatus Bernoullius his verbis. (Postea transformat æquationem $dx:dy=ny$ (loco sy substituam semper ny) in hanc $dx=ny\,dy$, ex qua colligit $\frac{dx}{x}=dy$, id, quod verum est, sed patet, Cl. Riccatum hanc consequentiam formando, supponere $x=ny$, quæ est ipsissima æquatio pro logarithmica, uti dudum hoc ostendit frater meus. Vid. Acta 1697. p. 293; unde liquet, Riccatum labi in petitionem principii, dum supponit, æquationem esse pro logarithmica, quod id ipsum est, quod demonstrare sibi proposuit.)

Quod formula $dx=cy\,dy$ in alteram $dx:x=dy$ transire queat, non ut demonstrandum assumsi, sed ut notum supposui. Quid pluribus verbis opus erat in re tam facili? Mirari subit Clarissimi Juvenis nimiam fortasse confidentiam; quomodo enim ariolari potuit, me ad deductionem processisse nonnisi subrogando x pro quantitate exponentiali cy & ob id petitionem principii

Act. Erud. An. 1723. M. Nov. cipii admittendo? Cum de methodo reductionis verba non fecerim, Bernoulliana oppositio mera suspicio est, quæ nulli conjecturæ innititur, & sola negatione eliditur. Sed ipsi in re satis obvia morem geramus. Quoniam $dx = cy\, dy$, fiat $cy = z$; igitur $y = \log. z$, & differentiando $dy = \frac{dz}{z}$ scribo z pro cy, & $\frac{dz}{z}$ pro dy; ergo $dx = dz$, & integrando $z = x + a$ quo valore substituto in formula $dy = \frac{dz}{z}$ altera oritur $dy = \frac{dx}{x+a}$, vel $dy = \frac{dx}{x}$ posita $a = o$. Æquatio itaque $dx = cy\, dy$ transit in sequentem $\frac{dx}{x} = dy$ Q. E. D.

Quod attinet ad Problema, nempe in formula $x^m dx = du + \frac{uudx}{x^n}$, dato exponente m, determinare valores alterius exponentis n, ut succedat indeterminatarum separatio, illud non ea mente proposui, ut Mathematicis veteranis, & præcipue Geo- Pag. 510. metricæ, ut ita loquar, Bernoulliorum familiæ impervium putarem. Cum enim ejus solutionem invenerim, dum adhuc utrum solvi posset ambigerem, cur ab aliis, quos de successu certiores feceram, enodationem non expectarem? Noveram insuper, Cl. Virum Nicolaum Bernoullium, laudati Johannis Filium, huic quæstioni, quam ipsi amice communicaveram, elegantissime satisfecisse. Problema igitur non e trivio petitum, & quod novam requirit industriam, cui bono in publicam lucem emiserim, ex nostra dissertatione colligi potest. Non enim id factum, ut quenquam lacesserem, quod profecto ab ingenio meo nimis alienum est; sed ut comparando inter se varias methodos, quibus Viri doctissimi propositum assecuti fuissent, aliquid luminis indeterminatarum separationi affunderetur. Vix fieri potest, ut singuli Analystæ eadem progressione utantur & ut methodus unico tantum Problemati inserviat. Quod si Viri Clariss. Bernoullii solutiones inventas Geometris non invidebunt, calculi integralis fines etiam in hac parte proferent, & mihi aliquid accedet laudis, quod occasio saltem fuerim, ut talia ederentur.

EX-



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS ANNI 1724.

Histoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCXVIII. &c.

h. e.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM Anni 1718, cum Commentariis Mathematicis & Physicis ejusdem Anni.

Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1723. 12. reg. Alph. 1. Tabb. an. 14.



IN *Physica generali* primo loco occurrit duplex observatio auroræ borealis, quarum altera facta est d. 4. Martii, altera d. 23. Novembris A. 1718. In priori nihil singulare occurrit, quod non jam notatum fuerit ab aliis hujus phænomeni observatoribus: at in posteriori notatu admodum dignum, *Maraldus* lumen septentrionale inter duo nubium strata vaverit, quorum superius ab illo illustrabatur, inferius vero quan-

Act. Erud. An. 1724. M. Jan. Pag. 12.

Act. Erud. An. 1724. M. Jan.

quandam ipsius partem obtegebat. Magnam lapidis nigri fcissilis quantitatem in territorio *Lugdunensi* collegit *de Jussieu*. In singulis fere frustis fragmentum aliquod plantæ conspiciebatur. Tanta exactitudine repræsentabantur folia, ac si manu diducta & lapidi agglutinata fuissent. Duo cumprimis notari merentur, scilicet 1 quod plantæ sint peregrinæ, quales fert India orientalis, ferunt calida Americæ climata, 2 quod laminæ sejunctæ exhibeant imaginem ejusdem faciei foliorum, altera quidem in superficie convexa, altera vero in concava. Quam *de Reaumur* animo conceperat ideam geneseos minerarum ferri, quod scilicet particulæ ferri a materia quadam liquida advehantur & cum ea terræ poros ingrediantur, observatione singulari confirmavit. Reperit is portionem mineræ encausto naturali obductam, quod duritie, politie & nigrore artificiale quodvis facile superabat, certo indicio, materiam hujus fuisse fluidam. Docet idem, concretiones saxeas aliter formari in cavernarum fornice, aliter in fundo. Illæ pelliculo instruuntur, quo fornici adhærent & lachrymæ vitreæ figuram æmulantes per laminas successive superinductas concrescunt; hæ autem guttis in planum decidentibus massam undatam efformant. *Saurinus* demonstrat, si duo fuerint fluida in se homogenea & ejusdem densitatis, nisi quod particulæ unius crassiores, alterius vero subtiliores, & utrumque eadem celeritate moveatur, utrumque eadem vi in planum obvium incurrere, ut adeo subtilitas fluidi impetui non obsit. Per microscopium exquisitum in guttulis liquorum animalcula infinite exigua observavit *de Malezieu*. A nonnullis ovula excludi vidit, ab aliis fœtus vivos figura discernibili & motu sensibili præditos. Ex ovulis prodeuntia observavit animalcula, quæ, prout momento sequenti magis evoluta conspiciebantur quam præcedente, ad similitudinem matris continuo magis magisque accedebant. *De la Hire* quantitatem aquæ pluvialis A. 1718 æstimat 17 digitorum $8\frac{1}{2}$ linearum. Die 4 Julii grandinis cœlitus delapsæ diametrum dimensus invenit eam 7 linearum. D. 29 Decembr. declinationem acus magneticæ observavit 12. grad. 40. min. in occidentem. Denique *de Reaumur* fluvios Galliæ auriferos describit.

Pag. 13.

In *Anatomicis* defendit *Rouhault*, qui in structuram placentæ uterinæ summo cum studio inquisivit, sanguinem matris in fœtum ex placenta ipso cordis & arteriarum fœtus impulsu propelli. Etsi *Malpighius* in anatomia pulmonum nihil posteris quod detegant, reliquisse videatur; *Helvetius* tamen filius in structuram hujus visceris nova solertia inquirens, varia vidit hactenus non observata, quæ breviter commemorabimus. Membranas

Pag. 14.

pulmonum esse continuationem pleuræ, & externam quidem monis ab interna pleuræ, internam pulmonis ab externa uræ ortum trahere, atque internam esse magis tenuem exter-, quæ aeri transitum neget, quamdiu visceri suo adhæret, ab lem vero separata eundem permittat. Fibras, quas vulgo car-is seu musculosas esse perhibent, secundum longitudinem ar-iæ asperæ ac omnium ejus ramificationum protensas insigni te-citate ac elasticitate gaudere, colorem vero rubrum trahere a sis sanguiferis admodum subtilibus, quæ iisdem sociata commu-quadam membranula involvantur. Ab elasticitate harum fibra-n, quæ etiam post mortem animalis conservatur, pendere mo-n pulmonum. Membranam bronchiorum internam cum ex-na tandem coire, nequaquam vero in vesiculas abire. Sub-ntiam pulmonis esse spongiosam, cellulis innumeris, sed ad-odum irregularibus ac magnitudine differentibus per tenuissi-as membranas formatis. In has cellulas desinere subtilissimas ar-riæ asperæ ramificationes, quas ne per microscopium quidem stinguere satis liceat. Lobulos esse portiones texturæ spongiosæ mbrana involutas & interstitia (qua in re cum *Malpighio* sen-) repleri membranulis valde tenuibus. Singulas unius lobuli lulas aere una repleri iterumque depleri. Aerem non transire lobulo uno in alterum; transire tamen in interstitia, ex quibus nisi lentissime iterum egrediatur, ita ut in exspiratione in nullis persistat. Interstitiis nullam esse in statu naturali inter communicationem, quæ locum non habeat, nisi ruptis vi fla-violenti membranis. Ramos arteriarum ex uno lobulo non gredi in alterum, sed unumquemque per suum lobulum ra-icari, donec tubuli capillares cum vasculis capillaribus vena-n congredientes forment reticulum illud admirandum a *Mal-bio* detectum. Anatomia pulmonum eundem *Helvetium* ad icultatem quandam circa circulationem sanguinis enodandam ixit. Ne ingurgitatio accidat in alterutro vasorum syste-, tantundem sanguinis eodem momento in arterias propelli t, quantum a venis effunditur. Ventriculus cordis dexter annexo venarum per corpus dispersarum systemate superat itatem ventriculi sinistri & annexi arteriarum systematis: aria autem ratione, observante *Helvetio*, systema arterio-n pulmonibus superat systema venosum. Ipse igitur venas onales cum sinistro cordis ventriculo & annexo arteriarum nate concipit instar vasis unius angustioris, & arterias pul-les cum dextro cordis ventriculo & annexo venarum syste-instar vasis alterius capacioris. Ut autem appareat, utrum-is, & angustius, & capacius, eandem quantitatem sangui-

Act.Erud. An. 1724. M. Jan.

Pag. 15.

Act. Erud. An. 1724. M. Jan. quandam ipsius partem obtegebat. Magnam lapidis nigri fcissilis quantitatem in territorio *Lugdunensi* collegit *de Jussieu*. In singulis fere frustis fragmentum aliquod plantæ conspiciebatur. Tanta exactitudine repræsentabantur folia, ac si manu diducta & lapidi agglutinata fuissent. Duo cumprimis notari merentur, Pag. 13. scilicet 1 quod plantæ sint peregrinæ, quales fert India orientalis, ferunt calida Americæ climata, 2 quod laminæ sejunctæ exhibeant imaginem ejusdem faciei foliorum, altera quidem in superficie convexa, altera vero in concava. Quam *de Reaumur* animo conceperat ideam geneseos minerarum ferri, quod scilicet particulæ ferri a materia quadam liquida advehantur & cum ea terræ poros ingrediantur, observatione singulari confirmavit. Reperit is portionem mineræ encausto naturali obductam, quod duritie, politie & nigrore artificiale quodvis facile superabat, certo indicio, materiam hujus fuisse fluidam. Docet idem, concretiones saxeas aliter formari in cavernarum fornice, aliter in fundo. Illæ pelliculo instruuntur, quo fornici adhærent & lachrymæ vitreæ figuram æmulantes per laminas successive superinductas concrescunt; hæ autem guttis in planum decidentibus massam undatam efformant. *Saurinus* demonstrat, si duo fuerint fluida in se homogenea & ejusdem densitatis, nisi quod particulæ unius crassiores, alterius vero subtiliores, & utrumque eadem celeritate moveatur, utrumque eadem vi in planum obvium incurrere, ut adeo subtilitas fluidi impetui non obsit. Per microscopium exquisitum in guttulis liquorum animalcula infinite exigua observavit *de Malezieu*. A nonnullis ovula excludi vidit, ab aliis fœtus vivos figura discernibili & motu sensibili præditos. Ex ovulis prodeuntia observavit animalcula, quæ, prout momento sequenti magis evoluta conspiciebantur quam præcedente, ad similitudinem matris continuo magis magisque accedebant. *De la Hire* quantitatem aquæ pluvialis A. 1718 æstimat 17 digitorum 8½ linearum. Die 4 Julii grandinis cœlitus delapsæ diametrum dimensus invenit eam 7 linearum. D. 29 Decembr. declinationem acus magneticæ observavit 12. grad. 40. min. in occidentem. Denique *de Reaumur* fluvios Galliæ auriferos describit.

In *Anatomicis* defendit *Rouhault*, qui in structuram placentæ uterinæ summo cum studio inquisivit, sanguinem matris in fœtum ex placenta ipso cordis & arteriarum fœtus impulsu propelli. Etsi *Malpighius* in anatomia pulmonum nihil posteris, quod detegant, reliquisse videatur; *Helvetius* tamen filius in Pag. 14. structuram hujus visceris nova solertia inquirens, varia vidit hactenus non observata, quæ breviter commemorabimus. Membra-

nas

nas pulmonum esse continuationem pleuræ, & externam quidem pulmonis ab interna pleuræ, internam pulmonis ab externa pleuræ ortum trahere, atque internam esse magis tenuem externa, quæ aeri transitum neget, quamdiu visceri suo adhæret, ab eodem vero separata eundem permittat. Fibras, quas vulgo carneas seu musculosas esse perhibent, secundum longitudinem arteriæ asperæ ac omnium ejus ramificationum protensas insigni tenacitate ac elasticitate gaudere, colorem vero rubrum trahere a vasis sanguiferis admodum subtilibus, quæ iisdem sociata communi quadam membranula involvantur. Ab elasticitate harum fibrarum, quæ etiam post mortem animalis conservatur, pendere motum pulmonum. Membranam bronchiorum internam cum externa tandem coire, nequaquam vero in vesiculas abire. Substantiam pulmonis esse spongiosam, cellulis innumeris, sed admodum irregularibus ac magnitudine differentibus per tenuissimas membranas formatis. In has cellulas desinere subtilissimas arteriæ asperæ ramificationes, quas ne per microscopium quidem distinguere satis liceat. Lobulos esse portiones texturæ spongiosæ membrana involutas & interstitia (qua in re cum *Malpighio* sentit) repleri membranulis valde tenuibus. Singulas unius lobuli cellulas aere una repleri iterumque depleri. Aerem non transire ex lobulo uno in alterum; transire tamen in interstitia, ex quibus nonnisi lentissime iterum egrediatur, ita ut in exspiratione in nonnullis persistat. Interstitiis nullam esse in statu naturali inter se communicationem, quæ locum non habeat, nisi ruptis vi flatus violenti membranis. Ramos arteriarum ex uno lobulo non progredi in alterum, sed unumquemque per suum lobulum ramificari, donec tubuli capillares cum vasculis capillaribus venarum congredientes forment reticulum illud admirandum a *Malpighio* detectum. Anatomia pulmonum eundem *Helvetium* ad difficultatem quandam circa circulationem sanguinis enodandam adduxit. Ne ingurgitatio accidat in alterutro vasorum systemate, tantundem sanguinis eodem momento in arterias propelli debet, quantum a venis effunditur. Ventriculus cordis dexter cum annexo venarum per corpus dispersarum systemate superat capacitatem ventriculi sinistri & annexi arteriarum systematis: contraria autem ratione, observante *Helvetio*, systema arteriosum in pulmonibus superat systema venosum. Ipse igitur venas pulmonales cum sinistro cordis ventriculo & annexo arteriarum systemate concipit instar vasis unius angustioris, & arterias pulmonales cum dextro cordis ventriculo & annexo venarum systemate instar vasis alterius capacioris. Ut autem appareat, utrumque vas, & angustius, & capacius, eandem quantitatem sanguinis

Act. Erud. An. 1724. M. Jan.

Pag. 15.

Act. Erud. An. 1724. M. Jan. nis constanter continere, in angustiori sanguinem esse densiorem sumit ob aerem in pulmonibus admixtum, in capaciori vero rariorem ob aerem successive perditum. *De Reaumur* de cancrorum exuviis, quas quotannis deponunt, singularia annotat. *Marchant* sistit lacertum duplici cauda instructum, qualem reperiri & olim *Plinius*, & recentius *Jonsthonus* observavit. *Morandus* ovum monstrosum describit, quod in gallina ægrotante, incisione facta, reperit. Pondere ova maxima septies superabat: albumen erat induratum & in eo 36 pulli satis distincte cernebantur. Idem casum singularem hydropis commemorat, ubi, facta punctione, aquæ nihil egrediebatur, nisi extracto corpore oblongo longitudinis duarum ulnarum. *De Jussieu* confirmat, quod *Lemery* observavit, sperma ceti, quod vulgo dicitur, non esse nisi cerebrum ceti certo modo præparatum. *Wolhousius* duo exempla cataractarum membranacearum producit. *Dissez* casum singularem recenset fœminæ uno oculo objecta proprio in loco cernentis, sed ambobus in peregrino versus lævam remoto ad distantiam 8 aut 10 circiter passuum. Oculus sinister casu quodam debilitatus aliquantulum constanter rubet. *Deslandes* monstrat pulmonem quinque lobis constantem juvenis 27 annos nati. *De Jussieu* in scenam producit puellam, quæ a nativitate lingua destituta distincte locuta, sapores distinxit, cibos masticavit & deglutivit: quale exemplum ante complures annos in Aglossostomographia dedit *Rolandus*, Chirurgus Salmuriensis. Linguæ locum exigua quædam eminentia carnosa occupabat. *Petitus* hydrocephalen seu tumorem aquosum capitis describit & novum instrumentum

Pag. 16. chirurgicum ad suspendendam circulationem sanguinis in membro corporis, donec operatio fuerit peracta, ubi Mechanicæ in Chirurgia usum commendat. Describit etiam novum pyxidis genus in usum crurum fractorum. *Ronhault* ad injectiones anatomicas præ ceteris commendat ichthyocollam in aqua solutam: *Littre* per rationes a structura corporis petitas & experimenta inquirit, utrum in casu necessitatis alimenta liquida per nares assumere liceat ægrotis, nec ne.

In *Chymicis* de examine spiritus vini & aquæ vitæ disserit *Godofredus*. Reperit majorem phlegmatis quantitatem in spiritu vini rectificatissimo, quam facile quis suspicatus fuerit, & quod duo spiritus vini, qui per examina consueta ejusdem virtutis censentur, admodum differre possint. Novem unciis inesse deprehendit duas uncias cum 3 granis phlegmatis: immo examine delicatiori dimidiam quantitatem phlegma esse invenit. Notum est ex Chymicis, corpus unum alteri unitum, v. gr. metallum menstruo, in quo dissolvitur, ab ipso rursus destitui, ubi obvium

fue-

fuerit aliud, cum quo unitur. Quodsi ad experimenta chymica attendamus, per ea liquet, corpus unum idemque magis esse dispositum ad unionem cum hoc, quam cum isto corpore atque hujus dispositionis diversos dari gradus. Has dispositiones ad examen revocavit *Godofredus*, & Tabulam condidit pro materiis, quæ Chymicorum experimentis subsunt, ut effectum ex mixtione resultaturum prævidere quodammodo liceat. Tabula ista ulteriorem perfectionem a perfectione Chymiæ expectat. Cum *Bouldus* perpenderet, *sal* sic dictum *Ebsomiense*, quod ex Anglia affertur, nequaquam illud esse posse, quod *Grewius* in Tractatu An. 1697 edito ex aqua minerali Ebsomiensi extrahere docuit, cum nonnisi $\frac{1}{128}$ quantitatis aquæ, unde extrahitur, constituat; in ejus præparationem inquirens, tandem multiplici experimento facto didicit, ipsum ex alumine & sale Tartari seu oleo Tartari per deliquium optime parari. Monet autem pro candore suo, se præparationem istam postea reperisse apud *Hartmannum*, cum se crederet esse inventorem. Describit *Salis Ebsomiensis* in Anglia *præparationem*, quam ipsi communicavit *Mendez*, Medicus Regis M. Britanniæ. Act. Erud. An. 1724. M. Jan.

In *Botanicis* primo loco occurrit celebris illius plantæ Sinensis, quæ in patria maximo in pretio habetur & *Gin-seng* appellatur, historia. *Bourdelin* An. 1697 de ea nonnulla communicavit cum Academia Regis Scientiarum, quæ aliorum fide retulerat, scilicet quod crescat in locis umbrosis Provinciæ *Leautonensis* in Tartaria orientali, quæ Sinensi imperio subest, sub arbore *Kiacha*, proxime ad sycomorum accedente, & quod habeat virtutem purificandi sanguinem, fortificandi stomachum, accelerandi pulsum debilem, renovandi calorem naturalem & una augendi humidum radicale. An. 1713 in litteris Missionariorum Jesuitarum, quæ sub titulo *Lettres edifiantes & curieuses* prodierunt, lucem publicam adspexit epistola R. P. *Jartoux* de hac herba, qui An. 1709 a Sinensium Imperatore in Tartariam missus, ad mappam geographicam conficiendam, 10000 Tartarorum offendit, plantam istam conquirentium, cujus duas uncias capitationis loco accipit Imperator, pro eo, quod superest, æquale pondus argenti puri solvens. Suspicatus fuerat ob affinitatem sylvarum *Canadæ* & *Tartariæ*, sub eodem pæne climate sitarum, eandem quoque in *Canada* crescere. Et R. P. *Josephus Franciscus Lafitau*, Jesuita Missionarius, eam sibi reperisse visus, quam incolæ *Garent-gouen* vocant. A. 1712 dubia quædam contra plantam R. P. *Jartoux* ex *Kampferi* Germani libro moverunt nonnulli, quod ea non sit vera planta *Gin seng*, & eadem afferre contra plantam R. P. *Lafitau*. Sed cum is A. 1718 Pari- Pag. 17.

Act.Erud. An. 1724. M. Jan. fios veniret, edito libro dubia omnia sustulit. *Vaillant* plantam hanc sub novo genere collocat, quod *Araliastrum* appellat. Eam in *Canada* inter plantas regionis singulares numeravit *Sarrasinus*, Consiliarius & Medicus Regius, eamque sub nomine *Araliæ humilis fructu majore* ad *Fagonium* A. 1704 in ornamentum horti regii misit, antequam constaret esse plantam *Gin-seng*. Ejusdem meminit *Rajus* sub nomine *plantulæ Marilandicæ foliis in summo cauliculo ternis, quorum unumquodque quinquefariam dividitur, circa margines serratis*. Planta quotannis ex radicum nodis recentibus progerminat, caulem fert annuum & per semina difficillime propagatur. *Reneaume* asseverat, *hepaticam nobilem Tragi*, plantam in Medicina usualem, sed parum æstimatam, præcipuas plantæ *Gin-seng* virtutes habere. Idem nonnulla annotavit de perficiendo Systemate botanico *Tournefortii*. Pag. 18. *Marchant* plantam describit, quam vernacula lingua *l'indigolier* vocat. *Vaillant* nonnulla de novis characteribus plantarum annotat, & *Danty d'Isnard* novum plantarum genus condit sub *Cynoglossoidis* nomine.

Quæ in *Geometricis* de isoperimetris *Joannes Bernoulli* meditatur, ea pariter in Actis nostris leguntur. Ibidem etiam leguntur, quæ de curvis isochronis & de curva celerrimi descensus invenit. *Saurinus* contemplatur quadrilaterum parabolæ inscriptum, & *Varignonius* sectiones transversales prismatum descensu parallelo curvarum genitorum.

In *Astronomicis* projectiones eclipsium Solarium vel generaliter eclipsium parallaxibus subjectarum expendit *Delisle junior*, & novæ cujusdam projectionis ideam exhibet, quæ determinationem harum eclipsium geometricam ad simpliciorem expressionem reducit, quam quæ ex projectionibus ordinariis resultat. An. 1718 ad finem perducta est magna illa linea meridiana observatorii Parisini ab Oceano usque ad mare mediterraneum per omnem Galliam ducta, partem septentrionalem, quæ a *Dominico Cassino* intacta fuerat, complentibus *Cassino* filio, *Maraldo* & *de la Hire* filio. Refert *Cassinus*, quicquid circa determinationem magnitudinis Telluris ab *Eratosthene*, *Cleomede*, *Possidonio*, *Almamonis* Caliphæ Mathematicis, *Fernelio*, *Snellio*, *Ricciolo*, *Picardo*, *Cassino* & *Philippo de la Hire*, tum denique a se atque sociis tentatum, atque figuram & magnitudinem Telluris inde determinat. Enimvero cum integer de hoc argumento Tractatus Commentariis hujus anni fuerit subjunctus, proximo mense de eodem sigillatim dicemus. *Maraldus* observavit transitum Jovis prope *Propum*, quæ est fixa præcedens pedem occidentalem geminorum longitudinis 27° 3' ♊, latitudinis meridio-

ridionalis 11 minutorum. Intervallo octo mensium ter accidit. Conjunctio prima facta est, cum Jupiter esset directus, in eodem gradu longitudinis *Propi* d. 27 Aug. A. 1716 h. 7. min. 40 mat. latitudine existente meridionali 19' 36". Altera accidit, cum Jupiter esset retrogradus, d. 12 Dec. anni ejusdem hor. 12½ vesp. in 27° 3' 2" ♊ cum latitudine meridionali 19' 30", conspirantibus observationibus Romæ a *Blanchinio* & Genuæ a Marchione *Salvagine* factis. Tertia contigit, cum Jupiter denuo factus esset post retrogradationem directus, d. 18 Apr. h. 8 vesp. A. 1717 in eodem gradu longitudinis cum *Propo*, cum latitudine meridionali 15'. Utitur his observationibus ad determinandum motum medium Jovis & comparatione cum recentioribus observationibus atque antiquis facta suspicatur, motum Jovis medium in singulis revolutionibus accelerari: quam tamen conjecturam seris nepotum observationibus decidendam relinquit, annotans simul, in Saturno contraria ratione motum medium retardari videri. *de la Hire* uterque, *Cassinus* & *de Louville* d. 9 Febr. A. 1718 observarunt *Aldebaram* a Luna occultatam. Facta est immersio h. 6 16' 51" vesp. &, quod notatu dignum, idem momentum observatum tum oculo nudo, tum armato. Duratio fuit 1 h. 16'42". Uterque *de la Hire*, *Cassinus* & *Maraldus* observarunt d. 2 Martii eclipsin Solis horizontalem in ortu, tempestate non admodum favente, quæ tamen magis favebat Norimbergæ *Wurzelbauero*, cujus observationem *Delisle* junior describit. Observavit is h. 6. 48' Solis orientis defectum 1 digiti 35 min. h. 7 25' & 30' digitorum trium. Finem annotavit h. 8 8'48". Vidit 4 in Sole maculas, sed quas eclipsis minime attigit. *Cassinus*, *Maraldus*, *de la Hire* & *Blanchinius* observarunt d. 9 Sept. eclipsin Lunæ. *Maraldus* circa medium eclipseos vidit per telescopium duas exiguas fixas Lunæ admodum propinquas, quarum occidentalior tecta fuit a Luna h. 8 45' 35" &, quod ante nunquam ab ipso observatum, intervallo aliquot secundorum limbo lunari adhæsit quasi, antequam dispareret. *Cassinus* idem phænomenon annotavit, itemque *de la Hire*, nisi quod ille tempus adhæsionis ad integri minuti, hic ad duorum minutorum intervallum extendat. Causa conjicitur in vivacitatem luminis lunaris, vi cujus discus Lunæ major apparet quam revera est. Fuit autem eclipsis totalis & horizontalis. Visa est Luna per integrum totalis obscurationis momentum.

Pag. 19.

In *Geographicis* quædam de imperio Sinensi antiquo & moderno annotat *Delisle*. Ansam dedit mappa Geographica ad Academiam Regiam Scientiarum missa, quæ a Mathematico Sinensi facta admodum differt ab iis, quas nostri Geographi dederunt.

Act. Erud. An. 1724. M. Jan. Pag. 20. runt. Caret autem gradibus longitudinis & latitudinis, atque characteribus Sinicis expressa.

Obierunt hoc anno quatuor socii, *de la Hire*, *de la Faye*, *Ensgen* & Abbas *de Louvois*. Primus illorum, nempe *Philippus de la Hire*, natus fuit Parisiis d. 18 Martii A. 1640. Parens ejus erat pictor Regis ordinarius & Professor in Academia pictorum & sculptorum. Arti pictoriæ & sculptoriæ destinatus filius, Perspectivæ, Gnomonicæ & projectioni sphæræ operam dabat, & anno ætatis decimo septimo patre orbatus, & valetudinarius, A. 1660 in Italiam proficiscebatur ad artem perficiendam. Venetiis magno fervore animum ad Geometriam & sectiones inprimis Conicas *Apollonii* appulit. Moribus Italorum, vitam solitariam adamantium, valde delectatus, ibi diutius subsistere decreverat, sed a matre instanter revocatus, quadriennio elapso in patriam redibat. Ibi studia Geometrica continuabat, & *Desargues* atque *Bossius*, de artificiali lapidum sectione meditantes, ejus luminibus geometricis juvabantur, atque ita A. 1672 Geometra primum publice innotuit. Mox ipse A. 1673 & 1676 opuscula quædam de Conicis & cycloide edebat, & A. 1678 in Academiam Scientiarum receptus, anno sequente edidit vernacula *nova elementa sectionum conicarum, loca geometrica & constructiones æquationum*, ubi mysteria Geometriæ *Cartesii*, a *Slusio* detecta, explicabat. A. 1679. ipsi atque *Picardo* committebatur cura mappam Geographicam exactam Galliæ conficiendi. A. 1682 publicabat Tractatum de Gnomonica lingua vernacula, A. 1698 auctiorem multo recusum. Meridianam lineam A. 1669 a *Picardo* inchoatam ipse A. 1683 versus septentrionem continuabat, *Cassino* austrum versus eam producente. Sed interrupto labore ad libellandas aquas A. 1684 jussu Regis studium omne convertebat, ob aquæ ductus maximi momenti, quos Rex meditabatur. A. 1685 prodibat opus *Sectionum Conicarum in novem libros distributarum*, & biennio post Tabularum Astronomicarum partem primam de motibus luminarium eorumque eclipsium addebat, quæ correctiores & motu ceterorum planetarum auctæ sub titulo *Tabulæ Astronomicæ Ludovici M. jussu & munificentia exaratæ* A.
Pag. 21. 1702. recudebantur. A. 1689 *Scholam agrimensorum* vernacula edebat, quæ A. 1692 auctior prodibat. A. 1694 quatuor publici juris faciebat Tractatus de epicycloidibus, de præcipuis glaciei & frigoris effectibus, de differentiis sonorum chordæ in instrumento musico, quod Gallis *trompette marine* appellatur, & de diversis visus accidentibus. Sequebatur A. 1695 Tractatus de Mechanica. Præter schediasmata, quæ in Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum leguntur, A. 1684 publicabat Tracta-

tum

rum de libellatione aquarum *Picardi* cum suis additionibus, & A. 1686 Tractatum *Mariotti* de motu aquarum & aliorum corporum fluidorum. Per aliquot annos fungebatur munere Professoris in Academia Architectorum, & in arte pictoria excellebat. Valetudine firma usus in conclavi suo meditationibus indulgebat, nullo utebatur exercitio corporis, nisi quod observatorium, Academiam Scientiarum, Academiam Architectorum, Collegium Regium, cujus erat Professor, frequentaret. Post infirmitatem unius mensis subito extinguebatur absque agonia d. 21. Apr. A. 1718 ætatis 78. Ex duplici matrimonio 8 liberos genuit. Politis præditus erat moribus, circumspectus, timidus, a lucri cupidine alienus, æquus, religiosus, pius. Act. Erud. An. 1724. M. Aug.

Joannes Elias Leriget de la Faye natus est Viennæ Allobrogum A. 1671 d. 15 April. patre *Petro Leriget de la Faye*, Stabuli Magistro & Quæstore generali per Delphinatum, qui, non obstantibus occupationibus, litteris elegantioribus delectabatur. P. *Lupus*, Jesuita, Mathematicus, docuit ipsum Geometriæ elementa, quæ, cum esset in militiam pronus, tanquam sibi profutura avide hauriebat. Anno ætatis 19 militem agere cœpit, & ad varias dignitates militares ascendit, non tamen neglectis studiis mathematicis & praxi geometrica in campo data quavis occasione exercita. Pace facta, studiis Mathematicis, ac Mechanicæ inprimis & Philosophiæ experimentali, serio incubuit. A. 1716 in Academiam Scientiarum receptus, & A. 1717 duo dedit schediasmata, quæ in Commentariis illius anni leguntur. Cum multa hinc spes in futurum affulgeret, d. 20 April. A. 1718 ætatis 47 vitam cum morte commutavit. Unicum reliquit filium hæredem.

Guido Crescentius Fagonius natus est Parisiis d. 11 Maji A. 1638, patre *Henrico Fagonio*, Commissario belli ordinario. Pag. 22. *Guido de la Brosse*, Medicus ordinarius Regis *Ludovici XIII*, a Rege obtinuerat, ut hortus in usum Botanicæ coleretur, quem cum plantis ultra bis mille instruxisset, & domicilium suum in ædificiis juxta eum excitatis fixisset, uxorem *Fagonii*, neptem suam, penes se habebat, cum filium ederet. Hic in horto regio natus plantarum ideas primas hausit & lingua botanica facta est ipsi materna. Studio Medico addictus, cum non sine audacia paradoxam tunc temporis thesin de circulatione sanguinis publice disputando defendisset, A. 1664 Medicinæ Doctor creatus est. Cum horto regio præfectus *la Brosse*, primo inter Medicos regios loco obtento, eundem neglexisset, ut omnibus fere plantis denudatus non amplius sibi similis esset; *Vallotus* ad dignitatem primi Medici evectus de eo reficiendo cogitare cœpit, usus

Act. Erud. An. 1724. M. Jan.

usus consiliis *Fagonii*, qui, etsi fortunæ essent mediocres, propriis tamen sumtibus *Arverniam*, *Occitaniam*, *Provinciam*, *Alpes* ac montes *Pyrenæos* percurrens magnam plantarum copiam collegit, quibus hortus instrueretur. Plantas peregrinas redux in ordinem digessit, & Catalogus plantarum horti regii ultra 4000 qui A. 1665 sub titulo *Horti Regii* prodiit, ipsius potissimum curæ debetur. Vix Doctor Medicinæ creatus fuerat, cum Professio Botanicæ & Chymiæ in horto Regio ipsi demandaretur. Praxin quoque Medicam in urbe exercuit frequentem, & A. 1680 a Rege datus est primus Medicus Conjugi Delphini, paucos post menses Reginæ & ea mortua familiæ Regiæ, donec tandem A. 1693 Rex primum sibi Medicum nominaret. Ad eam dignitatem evectus *Tournefortio* horti curam commisit & raro exemplo reditus primi Medici regii multis nominibus imminuit. Ipse quoque Autor fuit Regi, ut *Tournefortium* in Græciam, Asiam & Ægyptum studii botanici ergo mitteret, & temporibus difficilibus ad plantas exoticas conservandas sumtus proprios suppeditavit. Facultatem Medicam Parisiensem, cujus erat membrum, pro virili juvit cum in privilegiis conservandis, tum in invidorum moliminibus dejiciendis. Delitiis aulicis cum minime caperetur, tempus omne a muneris ratione residuum in praxi medica & librorum lectione consumsit. Valetudinem,

Pag. 23.

quam non satis firmam expertus, diæta conservavit. Rege mortuo, in hortum regium secessit, cujus sibi inspectionem servaverat, & d. 11 Martii A. 1718 octuagenario proximus animam exhalavit. Numero Academicorum honorariorum adscriptus est A. 1699. Duos reliquit filios, quorum natu major Episcopus *Lombasiensis*, natu minor Consiliarius status.

Camillus Tellerius natus est d. 11. April. A. 1675, patre *Michaele Tellerio*, Marchione de *Louvois*, Ministro status, cumque esset quatuor filiorum natu minimus, Ecclesiæ a parentibus destinatus, anno ætatis nono rei librariæ Magistri munus obtinuit, cum quo parens in favorem filii inspectionem Bibliothecæ Regiæ & nummophylacii conjunxit. Optimis magistris institutus, cum unum in philosophiæ cursu annum consumsisset, A. 1692 patre orbatus, studia continuavit, & a *Philippo de la Hire* Geometriam, ab Anatomico celebri *du Verney* Anatomiam didicit. Cursu Theologico absoluto, Doctor Sorbonicus factus, ad negotia ecclesiastica ab avunculo Archiepiscopo Rhemensi in ea diœcesi perductus est, atque conventui Cleri, cui præsidebat Archiepiscopus, A. 1700 interfuit. Circa finem ejusdem anni iter in Italiam fecit & per omnem regionem bonos conquisivit libros, quas Bibliothecæ regiæ deesse noverat, ita ut 3000 circiter volumina

mina secum in Galliam afferret. Ex Italia redux sub Archiepiscopo Rhemensi diœcesin istam vicario nomine administravit, sed eo mortuo omnem suam curam in Bibliothecam regiam contulit, quam non modo ultra 30000 voluminibus impressis, sed & ingenti MSS. numero auxit. A. 1699 numero Academicorum honorariorum adscriptus & A. 1706 locum in Academia Gallica, A. 1708 in Academia Inscriptionum obtinuit. A. 1717 ad Episcopatum Claromontanum denominatus: sed obstitit valetudo minus firma, quo minus hanc dignitatem adiret, mox enim anno sequenti d. 5 Nov. doloribus a sectione calculi exortis vitam finiit.

Act. Erud. An. 1724. M. Jan.

G. FR. RICHTERI

Pag. 27.

Defensio Disquisitionis suæ contra JO. RIZZETUM:

(*Vid. Act. Supplem. Tom. VIII. Sect. III, V. & VII.*)

QUæ ad disquisitionem meam respondit vir clariss. Rizzettus, quanquam sunt animo æquo & veritatis studiosissimo a me perlecta, ingenue tamen confiteri licet, nihil iis a pristina sententia me esse dimotum. Et tria quidem capita sunt, quibus ut nuper potissimum inhæsi, ita iisdem etiamnum inhærendum arbitror. Principio enim illud probari mihi nullo modo potest, quod experimenta Newtoniana reprehendens nobilissimus Adversarius, ipsum oculum ejusque lentem crystallinam in locum magnarum lentium e vitro confectarum substituere non veretur; deinde, quod radios luminis heterogenei scindi, dispergi, & inæqualiter refringi, cum transeunt per prismata, concedit, cum per lentes, non item; postremo, quod etiam illa Newtoni experimenta impugnat, quæ, quoniam ad sola prismata & radios per ea inæqualiter refractos pertinent, idcirco nulla prorsus caussa erat cur repudiarentur. Ingens, fateor, inter lentem vitream & eam, quam in oculo crystallinam vocamus, itemque inter ipsum oculum & obscuratam cameram, convenientia est: sed multo etiam majorem esse discrepantiam, propter infinitum oculi artificium, ne ipso quidem Rizzetto repugnante, assero. Nunquam igitur, si quid in oculi admiranda machina fieri observatur, id continuo transferre ad lentes etiam vulgares opticas satis tuto licet; neque si radius heterogeneus per lentem crystallinam transiens, non manifeste dispergitur, ideo similiter in aliis

Act. Erud. An. 1724. M. Jan. Pag. 28. lentibus rem se habere concludendum est. Exemplum habemus apprime huc conveniens. Focus radiorum a re quavis dissita advenientium, minori spatio a vulgari lente abest, quam eorum, qui e propinquo oriuntur; & quo loco rei vel dissitæ vel propinquæ imago luculenta exprimitur, ibi alterius obscura vel potius nulla est: neque tamen eo secius pleraque res, quantumvis inæqualiter distantes, uno oculorum actu videre satis claras & distinctas quotidie solemus. Rogante igitur Rizzetto, *num oculi humores facultatem habeant, ut queant radiis heterogeneis & diversimode coloratis naturam suam auferre, atque aliam substituere, qua omnes æque refringantur?* Suppl. T. VIII. Sect. III. Pag. 132. consimili prorsus exemplo rogare possumus, num oculi humores facultatem habeant, ut queant radios e diverso intervallo, ob eamque caussam non æquali inclinatione advenientibus, naturam suam auferre, atque aliam substituere, quare & ii, qui magis, & qui minus sint obliqui, ex æquo refringantur, ut colligi eodem foco possint? Respondet quidem Vir doctissimus, focos radiorum diversimode coloratorum, juxta novas Newtoni leges, satis notabiliter in oculo discrepare, idque a se luculenter demonstratum esse: focos autem radiorum, e diverso neque tamen ita magno vibratorum intervallo, juxta veteres refractionis leges, non minus notabiliter in oculo differre, hoc vero nec demonstratum a me esse, nec demonstrari unquam posse. Atque ut etiam magis responsionem confirmet suam, hujusmodi experimento utitur: Flores campi a Sole probe illuminatos ex intervallo XX circiter passuum aspiciens, inter illos & oculum interponit capillum, uno circiter pede ab oculo distantem: quo facto, cum aciem in flores intendit, hi satis inter se distincti, cum in capillum, hic distinctus & flores penitus confusi apparent. Quæ non aliam ob caussam ita evenire opinatur, quam quod, propter magnum illud XX passuum intervallum, non amplius in oculo focorum differentia latere queat. Sed fallitur profecto Vir egregius. Qui si pro magna illa florum congerie, rem quamque unam luculentam & multo etiam longius quam spatio XX passuum distantem, (velut ipsam Lunam) aspexisset, interposita, capilli loco, re quavis paullo ampliori accuratisque circumscripta terminis, vidisset uno oculi obtutu rem utramque non confusam: contra, si multarum recularum congeriem (velut litteras aperti libri, vel Pag. 29. punctorum variis coloribus dense expressorum copiam,) e perexiguo unius duorumve pedum intervallo contemplatus, pilum similiter interjecisset, tum quidem, conversa ad hunc ipsum acie, res illas parvas & copiosas, non magis quam camporum flores, ab obscuritate & confusione liberas sensisset. Ex quo sane

in-

intelligitur, id confusionis non tam oriri a distantia, (quanquam & hanc ipsam & axium in oculis directiones non plane negligendas censeo,) quam potius a multitudine ac varietate rerum, defixoque in punctum perexiguum obtutu; quippe cum & oculi nostri & sensus omnino omnes ita constituti sint, ut contracta eorum vi atque ad rem quamlibet attente applicata, multas alias simul percipere, & istuc quidem satis distincte, haud quaquam valeamus. Sed quoniam ad calculum vocamur a Rizzetto, gerendus ipsi mos, & justa computatione docendum est, focorum differentiam *ce*, secundum veteres refractionis leges inquisitam, etiam in mediocri punctorum A & *a* ab oculo distantia, non minus esse notabilem, quam eam, quæ a colorum diversitate, secundum nova dogmata Newtoni, efficitur. Demonstravit in eleganti sua Dissertatione *de lente crystallina* Vir clariss. Waltherus, Anatomiæ nunc apud nos Professor dignissimus, posito semidiametro segmenti anterioris B*b*, quo humor oculi crystallinus constat, $=r$, semidiametro segmenti posterioris L*l* $=\rho$, crassitie M*m* $=t$, distantia AM vel *a*M puncti radiantis A vel *a*, $=d$, ac proportione inter sinum rectum anguli incidentiæ & sinum rectum anguli refracti, sub ingressum radii ex humore aqueo in crystallinum, $=m:n$, sub egressum vero e crystallino in vitreum, $=a:e$; his igitur ita positis, ope fluxionum methodi Newtonianæ demonstravit Vir laudatus, (quanquam etiam vulgari analysi res expediri non incommode potest,) distantiam foci a lente *em* vel *cm*, si unica duntaxat fieret radiorum in superficie B*b* refractio, esse $=\frac{mdr}{md-nd-nr}=f$; sed propter duas refractiones in B*b* & L*l* eandem distantiam esse $=\frac{apf-apt}{ef-af+e\rho-et+at}$, hoc est (positis ρ & $a=1$) $=\frac{f-t}{(e-1)(f-t)+e}=\varphi$. Idem autor diligenti experientia compertum sibi asserit, esse $m:n=3:2$, & $a:e=3:4=1:\frac{4}{3}$, porroque inter t, r, & ρ, eandem proportionem intercedere, ut inter numeros 14, 12, 11, ita ut (propter $\rho=1$;) r sit $=\frac{12}{11}$, & $t=\frac{14}{11}$, & $f=\frac{mdr}{md-nd-nr}=\frac{36d}{11d-24}$, & *mc* vel $me=\varphi=\frac{f-t}{(e-1)(f-t)+e}=\frac{121d+168}{121d-120}$, hoc est, (si distantia d infinite major quam ρ,) $=1=$ ipsi ρ. Assumamus istum calculum, in quo si quid mutandum, hoc ita potius mutandum ut crescat nostro commodo, quam ut decrescat φ; atque nunc institu-

Act. Erud. An. 1724. M. Jan.

Tab. I. Fig. 1.

Pag. 30.

Act. Erud. An. 1724. M. Jan.

tum prosequemur. Sit $d = AM = 500\,\rho$, eritq; $me = \phi = \frac{121\,d + 168}{121\,d - 120} = \frac{60668}{60380}\rho$; sit porro $d = aM = 50\,\rho$, erit $me = \phi = \frac{121\,d + 168}{121\,d - 120} = \frac{6218}{5930}\rho$. Ergo $me - me = ce = \frac{6218}{5930} - \frac{60668}{60380} = \frac{156816}{3580534} = \frac{1}{23}\rho$. Sed $\rho = \frac{1}{24}$ digiti Rhinland. quam proxime: Igitur spatiolum in oculo $= \frac{1}{22}\rho$ satis quidem notabile est. Neque tamen eo secius positæ circa A & *a* duæ candelæ accensæ, vel duæ extremitates virgæ nuper memoratæ, ab oculo in M videri una opera & discerni pulchre possunt. Quin & inverso calculo, datis distantiis *me*, *me*, M*a*, reperire locum puncti *A*, & ista ratione, si ex *a* mittantur radii partim rubri partim cœrulei, horumque focus (juxta computum Newtoni) sit in *c*, illorum in *e*, definire licet intervallum *Aa*, cui eadem focorum differentia *ce*, secundum usitatos opticorum canones respondeat. Sed revoco me ad experientiam, a qua sola illius rei veritatem discere facillimo negotio Rizzettus potuisset, quam nulla ratione a me probatum iri censet. Positis circa A & *a*, ut antea, duabus candelis, atque in D lente vitrea tali, qualem usurpavit ad experimenta sua Newtonus, exceptaque in *e* imagine flammæ propinquioris, & in *e* remotioris, observetur differentia focorum *ce*; quam ita, sine calculo, constabit æque esse notabilem, atque illam, quæ a Newtono propter colorum diversitatem definita est. Quandoquidem vero, quo minor & convexior lens adhibetur, hoc magis foci *c* & *e*, cum in nostro tum in Newtoniano experimento, ad sese invicem & ad lentem D accedunt; ideo fatendum profecto est, in utroque experimentorum genere, ad distantiam focorum *ce* luculenter demonstrandam ac dimetiendam, majores quam minores lentes multo magis esse accommodatas, factumque a Rizzetto vel hoc nomine non satis recte, quod cum exiguo humore oculi crystallino amplissimam Newtoni lentem commutavit. De cetero non tantum lentis, sed & rei per lentem radiantis incommodam esse imminutionem, præsertim nimiam, atque ea re etiam istud a me nuper non sine caussa esse improbatum, quod pro charta justæ magnitudinis, exilia duo fila a Rizzetto sunt inducta, id quanquam multis suaderi modis potest, nunc tamen unico experimento illustrare placet. Aspice per prisma vitreum, substrato panno nigro, complura chartæ candidæ, cujusvis longitudinis, resegmina; quorum unius tanta sit ad minimum latitudo, ut latitudinem adæquet limborum coloratorum, qui per prisma illud, e justo intervallo observari solent;

Pag. 31.

lent; aliud tam tenue sit, ut etiam exilissimi fili latitudinem vix superet; reliqua medio se habeant loco; omniumque positiones positioni prismatis, prout æquum est, respondeant. Videbis, ut latiora sunt segmenta, ita eadem illustrioribus colorum limbis superbire; ut vero sunt exiliora, ita magis ac magis remitti, languere, atque evanescere illos colores, usque adeo, ut tandem oculorum sensu vix percipi amplius ac discerni possint. Scilicet, ut multa paucis complectar, imminutionem nimiam ipsius rei, quæ per prisma vel lentem radiat, imaginis non modo imminutio sed & debilitas consequitur, ea potissimum de causa, quoniam, ob aberrantis luminis naturam, minori proportione decrescit imago, quam res ipsa & radiorum, qui imaginem depingunt, numerus. Notare autem hic in universum lubet, complura contra Cl. Rizzetti experientias esse a me nuper admonita, non eo consilio, quasi omnia æqualis ponerem momenti, aut quasi multum interesse arbitrarer, si unum alterumve quadantenus expediretur, sed ut intelligi exinde posset, quantopere Rizzetti accuratio a Neutoniana discreparet. Quo illa etiam inprimis spectant, quæ hoc loco de filorum parvitate, de oculorum acie parum adjuta, itemque de radiis superfluis ex oculo neutiquam exclusis, a me commemorata sunt. Dixi, cur nudus oculus & lens crystallina, ad explorandam inæqualem refractionem luminis heterogenei, sufficientes non sint: nunc etiam videndum est, quid contra methodum Newtoni a Rizzetto afferatur. Hic, cum omnia se diligenter executum, quæ a Newtono sunt præcepta, confirmasset, in priori quidem scripto negat, sibi *unquam* contigisse, ut imaginem chartæ coloratæ in parte altera distinctam & simul in altera confusam observaret, sed in qualibet distantia a lente, utramque partem æque vel confusam vel distinctam apparuisse *semper*. At in recentiori schediasmate: *cum difficillimum sit*, inquit, *utramque chartam, nempe eam, quæ loco objecti est, & illam, quæ imaginem excipit, lentemque intermediam sic collocare, UT NE HILUM quidem a debito situ exorbitent, fateor FREQUENTISSIME accidere, ut pars imaginis confusa cernatur, dum altera apparuit distincta*. Hæc quomodo vel inter sese vel cum solertia & accuratione doctissimi Auctoris conciliari possint, non invenio. Quod autem ad posteriorem locum attinet, non minus supervacuum quam factu difficillimum existimo, ut lens & charta *ne hilum quidem a justo situ exorbitent*; præsertim ubi nondum quæritur, quanta sit focorum differentia? sed, an omnino ulla sit? Jam quod narrat Cl. Rizzettus, ita constitutis ac præparatis omnibus, ut pars cœrulea imaginis confusa cerneretur, distincta rubra, mox nul-

Act. Erud. An. 1724. M. Jan.

Pag. 32.

Suppl. T. VIII. Sect. III. Pag. 131.

Act. Erud. An. 1724. M. Jan. nulla alia re quam colorum loco permutato, simul confusam & distinctam speciem ad cœruleam imaginem ex rubra transiisse: assumo quidem hunc eventum, ejusque causam in detorta lentis & chartarum posituram, non in colorum indole quærendam largior; ceterum ejusmodi distorsionem usque adeo exiguam esse, ut, non dicam acutissimum Newtonum, sed homines vel mediocriter videntes præterire possit ac decipere, id certe nego & pernego. En qua via & ratione Newtonianum experimentum ipse nuper renovavi, inspectantibus amicis multis & veritatem agnoscentibus. Tabellam coloratam, quam Newtonus bifariam, ego quadrifariam divisi, ita ut cœruleæ duæ partes & duæ essent rubræ alternatim positæ & nigris filis, Newtoniano more, circumvinctæ: erantque cum colores vividissimi, tum fila, *quæ* capillos crassiores propemodum æquabant, ea ratione applicata, ut tabellam usquequaque perfectissime attingerent. In obscurata camera, per tubum satis longum & unico instructum vitro, sic admissi sunt solares radii, ut præter pictam tabulam, caliginoso aere & nigris rebus circumseptam, nihil notabiliter illustraretur. Allata firmataque satis magna lente, si non ea accuratione, ut a justo situ *ne hilum quidem*, at ut quam minime exorbitaret, in charta alba super planam tabulam æquabilissime extensa, imagines excepimus. Et primo quidem focum quærentes cœruleorum radiorum, ob eamque rem ad duas imagines cœruleas potissimum respicientes, cum, quod facile prævideramus, eveniret, ut focus ille per spatiolum extenderetur non sane contemnendum, hoc est, ut, salva claritate utriusque imaginis cœruleæ filorumque illuc pertinentium, adduci ad lentem, itemque abduci tantillum charta alba posset; eam, quam maxime omnino licuit, adduximus. Quo facto vestigia filorum ex utraque rubra imagine tantum non funditus deleta sunt. Id quod quo minus imputari chartæ lentive posset, a justo situ paullulum exorbitantibus, hoc maxime impedimento fuit, quod obscuritas & claritas, per utrasque rubras & cœruleas imagines, alternatim positas, alternatim etiam diffundebatur. Contra ea, ubi de rubrorum radiorum foco fuimus solliciti, abducta a lente charta alba, quoad per necessariam imaginum rubrarum claritatem abduci potuit, vestigia filorum ex imaginibus cœruleis evanuerunt. Denique cum loco fere medio hunc inter & priorem charta esset collocata, perinde ac Rizzettus, imagines coloris utriusque satis claras ac distinctas vidimus. Sit ax illud spatiolum, per quod cœruleorum, & ce, per quod rubrorum radiorum focus nobis observatus pertinebat, sitque cx utriusque foci pars communis: erant prope a solæ imagines cœruleæ, prope e solæ rubræ,

Pag. 33.

Fig. 1.

bræ, medioque loco inter *o* & *x* utræque claræ & cum nigellis suis lineis conspicuæ. Cum vero tabula, coloribus quantumvis exquisitis infucata, haudquaquam tamen radios omnino homogeneos reflectat, idcirco aliud experimentum circumspiciens perspicacissimus Newtonus, pro tincturis usitatis colores sincerissimos per prisma comparatos, & pro filis litteras aperti libri isto lumine perfusas, surrogavit: quo pacto rem pulcherrime succedere, ne ipse quidem Rizzettus inficiari audet; qui, cum alio non possit, ad inæquales inclinationes, quibus lumen rubrum & cæruleum in librum incidat, nulla veritatis specie, confugiendum arbitratur: nam a libro & quovis corpore opaco nec polito, radios reflecti quaquaversum, nihilque interesse, qua illi inclinatione prius fuerint appulsi, inter omnes constat. Act.Erud. An. 1724. M. Jan. Pag. 34.

Sed misso uno capite, ad alterum, quod ab initio exposui, progrediendum est. Demonstravi in disquisitione mea, si dispergatur luminis heterogenei radius per prisma transiens, idem ei per lentem transeunti necessario accidere debere: concedit hoc Rizzettus de singulari radio, sed negat de universis, qui a radiante puncto per lentem quamque transmittuntur: obstare enim *legem actionis & reactionis* docet, quod eo interpretatur, quasi radii luminis, vel, ut ipse ait, lumina radiorum, sese invicem impedire ac reprimere, mutuasque cohibere distractiones soleant. *Radii puncti* A *incidentes in lentem* B b *juxta canonem vulgarem refringantur*, inquit, *ita ut omnes concurrant in punctum* e; *ipsorum lumina vim propriam singula exerceant, ut distrahantur juxta refractiones suas, & sint intra angulos* CBe, Cbe, *comprehensæ distractiones dependentes a radiis extremis* Be, be; *si distractiones illæ essent ad unam plagam conspirantes, nulla contraria actione impediente, singulæ suum sortirentur effectum; at in casu lentis propositæ distractiones inter se contrariæ ad invicem congrediuntur: ideo debent se mutuo cohibere, donec in puncto e ad terminum perveniant*. Hæc ille; quæ apud ipsum legere copiosius deducta licet. Nunc mea paucis expromenda responsio est. Si radii luminis hetrogenei AB, A*b*, juxta canonem vulgarem ita refringuntur, ut in puncto *e* concurrant, erunt ipsi radii B*le*, *b*L*e*, ii quibus mediocris, non quibus minima competit refractio, proptereaque fieri nequit, ut anguli, quales sunt *cle*, *c*L*e*, vel *c*B*e*, *cbe*, distractum radiorum AB, A*b*, tamen comprehendant. Mutemus igitur paullulum diagramma, & ponamus, focum radiorum mediocriter refractorum Te in *e*, ita ut substitutis in locum angulorum *cle*, *c*L*e*, ipsis angulis *b*L*i*, *bli*, radii L*i*, *lb*, sint ii qui maximam, L*c*, *lc*, qui mediam, & denique L*b*, *li* ii qui maximam patiuntur refra- Pag. 35.

Act. Erud. An. 1724. M. Jan. fractionem, manifestum est, a radio *Ab*, circa focum *c*, non punctum sed lineolam coloratam, *bi*, atque a radio AB, similem lineolam, eodem loco, sed inverso colorum ordine, exhibitum iri: quarum lineolarum concursu non illud sane effici potest, ut ipsæ totæ destruantur, atque ad puncti magnitudinem redigantur, sed ut colorum duntaxat mixtura & in albescentem fiat commutatio. Nam sicut perinde est, respectu radii *Ab*, sive is in lentem B*b* incidat, sive in prisma *bKL*, ita etiam aspectu radii AB perinde est, sive is in lentem, sive in prisma priori prismati oppositum illabatur: illabentibus autem duobus radiis in ejusmodi duo prismata opposita, duarum imaginum eodem loco concurrentium colores permisceri, extensione nihil immutata, constat. Cumque lentis B*b* superficies in infinitos circulos, & quisque circulus in puncta dispesci possit infinita, de quibus singulis idem valeat, quod de punctis B & *b* modo demonstravimus; iterum profecto, sicut nuper, concludendum Suppl. T. VIII. Pag. 232. Fig. 3. est, innumerabiles ejusmodi figuras seu lineolas, *bi*, *kl*, *mn*, decussatim positas & integrum orbiculum implentes, eo autem minores, quo propius ad axem AM radii AB, *Ab*, appropinquant, circa focum *c* a puncto radiante expressum depictumque iri. Atque hæc ratio dictat: nunc de experientia videamus. Omitto autem colorum per globosiores lentes apparentiam, & cum Newtono iterum ad stellas telescopiis observatas provoco. Nihil ad propositum accommodatius: nam & propter summum stellarum fulgorem, & propter summas tenebras, noctu circumjectas, aberrans lumen multo fortius multoque distinctius, quam in rebus ceteris, videre par est. Nec solum videtur, sed & tantum satis accurate videtur, quantum dogmata Newtoniana postulant. Rizzettus illud lumen pro reliquiis radiosi ac scintillantis capillitii habet, quod tum circa stellas tum circa flammas quasque remotiores nudis oculis conspicitur. Sed discere profecto leges velim, juxta quas id capillitii, a diversis tubis opticis, Pag. 36. tam diverse & apposite contrahatur, ut nunquam calculo Newtoniano, quantumvis aliorsum pertinenti, se non accommodet. Tollunt hoc capillitium tubi recte constituti, non præcidunt: præcisum capillitium tamen capillitium est: nec quicquam minus quam naturam radiantis capillitii præ se fert lumen illud aberrans, quod circa stellas per tubos meliores observatur. Sed aliud experimentum in promtu habet Rizzettus, quod Newtoniano penitus contrarium existimat. Pro stella enim chartam albam, pro circumjectis tenebris capillum super chartam explicatum & simul cum illa pleno solis lumine perfusum, denique pro telescopio vel nudum oculum vel aliquando lentem adhibet; ea-

que

que via multo certius multoque compendiosius ad veritatem perveniri posse serio persuasus est: quanquam istis omnibus sic præparatis, non possum suspicari, quid jure quidem aliud expectet, nisi ut capilli color, lumine, quod a vicinis chartæ partibus aberrat, quasi tenui obducto velamento, aliquantum alteretur, & istuc quidem eo magis, quo lens globosior sit applicata, & quo obliquius per eam capilli quæque pars transparet. Tollendus, inquit, e conspectu est capillus, vel certe vehementer perturbandus, si non minus lens dispergit radios quam prisma. Quasi vero lentem in omnibus suis punctis cum uno & eodem prismate comparandam censeamus! In punctis *b* & L lens B*b*L cum prismate adscripto *b*KL, in aliis punctis cum aliis prismatibus, in ipso vero axe M*m* cùm vitris parallelarum superficierum convenit. Quapropter eam particulam capilli, quæ per puncta lentis *b* & L aspicitur, perinde ut per prisma *b*KL, quæ per puncta M & *m*, non secus quam per vitra parallelarum superficierum, quæ denique per puncta alia, etiam alio modo apparere *fas est*. Contendit quidem Cl. Rizzettus, capillum per *quæcunque* prismata aspectum aut penitus ex oculo amitti aut *evidenter* perturbatum exhiberi: sed uti hoc non difficulter de prismatibus concedo, quæ apud omnes sine controversia isto nomine venduntur; sic idem merito negare videor de iis vitris planis, quorum superficies oppositæ non majori angulo quam unius aut paucorum graduum ad sese invicem sunt inclinatæ: quæ vitra, quamquam forte alias e classe prismatum videntur excludenda, hoc certe loco neutiquam excludi posse constat. Ut autem facili experientia veritatem rei demonstrarem, fragmento elegantioris speculi ex margine desumto usus sum: per quod transpiciens, quamvis superficiem adversam ita inclinari ad aversam, stanno denudatam, reperissem, ut angulus plus minus VIII graduum conficeretur, tamen non solum capillum super charta *candida* extensum, sed & pleraque alia usque adeo vidi clara & *distincta*, vix ut levia quædam vestigia luminis errantis detegere valerem. Quæ omnia si necdum satisfaciunt Rizzetto, vereor sane ne supervacua futura sit omnis nostra disputatio.

Act. Erud. An. 1724. M. Jan. Pag. 37.

Et de secundo capite hactenus: restat ut de tertio exponam; quod totum neque lentes neque harum cum prismatibus convenientiam, sed sola prismata respicere significavi. Quæstio est talis: an, quod rubros radios minus quam cœruleos refringat prisma, ob eam rem, converso sursum refringente angulo, pars rubra chartæ bicoloris minus quam cœrulea extolli videatur? Rizzettus ita apparere ait, si pannum nigrum, negat, si te-

Act. Erud. An. 1724. M. Jan. ſi telam candidam ſubſternas chartæ coloratæ; atque hinc concludit, utrum rubri radii minus refringantur quam cærulei, an plane contra fiat, hujusmodi experimento non poſſe expediri. Ad quæ nuper in hanc fere ſententiam a me reſponſum eſt, intempeſtive telam candidam ſubſterni, propter peregrinos radios, ſtudioſe potius delendos quam conſulto affundendos. Nunc novæ ejus demonſtrationi demonſtrationem liceat opponere, ut cum pateſcat veritas, tum quid erraverit Vir præſtantiſſimus, intelligatur. Per priſma uſitatum, angulo refringente ſurſum converſo, chartulam aſpice oblongam, ex parte dimidia rubram, & ex dimidia cæruleam, quæ cum ſufficienter illuſtrata, tum undique ſit tenebris ac nigredine circumſepta. Ponamus

Fig. 2. ABCDEF eſſe locum, ubi apparere chartulam neceſſe foret, ſi utriusque partis radii æqualem & mediocrem paterentur refractionem; ceterum, propter refractionis diverſitatem, partem cæruleam elatam ex B*d* in *bd*, & partem rubram ex AE depreſſam in *ae* videri. Nunc ut intelligere poſſis, quæ fieri debeat mutatio, ubi utrinque ad AC & FD applicare chartam telamve candidam placuerit, aſpice per idem priſma, iisdemque ut antea le-

Pag. 38. gibus, albam chartulam KLMN, & videbis, circa extremitatem ſuperiorem KL, limbum cæruleum *klλκ*, itemque circa extremitatem inferiorem MN, limbum rubrum *mμνn*, ita ut ſit L*l* = M*m* = B*b* = D*d*, & Lλ = Mμ = A*a* = E*e*. Nam ſi charta eſſet cærulea, tota elata videretur ex KM in *km*, perinde ut prior ex BD in *bd*: & rurſus, ſi charta eſſet rubra, tota depreſſa videretur, ex KM in *κμ*, perinde ut prior ex AE in *ae*. Sed quoniam colorem album, hoc eſt, ex rubro, cæruleo, aliisque mediis permixtum habet, ideo ſimul & elata & depreſſa videtur. Ergo extremitatem ſuperiorem KL, radii cærulei in *kl*, & rubri in *κλ*, ſimiliterque extremitatem inferiorem MN, hi quidem radii in *μν* & illi in *mn* exhibent: ideoque inter *mn* & *μν*, ſeparato ac penitus detracto colore cæruleo, rubrum duntaxat obſervari, inter *kl* vero & *κλ*, detracto colore rubro, cæruleum videri convenit. Exemplum ſatis ſimile proponam. Sit KLMN, vitrum quovis colore imbutum, cui aliud ejusdem magnitudinis, ſed coloris diverſi impoſitum concipiamus. Separentur aliquatenus a ſe invicem hæc duo vitra, oblique non directe, ut ſuperiori unius extremitate ad *kl*, & inferiori alterius usque ad *μν* pertinente, inter *κλ* & *mn* etiamnum ſe contingant: quo facto inter *κλ* & *mn* colorem ex utroque mixtum, inter *κλ* vero & *kl*, itemque inter *mn* & *μν* colores ſinceros, ſed diverſos tamen, apparere neceſſe eſt. His ita intellectis, per idem priſma vi-

vitreum tam candidam quam coloratam chartam, e justo intervallo, perpetuo aspiciens, fac eas sensim ad se invicem appropinquare, & cum superior limbus chartæ albæ $k\lambda$, inferiorem terminum rubræ chartæ *ae* attingere videtur, pone prisma, ut nudis oculis percipias, utramque chartam etiam tum distare intervallo $F\varphi + kK$. Deinde, assumto rursus prismate, chartam albam ad coloratam admovere perge: quod ita perficiens, jucundo satis spectaculo videbis, partem limbi cœrulei *ik* & portionem chartæ rubræ *fe* misceri inter se, & tanquam velo albescente superducto occultari, partem vero alteram ejusdem limbi cœrulei *il* in locum *de* ita succedere, ut nec mutari manifeste, nec perire, sed velut novum aliquod augmentum ad chartam cœruleam *bd* applicari videatur. Similiter, si chartam albam ad superiorem chartæ coloratæ extremitatem admoveris, a parte limbi rubri $o\mu$ portionem chartæ cœruleæ *bc* operiri, a parte autem $o\nu$, in locum *ab* surrogata, augeri chartam rubram observabis. Quæ omnia eodem pæne ordine evenient, si pro charta alba, ad FD quidem segmentum chartæ cœruleæ, quod limbum $k\lambda$ magnitudine adæquet, ad AC vero segmentum chartæ rubræ ejusdem magnitudinis admoveas. Ex quo efficitur, ut intuens per prisma chartam coloratam, candore pro nigredine circumclusam, in *bf* quidem partem rubram, in *ce* vero cœruleam videre videaris, quamvis reapse nec cœruleam nec rubram chartam integram, sed colores duntaxat istius generis, qui partim a charta, partim a candore vicino oriantur, a te videri certum sit. Possem plura addere, quæ cum ad illustrandum tum etiam ad vindicandum istum locum facerent; sed me contineo: monendos enim lectores harum rerum intelligentes, atque ipsum ingeniosissimum Adversarium, non instruendos arbitror.

Act. Erud. An 1724. M. Jan.

Pag. 39.

Act. Erud. An. 1724. M. Febr. Pag. 59.

CONTINUATIO

Commentariorum Mathematicorum & Physicorum *Academiæ Regiæ Scientiarum An. 1718.*

Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1723, 12. reg. Plag. 17. Tabb. æn. 20.

Continetur in hac continuatione Tractatus de magnitudine & figura Telluris, qualis ex observationibus Mathematicorum Academiæ Regiæ Scientiarum jussu Regis factis resultat. Nuper nimirum, nempe Mense Januario, narravimus, lineam Meridianam Observatorii regii Parisiensis magno labore ac sumtu continuatam esse cum versus septentrionem, tum versus meridiem, per integram Galliam, atque istis observationibus, quibus meridiana determinata fuit, debetur & magnitudinis, & figuræ Telluris determinatio. Dividitur opus maximi momenti in duas partes, quarum prior Observationes exhibet ab Observatorio regio usque ad montes *Pyrenæos* factas, posterior vero eas recenset, quæ ab eodem observatorio usque ad extremitatem regni septentrionalem peractæ. Autor hujus Tractatus est *Cassinus*, celeberrimi Astronomi *Dominici Cassini* filius, virtutum pa-
Part. I. C. 1. ternarum hæres. Præmittit discursum præliminarem præfationis loco, in quo breviter recenset, quid in Herculeo hoc opere præstitum sit a Mathematicis Academiæ Scientiarum. Tractationem ipsam aggressus veterum pariter ac recentiorum in determinanda magnitudine Telluris molimina expendit: quæ cum nondum sufficere ostendat, necessarium fuisse tandem concludit, ut illa methodo exacta definiretur. Usi autem sunt Galli methodo *Eratosthenis* a *Snellio* recentius exculta in *Eratosthene Batavo*, qua arcus meridiani quantitas per operationes gæodeti-
2. cas ope triangulorum solutorum determinatur. Atque ideo *Cas-*
3. *sinus* de linea meridiana agit. Docet autem, quænam prima fuerit hujus lineæ cognitio, & quomodo ea per observationes Solis, per umbram Solis, per radios Solis, & per fixas determinetur: ubi etiam indicat, qua methodo linea meridiana transiens per medium Observatorium fuerit descripta. Observatum est azimuthum ante & post meridiem ope tubi in Solem orientem & occasui

proximum conversi & horologii oscillatorii, quo tempus transitus centri Solis per fixam verticale tubi determinatum. Quoniam vero linea meridiana est veluti basis plerarumque observationum astronomicarum, diversis methodis comprobata fuit. Ut linea meridiana Observatorii per integram Galliam versus meridiem ac septentrionem continuaretur, Geographia suadebat, immo efflagitabat. Mappæ enim, quæ præstantissimæ habebantur, enormi lapsu meridianum Observatorii & locorum respectu ejus situm exhibebant & maximus in his erat Geographorum dissensus. Illius igitur directionem determinarunt Galli per Solis atque fixarum observationes & situm respectu urbium aliorumque locorum notabilium ipsi vicinorum per operationes gæodeticas, quo ipso hoc in usum Astronomiæ & Geographiæ enatum est commodum, ut observationes in istis locis celebratæ facillime reducantur ad Meridianum Parisiensem, cum observationibus respondentibus alibi locorum comparandæ. Opus igitur ipsum felici Minerva aggressuri primo omnium loco per observationes astronomicas exactissime determinarant horizontis puncta, in quibus meridiana Observatorii eundem secat. Loquimur autem de horizonte sensibili, in quo exhibentur loca terrestria in intersectione sita. Notatum vero est jam a *Picardo* & novis observationibus confirmatum, quod versus meridiem meridiana Observatorii transeat per pagum *de l' Hay* & versus septentrionem per oppidum *Montmartre*, ubi *Picardus* pilam excitari curavit. Ad observandos angulos positionum, qui ad descriptionem meridianæ requirebantur, usi sunt Quadrante circuli, cujus radius 39 digitorum, cum dioptris telescopicis, & Octante interdum, cujus diameter 36 digitorum, commoditate ita exigente. Utrumque instrumentum & ejus usum accuratissime describit *Cassinus*, nimirum ut constet, quantam ipsorum opus mereatur fidem. Quot triangulis usi fuerint & quomodo ex iis computum instituerint pro determinanda meridiana, prolixum nimis foret hic recensere. Nec nostrum porro est, distincte exponere methodum, qua usi sunt ad describendum lineæ meridianæ situm respectu locorum in triangulis comprehensorum, neque alteram, qua usi sunt in pila super linea meridiana Parisiorum excitanda, ubi eam perpendicularis e turri cathedrali *Bituricarum* (*Bourges*) demissa secat. Ut latera triangulorum, observatis angulis, per computum trigonometricum eruere liceat, basis unius trianguli actu mensuranda fuit. Usi quidem sunt basi 5653 hexapedarum, quam *Picardus* in planitie *de Longbayau* dimensus fuerat; haud quaquam tamen omiserunt data occa-

Act. Erud. An. 1724. M. Febr. Pag. 60. Part. I. C. 4.

5. 6. 7. Pag. 61. 8.

Act. Erud. An. 1724. M. Febr. Part. I. C. 9. occasione computi examina instituere, & imprimis in planitie *Ruscinonensi* (*de Rousfillon*) actu mensurarunt basin 7246 hexapedarum calculoque conformem repererunt. Ut autem linea meridiana Observatorii triangulorum ope produci posset, per observationes Solis & fixarum determinarunt angulum, quem meridiana efficit cum lateribus primi trianguli: ejus enim ope situm meridianæ determinare licuit respectu omnium locorum qui triangulis formandis inservierunt. Enimvero ne multitudine operationum error aliquis multiplicatus fieret sensibilis, per observationes Solis orientis & occidentis situm meridianæ ad examen subinde revocarunt, atque ita docuerunt, lineam meridianam tanta accuratione ad extremitatem usque regni productam esse, quanta ab humana industria expectari potest, ita ut *nullus*

10\. error sensibilis irrepere potuerit. Quoniam linea meridiana Parisiorum per regiones montosas, *Arverniam*, *Occitaniam* & montes *Pyrenæos* transit; ideo opus erat, ut loca elevata reducerentur ad libellam maris: quem in finem operationes geodæticæ usque ad littora maris continuatæ sunt, ut montium altitudo respectu superficiei maris determinari posset. Hac vero occasione una instituerunt observationes barometricas, ut aeris gravitas in diversis altitudinibus ultra libellam maris innotesceret. Observarunt quoque depressionem apparentem horizontis maris in

11\. usum refractionis, quam radii luminis in aere patiuntur. Et quoniam anguli ob diversam horizontis elevationem non sunt in eodem plano, ideo ad idem reduci debuerunt, quotiescunque ex duobus aut pluribus in planis differentibus observatis componendus fuit unus. Qua methodo fuerint usi, exemplo singulari

12\. docetur. Cum *Ruscinone* commorarentur, observationibus vacarunt ad determinandum situm præcipuorum locorum a latere *Occitaniæ* & diversarum *Provinciæ* urbium. Jupiter sub radiis

Pag. 62. Solis tum delitescens observationibus istis minime favebat, ut ex eclipsibus circumjovialium illum determinare licuisset: alia igitur via incedendum fuit, observationibus gæodeticis in subsidium vocatis & suppositis observationibus Satellitum Jovis A. 1674 in promontorio *Seritino* & *Montepessulano* a *Picardo* fa-

13\. ctis. Postquam igitur calculo gæodetico determinata erat longitudo meridianæ in hexapedis Gallicis; ut ejusdem quoque magnitudo in numero graduum circuli maximi & gradus unius magnitudo innotesceret, in confiniis regni observatæ sunt diversarum fixarum altitudines meridianæ & cum altitudinibus earundem in Observatorio regio comparatæ. Captæ sunt utrobique altitudines eodem instrumento. Resultat hinc magnitudo unius

nius gradus meridiani 57097 hexapedarum, adeoque periphe- *Act.Erud, An. 1724. M, Febr. Part. I. C. 14.*
ia totius Telluris, si figura Sphærica supponatur, 20554920,
iameter 6542840 haxapedarum Parisinarum. Ut nova hæc Tel-
tris dimensio cum antiquis comparari possit, ideo in ratio-
em mensurarum itinerariarum veterum cum modernis erudi-
inquiritur. Intervalla itineraria urbium a Geographis vetu-
s assignata cum distantiis ab ipsismet determinatis comparan-
t. Observarunt quoque in itinere multorum locorum latitudi-
s & alicubi etiam circumjovialium eclipses in usum longitudi-
. Atque hæc dixisse sufficiat de parte prima Tractatus. Præ- 15.
tit Cel. Autor etiam parti secundæ discursum præliminarem,
quo generatim recenset, molimina Gallorum in determinan- Part.II.
altera parte meridiana ab Observatorio regio usque ad Galliæ C. 1.
em septentrionalem. Usi hic quoque sunt methodo gæoderi-
solutione triangulorum fundata, beneficio angulorum po-
nis observatorum & basis unius trianguli actu mensuratæ in
inio *Dunquercæ*, quæ erat 5464 hexapedarum & pedum trium. 2.
im Meridiani interceptum inter parallelas *Parisiorum* &
uercæ per observationes fixarum determinarunt & variis
e in locis elevationem poli observarunt. Resultat magni- 3.
nius gradus meridiani 56960 hexapedarum. Cum is mi-
, quam in parte meridionali, ubi repertus fuerat 57097,
a *Picardo* 57060; *Cassinus* inde concludit gradus versus 4.
em augeri, versus polos minui, consequenter figuram
non esse sphæricam, sed ellipticam, cujus major axis
s transeat, atque tandem demonstrare nititur, distan-
i a centro, quam eccentricitatem vocat, esse ad ra-
axem dimidium ut 1 ad 7. Notandum vero, juxta
n *Cassini* differentiam graduum maximam esse sub gra-
itudinis, inde vero usque ad æquatorem eadem fere
inui ac ab eodem termino usque ad polum. Quan-
aduum sub data quavis elevatione poli exhibet Ta-
is.

Elev.

Act. Erud. An. 1724. M. Febr. Pag. 64.

Elev. Poli	Magnitudo graduum		Elev. Poli	Magnitudo graduum	
0			46	57099 hex.	2 ped.
1	58019 hex.	4 ped.	47	57068	1
2	58018	2	48	57037	0
3	58015	4	49	57006	0
4	58012	0	50	56975	0
5	58007	2	51	56944	2
6	58001	4	52	56914	0
7	57995	0	53	56884	0
8	57987	2	54	56854	2
9	57978	4	55	56824	5
10	57969	0	56	56795	4
11	57958	2	57	56766	5
12	57946	4	58	56738	3
13	57934	0	59	56710	3
14	57920	2	60	56082	5
15	57905	4	61	56655	5
16	57890	2	62	56619	4
17	57874	3	63	56604	1
18	57857	1	64	56579	2
19	57838	5	65	56555	1
20	57819	3	66	56531	4
21	57799	1	67	56508	5
22	57777	5	68	56486	4
23	57755	4	69	56465	1
24	57732	4	70	56444	3
25	57709	0	71	56424	4
26	57684	3	72	56405	5
27	57659	2	73	56387	5
28	57633	4	74	56379	4
29	57607	2	75	56354	5
30	57580	3	76	56339	1
31	57553	0	77	56324	5
32	57525	0	78	56311	3
33	57466	2	79	56299	0
34	57467	1	80	56287	3
35	57437	3	81	56277	0
36	57407	3	82	56267	2
37	57377	1	83	56258	3
38	57346	4	84	56250	3
39	57316	0	85	56243	2
40	57285	2	86	56237	1
41	57254	3	87	56232	1
42	57223	4	88	56228	2
43	57192	4	89	56225	5
44	57161	3	90	56224	4
45	57130	3			

Quod si arcus ponantur æquales, cum distantia parallelorum ex- | Act. Erud. An. 1724. M. Febr. Part. II. C. 5.
remorum Galliæ fuerit reperta 486156 hexapedarum & arcus
ieridiani interceptus 8° 31′ 11″ $\frac{5}{6}$, reperitur arcus unius magni-
ido 57061 hexapedarum, quam proxime ad eam accedens,
iam *Picardus* determinavit. Inde prodit peripheria Telluris
)541600, diameter 6538594 & semidiameter 3269297 hexa-
darum. Rationem pedis Parisini ad Rhenanum ponit *Cassi-
's* ut 1440 ad 1390: unde facile quoque definitur diameter
elluris in pedibus Rhenanis. Notum est ex recentioribus de
'e libellandi scriptis, quod, data diametro Telluris definiri
sit elevatio lineæ horizontalis apparentis supra veram.. *Cassi-*
igitur ex sua hypothesi de magnitudine diametri Telluris in
ic usum Tabulam computavit. Ut inter *Cassini* & sociorum 6.
ue *Picardi* operationes comparatio instituí atque ita de ea-
n accuratione ex consensu judicium fieri possit; ipse *Picardi* 7.
ıctatum, qui in paucorum manibus est, in compendium mit-
& nonnulla in eundem annotat. Denique *Snellii* quoque & 8. & 9.
ioli mensuras ad examen revocat, quorum iste quantitatem
s gradus constituit 55100 hexapedarum Parisinarum seu
o perticarum Rhenanarum 12 pedibus constantium, hic ve-
650 hexapedarum, quam ex variis determinationibus tan-
optimam elegit. *Snellium* commisisse errorem in ipsis tri- Pag. 65.
s, cum veram angulorum quantitatem non fuerit venatus,
calculo quoque fuisse lapsum. Quantitatem igitur unius
ab ipso assignatam eam esse, quæ non attendi mereatur.
dum *Riccioli* esse nimis lubricam atque fallacem ob refra-
, quibus implicatur. Sane Galli eadem methodo usi in
us *Ruscinonensibus* d. 27 Febr. A. 1701 quantitatem unius
repererunt 60381 hexapedarum, quantitate 3280 hexa-
ı ab ea aberrantem, quæ per triangula ad meridianam
terminata fuit. Immo d. 12 Martii ejusdem anni eam
66511 hexapedarum anteriore adhuc majorem. Omit-
era, quæ contra *Snellium* & *Ricciolum* ex astronomicis
m principiis urgentur. Inter Tabulas æneas quinque
mappæ Geographicæ Galliæ, in quibus linea meridia-
atorii regii repræsentatur una cum triangulis, per quæ
:a fuit, duplici modo divisa, cum in gradus parallelo-
in milliaria dato perticarum numero definita. No-
m loca, quorum situs astronomice vel gæodetice deter-
oculiari signo, ut a ceteris distingui possint.

Act. Erud. A. 1724. M. Julii. Pag. 297.

JOH. BERNOULLI

Explicatio Anagrammatis, quod dedit in Actis Lipſ. 1723. M. Febr. in ſe continentis Deſcriptionem Curvæ inter omnes algebraicas Trajectorias reciprocas ſimpliciſſimæ.

Accedit Epicriſis in Solutionem problematis de Trajectoriis reciprocis, editam in Actor. Suppl. T. VIII. Sect. VI.

EDidit de hoc argumento Anonymus Britannus Geometra, ut apparet, acutiſſimus, cum quo plures commutavi epiſtolas, ſchediaſma aliquod inſertum Suppl. T. VIII Sect. I, ubi meam ſolutionem videndi deſiderio ſe teneri teſtatur (quam autem non unam tantum ſed varias alias jam diu antea ad prælum paratas habueram, ſicuti conſtat ex Appendice annexa iisdem meis ſolutionibus exhibitis in Act. 1722 M. Aug.) eam. & ſuam ſolutionem prolixo logogripho involvit, qua certe opera inutili, ut nunc patet, ſuperſedere potuiſſet.

Tertia vice ad me datis literis novam propoſuit quæſtionem, ad quam ſolvendam me invitavit aut potius provocavit, exigens ſcilicet, ut dicerem, quænam inter omnes Curvas algebraicas, problema de trajectoriis reciprocis ſolventes, ſit ſimpliciſſima; modumque eam delineandi docerem. Etſi non putaverim, me obligari cuicunque interpellanti reſpondere, tales inprimis quæſtiones moventi, quas vel ipſe non ſolvit, vel nonniſi fortuito caſu ſolvit, ſicuti videtur contigiſſe noſtro Anonymo, qui, ſi de induſtria hanc ſibi enodandam quæſtionem propoſuiſſet, & reapſe enodaſſet; nullum eſt dubium, quin eam ab initio ſtatim & non
Pag. 298. poſt tanti temporis moram fuiſſet obtruſurus, nil quippe intentatum relinquens, quo me in anguſtias cogi poſſe ſperabat; volebam tamen hac occaſione obtemperare, eoque magis, quod viderem, id tantum agendum eſſe, ut generales meas ſolutiones anno 1722 traditas perluſtrarem, atque ex illis ſeligerem, quæ ad deſideratum accommodari poſſent. Haud ſane in opinione mea deceptus detexi ſine magno temporis diſpendio, Curvam quæſitam eſſe *Parabolam cubicalem ſecundam*.

Neceſſe autem erat, ut hoc ſtatim innoteſceret Anonymo meo,

ne

e se solum tanti arcani possessorem existimaret; quamobrem sub Act. Erud.
nem ejusdem anni 1722 significavi illi per literas privatas, quas An. 1724.
l aliquem Bibliopolam Londinensem ab ipso mihi indicatum di- M. Julii.
xeram, me solutionis, quam abs me postulabat, factum esse
mpotem; atque ne de rei veritate dubitaret, solutionem meam
jus more anagrammati involutam perscripsi: quod anagramma
dem quoque tempore Lipsiam transmisi Actis inserendum, in
ibus postea comparuit mense Febr. anni superioris pag. 228.
faciendum esse statui, quia epistola mea Londinum amandata
uisset in itinere perire, vel etiam potuisset non redditam esse
ilari: vix enim satis caute procedere possumus, ut ignotorum
ninum clandestinas insidias evitemus.

Respondit tamen Anonymus per literas 22 Febr. h. e. 5
tii 1723, ubi inter alia dixit (nescio an ex animi sententia)
nihil displicere, quod curvam petitam invenerim. Ipse vero
in iisdem his literis nominaverit curvam, & quidem no-
e *Parabolæ semicubicæ*; censebam non amplius differendum
quin illi darem anagrammatis antea transmissi explicatio-
dedi autem sine mora in Epistola secunda ad eum exarata
quentis Aprilis, his verbis: „Quia video te nominasse pro
plicissima algebraica curva in quæstione Parabolam semicu-
m, quam ego *Parabolam cubicalem secundam* appellare
uevi; lubet nunc tibi quoque aperire sensum anagram-
s mei in postremis meis literis communicati; videbis, me
tantum curvam indicasse, sed & modum docuisse, quo sit
ibenda, ut satisfaciat, tuum est examinare, an hæc mea
tis conspirent: Anagramma autem meum se habebat
5 c d æ 4 e g 4 i 3 l m n n o p q 3 r 5 ſ 3 t 6 u: 20 a b 6 c 6 d 6 æ 14 Pag. 299.
6 i 7 l 6 m 7 n 3 o 9 p 2 q 13 r 4 ſ 17 t 12 u; 6 a b c c d d 3 æ 8 e f
i 3 l q m n n 3 o 4 p q r 6 ſ 8 t 6 u. 14 a b 8 c d d 11 e b 6 i 6 l 4 m 4
p q r 12 9 ſ 11 t 4 u: 16 a 4 b 3 c 3 d 11 e 3 g 9 i 7 l 5 m 6 n 3 o
r 10 ſ t 10 u g u.

eris in suum ordinem positis) sequentem fundunt sensum:
quæsita est Parabola Cubicalis secunda semirectangula:
optatum effectum præstet, ducendæ sunt, duæ rectæ
perpendiculariter ad ordinatim applicatas, quarum
secat per verticem, altera tangat Parabolam; quo fiet
æ parallelæ a se invicem distent octo vigesimis septimis
rametri. Dico Parabolam inter has Rectas parallelas
situ positam & ultro citroque motam se constanter ad
ectos secare. Quod si angulus intersectionis debeat esse
mutabitur saltem applicatarum angulus, sed ita ta-
rabola sit semper acutangula.

Act.Erud. An.1724. M. Julii. Alia occasione hujus propositionis demonstrationem peculiari schediasmate communicabo una cum aliis inventis huc spectantibus, Lectori curioso & intelligenti non displicituris. Anonymus interim visa hac anagrammatis interpretatione, descriptionem meam curvæ simplicissimæ algebraicæ, quam a me popoſcerat, non improbavit in literis de hinc ab eo postrema vice acceptis, quæ datæ erant 13 Maji ejusdem anni 1723 asserens, *verba mea cum inventis suis probe convenire*; hoc tantum mirabatur, quod parabolam nonnisi acutangulam in solutionem admittam, cum tamen omnis parabola semicubica duos habeat ramos, quorum uno existente acutangulo, alter necessario sit obtusangulus. At vero in Responsione mea die XVII Mensis Julii ad eum data reddidi rationem hujus distinctionis, monstravique, ramum hujus parabolæ obtusangulum non posse quadrare in strictissimo problematis sensu, sed alterum tantum ramum acutangulum, immo ne hunc quidem totum, siquidem ex meo solvendi modo clare pateat, aliquem tantum ejus arcum rei quæsitæ esse idoneum, qui nempe comprehensus sit inter verticem & punctum contactus rectæ parallelæ parabolam contingentis. An datæ responsioni noster Anonymus acquiescat, nescio, nam ex eo tempore nihil amplius literarum ab illo vidi.

Pag. 300. Interim videre tandem licuit, promissam ejus diuque expectatam clavem ad prolixum illum logogriphum, quem dederat in Supplem. T. VIII Sect. I. Comparuit hæc clavis in eodem Supplementorum Tomo Sect. VI, quæ Sectio, quod notandum, non nisi post mensem Julii anni proxime elapsi, ut colligi potest ex eo, quod in calce illius mensis dicitur, est impressa: ipsum totum schedisma, ut ex titulo constat, excerptum est ex Transactionibus Philos. A. 1722. Fatetur Autor in exordio, se vidisse meas solutiones ac constructiones in Actis Lips. ejusdem anni, priusquam suas typis mandasset, poterat adeoque, si voluisset, mentionem eorum facere (sunt autem bene multa) quæ ipsi & mihi sunt communia, a me vero prius occupata citiusque edita.

Clavis ad scripturæ suæ occultæ intelligentiam consistere debet in usu, quem describit Tabulæ alicujus statim in fronte exhibitæ; sed descriptionem ipsam vix satis intelligo, hebetudinis meæ an obscuritatis culpa. Quis nunc dabit clavem ad clavem? possem fortassis in tricas istas penetrare, si otio & patientia abundarem, sed cui bono? an, ut experiar, utrum logogriphi data sit fidelis & sincera interpretatio? at malo id credere, quam in singulis literis extricandis, quod totum operis vix integro die absolveris, ad sudorem usque macerari. Video Autorem singulari

lari studio & labore id operam dedisse, ut sollicite absconderet mysterium illudque vel sagacissimo Wallisio, magno quondam literarum steganographicarum interpreti, redderet imperscrutabile, non secus, ac si ab ea re magnæ Britanniæ salus pependisset, quamvis non credam, ullum in toto mundo fuisse hominem, qui curiositate ductus tentaverit in hoc Autoris sacrarium penetrare. Act. Erud. An. 1724. M. Julii.

Voluit ergo ipsimet sibi reservare interpretationis gloriam, nemine invidente; sed posito, interpretationem, quam dedit, conformem esse logogripho tam operosa subtilitate tamque singulari circumspectione extructo, certe non video, quid Lector ex ipsa illa interpretatione multum proficere queat ad solvendam quæstionem propositam, sunt enim, quæ ibi continentur, generalia tantum & ad solutionem viam sternentia, non autem ipsam solutionem exhibentia. Id quod haud dubie in causa est, cur Autor suæ interpretationi subjunxerit novam explicationem, quæ forsan apud multos Lectores alia iterum explicatione indigebit. Ut enim libere dicam, quod res est, usque adeo intricatum deprehendi Autoris modum demonstrandi, ut a patientia mea impetrare non potuerim, tantam attentionis vim adhibere, quæ requireretur ad examinandas omnes longissimi scripti ambages; adde farraginem figurarum exilissimarum innumeris literis oneratarum, ubi literulæ tam græcæ quam latinæ plerumque male formatæ adeo confestim sibi invicem inequitant, ut microscopio opus sit omnia distincte discernere, & forsan ne tum quidem semper pateat, ad quæ puncta singulæ literæ pertineant, nisi ex sensu divinaveris ipse & omissa quoque suppleveris. Sommertius certe si viveret, nunc vel maxime, quod soleret queri, queereretur, se malle in triremibus remigare, quam talia scripta legere. Pag. 301.

His non obstantibus perspexi tamen, multa ab Anonymo dici, quæ jam a me fuerant prolata, ipsique visa, antequam scriptum parasset, quod, ut supra innuimus, ipse fatetur. Primum id, quod demonstravi in Actis 1722 M. Aug. §. 2 & 3 tanquam fundamentum solutionis, idem quoque in suum usum convertit, in hoc scilicet consistens, quod sumtis in utramque partem a communi initio abscissarum curvæ quæsitæ abscissis æqualibus, rectangulum sub elementis utriusque applicatæ æquetur rectangulo elementi alterutrius abscissæ. Deinde usurpat modum solutionis meæ primæ §. 4. expositæ, facitque formulas meis ibidem traditis similes. Nec minus in ejus scripto conspicitur manifestissima mea solutio secunda §. 10. & seq. ad longum ex-

Act.Erud. An. 1724. M. Julii. Alia occasione hujus propositionis demonstrationem peculiari schediasmate communicabo una cum aliis inventis huc spectantibus, Lectori curioso & intelligenti non displicituris. Anonymus interim visa hac anagrammatis interpretatione, descriptionem meam curvæ simplicissimæ algebraicæ, quam a me poposcerat, non improbavit in literis de hinc ab eo postrema vice acceptis, quæ datæ erant 13 Maji ejusdem anni 1723 asserens, *verba mea cum inventis suis probe convenire*; hoc tantum mirabatur, quod parabolam nonnisi acutangulam in solutionem admittam, cum tamen omnis parabola semicubica duos habeat ramos, quorum uno existente acutangulo, alter necessario sit obtusangulus. At vero in Responsione mea die XVII Mensis Julii ad eum data reddidi rationem hujus distinctionis, monstravique, ramum hujus parabolæ *obtusangulum* non posse quadrare in strictissimo problematis sensu, sed alterum tantum ramum acutangulum, immo ne hunc quidem totum, siquidem ex meo solvendi modo clare pateat, aliquem tantum ejus arcum rei quæsitæ esse idoneum, qui nempe comprehensus sit inter verticem & punctum contactus rectæ parallelæ parabolam contingentis. An datæ responsioni noster Anonymus acquiescat, nescio, nam ex eo tempore nihil amplius literarum ab illo vidi.

Pag. 300. Interim videre tandem licuit, promissam ejus diuque expectatam clavem ad prolixum illum logogriphum, quem dederat in Supplem. T. VIII Sect. I. Comparuit hæc clavis in eodem Supplementorum Tomo Sect. VI, quæ Sectio, quod notandum, non nisi post mensem Julii anni proxime elapsi, ut colligi potest ex eo, quod in calce illius mensis dicitur, est impressa: ipsum totum schediasma, ut ex titulo constat, excerptum est ex Transactionibus Philos. A. 1722. Fatetur Autor in exordio, se vidisse meas solutiones ac constructiones in Actis Lips. ejusdem anni, priusquam suas typis mandasset, poterat adeoque, si voluisset, mentionem eorum facere (sunt autem bene multa) quæ ipsi & mihi sunt communia, a me vero prius occupata citiusque edita.

Clavis ad scripturæ suæ occultæ intelligentiam consistere debet in usu, quem describit Tabulæ alicujus statim in fronte exhibitæ; sed descriptionem ipsam vix satis intelligo, hebetudinis meæ an obscuritatis culpa. Quis nunc dabit clavem ad clavem? possem fortassis in tricas istas penetrare, si otio & patientia abundarem, sed cui bono? an, ut experiar, utrum logogriphi data sit fidelis & sincera interpretatio? at malo id credere, quam in singulis literis extricandis, quod totum operis vix integro die absolveris, ad sudorem usque macerari. Video Autorem singulari

lari

lari studio & labore id operam dedisse, ut sollicite absconderet mysterium illudque vel sagacissimo Wallisio, magno quondam literarum steganographicarum interpreti, redderet imperscrutabile, non secus, ac si ab ea re magnæ Britanniæ salus pependisset, quamvis non credam, ullum in toto mundo fuisse hominem, qui curiositate ductus tentaverit in hoc Autoris sacrarium penetrare. Act. Erud. An. 1724. M. Julii.

Voluit ergo ipsimet sibi reservare interpretationis gloriam, nemine invidente; sed posito, interpretationem, quam dedit, conformem esse logogripho tam operosa subtilitate tamque singulari circumspectione extructo, certe non video, quid Lector ex ipsa illa interpretatione multum proficere queat ad solvendam quæstionem propositam, sunt enim, quæ ibi continentur, generalia tantum & ad solutionem viam sternentia, non autem ipsam solutionem exhibentia. Pag. 301. Id quod haud dubie in causa est, cur Autor suæ interpretationi subjunxerit novam explicationem, quæ forsan apud multos Lectores alia iterum explicatione indigebit. Ut enim libere dicam, quod res est, usque adeo intricatum deprehendi Autoris modum demonstrandi, ut a patientia mea impetrare non potuerim, tantam attentionis vim adhibere, quæ requireretur ad examinandas omnes longissimi scripti minutias; adde farraginem figurarum exilissimarum innumeris lineis oneratarum, ubi literulæ tam græcæ quam latinæ plerumque male formatæ adeo confestim sibi invicem inequitant, ut microscopio opus sit omnia distincte discernere, & forsan ne sic quidem semper pateat, ad quæ puncta singulæ literæ pertineant, nisi ex sensu divinaveris ipse & omissa quoque suppleveris. Monmortius certe si viveret, nunc vel maxime, quod solebat, quereretur, se malle in triremibus remigare, quam talia perplexa legere.

His non obstantibus perspexi tamen, multa ab Anonymo *proferri*, quæ jam a me fuerant prolata, ipsique visa, antequam suum scriptum parasset, quod, ut supra innuimus, ipse fatetur. Ex. gr. Id, quod demonstravi in Actis 1722 M. Aug. §. 2 & 3 tanquam fundamentum solutionis, idem quoque in suum usum vertit, in hoc scilicet consistens, quod sumtis in utramque partem a communi initio abscissarum curvæ quæsitæ abscissis æqualibus, rectangulum sub elementis utriusque applicatæ æquetur quadrato elementi alterutrius abscissæ. Deinde usurpat modum solutionis meæ primæ §. 4. expositæ, facitque formulas illis ibidem traditis similes. Nec minus in ejus scripto conspicitur generalissima mea solutio secunda §. 10. & seq. ad longum ex-

Act.Erud. An. 1724. M. Jan. Pag. 357. thodum, consuetudinem illam Geometrarum unum cum altero confundentium, vid. Algeb. Elem. p. 282. & 315.

IV. Putat quidem Cl. Hermannus, hanc viam, quam iniit, unicam dari, quæ pateat ad solutionem hujus problematis, vocatque eam *facilem*, *planam & evidentem*; sed inter legendum statim suspicatus, aliam posse applicari viam ab ea diversam, quæ ad scopum directe deducat, ansam arripui rem istam quasi ab ovo perscrutandi, quam antea nunquam tentaveram. Successus expectationem superavit, siquidem genuina methodus a me detecta sese porrigit ad quadraturas transcendentes non tantum simplices sed omnium ulteriorum graduum, quemadmodum patebit ex sequentibus. Incipiam a transcendentibus simplicibus seu primi gradus.

V. Sit p functio algebraica qualiscunque ipsius x, oporteatque invenire curvam algebraicam, a cujus longitudinis dimensione pendeat $\int pdx$. In hunc finem quæro coordinatas algebraicas, convenienti modo ex p & x derivandas, ut curvam reddant cujus elementi espressio includat pdx: verum haud difficulter video ad optatum perveniri non posse, si coordinatæ illæ designentur per novas functiones assumtitias ipsius x, terminis finitis expressas; quæcunque enim assumerentur, forent differentiandæ, ut haberi possent eorum elementa; sint illa tdx & udx: adeoque elementum curvæ $= dx\sqrt{(tt+uu)}$, quod comparandum esset cum pdx plus vel minus aliqua quantitate integrabili rdx; unde resultaret $dx\sqrt{(tt+uu)} = pdx + rdx$, hoc est, $\sqrt{(tt+uu)} = p+r$, seu $r = \sqrt{(tt+uu)} - p$; res itaque huc rediret, ut cognosceretur, quid pro t & u assumendum esset, ut salva integrabilitate ipsarum tdx & udx, etiam rdx oriretur integrabilis. Sed nemo non videt, hoc æque difficile esse quam id ipsum quod quæritur.

VI. Recurro itaque ad terminos infinitesimales, ex quibus ope divisionis pro lubitu componi possunt quantitates finitæ & algebraicæ: sic positis ex. gr. n & z quantitatibus algebraicis variabilibus quibuscunque, earumque differentialibus dn & dz, dedi primus in Actis Lipsiens. 1694. pag. 86, modum exprimendi $\int ndz$ per seriem terminorum infinitesimalium, qui tamen
Pag. 358. singuli constituunt quantitatem finitam & algebraicam; ostendi namque, assumta dz pro constante, fore $\int ndz = nz - \frac{zzdn}{1.2dz} + \frac{z^3 ddn}{1.2.3dz^2} - \frac{z^4 dddn}{1.2.3.4dz^3} +$ &c. Quam eandem seriem postea Taylorus, interjecto plusquam viginti annorum intervallo, in librum, quem edidit A. 1715 de methodo incrementorum, trans-

transferre dignatus est, sub alio tantum characterum habitu, vid. ejus lib. p. 38. Act. Erud. An. 1724. M. Aug.

VII. Dehinc in mentem mihi venit, formare coordinatas curvæ quæsitæ ex hujusmodi infinitesimalibus, valores tamen finitos & algebraicos denotantibus; ad imitationem ejus, quod jam olim in materia haud absimili feliciter executus, cum eruerem Theorema illud universale rectificationi linearum curvarum inserviens, vid. Act. Lips. *1698* p. 410. Quo in negotio id unicum curandum esse videbam, ut coordinatarum commoda assumtio institueretur, per quam resultans curvæ elementum comparatum cum proposito pdx determinaret assumtas infinitesimales. Processus ipse rem clarius explicabit.

VIII. Assumo aliquam variabilem z, per calculum determinandam, ejusque elementum dz: ex his atque ex x & dx conficio coordinatas, commodo, ut dictum est, modo; sit igitur abscissa $= \frac{adx}{dz}$, & applicata $= \frac{zdx}{dz} - x$, quam ita pono, ut ejus differentiale unico exprimatur termino, abbreviandi calculi gratia, quamvis alias id absolute necessarium non sit; differentientur itaque coordinatæ, supponendo alterutrum, ex. gr. dx, constans, & habebitur elementum abscissæ $= \frac{addx}{dz}$, elementum applicatæ $= \frac{zddx}{dz}$. Hinc curvæ elementum (suppositis coordinatis ad se invicem perpendicularibus) erit $= \frac{ddx}{dz}\sqrt{(aa+zz)}$, adeoque ipsa curva $= \int \frac{ddx}{dz}\sqrt{(aa+zz)}$. Instituta integratione eum in modum, quem observavi in condenda mea serie ex Actis 1694 allegata, habetur curvæ longitudo, quam voco L, seu $\int \frac{ddx}{dz}\sqrt{(aa+zz)} = \frac{dx}{dz}\sqrt{(aa+zz)} - \int \frac{zdx}{\sqrt{(aa+zz)}}$ plus vel minus ea quantitate constante, quæ, evanescente alterutra vel utraque coordinatarum, deest vel superest, ad quam vero brevitatis gratia non attendam. Restat nunc, ut determinetur valor ipsius z; quod fit ponendo $\int \frac{zdx}{\sqrt{(aa+zz)}} = \int pdx$, seu $\frac{z}{\sqrt{(aa+zz)}} = p$; unde $z = \frac{ap}{\sqrt{(1-pp)}}$, adeoque $dz = adp : (1-pp)^{3:2}$. His valoribus surrogatis in quantitatibus assumtis coordinatarum, prodibit Pag. 359.

Act. Erud. An. 1724. M. Febr.

Pag. 64.

Elev. Poli	Magnitudo graduum		Elev. Poli	Magnitudo graduum	
0					
1	58019 hex.	4 ped.	46	57099 hex.	2 ped.
2	58018	2	47	57068	1
3	58015	4	48	57037	0
4	58012	0	49	57006	0
5	58007	2	50	56975	0
6	58001	4	51	56944	2
7	57995	0	52	56914	0
8	57987	2	53	56884	0
9	57978	4	54	56854	2
10	57969	0	55	56824	5
11	57958	2	56	56795	4
12	57946	4	57	56766	5
13	57934	0	58	56738	3
14	57920	2	59	56710	3
15	57905	4	60	56082	5
16	57890	2	61	56655	5
17	57874	3	62	56619	4
18	57857	1	63	56604	1
19	57838	5	64	56579	2
20	57819	3	65	56555	1
21	57799	1	66	56531	4
22	57777	5	67	56508	5
23	57755	4	68	56486	4
24	57732	4	69	56465	1
25	57709	0	70	56444	3
26	57684	3	71	56424	4
27	57659	2	72	56405	5
28	57633	4	73	56387	5
29	57607	2	74	56379	4
30	57580	3	75	56354	5
31	57553	0	76	56339	1
32	57525	0	77	56324	5
33	57466	2	78	56311	3
34	57467	1	79	56299	0
35	57437	3	80	56287	3
36	57407	3	81	56277	0
37	57377	1	82	56267	2
38	57346	4	83	56258	3
39	57316	0	84	56250	3
40	57285	2	85	56243	2
41	57254	3	86	56237	1
42	57223	4	87	56232	1
43	57192	4	88	56228	2
44	57161	3	89	56225	5
45	57130	3	90	56224	4

Quod si arcus ponantur æquales, cum distantia parallelorum extremorum Galliæ fuerit reperta 486156 hexapedarum & arcus meridiani interceptus 8° 31′ 11″$\frac{5}{6}$, reperitur arcus unius magnitudo 57061 hexapedarum, quam proxime ad eam accedens, quam *Picardus* determinavit. Inde prodit peripheria Telluris 20541600, diameter 6538594 & semidiameter 3269297 hexapedarum. Rationem pedis Parisini ad Rhenanum ponit *Cassinus* ut 1440 ad 1390: unde facile quoque definitur diameter Telluris in pedibus Rhenanis. Notum est ex recentioribus de arte libellandi scriptis, quod, data diametro Telluris definiri possit elevatio lineæ horizontalis apparentis supra veram. *Cassinus* igitur ex sua hypothesi de magnitudine diametri Telluris in hunc usum Tabulam computavit. Ut inter *Casſini* & sociorum atque *Picardi* operationes comparatio institui atque ita de earum accuratione ex consensu judicium fieri possit; ipse *Picardi* Tractatum, qui in paucorum manibus est, in compendium mittit, & nonnulla in eundem annotat. Denique *Snellii* quoque & *Riccioli* mensuras ad examen revocat, quorum iste quantitatem unius gradus constituit 55100 hexapedarum Parisinarum seu 28500 perticarum Rhenanarum 12 pedibus constantium, hic vero 62650 hexapedarum, quam ex variis determinationibus tanquam optimam elegit. *Snellium* commisisse errorem in ipsis triangulis, cum veram angulorum quantitatem non fuerit venatus, ac in calculo quoque fuisse lapsum. Quantitatem igitur unius gradus ab ipso assignatam eam esse, quæ non attendi mereatur. Methodum *Riccioli* esse nimis lubricam atque fallacem ob refractiones, quibus implicatur. Sane Galli eadem methodo usi in montibus *Ruſcinonenſibus* d. 27 Febr. A. 1701 quantitatem unius gradus repererunt 60381 hexapedarum, quantitate 3280 hexapedarum ab ea aberrantem, quæ per triangula ad meridianam relata determinata fuit. Immo d. 12 Martii ejusdem anni eam invenere 66511 hexapedarum anteriore adhuc majorem. Omittimus cetera, quæ contra *Snellium* & *Ricciolum* ex astronomicis potissimum principiis urgentur. Inter Tabulas æneas quinque apparent mappæ Geographicæ Galliæ, in quibus linea meridiana Observatorii regii repræsentatur una cum triangulis, per quæ determinata fuit, duplici modo divisa, cum in gradus parallelorum, tum in milliaria dato perticarum numero definita. Notantur etiam loca, quorum situs astronomice vel gæodetice determinatus, peculiari signo, ut a ceteris distingui possint.

Act. Erud. An. 1724. M. Febr. Part. II.

C. 5. 6. 7. 8. & 9. Pag. 65.

Act. Erud.
A. 1724.
M. Julii.
Pag. 297.

JOH. BERNOULLI

Explicatio Anagrammatis, quod dedit in Actis Lipf. 1723. M. Febr. in se continentis Descriptionem Curvæ inter omnes algebraicas Trajectorias reciprocas simplicissimæ.

Accedit Epicrisis in Solutionem problematis de Trajectoriis reciprocis, editam in Actor. Suppl. T. VIII. Sect. VI.

EDidit de hoc argumento Anonymus Britannus Geometra, ut apparet, acutissimus, cum quo plures commutavi epistolas, schediasma aliquod insertum Suppl. T. VIII Sect. I, ubi meam solutionem videndi desiderio se teneri testatur (quam autem non unam tantum sed varias alias jam diu antea ad prælum paratas habueram, sicuti constat ex Appendice annexa iisdem meis solutionibus exhibitis in Act. 1720 M. Aug.) ipse & suam solutionem prolixo logogripho involvit, qua certe opera inutili, ut nunc patet, supersedere potuisset.

Tertia vice ad me datis literis novam proposuit quæstionem, ad quam solvendam me invitavit aut potiùs provocavit, exigens scilicet, ut dicerem, quænam inter omnes Curvas algebraicas, problema de trajectoriis reciprocis solventes, sit simplicissima; modumque eam delineandi docerem. Etsi non putaverim, me obligari cuicunque interpellanti respondere, tales inprimis quæstiones moventi, quas vel ipse non solvit, vel nonnisi fortuito casu solvit, sicuti videtur contigisse nostro Anonymo, qui, si de industria hanc sibi enodandam quæstionem proposuisset, & reapse enodasset; nullum est dubium, quin eam ab initio statim & non
Pag. 298. post tanti temporis moram fuisset obtrusurus, nil quippe intentatum relinquens, quo me in angustias cogi posse sperabat; volebam tamen hac occasione obtemperare, eoque magis, quod viderem, id tantum agendum esse, ut generales meas solutiones anno 1722 traditas perlustrarem, atque ex illis seligerem, quæ ad desideratum accommodari possent. Haud sane in opinione mea deceptus detexi sine magno temporis dispendio, Curvam quæsitam esse *Parabolam cubicalem secundam*.

Necesse autem erat, ut hoc statim innotesceret Anonymo meo,

ne

ne se solum tanti arcani possessorem existimaret; quamobrem sub finem ejusdem anni 1722 significavi illi per literas privatas, quas ad aliquem Bibliopolam Londinensem ab ipso mihi indicatum direxeram, me solutionis, quam abs me postulabat, factum esse compotem; atque ne de rei veritate dubitaret, solutionem meam ipsius more anagrammati involutam perscripsi: quod anagramma eodem quoque tempore Lipsiam transmisi Actis inserendum, in quibus postea comparuit mense Febr. anni superioris pag. 228. Ita faciendum esse statui, quia epistola mea Londinum amandata potuisset in itinere perire, vel etiam potuisset non redditam esse simulari: vix enim satis caute procedere possumus, ut ignotorum hominum clandestinas insidias evitemus.

Act. Erud. An. 1724. M. Julii.

Respondit tamen Anonymus per literas 22 Febr. h. e. 5 Martii 1723, ubi inter alia dixit (nescio an ex animi sententia) *sibi nihil displicere, quod curvam petitam invenerim*. Ipse vero cum in iisdem his literis nominaverit curvam, & quidem nomine *Parabolæ semicubicæ*; censebam non amplius differendum esse, quin illi darem anagrammatis antea transmissi explicationem: dedi autem sine mora in Epistola secunda ad eum exarata 22 sequentis Aprilis, his verbis: „Quia video te nominasse pro „simplicissima algebraica curva in quæstione Parabolam semicu„bicam, quam ego *Parabolam cubicalem secundam* appellare „consuevi; lubet nunc tibi quoque aperire sensum anagram„matis mei in postremis meis literis communicati; videbis, me „non tantum curvam indicasse, sed & modum docuisse, quo sit „describenda, ut satisfaciat, tuum est examinare, an hæc mea „cum tuis conspirent; Anagramma autem meum se habebat

„ *9abb5cde4eg4i3lmnnopq3r5s3t6u: 20ab6c6d6æ14*
„ *e2fg6i7l6m7n3o9p2q13r4s17t12u; 6abccdd3æ8ef*
„ *gh11i3l4mnnn3o4pqr6s8t6u. 14ab8cdd11eb6i6l4m4*
„ *n11o4pq11r9s11t4u: 16a4b3c3d11e3g9i7l5m6n3o*
„ *4pqq5r10s8t10u3x.*

Pag. 299.

Ista (literis in suum ordinem positis) sequentem fundunt sensum: „Curva quæsita est Parabola Cubicalis secunda semirectangula: „quæ ut optatum effectum præstet, ducendæ sunt, duæ rectæ „parallelæ perpendiculariter ad ordinatim applicatas, quarum „una transeat per verticem, altera tangat Parabolam; quo fiet „ut hæ duæ parallelæ a se invicem distent octo vigesimis septimis „partibus parametri. Dico Parabolam inter has Rectas parallelas „reciproco situ positam & ultro citroque motam se constanter ad „angulos rectos secare. Quod si angulus intersectionis debeat esse „obliquus, mutabitur saltem applicatarum angulus, sed ita ta„men ut Parabola sit semper acutangula.

Act. Erud. An. 1724. M. Julii. Alia occasione hujus propositionis demonstrationem peculiari schediasmate communicabo una cum aliis inventis huc spectantibus, Lectori curioso & intelligenti non displicituris. Anonymus interim visa hac anagrammatis interpretatione, descriptionem meam curvæ simplicissimæ algebraicæ, quam a me popolcerat, non improbavit in literis de hinc ab eo postrema vice acceptis, quæ datæ erant 13 Maji ejusdem anni 1723 asserens, *verba mea cum inventis suis probe convenire*; hoc tantum mirabatur, quod parabolam nonnisi acutangulam in solutionem admittam, cum tamen omnis parabola semicubica duos habeat ramos, quorum uno existente acutangulo, alter necessario sit obtusangulus. At vero in Responsione mea die XVII Mensis Julii ad eum data reddidi rationem hujus distinctionis, monstravique, ramum hujus parabolæ obtusangulum non posse quadrare in strictissimo problematis sensu, sed alterum tantum ramum acutangulum, immo ne hunc quidem totum, siquidem ex meo solvendi modo clare pateat, aliquem tantum ejus arcum rei quæsitæ esse idoneum, qui nempe comprehensus sit inter verticem & punctum contactus rectæ parallelæ parabolam contingentis. An datæ responsioni noster Anonymus acquiescat, nescio, nam ex eo tempore nihil amplius literarum ab illo vidi.

Pag. 300. Interim videre tandem licuit, promissam ejus diuque expectatam clavem ad prolixum illum logogriphum, quem dederat in Supplem. T. VIII Sect. I. Comparuit hæc clavis in eodem Supplementorum Tomo Sect. VI, quæ Sectio, quod notandum, non nisi post mensem Julii anni proxime elapsi, ut colligi potest ex eo, quod in calce illius mensis dicitur, est impressa: ipsum totum schedisma, ut ex titulo constat, excerptum est ex Transactionibus Philos. A. 1722. Fatetur Autor in exordio, se vidisse meas solutiones ac constructiones in Actis Lips. ejusdem anni, priusquam suas typis mandasset; poterat adeoque, si voluisset, mentionem eorum facere (sunt autem bene multa) quæ ipsi & mihi sunt communia, a me vero prius occupata citiusque edita.

Clavis ad scripturæ suæ occultæ intelligentiam consistere debet in usu, quem describit Tabulæ alicujus statim in fronte exhibitæ; sed descriptionem ipsam vix satis intelligo, hebetudinis meæ an obscuritatis culpa. Quis nunc dabit clavem ad clavem? possem fortassis in tricas istas penetrare, si otio & patientia abundarem, sed cui bono? an, ut experiar, utrum logogriphi data sit fidelis & sincera interpretatio? at malo id credere, quam in singulis literis extricandis, quod totum operis vix integro die absolveris, ad sudorem usque macerari. Video Autorem singulari

lari studio & labore id operam dedisse, ut sollicite absconderet mysterium illudque vel sagacissimo Wallisio, magno quondam literarum steganographicarum interpreti, redderet imperscrutabile, non secus, ac si ab ea re magnæ Britanniæ salus pependisset, quamvis non credam, ullum in toto mundo fuisse hominem, qui curiositate ductus tentaverit in hoc Autoris sacrarium penetrare.

Act.Erud. An. 1724. M. Julii.

Voluit ergo ipsimet sibi reservare interpretationis gloriam, nemine invidente; sed posito, interpretationem, quam dedit, conformem esse logogripho tam operosa subtilitate tamque singulari circumspectione extructo, certe non video, quid Lector ex ipsa illa interpretatione multum proficere queat ad solvendam quæstionem propositam, sunt enim, quæ ibi continentur, generalia tantum & ad solutionem viam sternentia, non autem ipsam solutionem exhibentia. Id quod haud dubie in caussa est, cur Autor suæ interpretationi subjunxerit novam explicationem, quæ forsan apud multos Lectores alia iterum explicatione indigebit. Ut enim libere dicam, quod res est, usque adeo intricatum deprehendi Autoris modum demonstrandi, ut a patientia mea impetrare non potuerim, tantam attentionis vim adhibere, quæ requireretur ad examinandas omnes longissimi scripti minutias; adde farraginem figurarum exilissimarum innumeris lineis oneratarum, ubi literulæ tam græcæ quam latinæ plerumque male formatæ adeo confestim sibi invicem inequitant, ut microscopio opus sit omnia distincte discernere, & forsan ne sic quidem semper pateat, ad quæ puncta singulæ literæ pertineant, nisi ex sensu divinaveris ipse & omissa quoque suppleveris. Monmortius certe si viveret, nunc vel maxime, quod solebat, quereretur, se malle in triremibus remigare, quam talia perplexa legere.

Pag. 301.

His non obstantibus perspexi tamen, multa ab Anonymo proferri, quæ jam a me fuerant prolata, ipsique visa, antequam suum scriptum parasset, quod, ut supra innuimus, ipse fatetur. Ex. gr. Id, quod demonstravi in Actis 1722 M. Aug. §. 2 & 3 tanquam fundamentum solutionis, idem quoque in suum usum vertit, in hoc scilicet consistens, quod sumtis in utramque partem a communi initio abscissarum curvæ quæsitæ abscissis æqualibus, rectangulum sub elementis utriusque applicatæ æquetur quadrato elementi alterutrius abscissæ. Deinde usurpat modum solutionis meæ primæ §. 4. expositæ, facitque formulas illis ibidem traditis similes. Nec minus in ejus scripto conspicitur generalissima mea solutio secunda §. 10. & seq. ad longum

ex-

Act. Erud. An. 1724. M. Julii. explicata, per quam inveniuntur Curvæ innumeræ quæsito satisfacientes, algebraicæ & transcendentes, & hæ quidem per curvarum algebraicarum extensionem construibiles. Alia utrique nostrum communia, quæ reperi, nunc non commemoro. Inter illa quæ ipsi sunt propria, unum est, quod immediate ex prædicto fundamento fluit, scilicet nominatis y & $-u$ binis applicatis a communi abscissarum initio æqualiter hinc inde distantibus fore $\frac{ddy}{dy} = -\frac{ddu}{du}$; quid autem opus est confugere ad differentio-differentiales seu ad fluxiones secundas, ubi primæ sufficiunt? Pag. 302.

Cetera prætereo; sed ex privatis Anonymi literis aliquid adhuc habeo quod moneam: in literis nempe 22 Febr. 1722 ad me scriptis mihi persuadere conatur, se non in animo habuisse mecum inire certamen, alioquin potuisse se difficiliorem problematis casum mihi proponere; ille autem casus in hoc consistebat, ut inveniretur Curva, quæ una eademque in diversis positionibus pro quibuscunque intersectionis angulis problemati satisfaceret: cujus quidem casus constructionem aliquam descripsit in fine literarum suarum, sed sine demonstratione & sine ulla analysi. Ego, ut monstrarem hunc casum minime fuisse idoneum, ut propterea certamen mecum iniret, siquidem spes victoriæ, qua forsan fretus esset, ipsum fallere posset, dedi in responsionibus meis non tantum plenariam hujus casus solutionem & analysin, sed ea occasione alium non minus difficilem proposui casum, cujus solutione me potitum esse asseverabam a peritis nempe *curvam, quæ una eademque in diversis positionibus, non quidem infinitis, sed numero datis pro determinato numero angulorum intersectionis problemati satisfaciat.*

Ad hoc in postrema sua epistola nihil aliud reposuit, quam *sibi in aliquid ejusdem generis incidere contigisse*, quod transpositis literis hoc modo descripsit *11a3æ7b4c6d11e3g15i8l4m12n8o3p4q8r13ſ5t19u6v; 10a6æ2b2cd8fgb8i3l4m5n3o3p2q9r4ſ7t5uv; 4a2æb2c2d7e2gb7i2lm8n5op q5r7ſ5t7u2v: 5a3æ2b2c4d6egb13i4l3m3n6o4pq9r10ſ3t8u2vx*, significans, se id aperte indicaturum, simul ac meas Curvas sibi indicavero. Quare in subsequente mea Responsione, ejus exemplum imitans, anagrammati involutum dedi fundamentum inventi mei, quod ita se habet: *7a3æbb4cd8eb6i4lmoo4p2q6r7ſ6t10u; 6a6æ4b5c3d13egb12i4l6m6n5o3pq7r9ſ10t9uy*; cujus sensum me detecturum pollicebar statim ac ipse suum detexerit; sed quia eadem opera monue-

nueram, ut simul nomen suum indicaret, alias me non amplius ad ipsius literas esse responsurum, nunc ipse silet: interim videbimus, num forsan malit scripto publico quam per literas privatas fidem datam liberare. Act. Erud. An. 1724 M. Julii.

JOH. BERNOULLI

Pag. 356. M. Aug.

Methodus commoda & naturalis reducendi Quadraturas transcendentes cujusvis gradus ad Longitudines Curvarum algebraicarum.

I. IN constructionibus problematum transcendentium res est magni momenti, æquationum differentialium indeterminatas separare, ut earum effectiones obtineri possint per quadraturas Curvarum algebraicarum: sed majoris momenti est, quadraturas illas reducere ad longitudines curvarum algebraicarum, & ita quidem, ut partes arearum quadrandarum sint simpliciter proportionales arcubus harum curvarum: id quod in hunc usque diem nemo præstitit.

II. Placuit quod hac de materia scripsit Cel. Hermannus, in Actis Erud. M. April. anni superioris, ubi modum exhibuit construendi curvam algebraicam, quæ cum linea recta una vel pluribus conficiat summam vel differentiam $= \int p dx$, hoc est, æqualem areæ Curvæ, cujus abscissa existente x, applicata ponitur $= p$, datæ quomodocunque per x & constantes, seu, ut more meo loquar, cujus applicata p denotat functionem algebraicam quamcunque datam ipsius x. Adeo ut per $\int p dx$ intelligi tantum possit quantitas transcendens primi & infimi gradus.

III. Etiamsi modus iste se non extendat ad transcendentes superiorum graduum, habet tamen, sicut jam dixi, non exiguam utilitatem in constructionibus problematum simpliciter transcendentium, post peractam indeterminatarum separationem. Optandum esset, ut via, qua ea in re utitur, sit facilior & ad usum accommodatior: recurrere enim ad evolutarum naturam, atque auxilium petere ab inclinatione linearum ad se invicem, mihi videtur via indirecta ac parum naturalis, per quam in operosum abducimur calculum, ut fieri solet, si mere analytica cum Geometricis præter necessitatem commiscemus. Damnat certe Newtonus, tanquam insigne peccatum contra bonam metho-

Act. Erud. An. 1724. M. Jan. Pag. 357. thodum, consuetudinem illam Geometrarum unum cum altero confundentium, vid. Algeb. Elem. p. 282. & 315.

IV. Putat quidem Cl. Hermannus, hanc viam, quam iniit, unicam dari, quæ pateat ad solutionem hujus problematis, vocatque eam *facilem*, *planam & evidentem*; sed inter legendum statim suspicatus, aliam posse applicari viam ab ea diversam, quæ ad scopum directe deducat, ansam arripui rem istam quasi ab ovo perscrutandi, quam antea nunquam tentaveram. Successus expectationem superavit, siquidem genuina methodus a me detecta sese porrigit ad quadraturas transcendentes non tantum simplices sed omnium ulteriorum graduum, quemadmodum patebit ex sequentibus. Incipiam a transcendentibus simplicibus seu primi gradus.

V. Sit p functio algebraica qualiscunque ipsius x, oporteatque invenire curvam algebraicam, a cujus longitudinis dimensione pendeat $\int pdx$. In hunc finem quæro coordinatas algebraicas, convenienti modo ex p & x derivandas, ut curvam reddant cujus elementi expressio includat pdx: verum haud difficulter video ad optatum perveniri non posse, si coordinatæ illæ designentur per novas functiones assumtitias ipsius x, terminis finitis expressas; quæcunque enim assumerentur, forent differentiandæ, ut haberi possent eorum elementa; sint illa tdx & udx: adeoque elementum curvæ $= dx\sqrt{(tt+uu)}$, quod comparandum esset cum pdx plus vel minus aliqua quantitate integrabili rdx; unde resultaret $dx\sqrt{(tt+uu)} = pdx + rdx$, hoc est, $\sqrt{(tt+uu)} = p+r$, seu $r = \sqrt{(tt+uu)} - p$; res itaque huc rediret, ut cognosceretur, quid pro t & u assumendum esset, ut salva integrabilitate ipsarum tdx & udx, etiam rdx oriretur integrabilis. Sed nemo non videt, hoc æque difficile esse quam id ipsum quod quæritur.

VI. Recurro itaque ad terminos infinitesimales, ex quibus ope divisionis pro lubitu componi possunt quantitates finitæ & algebraicæ: sic positis ex. gr. n & z quantitatibus algebraicis variabilibus quibuscunque, earumque differentialibus dn & dz, dedi primus in Actis Lipsiens. 1694. pag. 86, modum exprimendi $\int ndz$ per seriem terminorum infinitesimalium, qui ta-Pag. 358. men singuli constituunt quantitatem finitam & algebraicam; ostendi namque, assumta dz pro constante, fore $\int ndz = nz - \frac{zzdn}{1.2dz} + \frac{z^3 ddn}{1.2.3dz^2} - \frac{z^4 dddn}{1.2.3.4dz^3} + \&c.$ Quam eandem seriem postea Taylorus, interjecto plusquam viginti annorum intervallo, in librum, quem edidit A. 1715 de methodo incrementorum, trans-

transferre dignatus est, sub alio tantum characterum habitu, vid. ejus lib. p. 38. Act. Erud. An. 1724. M. Aug.

VII. Dehinc in mentem mihi venit, formare coordinatas curvæ quæsitæ ex hujusmodi infinitesimalibus, valores tamen finitos & algebraicos denotantibus; ad imitationem ejus, quod jam olim in materia haud absimili feliciter executus, cum eruerem Theorema illud universale rectificationi linearum curvarum inserviens, vid. Act. Lips. 1698. p. 410. Quo in negotio id unicum curandum esse videbam, ut coordinatarum commoda assumtio institueretur, per quam resultans curvæ elementum comparatum cum proposito pdx determinaret assumtas infinitesimales. Processus ipse rem clarius explicabit.

VIII. Assumo aliquam variabilem z, per calculum determinandam, ejusque elementum dz: ex his atque ex x & dx conficio coordinatas, commodo, ut dictum est, modo; sit igitur abscissa $= \frac{adx}{dz}$, & applicata $= \frac{zdx}{dz} - x$, quam ita pono, ut ejus differentiale unico exprimatur termino, abbreviandi calculi gratia, quamvis alias id absolute necessarium non sit; differentientur itaque coordinatæ, supponendo alterutrum, ex. gr. dx, constans, & habebitur elementum abscissæ $= \frac{addx}{dz}$, elementum applicatæ $= \frac{zddx}{dz}$. Hinc curvæ elementum (suppositis coordinatis ad se invicem perpendicularibus) erit $= \frac{ddx}{dz}\surd(aa+zz)$; adeoque ipsa curva $= \int \frac{ddx}{dz}\surd(aa+zz)$. Instituta integratione eum in modum, quem observavi in condenda mea serie ex Actis 1694 allegata, habetur curvæ longitudo, quam voco L, seu $\int \frac{ddx}{dz}\surd(aa+zz) = \frac{dx}{dz}\surd(aa+zz) - \int \frac{zdx}{\surd(aa+zz)}$ plus vel minus ea quantitate constante, quæ, evanescente alterutra vel utraque coordinatarum, deest vel superest, ad quam vero brevitatis gratia non attendam. Restat nunc, ut determinetur valor ipsius z; quod fit ponendo $\int \frac{zdx}{\surd(aa+zz)} = \int pdx$, seu $\frac{z}{\surd(aa+zz)} = p$; unde $z = \frac{ap}{\surd(1-pp)}$, adeoque $dz = adp:(1-pp)^{3:2}$. His valoribus surrogatis in quantitatibus assumtis coordinatarum, prodibit Pag. 359.

Act. Erud. An. 1724 M. Aug. $\frac{zdx}{dz}$ seu abscissa $= \frac{dx}{dp}(1-pp)^{3:2}$; & $\frac{zdx}{dz} - x$, seu applicata $= \frac{dx}{dp}(p-p^3) - x$, ipsa vero curvæ longitudo $L = \frac{dx - ppdx}{dp} - \int pdx$; vel quia p est functio algebraica ipsius x, differentietur illa, ut habeatur $dp = qdx$, erit q nova functio algebraice data ipsius x; quocirca scribendo qdx pro dp, emergent coordinatæ in meris terminis algebraicis, nempe abscissa $= \frac{(1-pp)^{3:2}}{q}$; & applicata $= \frac{p-p^3}{q} - x$; sed curvæ longitudo $L = \frac{1-pp}{q} - \int pdx$; unde $\int pdx = \frac{1-pp}{q} - L$. Sunt autem p & q quantitates algebraicæ per x datæ, atque L est curva algebraica; ergo reducta est quadratura transcendens areæ $\int pdx$ ad dependentiam rectificationis alicujus curvæ algebraicæ. Q. E. F.

IX. Hic modus viam sternit ad infinitos alios, qui totidem diversas præbent curvas algebraicas L, quæsito respondentes, pro infinita diversitate modorum, quibus $\int pdx$ exprimi potest, quod ita fit: per differentiationem ipsius p supposui prodire $dp = qdx$, differentietur nunc pariter q, & prodeat $dq = rdx$, postea r, ut habeatur $dr = tdx$, atque ita porro in infinitum, his ita factis erit. Pag. 360.

$$\int pdx = px - \int xdp = px - \int qxdx$$

$$\int qxdx = \frac{qxx}{1.2} - \int \frac{xxdq}{1.2} = \frac{qxx}{1.2} - \int \frac{rxxdx}{1.2}$$

$$\int \frac{rxxdx}{1.2} = \frac{rx^3}{1.2.3} - \int \frac{x^3dr}{1.2.3} = \frac{rx^3}{1.2.3} - \int \frac{tx^3dx}{1.2.3}$$

$$\int \frac{tx^3dx}{1.2.3} = \frac{tx^4}{1.2.3.4} - \int \frac{x^4dt}{1.2.3.4} = \frac{tx^4}{1.2.3.4} - \int \frac{ux^4dx}{1.2.3.4}$$

Hinc per successivam substitutionem eruo valorem ipsius $\int pdx$ infinitis modis, ut sequitur.

1 .... $\int pdx = px - \int qxdx$

2 .... $\int pdx = px - \frac{qxx}{1.2} + \int \frac{rxxdx}{1.2}$

3 .... $\int pdx = px - \frac{qxx}{1.2} + \frac{rx^3}{1.2.3} - \int \frac{tx^3dx}{1.2.3}$

4 .... $\int pdx = px - \frac{qxx}{1.2} + \frac{rx^3}{1.2.3} - \frac{tx^4}{1.2.3.4} + \int \frac{ux^4dx}{1.2.3.4}$

Quæ si ita in infinitum continuata intelligamus, manifestum est, va-

valorem ordine infinitesimum ipsius $\int pdx$ prodire per seriem terminorum mere algebraicorum, $\int pdx = px - \frac{qxx}{1.2} + \frac{rx^3}{1.2.3} - \frac{sx^4}{1.2.3.4} + \frac{tx^5}{1.2.3.4.5} -$ &c. quæ ipsissima est series jam aliquoties ex Actis citata. Act. Erud. An. 1794. M. Aug.

X. Quod si ergo nunc aliam lubet invenire curvam algebraicam a priore diversam, cujus longitudo L habeat dependentiam communem cum area proposita $\int pdx$; seligamus aliquam ex formulis præcedentibus ex. gr. primam $\int pdx = px - \int qxdx$ tanquam simpliciorem (quamcumque autem seligeremus, in aliam semper curvam L incideremus) & resumamus ex Art. VIII. longitudinem curvæ $L = \frac{dx}{dz}\sqrt{(aa+zz)} - \int\frac{zdx}{\sqrt{(aa+zz)}}$ ex suppositione coordinatarum $\frac{adx}{dz}$ & $\frac{zdx}{dz} - x$ emergentem, ubi ad determinandum valorem ipsius z poni jam debet $\int\frac{zdx}{\sqrt{(aa+zz)}} = \int qxdx$ sive $\frac{z}{\sqrt{(aa+zz)}} = qx$; unde $z = \frac{aqx}{\sqrt{(1-qqxx)}}$, ac proinde $dz = \frac{aqdx + axdq}{(1-qqxx)^{3:2}} =$ (propter $dq = rdx$) $\frac{aqdx + arxdx}{(1-qqxx)^{3:2}}$; reliqua observando, ut in præfato Art. VIII. reperiemus abscissam seu $\frac{adx}{dz} = \frac{(1-qqxx)^{3:2}}{q+rx}$, applicatam seu $\frac{zdx}{dz} - x = \frac{-rxx - q^3x^3}{q+rx}$, atque ipsam longitudinem curvæ L seu $\frac{dx}{dz}\sqrt{(aa+zz)} - \int\frac{zdx}{\sqrt{(aa+zz)}} = \frac{1-qqxx}{q+rx} - \int qxdx = \frac{1-qqxx}{q+rx} + px + \int pdx$: ex quo sequitur $\int pdx = L + px\frac{-1+qqxx}{q+rx}$. Quandoquidem igitur p, q & r sunt algebraicæ quantitates datæ per x, ipsa vero L est curva algebraica, liquet, quadraturam transcendentem areæ $\int pdx$ iterum perductam esse ad dimensionem curvæ cujusdam algebraicæ: Q. E. F. Pag. 361.

XI. Sic tot diversas quot volumus formabimus curvas L intento convenientes, adhibendo semper aliam atque aliam ex formulis valoris ipsius $\int pdx$; sed cum pro singulis singulari opera-

Act. Erud. An. 1724. M. Aug. ratione opus sit, docebo jam modum una operatione innumeras curvas L determinandi: esto π functio algebraica ipsius x pro lubitu formata, quæ differentietur, ut prodeat ejus elementum $d\pi$ quod vocetur θdx; differentietur quoque θ, ut habeatur $d\theta$ quod sit φdx. His ita præparatis, ponatur abscissa $= \frac{ad\pi}{dz}$ & applicata

Pag. 362. $= \frac{zd\pi}{dz} - \pi$; sit, ut ante, dz constans, erit elementum abscissæ $= \frac{add\pi}{dz}$, elementum applicatæ $= \frac{zdd\pi}{dz}$; adeoque elementum ipsius curvæ L $= \frac{dd\pi}{dz}\sqrt{(aa+zz)}$, cujus integrale $= \frac{d\pi}{dz}$

$\sqrt{(aa+zz)} - \int \frac{zd\pi}{\sqrt{(aa+zz)}} =$ (suffecto valore ipsius $d\pi$ qui est θdx)

$\frac{\theta dx}{dz}\sqrt{(aa+zz)} - \int \frac{z\theta dx}{\sqrt{(aa+zz)}}$. Fiat nunc $\int \frac{z\theta dx}{\sqrt{(aa+zz)}} =$

$\int pdx$, hoc est, $\frac{z\theta}{\sqrt{(aa+zz)}} = p$, obtinebitur $z = \frac{ap}{\sqrt{(\theta\theta - pp)}}$ &

$dz = \frac{a\theta\theta dp - ap\theta d\theta}{(\theta\theta - pp)^{3:2}} =$ (scribendo pro dp & $d\theta$ eorum valores)

$\frac{aq\theta\theta dx - ap\theta\varphi dx}{(\theta\theta - pp)^{3:2}}$. Hinc emergunt coordinatæ, videlicet abscissa

seu $\frac{ad\pi}{dz} = \frac{(\theta\theta - pp)^{3:2}}{q\theta - p\varphi}$, & applicata seu $\frac{zd\pi}{dz} - \pi = \frac{p\theta\theta - p^3}{q\theta - p\varphi}$

$-\pi$: ipsa autem curvæ longitudo L seu $\frac{d\pi}{dz}\sqrt{(aa+zz)} - \int$

$\frac{zd\pi}{\sqrt{(aa+zz)}} = \frac{\theta^3 - pp\theta}{q\theta - p\varphi} - \int pdx$; id quod reddit $\int pdx = \frac{\theta^3 - pp\theta}{q\theta - p\varphi}$

$-$ L. Ergo & hoc pacto reducta est quadratura transcendens areæ $\int pdx$ ad extensionem curvæ algebraicæ, quæ infinities variabilis erit, magis minusve composita, prout functio arbitraria π, & ab hac dependentes θ & φ, quæ coordinatas ingrediuntur, majorem minoremve patiuntur compositionem. Q. E. D.

XII. Porro in immensum augeri potest hæc infinitarum solutionum methodus, ope formularum Art. IX. expositarum, quarum quælibet subministrat peculiarem modum exhibendi una operatione infinitas curvas optatum præstantes; qua in re insistendum est vestigiis processus, quem Art. X. & XI. monstravi: ut si ex. gr. formulam primam $\int pdx = px - \int qxdx$ adhibere libeat,

sa-

faciendum erit $\int \frac{z\theta dx}{\sqrt{(aa+zz)}} = \int qxdx$, adeoque $\frac{z\theta}{\sqrt{(aa+zz)}} = qx$, Act. Erud. An. 1724. M. Aug. Pag. 363.
unde $z = \frac{aqx}{\sqrt{(\theta\theta - qqxx)}}$ & $dz = \frac{aq\theta\theta dx + a\theta\theta xdq - aqx\theta d\theta}{(\theta\theta - qqxx)^{3:2}} =$ (positis pro dq & $d\theta$ eorum valoribus) $\frac{aq\theta\theta dx + a\theta\theta rxdx - aq\theta\varphi xdx}{(\theta\theta - qqxx)^{3:2}}$;

ex his eliciuntur coordinatæ, & quidem abſciſſa ſeu $\frac{ad\pi}{dz} = \frac{(\theta\theta - qqxx)^{3:2}}{q\theta + r\theta x - q\varphi x}$, & applicata ſeu $\frac{zdp}{dz} - \pi = \frac{q\theta\theta x - q^3x^3}{q\theta + r\theta x - q\varphi x} - \pi$; verum ipſa curvæ longitudo L ſive $\frac{d\pi}{dz}\sqrt{(aa+zz)} - \int \frac{zd\pi}{\sqrt{(aa+zz)}} = \frac{\theta^3 - qq\theta xx}{q\theta + r\theta x - q\varphi x} - px + \int pdx$; unde fluit $\int pdx = L + px \frac{-\theta^3 + qq\theta xx}{q\theta + r\theta x - q\varphi x}$. In his omnibus cum $p, q, r, \pi, \theta, \varphi$ ſint quantitates algebraicæ, palam eſt, quadraturam tranſcendentem $\int pdx$ etiam hoc modo reduci ad rectificationem curvæ algebraicæ, infinitis caſibus mutabilis pro diverſitate arbitrariæ functionis π. Haud aliter proceditur, ſi aliam quamcumque ex formulis Art. IX. in uſum vocare placuerit; atque ita habebimus infinitarum ſolutionum claſſes infinitas.

XIII. Tanta vero ſolutionum fœcunditas non niſi infiniteſimam conſtituit partem multitudinis earum, quæ de novo ſcaturiunt ex combinatione formularum Art. IX. traditarum, combinando enim per additionem vel per ſubtractionem vel quocumque alio modo duas pluresve formulas earumve multiplam, manifeſtum eſt ſemper novam aliquam oriri formulam inter ſimplices illas non contentam, quæ per conſequens in uſum adhibita, ut hic docuimus, ſuppeditabit novam infinitarum ſolutionum claſſem: ſic ex. gr. ſi formula prima $\int pdx = px - \int qxdx$ dematur a duplo formulæ ſecundæ $2\int pdx = 2px - qxx + \int rxxdx$ remanebit $\int pdx = px - qxx + \int (rxx + qx)dx$ pro nova formula in uſum adhibenda ad modum Artic. præced. Nunc quippe poni oportet Pag. 364.
$\int \frac{z\theta dx}{\sqrt{(aa+zz)}} = \int (rxx + qx)dx$, adeoque $\frac{z\theta}{\sqrt{(aa+zz)}} = rxx + qx$, unde habetur z & dz, ex quibus poſtea determinantur coordinatæ in terminis algebraicis ipſaque curvæ longitudo L; unde reſultabit $\int pdx = L$ plus aliqua functione algebraica ipſius x ex plu-

Act. Erud. An. 1724. M. Aug. ribus aliis functionibus tum datis tum ad arbitrium assumtis & ab iis dependentibus composita.

XIV. Cum vero modus combinandi formulas, ut & assumtio functionis π, sint res meri arbitrii; fortassis non erit difficile, alterutrum vel utrumque ita inter se accommodare & attemperare, ut functio illa ex aliis composita & ipsi L adjungenda in nihilum abeat, quod certe est operis pure analytici; e quo id utilitatis lucraremur, ut prodiret $\int pdx = L$, hoc est, ut inveniri posset Curva algebraica, cujus arcus sine linearum rectarum admixtione proportionales essent partibus areæ transcendentis $\int pdx$. Verum non vacat nunc hæc omnia ulterius prosequi, sufficit me portam aperuisse, qua iter panditur ad sublimiora & ad ea præsertim, quæ in Geometricis hucusque credita sunt abstrusissima. Interim quod attinet ad formam quam adhibui coordinatarum $\frac{adx}{dz}$ & $\frac{zdx}{dz} - x$, tanquam fontem infinities infinitarum solutionum inde propullulantium, sciendum est, etiam ipsam hanc formam mutari posse in alias licet non tam simplices, *quæ tamen* singulæ novam solutionum segetem non minus copiosam largiuntur; quod, nisi in his nimium me fore vererer, uno alterove exemplo comprobare possem.

XV. Progredior ad areas transcendentes superiorum graduum; ut vero patescat, quales hic intelligam, eas sequentem in modum definio; sit series Curvarum A, B, C, D, E, &c. communem abscissam x habentium, quarum una ex altera ita generatur, ut area curvæ A sit proportionalis applicatæ curvæ B, & area curvæ B proportionalis applicatæ curvæ C, dein area hujus C proportionetur applicatæ curvæ D, atque ita porro secundum ordinem curvarum, quarum proin quælibet construitur per quadraturam ejus quæ immediate præcedit. Sit nunc prima A algebraica, habens pro applicata p functionem quamlibet abscissæ x, ita tamen ut areæ elementum pdx non sit integrabile; vocabo quadraturam primæ curvæ A *transcendentem primi gradus*: quadraturam secundæ B *transcendentem secundi gradus*; illam tertiæ C, quartæ D, quintæ E, &c. *transcendentem gradus tertii, quarti, quinti*, &c.

Pag. 365.

XVI. Probl. *Quæritur modus investigandi Curvas algebraicas, per quarum rectificationem quælibet ex areis istis transcendentibus gradus cujuslibet construi possit.* Hujus problematis non parum ardui, ut prima fronte videtur, commodam solutionem daturus, duo sequentia notanda propono: 1 Ex arearum nostrarum genesi habetur.

Area prima $A = \int pdx$

Area secunda $B = \int dx \int pdx$

Area

Act. Erud. An. 1724. M. Aug.

Area tertia C $= \int dx \int dx \int p dx$

Area quarta D $= \int dx \int dx \int dx \int p dx$; atque sic deinceps in infinitum.

3 Singulæ reduci possunt ad quadraturas transcendentes simplices seu primi gradus per modum integrandi hic mihi usitati ac jam olim in Actis 1694; invenio namque ut sequitur

$$1 \ldots \int p dx = \int p dx$$

$$2 \ldots \int dx \int p dx = x \int p dx - \int p x dx$$

$$3 \ldots \int dx \int dx \int p dx = \frac{xx \int p dx - 2x \int p x dx + \int p xx dx}{1.2}$$

$$4 \ldots \int dx \int dx \int dx \int p dx = \frac{x^3 \int p dx - 3xx \int p x dx + 3x \int p xx dx - \int p x^3 dx}{1.2.3}$$

Unde perspicitur, hanc regulam generaliter observari in reductione quadraturæ transcendentis gradus indefiniti cujus exponens $= n+1$, hac sc. lege, ut elevetur $x - 1$ ad potestatem n, cujus termini prodeuntes ducantur respective in $\int p dx$, $\int p x dx$, $\int p xx dx$, $\int p x^3 dx$, &c. totumque postea dividatur per factum numerorum omnium in n contentorum; sic quippe erit $\int dx \int dx \int dx \ldots \int p dx =$

$$\left(x^n \int p dx - \frac{n}{1} x^{n-1} \int p x dx + \frac{n.n-1}{1.2} x^{n-2} \int p xx dx - \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3} + x^{n-3} \int p x^3 dx \ldots \int p x^n dx\right) : 1.2.3.4 \ldots n.$$

XVII. Jam nihil superest aliud, quam ut per methodum Art. XI. aliamve ex præcedentibus areæ singulæ $\int p dx$, $\int p x dx$, $\int p xx dx$, &c. reducantur ad extensionem totidem curvarum algebraicarum cum sibi annexis quantitatibus algebraicis; quibus substitutis in prædicta progressione resultabit quadratura transcendens quantumvis gradus $n+1$ areæ $\int dx \int dx \int dx \ldots \int p dx$ reducta ad rectificationem tot curvarum algebraicarum, quot sunt unitates in numero $n+1$. Quod erat ultimo faciendum. Pag. 366.

CELE-

Act. Erud. An. 1724. M. Aug.

CELEBRE CATENARIÆ PROBLEMA

Geometris denuo propositum, iis præsertim qui ex Soc. Reg. sunt, quæ Parisiis florent & Londini;

Parisiis ad Collectores Actorum Erudit. transmissa.

Tab. I. Fig. 3. SIT ADB funis vel catenula non infinite quidem at mediocriter flexilis, scilicet non fictitia at realis, quam Clavi in AB retineant, ut pondere innato versus terram D figuram induat curvam ADB, quæ non per meras hypotheses at per facta sic videtur indaganda. Vestrum Viri Clarissimi esto judicium.

Catenulæ illius puncta extrema AB ita invicem ad se accedant vel recedant, ut tangentes in illis punctis sint inter se parallelæ, adeoque ad horizontem normales. Porro possibilem esse hunc casum facile demonstratur, nec haud dubie vos latet. Atqui in illo casu mera hæc videtur esse ovalis, & figura satis indicat. Atqui ille casus ceteros omnes includit, nam retineatur v. gr. funis vel catenula in quibuslibet punctis EG resectis partibus AE BG, num hinc priorem figuram putatis immutandam parte residua EDG? Valete. LBC; Vea. drs. &c.



E X-

Act. Erud. An. 1724. M. Sept. Pag. 409.

EXCERPTA

EX LITERIS CL. VERDRIESII,

Medicinæ ac Physicæ Professoris Giessensis, ad Clariss. WOLFIUM, Consil. aulicum Hassiacum & Matheseos ac Philosophiæ primarium Professorem Marburgensem, de pulvere staminum apicibus in floribus adhærente.

Ex quo fructificationis apparatum in plantis, & organa propagationi specierum destinata curatius paulo expenderunt rerum naturalium inquisitores, atque præeunte inprimis, cum *Neh.* Grewio & Rajo, excellentissimo Rudolpho Jacobo Camerario, Tubingensium Professore celeberrimo, sexum, analogum sexui animalium, in iis agnoverunt: in eo quidem plerique consenserunt, farinam sive pulvisculum, apicibus super stamina in floribus positis atque commotis inhærentem, diversis coloribus conspicuum, seminis virilis munere hic fungi, atque granula sive ovula in styli, qui in medio staminum collocatur, parte inferiore, quam uteri vice fungi contendunt, latentia, atque semen fœmininum constituentia, fœcunda reddere. Sed quando modum, quo hæc fœcundatio per adspersum pollinem fiat, dilucidius declarare voluerunt, in diversa abierunt. Plurimi halitus subtiles activos, qui e pulvere hoc, super styli partem superiorem, quam infundibulum vel tubam vocant, sparso, se expediunt, egrediuntur atque odore se produnt, data hic per tubam via in uterum ingredi, atque in semina sive ovula illic contenta se insinuare, & jam latitantia in iis germina sive plantarum rudimenta excitare, actuare & ad vivificationem commovere opinantur: haud aliter ac in animalibus aura seminis masculini, sive subtiliores agilioresque ejusdem partes, ovula fœminina, ex sententia plurium physiologorum, fœcundo afflatu excitare solet. Quorum sententiam ex recentissimis quoque amplexus est Clariss. VAILLANT *Discours sur la structure de Fleurs*, libro in *Act. Erud. A.* 1719 *M. Mart.* recensito, nec non doctiss. Anglus PATRICK BLAIR in *Tentam. Botan.* quæ recensentur in *Act. Erud. Supplem. T. VIII. p.* 45, sed alii, inter quos est

Pag. 410.

Act. Erud. An. 1724. M. Sept. est SAMUEL MORLANDUS, vid. *Observ. circa partes & usum florum in plant.* in *Act. Philos. Angl. Ann.* 1703 *Num.* 287, & ex his *excerpt.* in *Act. Erud. A.* 1705 *Mens. Jun. p.* 275, aliique doctissimi Viri, farinam illam nihil aliud esse, quam congeriem plantarum seminalium sive germinum organicorum, quæ ex apicibus excussa & super infundibulum sparsa deducantur ad partem styli inferiorem, sive uterum, atque ibidem latitantia ovula, sive nudas vesiculas seminales ingrediantur, easdemque plantis tenellis impleant, & sic fœcunda reddant, arbitrantur: plane ut, ex sententia virorum ex recentioribus Clarissimorum, vermiculi *Leeuwenhœkiani* in semine masculino animalium natantes, peracto fœcundo congressu, in ovula surrepunt, suggrediuntur & se insinuant. In hac opinionum diversitate sedulo in id *incubui*, ut farinam illam, in plurimis plantarum speciebus, circumspecte, accuratioribus microscopiis, examinarem, num forte aliquid, quod posteriori sententiæ favere posset, aut quod germinibus sive rudimentis plantarum simile esset, in illa deprehendere liceret: ita factum, ut pollinem istum, ex pluribus quam centum speciebus, microscopio exactiori subjicerem ac sæpius Pag. 411. perlustrarem. At vero licet microscopium magnitudinem exilium horum granulorum pulvisculi illius insigniter augeret, ut cum figuram tum structuram illarum distinctissime perlustrare liceret, nil quicquam tamen conspicere potui, quam congeriem granulorum in quavis specie sibi similium, fibrisque, ex quibus constare videntur, & vesciculis quodammodo pellucidis, ordinatim positis, nec non forma definita ac figura constante, organa certis usibus destinata, repræsentantium. Nihil detegere licuit, quod aliquo saltem modo rudimentum plantulæ referret.

Ex omnibus meis observationibus quinquaginta saltem hic exhibere volui, cum in reliquis nihil singulare aut diversum ab his conspicere licuerit, eum in finem, ut alios ad ulteriorem perquisitionem invitarem. Si conjecturæ locus, prior sententia mihi quidem, ex observationibus hisce, probabilior videtur, atque granula illa pulverulenta, in loculamentis, aut capsulis membraneis, apicum ordine collocata, sunt analogum quid testiculis animalium, in quorum fibrosa compage, vesiculis aut bullulis interstincta, halitus illi subtiles, agiles, activi sulphurei, (quod cum ex odore, tum ex eo quoque apparet, quod pulvis ille per mediam insufflando adactus flammam luculenter, instar seminis, sic dicti, licopodii, accendatur) præparantur, secernuntur, asservantur ad fœcundationem rite peragendam, haud aliter ac in vasculosa conglomeratione testium in animalibus subtilissima seminalis aura, vel, uti vocant, spiritus seminalis

præ-

præparatur ac fecernitur. Sed ultra conjecturas rationales hic vix progredi licet. Act. Erud. An. 1724. M. Sept. Tab. II. Fig. 1. 50.

Figur. 1 Pulvis flosculorum farris, seu *Rornbluth Staub*, 2. Iridis palustris, 3. Tulipæ, 4. Brancæ ursinæ, 5. Periclymeni, 6. Lilii flavi fol. irid. 7. Lilii flavi, vulgo *Fever Lilgen*, 8. Vitis, 9. Lilii albi, 10. Hyperici, 11. Zeæ, vulgo *Spelken*, 12. Papaveris, 13. Caryophylli, 14. Malvæ, 15. Nasturtii Indici, 16. Strammonei, 17. Lysimachiæ, 18. Scabiosæ, 19. Absinthii, 20. Convolvuli erecti, 21. Clematitis, 22. Jasmini flor. alb. 23. Rubi, 24. Nicotianæ, 25. Colchici, 26. Floris passionis, 27. Speciei Strammonei, 28. Pulv. flosculorum Cucurbitæ, 29. Cucumeris, 30. Jacobææ, 31. Brassicæ, 32. alius speciei Brassicæ, 33. Narcissi lutei, 34. Auriculæ ursi, 35. Hyacinthi flor. violac. 36. Pomi, 37. Taraxaci, 38. Fritilariæ, 39. Echii, 40. Coronæ Imperialis, 41. Napi, 42. Quercus, 43. Pyri, 44. Lilac seu syringæ cœruleæ, 45. Ranunculi, 46. Pœoniæ, 47. Hormini peregrini, 48. Aquilegiæ, 49. Laburni, 50. Flor. Pyramid. Pag. 412.

CHRISTIANI AUG. HAUSEN, M. Octob. Pag. 442.

Matheseos in Acad. Lipsiensi Professoris,

Additio ad ea, quæ exhibuit de nupera Eclipsi Solis Tom. VIII. Supplem. Sect. VIII. pag. 333. seq. exponens Constructionem Curvarum e Sectionibus Sphæræ per Conum prodeuntium.

Nota, Figuram (5) numeris dicto loco traditis aptari.

SIT C Sphæræ centrum, per quod transeat KQT circulus & alius *Qbc*, plano prioris ad rectos insistens angulos juxta QC; sit etiam *c*C perpendicularis ad QC & in plano CQ*bc* ducta. Cylindrus LMSI axem habeat in plano QC*c* ipsi C*c* parallelum, sitque intersectio ejus cum Sphærica superficie, ex una parte arcus Q*c*, curva *sfi*. A puncto quovis *f* curvæ quæsitæ ducatur *f*F perpendicularis plano KQT, baseos Cylindri peripheriæ occurrens in F, & *f*E perpendicularis plano QC*c*: compleatur parallelogrammum *f*EHF, quod perpendiculare erit Tab. III. Fig. 1.

Act. Erud. An. 1724. M. Octob. utrique plano KQT, QCc. Producta HE ad occursum cum periphería Qc in b, centro H, radio Hb descripta intelligatur portio circuli in plano FE, quæ transibit per f: nam est in superficie Sphæræ, & etiam in plano FE, unde transit per puncta omnia, quæ sunt huic plano & superficiei Sphæræ communia, qualia sunt b & f.

His positis sit $\overline{Cc} = \overline{CQ} = d$, $\overline{CI} = a$, $IS = b$, $CH = x$, $fF = HE = y$; erit, $HF^2 = \overline{x+a} \times \overline{a+b-x}$, $Hb^2 = Hf^2 = Cb^2 - CH^2 = d^2 - x^2$, $Ff^2 = HE^2 = Hf^2 - fE^2$ vel $Hf^2 - HF^2 = d^2 - x^2$

Pag. 443. $- (\overline{x-a} \times \overline{a+b-x}) = y^2$ seu $y^2 \begin{matrix} +2a \\ +b \end{matrix} x \begin{matrix} -d^2 \\ -a^2 \\ -ab \end{matrix} = 0$, quæ æquatio exprimit, & relationem rectarum CH, Ff, per quam datur constructio curvæ in superficie Cylindri LMSI; & etiam rectarum CH, HE, ex quarum relatione cognita innotescit constructio ejusdem curvæ in superficie Cylindri, recti plano QCc, & cujus basis terminatur linea, in cujus portione locantur omnia E puncta, quæve est Parabola vulgaris in plano QCc sic describenda. Capiatur ab S ad partes Q, $SN = \frac{Ss^2}{CS+CI}$, & vertice N, parametro CS+CI super axe NC describatur Parabola versus C cava; dico hanc satisfacere æquationi inventæ, & transire per puncta s & i. Nam per constructionem est $CN = \frac{a^2+ab+d^2}{2a+b}$, unde $NH = \frac{a^2+ab+d^2}{2a+b} - x$, & ob parametrum $CS+CI = 2a+b$ erit ex natura Parabolæ $\overline{CS+CI} \times NH = y^2 = a^2+ab+d^2-2ax-bx = HE^2$, quæ est æquatio construenda, in qua si fiat $x = a+b = CS$, fit $y^2 = d^2 - \overline{a+b}^2 = Ss^2$; si fiat $x = a = CI$, fit $y^2 = d^2 - a^2 = Ii^2$, ex quo manifestum eam transire per s & i. Eadem methodo patet inveniri intersectiones Sphæræ & cylindrorum basibus aliis & a circularibus diversis insistentium. Quæ consideratio ducit ad investigationem intersectionum Sphæræ & Conorum. Reducitur enim ad intersectionem Sphæræ cum Cylindro, cujus basis est projectio Curvæ quæsitæ in planum KQT, vel in planum Qbc; vel potius ad

Fig. 2. infinitas intersectiones cylindrorum circularium, quorum diametri in data ratione continuo mutantur, & quorum unusquisque Sphæræ occurrit in linea supra definita alia atque alia, pro diametri diversitate. At cum ad quamvis mutationem ipsius y transitus fiat in alium cylindrum, punctum quodvis Curvæ e sectione Coni prodeuntis transfertur etiam in superficie Sphæ-

ræ in aliam atque aliam sectionem cylindricam, ut e sequentibus clarius apparebit. Act.Erud. An. 1724. M.Octob. Pag. 444.

Sit LMV Conus occurrens Sphæræ in Curva *sfi*, cujus constructio quæritur. Sit SI sectio Coni facta a plano KQT, & ex *i* & *s* demittantur perpendiculares *i*O & *bs*R in planum KQT. Ex puncto quovis *f* curvæ *sfi*, intelligantur perpendiculares, *f*E quidem in planum per axem coni Q*bc*C, & *f*F in planum KQT: per E ducatur GD in plano Q*bc*C axi Coni normalis, & per GD transeat planum ipsi KQT parallelum, Conicæ superficiei occurrens in Semiperipheria G*f*D. Ex G & D sint GB, DA perpendiculares in planum KQT, reliqua fiant & fieri intelligantur ut supra. His positis, patet *f* locari in intersectione Sphæræ cum cylindro GDBA, & proinde, cum, variante GB seu EH, variet magnitudo GD, quodlibet *f* locari in intersectione novi cujusdam Cylindri cum Sphæra; adeoque omnia *f* seu Curvam quæsitam *sfi* percurrere intersectiones Sphæræ & omnium Cylindrorum, quorum diametri inter *pi* & *sq* interjacent. Projectis vero omnibus circulis G*f*D inter *pi* & *sq* interjectis in planum KQT, manifestum est projectiones omnium *f* seu curvam OFR percurrere omnes projectiones dictorum circulorum AFB, transeundo ab O ad R. Nec difficilius deprehenditur, locum omnium E, seu projectionem Curvæ *sfi* in planum Q*bc*C percurrere omnes portiones parabolicas ad dictos cylindros, vi superiorum, pertinentes. Sit iterum $Cc = d$ $CI = a$, $IS = b$, $fF = EH = DA = GB = y$, $CH = x$, & præterea propter angulum ad V datum $c : e = iO : IO$; erit $iO : IO = DA : IA$, proinde $IA = \frac{e}{c} y$, $AB = IS + 2AI = b + \frac{2e}{c} y$, $CA = CI - AI = a - \frac{e}{c} y$, $CB = CA + AB = a - \frac{e}{c} y + b + \frac{2e}{c} y = a + b + \frac{e}{c} y$, $HA = CH - CA = x - a + \frac{e}{c} y$, $HB = CB - CH = a + b + \frac{e}{c} y - x$, $Hb^2 = fH^2 = Cb^2 - CH^2 = d^2 - x^2$,

$$HA \times HB = \frac{e^2}{c^2} y^2 - x^2 \begin{matrix} +2a \\ +b \end{matrix} x + \frac{eb}{c} y \begin{matrix} -a^2 \\ -ab \end{matrix} = FH^2$$; item, $fE^2 = FH^2 = fH^2 - EH^2 = d^2 - x^2 - y^2$; unde prodit æquatio $y^2 + \frac{ceb}{c^2 + e^2} y$ Pag. 445.

$$\left. + \frac{\overline{2a+b} \times c^2}{c^2 + e^2} x \begin{matrix} -d^2 \\ -a^2 \\ -ab \end{matrix} \right\} \times \frac{c^2}{c^2 + e^2} = 0$$ vel brevius $y^2 + fy + qx - r^2 = 0$

pro

Act. Erud. An. 1724. M. Octob.

pro loco omnium E sic construendo in plano $QbcC$. Producatur cC versus d ut sit $Cd = \frac{1}{2}f$, per d ducatur dN parallela ipsi CQ, & in ipsa capiatur $dN = \frac{\frac{1}{4}f^2 + r^2}{q}$; vertice N, parametro q describatur Parabola versus Nd cava: hujus portio inter s & i interjecta, (quæ puncta ex ipsorum E numero sunt) satisfaciet quæsito. Si in æquatione inventa & constructa $c : e$ ponatur ratio infinita, id est, introductis conditionibus superioris solutionis pro casu Cylindri, fit $y^2 \begin{matrix} +2a \\ +b \end{matrix} x \begin{matrix} -d^2 \\ -a^2 \\ -ab \end{matrix} = 0$ ut supra inventum erat. Si in eadem fiat $y^2 = d^2 - x^2 - v^2$, $y = \sqrt{d^2 - x^2 - v^2}$ prodit æquatio ad Curvam OFR $x^2 + v^2 - qx - d^2 + r^2 = -f\sqrt{d^2 - x^2 - v^2}$ sic construenda. In figura quarta, de novo schemate opus sit, concipiatur planum $QbcCdN$ cum Triangulo LMV, & Parabola reclinari, donec cadat in planum KQT. Assumto x seu CH utcumque, ex H erigatur perpendicularis Hb quadranti QC occurrens in b, & Parabolæ in E. Per E ducatur GD ipsi QC parallela, & ductis DA, GB, centro u ipsius SI, radio $\frac{1}{2}$ BA $= u$A ducatur circulus BFA, & Hb producta dicto circulo occurrat in F, quod punctum erit in curva quæsita OFR. Hoc modo licebit tot puncta curvæ hujus invenire, quot lubet, vel quot sufficiunt ad ipsam e projectione in superficiem Sphæræ revocandam, qua de re mox dicam. Ut autem inveniantur CO & CR, quæratur æquatio definiens intersectiones rectæ MV cum circulo Qbc nec non alia definiens rectæ LV intersectiones cum eodem, & prodit primo loco $x^2 - \frac{2ac^2}{c^2 + a^2} x = \frac{d^2 e^2 - a^2 e^2}{c^2 + e^2}$, secundo $x^2 - \frac{c^2}{c^2 + e^2}$

Pag. 446.

$x\,\overline{2a + 2b} \times x = -a^2 \left.\begin{matrix} + d^2 \\ - 2ab \\ - a^2 \\ - b^2 \end{matrix}\right\} x \frac{e^2}{c^2 + e^2}$ extractis radicibus, uti notum est, patet minorem primæ & majorem secundæ æquationis radicem exhibere quantitates CO, CR, inter quas cadunt omnes x æquationis ad curvam OFR, quibus respondent valores veri ipsorum v seu FH. Eadem omnia, quæ hactenus attigi, applicantur ad Conum, vertice sursum posito, mutatis tamen mutandis: nam, ut unum ex omnibus memorem, in casu Fig. 4 axis coni axem OR curvæ OFR dividit in centro circuli SI, sic ut portio versus centrum Sphæræ directa sit æqualis $\frac{1}{2}pi$ adeoque major reliqua, quippe æquali $\frac{1}{2}cq$; contrarium evenit, si ver-

si vertex coni ponatur ad partes contrarias respectu *Qbc*. Sed omnia persequi ad hunc casum spectantia, operæ pretium non est, cum a quolibet e superioribus facile possint derivari. Act.Erud. An.1724. M.Octob.

Præcedentium ope *ad momentum datum construitur figura Umbræ Lunaris, seu nuperi Schediasmatis Elliptoides Sphæricum in superficie Telluris*. Sit enim KQT discus Telluris expositus Soli ut in quinta Figura; in qua via centri cum centri V octo stationibus diversis, quas nempe ultima Tabula loc. cit. exhibet, reliquæve lineæ ad Schema ejusmodi pertinentes comparent, eo quam proxime situ, quem nupera Eclipsis requirit. Ad septimam stationem Elliptoides Sphæricum, id est figura Umbræ in superficie Telluris utcunque designatur, axem majorem habens in recta CV producta, & *ap*, transversum nuper quamvis improprie dictum, juxta viam centri. Similis figura ad singulas stationes, quibus numeri adscripti sunt, intelligatur, cum literis iisdem, ut ad V*6*, ubi centrum maximam Latitudinem tenet, & sic in reliquis. Ad V*3*, quod punctum est med. Tenebrarum; intelligatur etiam Penumbra, ad exponendos secundæ Tabulæ numeros; quæ omnia ideo tantum exhibentur, ut idem Schema per omnia aptetur nuperis numeris. Sed ad præsens negotium faciunt, quæ ad secundam stationem conspiciuntur, & ne linearum confusio fieret, multo majora, quam alias fieri debebat, repræsentantur. Quæ quidem eadem omnino sunt atque illa quæ in Fig. 4 super plano KQT iisdem literis insigniuntur. Nempe OFR projectio Elliptoidis umbrosi e superficie in discum, seu basis Cylindri, cujus cum Sphærica superficie intersectio eadem est, ac intersectio coni in Fig. 4 *sfi* dicta: SI, intersectio coni & disci. Jam per ea, quæ Astronomia suppeditat, dantur SI seu *b*, & Cc seu *d* parallaxis Lunæ Horizontalis; & dato tempore datur rectæ CV2 magnitudo, & positio seu angulus V2CP. Sed ex SI, CV2 magnitudine datis datur CI seu *a*; & ex angulo ad verticem Trianguli per axem coni datur ratio *c* : *e*. Unde ad datum temporis momentum dantur, *a*, *b*, *d*, *c* : *e* superiorum æquationum in numeris. His igitur substitutis numeris in æquationibus supra pro inventione ipsarum CO, CR allatis, habentur CO, CR pariter in numeris. (Nota, ut figura universalis evaderet, S ab R distinctum poni, cum re ipsa in illa statione 2. ad contactum internum, coincidentibus R & Q etiam S cum ipsis confundatur.) Jam datis CO, CR dantur arcus, quorum sunt Sinus & ad quos e disco in superficiem notissima analogia revocantur; datur ergo & *o*R axis major in partibus circuli maximi. Inter arcus CO CR tot sumantur intermedii arcus CH quot lubet, & distinctionis gratia in Tabulæ, quam dato-

Tab. III. Fig. 3.

Pag. 447.

Act.Erud. An. 1724. M.Octob. datorum voco, columna prima ſcribantur. In columna ſecunda cuilibet arcui primæ adponatur ſinus ejus, qui habetur revocando quemlibet arcum CH ad diſcum; ut adeo in hac ſecunda columna valores omnium CH rectarum, ſeu x obtineantur. Jam inventi valores CH ſucceſſive ſubſtituantur in æquatione ad Parabolam $y^2 + fy + qx - r^2 = 0$, ponendo $f = \frac{ceb}{c^2 + e^2}$ in numeris &c. quo facto ex qualibet ſubſtitutione obtinebitur valor ipſius y^2, qui in Tabulæ columna tertia illi CH ad latus ponatur, e cujus ſubſtitutione prodiit. Fiat jam ope ſecundæ & tertiæ columnæ, quoad ſingula CH & y^2 ſibi ad latus poſita, $d^2 - CH^2 - y^2$, & numerus reſultans in quarta columna ſcribatur. Ex numeris quartæ columnæ jam repletæ extrahantur radices quadratæ & ſcribantur in quinta, quæ vi ſuperius oſtenſorum Pag. 448. exhibebunt tot valores HF in particulis Semidiametri diſci, quot aſſumti fuerunt in prima columna arcus inter CO & CR intermedii. Tandem igitur datis CH, FH in Triangulo CHF dabitur angulus HCF & latus FC, arcusque, cujus eſt *projectio*. Hinc propter angulum HCP vel V2CP ab initio ſtatim inventum, dabitur FCP, ipſorum HCP & HCF differentia vel ſumma. In Triangulo igitur Sphærico FCP dantur PC complementum declinationis Solis Borealis, vel ſumma quadrantis & declinationis auſtralis, & FC, nec non FCP, ergo dantur PF & FPC & hinc puncti F in ſuperficie Longitudo & Latitudo, ex una parte axis OR, ſi HCP æqualis factus ſit ſummæ HCP & HCF; ex altera, ſi differentiæ.

Si quis maluerit, vel propter calculi prolixitatem, vel propter exiguam quantitatem *iq* & *ps* Fig. 4, vel quod aberratio figuræ telluris a Sphæra errorem penſet, Circulos inter *pi*, *sq* æquales habere, vel aſſumere medium arithmetice proportionalem inter *pi sq*, & hoc modo Cono ſubſtituere cylindrum vulgarem: illud quidem per me licet, qui ipſe in nuperis determinationibus methodo uſus ſum, quæ huc redit; at tunc attendendum erit ad ea, quæ ſub initio de interſectione cylindri cum Sphæra oſtenſa ſunt. Ad ſcientiæ vero profectum facere putavi, ſi tentarem viam, qua idem aſſequi liceret exacte, & ad rigorem Geometriæ.

Hiſtoire

Act. Erud. An. 1724. M. Nov.

Histoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCXX. &c.

h. e.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM Anni 1720, cum Commentariis Mathematicis & Physicis ejusdem Anni.

Parisiis, *typis Regiis*, 1722, 4. *Alph.* 3 *pl.* 10 *Tabb. æn.* 15.

POstquam de Actis Anni 1719 nuper in Supplem. T. VIII Sect. XI diximus, nunc anni sequentis Historiam producimus, mox etiam de Historia A. 1721 & 1722, quam Parisiis utramque accepimus, dicturi. In *Physica generali* historiam fluxus & refluxus maris ex observationibus novis compluribus ad Academiam Regiam Scientiarum missis perficere studet *Cassinus*. Quæ de admirando hoc naturæ phænomeno in Voluminibus anterioribus annotavit, novis hisce observationibus confirmantur. Adduntur alia hactenus non satis observata, nimirum 1 quod refluxus constanter sit diuturnior affluxu; 2 quod celeritas aquæ affluentis ab initio usque ad finem continuo imminuatur; e contrario autem refluentis augeatur; 3 quod irregularitates circa quadraturas sint frequentiores aut majores, quam versus conjunctiones aut oppositiones; 4 quod Sol influat in fluxum atque refluxum maris, cum ceteris paribus affluxus major sit in solstitiis brumalibus, quam in æstivis. *Maraldus* describit auroram borealem, quæ d. 6 & 10 Febr. 1720 per nubes transparuit & quam d. 11 nubes obvelarunt, cum per horas quinque cœlo sereno conspicua fuisset. Eadem phænomena observavit de *Louville*, sed ob distantiam locorum in nonnullis differentia. De *Reaumur* sistit massam 130680000 hexapedarum cubicarum in *Turonia* ultra 36 milliaria a mari remota, quæ est congeries cochlearum, nulla materia peregrina admixta, neque lapidibus, neque arena, neque terra. Utuntur his cochleis fossilibus incolæ regionis ad fertilitatem agris conciliandam. Sunt in earum numero, quæ adhuc politam & splendescentem habent superficiem, nihil

Pag. 499.

Act. Erud. An. 1724. M. Nov. a temporum injuriis passæ. Aliæ politie orbatæ friabiles sunt instar calcis: aliæ petrefactæ nonnisi figuram retinuerunt; aliæ sunt lapides, quibus figura cohlearum impressa: aliæ denique sunt massæ adhuc molles, quæ cochlearum cavum implent. Probat *de Reaumur*, quod non sint utique per aquas diluvii *Noachici* accumulatæ, cum varia indicia probent, fuisse ibidem vel ante, vel post istud diluvium vastum admodum sinum, in quo mare successive deposuerit stupendam istam cochlearum quantitatem. Ceterum inanem operam consumi arbitratur in figuris illarum æri incidendis, quod historia naturalis nullum inde capiat incrementum, cum jam plures æri fuerint incisæ, quam par erat.
Pag. 500. Monet præterea, primum, qui cochleas fossiles pro veris agnoverit, circa finem seculi decimi sexti fuisse figulum, *Bernhardum Balisse*, *Santonensem*, qui Græcarum & Latinarum literarum ignarus theoriam hodie inter eruditos resuscitatam Parisiis contra Doctores *Aristotelicos* defenderit. *De Jussieu* Academiæ Scientiarum monstravit viscum animalem, vegetabili longe præferendum, quem acceperat a *Banera*, Medico *Perpinianensi*. Ortum ducit a singulari quadam specie erucæ, quæ quidem in aureliam, sed non in papilionem transformatur. *Delisle* junior incrementa & decrementa *Sequanæ* Anno 1719 dimensus, cujus æstas erat valde sicca, eam $27\frac{1}{2}$ infra altitudinem subsistere deprehendit, ad quam valde intumescens A. 1615 d. 11 Jul. ascenderat. Si plures istiusmodi prostarent observationes, ex iis termini altitudinis fluviorum determinarentur, quorum notitia in multis occasionibus foret perutilis. Medici Uratislavienses in suis Miscellaneis, quæ ad incrementum Physicæ & artis Medicæ ab aliquot annis edere cœperunt, de Viadro quotannis istiusmodi observationes communicant. *De Mairan* diversitatem refrangibilitatis radiorum *Newtonianæ* a diversa celeritate, qua agitantur globuli ætherei, deducit. Sumit autem in æthere particulas differentis agitationis capaces: & ob analogiam luminis cum sono a *Newtono* demonstratam in aere quoque agnoscit moleculas ob diversos elasticitatis gradus diversarum agitationum capaces, ita ut cuilibet tono suum respondeat particulare genus, & unumquodque a corporis sonori particulis in motum concitari, quæ similes vibrationes edunt. *Maraldus* quantitatem pluviæ A. 1719 reperit 9 digitorum $4\frac{1}{2}$ linearum. D. 26 Sept. A. 1719 declinatio acus magneticæ versus occidentem fuit 12° 30′; paululum minor in fine Decembris. A. 1666, observante *Picardo*, nulla fuit declinatio. Ab eo tempore usque ad A. 1717 constanter crevit versus occidentem. A. 1717 fuit 12° 45′, A. 1718 vero 12° 30′, quanta adhuc Anno 1719 deprehendebatur. Fuit adeo A. 1718 statio-

na-

naria & nunc retrogradi videtur. Variatio per integros annos 41 fuit 12° 45': unde annua resultat 18 minutorum. R. P. *Feuillée* per litteras certiorem fecit *Maraldum*, A. 1719 *Massiliæ* mense Octobri arbores flores emisisse, unde novi producti fuerint fructus, qui mense Decembri ad maturitatem pervenerint, etsi justam magnitudinem non adepti. *Genuæ* mala persica ad maturitatem pervenerunt, usque in mensem Martium integra conservata. *De Jussieu* describit *Cachou*, quod extractum *Arecæ* esse docet per evaporationem induratum. Est autem *Areca* semen arboris, quæ pro specie palmæ habetur & ad oras maritimas Indiæ orientalis crescit. Act. Erud. An. 1724. M. Nov. Pag. 501.

In *Anatomicis* monstrum, quod dissecuit, *Mery* in scenam producit. Erat puella mense sexto in utero mortua sine capite, brachiis, corde, pulmonibus, ventriculo, renibus, intestinis tenuibus, hepate, vesicula fellis, liene, pancreate. Nata fuit cum alia, tunc temporis adhuc viva. Utraque iisdem involucris fuit *involuta*, eadem placenta & unicus ex eadem progrediens *funiculus umbilicalis* in duos desinens ramos in umbilicis fœtuum terminatos. Mater gravida hydrope laborare credebatur; sed in partu insigni quantitate aquæ effusa nulla hydropis suspicio remanebat. Medulla aderat spinalis in monstro, etsi cerebro cum capite careret. Circulatio sanguinis sine corde probat, infantem in utero tanquam partem matris spectandum esse & sanguinem matris per eundem circulari. In intestinis crassis nullum erat meconium, quod *Mery* mixturam esse hinc colligit ex succo glandularum intestinorum tenuium, bile & succo pancreatico. *Littre* evidenter docet, sanguinem menstruum non ex vagina, sed ex matrice sola provenire. Etenim in fœminis tempore evacuationis menstruæ mortuis matrix fuit crassa & tensa, vasa sanguifera fuere turgida, quorum aliqua sanguinem in cavitatem uteri effundebant, superficies interior matricis foraminibus admodum conspicuis obsita & sanguine arterioso plena, ita ut utero extus compresso sanguis per ea intus exstillaret. In gravidis mortuis foraminula illa ob exilitatem vix conspicere licuit, & compressa non sanguinem, sed liquorem lacteum reddidere. In fœminis neque gravidis, neque tempore purgationis menstruæ denatis foraminula ista tantum non prorsus imperceptibilia fuere & nonnisi pauca quantitas liquoris tenuis & limpidi exprimi potuit. *Winslow* de actione musculorum nonnulla meditatur: arbitratur enim, hoc argumentum hactenus ab Anatomicis non Pag. 502. fuisse pro dignitate expensum. E. gr. omnis motus dicitur fieri musculorum contractione: sed hoc principium non esse universale per instantias probat. Pertinet huc capitis demissio, quæ fit

Act.Erud. An. 1724. M. Nov.

proprio pondere musculis relaxatis, quibus erectum tenebatur. Vera hæc cum sit actio, quæ musculorum relaxatione peragitur, nutui mentis exactissime conveniens, nova hinc nascitur difficultas circa imperium animæ in corpus. Idem contendit, in omni actione, ubi musculi soli agunt absque ulla virtute peregrina, omnes musculos ad eandem partem pertinentes in motum influere. V.gr. dum brachium flectitur, actionem non tribuendam esse solis flectentibus, verum etiam extendentibus, adducentibus & abducentibus. Extendentes enim relaxari pro ratione contractionis flectentium, adducentes & abducentes brachium in æquilibrio tenere. Prope *Vesuntium* in Comitatu *Burgundiæ* duo rivi confluunt, quorum unum *Bougeaille*, alterum *Craye* lingua vernacula incolæ appellant. Hujus aqua crusta lapidea obducit corpora, quæ alluit: illius aqua has crustas iterum solvit: unde post confluxum evanescit vis petrificandi. *Billerelius*, Medicinæ Doctor *Vesuntinus*, facto experimento didicit calculos vesicæ in illa solvi, ita quidem ut materia soluta aquam obnubilans primum præcipitetur, deinceps autem *præcipitata* instar salis imbibatur: in hac autem, quæ crustas lapideas inducere solet, eosdem calculos ab omni mutatione immunes persistere. *Deslandes* vermes marinos describit navibus adeo infestos, cum magna copia simul irruentes lignum erodant. Ex Archipelago *Americano* a navibus ex *Antillanis* insulis reducibus ante 50 circiter annos in nostra maria allati stupendo numero sese multiplicarunt. *Petitus*, Medicus *Namurci*, hermaphroditum describit, qui hasta virili instructus, sed testiculis carens, eosdem cum matrice in infimo ventre reconditos possedit. Idem meminit viri per penem sanguinem menstruum evacuantis: quem forte perinde matricem in infimo ventre habuisse suspicatur. *Winslow* observationes quasdam circa ossa corporis humani communicat, quibus aut corrigit aliorum errores, aut defectus supplet. E. gr. Mechanicam & usum costarum in respiratione declarat, quem *Borellus* atque *Bellinus* cum *Aquapendente* in obscuro reliquerint, quantamcunque ad hoc argumentum enodandum solertiam attulerint. *Mery* manum monstrosam spectandam sistit.

Pag. 503.

In *Chymicis* Tabulam suam, cujus in Actis hujus anni p. 282 mentionem fecimus, ab objectionibus vindicat *Godofredus*, & ope ejusdem solvit problema a *Stahlio* amico cuidam suo propositum, quo, postquam acidum vitriolicum sale Tartari saturatum & chrystallisatum fuit, acidum a sale fixo in instanti absque igne & in vola manus separari jubetur: id enim futurum censet, si primum principium oleosum, deinde novum acidum ad-

datur,

datur, in cujus gratiam alcali seu sal Tartari secedat a principio oleoso. *Lemery* continuat suas observationes de analysibus chymicis ordinariis, postquam ad examen revocavit ingentem numerum analysium a *Bourdelino* methodo ordinaria factarum, quas Academia Scientiarum conservat. Multa annotavit de falsis consequentiis, quæ inde deduci possunt, de defectibus operationum & de remediis adhibendis. E. gr. Experimenta chymica, quibus dignoscuntur acida & alcalina, ut per syrupum violarium, solutionem Mercurii sublimati &c. non habere locum, nisi cum fuerint a se invicem separata. Salia in materiis animalibus & vegetabilibus esse concreta & per ignem acidum ab alcalino separari, ut adeo de proprietatibus concreti non liceat judicare ex proprietatibus separatorum. Dari acida in plantis & animalibus, quæ per analyses ordinarias non appareant. Non plus acidi dari in plantis, quam in animalibus, etsi contrarium vulgo appareat. *Reneaume* describit aquas minerales An. 1719 haud procul *Parisiis* detectas. *Godofredus* junior in originem *Salis Armoniaci* inquirit, & id ex urina extrahere docet, adjecto sale marino aut spiritu salis. Immo idem extrahi posse monet ex ossibus, ungulis, cornubus, pilis, sanguine. Hac ratione invenit, quod optaverat *Dodartus*, quomodo salibus animalibus odor & sapor molestus demi possit, convertendo scilicet eadem in Sal Armoniacum per additionem salis marini sive culinaris & demendo postea acidum ope Salis Tartari. Sal suum Ammoniacum artificiale idem esse cum orientali, experimentis probat. Et originem orientalis, quam divinavit, confirmarunt litteræ, quas de eadem ad Academiam Regiam dederunt *Lamereus*, Consul *Cairæ* & *Sicardus* Missionarius e Societate Jesu in *Ægypto*. Etenim in *Ægypto* ob ligni raritatem stercora animalium paleis admixtis comburunt. Ex fuligine & sale marino per sublimationem præparatur Sal *Ammoniacum*. *Lemery* describit præparationem Antimonii, quæ sub nomine *pulveris Carthusiani* (*poudre des Chartreux*) ab aliquot annis inclaruit, & quæ jam a *Glaubero*, sed per modum ænigmatis, proponitur: *Boulduc* vero præparationem *Magnesiæ*, in nostris oris satis notam.

Act. Erud. An. 1724. M. Nov.

Pag. 504.

In *Botanicis* mentio fit libri de gramine, quem *Joannes Scheuchzerus* sub titulo: *Operis Agrostographici idea* A. 1719 editum ad Academiam Scientiarum misit. *Vaillant* enumerationem plantarum (quas vocat) *Corymbiferarum* continuat, in Commentariis A. 1719 edi cœptam. *Isnardus* novum plantarum genus constituit, cui *Euphorbii* nomen imponit.

In *Geometricis* impossibilitatem quadraturæ indefinitæ circuli demonstrat *Saurinus* inde, quod *Hospitalius* in opere Conico de-

Act. Erud. An. 1724. M. Nov. demonstraverit, problema de divisione circuli in partes quotcunque æquales esse gradus indefiniti, ita ut e. gr. trisectio sit gradus cubici. Tradit autem pro rectificatione indefinita methodum approximandi geometrice per lineas rectas. Sit nempe arcus

Tab. I. Fig. 4. AM semicirculo minor, AD ad diametrum AB perpendicularis. Ducantur chordæ AM & MB, atque MB continuetur, donec occurrat ipsi AD in D. Bisecetur arcus AM in N & ducta

Pag. 505. AE erigatur ex E ad eandem perpendicularis EF. Similiter bisecetur arcus AN in O ducatur AG, ex G vero excitetur perpendicularis GH, & ita porro. Erit arcus AM major quam chorda AM, sed minor quam AD; major quam AE, sed minor quam AF; major quam AG, sed minor quam AH, & ita porro. Ex observationibus *Richerii*, ab aliis deinde confirmatis, *Newtonus* atque *Hugenius* intulerant, terram habere figuram sphæroidicam, cujus longior axis sit sub æquatore, minor transeat per polos: sed *Cassinus* junior ex observationibus paternis de linea Meridiana per integram *Galliam* continuata deduxit, axem longiorem transire per polos, minorem esse in æquatore. Cum observationes tam *Richerianæ*, quam *Cassinianæ*, in dubium vocari nequeant; *de Mairan* ostendit, quod *Cassiniana* Telluris figura per utrasque observationes obsistat. Demonstrat enim, admissa inæqualitate graduum latitudinis terrestrium versus æquatorem figuram primitivam Telluris in quiete scilicet spectatæ, esse sphæroides oblongum; hoc ipsum vero motu vertiginis accedente mutari in alterum minus oblongum. *Newtonus* & *Hugenius* demonstrarunt figuram contrariam, quod figuram Telluris primitivam sumsere sphæricam. *De Lagny* analysin *Diophanteam* promoturus methodum proponit indefinite solvendi problemata indeterminata cujuscunque gradus in numeris integris.

In *Astronomicis* novas Tabulas Solares juxta hypothesin *Kepleri* ellipticam condidit de *Louville*. Eccentricitatem duplam determinavit 333830, seu bissectam 166915 partium, qualium semidiameter eccentrici est 10000000, & locum verum Apogæi A. 1716 in Cancri 8° 10′ 34″, usus cum hypothesi circulari, tum elliptica, per utramque enim eadem prodit eccentricitas, idem locus Apogæi. Anomalia media in his Tabulis A. 1700 est 182° 10′ 51″, longitudo Apogæi 79° 56′ 40″, medius motus Solis annuus 11 S. 29° 44′ 49″, motus Apogæi 51″, æquatio maxima, quam in 89° 16′ 58″ & 270° 43′ 2″ anomaliæ veræ locum habere determinat, 1° 54′ 45″. *Cassinus* observavit d. 21 April. A. 1720 occultationem fixæ tertiæ magnitudinis γ in pectore Virginis, quæ per telescopium 16 pedum geminata appa-

ret.

ret. Immersio occidentalioris in limbum Lunæ conjunctioni proximæ obscurum contigit o h. 25′ 14″, immersio orientalioris o h. 25′ 44″. Utraque disparuit fere in instanti absque luminis vel magnitudinis successiva diminutione; emersa propemodum simul o h. 51′ 16″. Nulla quoque accidit in colore vel figura situque stellarum mutatio: unde nullum atmosphæræ lunaris indicium præbuerunt. Distantia stellarum semidiametro apparenti unius æqualis: quo tamen non obstante tempus immersionis differebat 30 secundis, immersio fere utriusque fiebat intra dimidium secundum. Hinc infert magnitudinis veræ diametri ad distantiam centrorum ut 30 ad $\frac{1}{2}$ sive ut 60 ad 1, consequenter diametri veræ ad apparentem ut 30 ad 1. *Maraldus* in Marte sub finem Augusti A. 1719 terræ proximo, cum esset Soli in perihelio oppositus, quod rarissime contingit, per telescopium 34 pedum varias maculas observavit per discum dispersas una cum fascia obscura medium disci perreptante & ad axem revolutionis inclinata. Ad extremitatem orientalem conspiciebatur adhuc alia inclinata: unde motum vertiginis collegit unius diei seu *hor.* 24 & 40′, quantum determinavit *Cassinus* senior. Vidit etiam prope polum meridionalem maculam lucidam miris mutationibus obnoxiam. Notavit autem, maculas Martis obscuras diverso tempore observatas multas mutationes quoad figuram, situm & magnitudinem subiisse, eumque in finem diversorum annorum observationes inter se comparat, ut adeo constet, magnas mutationes in superficie hujus planetæ non modo circa æquinoctialem, verum etiam circa polos contigisse. Per 4000 annos Terra nostra quoad maria & montium situm non passa est mutationem, quæ observatoribus Jovicolis & Marticolis in oculos incurrere queat, ut adeo mirum videri debeat, cur Mars adeo magnis & subitis mutationibus obnoxius sit, quales etiam alio tempore Astronomi Parisini in Jove notarunt, nisi fossilia figurata istiusmodi mutationes olim quoque in Tellure contigisse loquerentur. Maculæ quoque solares hoc anno fuere frequentes & quæ sub finem anni 1719 d. 21 Dec. apparuit, terram quater excedens magnitudine in limbo Solis occidentali incisuram obscuram efficiebat. Act. Erud. An. 1724. M. Nov. Pag. 506.

In *Geographicis* jussu Regis mappam Geographicam universalem confecturus *Delisle* senior multa industria & eruditione inquisivit in situm præcipuorum Terræ locorum, & quomodo eundem determinaverit, quos errores correxerit, prolixe recenset. Pag. 507.

In *Mechanicis* proprietates communes declarantur descensus corporum gravium rectilinei in omnibus hypothesibus possibilibus gravitatis constantis vel variabilis secundum potentias quascunque

Act. Erud. An. 1724. M. Nov. que spatiorum, temporum atque celeritatum. *Saurinus*, qui in examinanda arte conficiendi horologia versatus, applicationem penduli ad horologia multis adhuc laborare defectibus docet, nec subsistere posse motum cycloidalem ab *Hugenio* ingeniose excogitatum & Geometris tantopere celebratum. *De Lesson* proponit examen pulveris pyrii super charta carbone candente illa illæsa accendendi tanquam novum inventum: quod Gallis forsan hactenus inusitatum, apud nos pervulgatum ab omnibus Autoribus commendatur, qui de Pyrotechnia idiomate *Germanico* scripsere.

E numero Sociorum A. 1720 sublatus est *Philippus de Courcillon*, Marchio de *Dangeau*, natus d. 21 Sept. A. 1638. Pater ejus *Ludovicus de Courcillon*, Marchio de *Dangeau*, castra *Calvini* sequebatur; sed *Philippus* valde juvenis ad *Pontificia* transiit. Ob formæ pulchritudinem & naturales ingenii dotes amabilis erat. A. 1657 & 1658 sub *Turennio* equestris turmæ præfectum egit. Facta pace *Pyrenæa* aliquandiu in *Hispania* res in bello contra *Lusitanos* præclare gessit & spretis lautis, quæ ipsi a Rege *Hispaniarum* offerebantur, conditionibus amore patriæ ductus in Galliam rediit, ubi duabus Reginis ludendi dexteritate sese commendavit, præsertim cum posset Hispanice loqui. Cum nimiam argenti summam ab iis lucraretur, *Colberto* autore, cui id displicebat, Rex ipse aliquando attendit ludenti, sed nescio, quod ipse adesset, & fidelitate exacta perspecta in proprii ludi societatem eundem admisit, cum de voluptate fœminæ cuidam illustri creanda meditaretur. In Poesi excellebat, qua utrique sese commendabat. A. 1665 copiarum regiarum Præfectus constitutus, quam dignitatem sibimet Rex hactenus reservave-
Pag. 508. rat. Enimvero cum Rex ipse castra sequeretur, præfecti castrorum (quod munus ille in se susceperat) vicarius ejus lateri constanter adhæsit. Cum in historia moderna, genealogia & statuum Europæ notitia haud parum profecisset, Rex decreverat, ut Legatus in Sveciam abiret, sed precibus ejus adductus alia negotia eidem demandavit. Missus est aliquoties ad Electorem Palatinum legatus extraordinarius & matrimonium inter Jacobum Ducem *Eboracensem* & Principem *Mutinensem* confecit, hancque in *Angliam* comitatus est, quorsum deinceps jussu Regis etiam altera vice abiit. Ad præclaras dignitates evectus, cum A. 1704 Marchio *Hospitalius* diem extremum obiisset, ob insignem erga bonas literas propensionem in ejus locum suffectus. Obiit d. 9 Sept. A. 1720, ætatis 82.

Additur sub finem historiæ hujus anni singulare quoddam supplementum, constans literis, quibus continetur historia de Russorum Monarcha ab Academia Scientiarum in Societatem recepto.

pto. Cum Academia Scientiarum Monarcham Parisiis præsentem omni cultu prosecuta fuisset, & volumina Historiæ & Commentariorum mathematico-physicorum eidem obtulisset; *Areskinsius* Archiater literis d. 7 Novembr. A. 1717 *Petropoli* datis illius nomine gratias agebat, quod eum in numerum Sociorum recipere voluerint, offerendo tributum nonnisi Sociis debitum. *Fontenellius* Secretarius perpetuus nomine Academiæ reciprocas gratias egit, quod tanti nominis Monarcha permittere dignetur, ut augustum nomen catalogo Sociorum præfigatur, litteris d. 27. Decembr. An. 1719 ad ipsam Majestatem exaratis. Rescripsit Monarcha d. 11. Febr. 1721 ad Academiam Regiam, significans, quam gratum sibi acciderit, quod locum in Academia obtulerint; se omnibus viribus eo annisurum, ut scientiæ & bonæ artes in Imperio suo capiant incrementa. Se jussisse, ut Archiater suus *Blumentrostius* Academiæ significet in posterum, si qua in Imperio suo occurrant attentione ipsorum digna. Misit & mappam geographicam maris *Caspii* jussu suo recens confectam, de qua nonnulla singularia annotavit *Blumentrostius* in literis d. 14 Februarii A. 1721 Petropoli scriptis, quæ augustas comitabantur. Academiæ tandem nomine *Fontenellius* literis d. 15. Octobr. 1721 scriptis Russorum Monarchæ respondet & instituto scientias ac bonas literas in Imperio suo promovendi applaudit.

Act. Erud. An. 1724. M. Nov. Pag 509.

OBSERVATIO

Conjunctionis Veneris & Reguli, die 3 Julii 1724 celebratæ;

Ex Literis Illustris D. EUSTACHII MANFREDI *Bononiæ datis d. 19 Julii 1724.*

OBtigit nobis die 3 hujusce Mensis, ut Venerem cum Corde Leonis junctam, clara die, quippe quatuor ante Solis occasum horis, intueremur. Utrumque sidus post meridiem $3^h 43', 6''$ eodem secundo temporis scrupulo ad circulum horarium adventabat, ac propterea eadem erat utriusque Ascensio recta. Venus tunc temporis Septentrionalior nonnihil Regulo apparebat, quanto tamen circuli arcu, dicere non ausim, hoc enim ipsum dimetiri per nubes non licuit, quæ statim cœlum obvolve-

Act.Erud. A. 1724. M. Nov. bant. Hoc unum scio, distantiam Reguli a propriore limbo Veneris una Veneris diametro minorem extitisse. Observationes aliæ per illos dies sub vesperam a nobis habitæ in idem conspirant, ut Venerem Regulo juxta Ascensionem rectam conjunctam ostendant circa horam a meridie 3. 47′ (quod parum ab immediata illa observatione abludit) ac Venerem minus uno minuto borealiorem ad idem tempus efficiant.

OBSERVATIONES

Circa eandem Conjunctionem ex literis Rev. P. NICASII GRAMMATICI *S. J. Ingolstadii d. 6 Jul. 1724.*

BOnonienfis Instituti Socii invitarunt me sub finem Junii ad observandum arctam Veneris cum Corde Leonis synodum d. 3 Julii celebratam, sed ego quidem omni meo conatu & sudore haud exiguo utpote tempestate calidissima operam perdidi, ob altitudinem syderum non procul a Meridiano ☌ tempore distantium & identidem intercurrentes nubes. Tubi enim optici minores etiam 12 pedum stellam fixam non exhibebant, majores vero 18 & 22 pedum tam firmo pede non insistebant, ut eis Planetam invenire possem præsertim cum ventus validior ut plurimum eos succuteret. Pag. 510. Spero tamen Parisinis & Bononiensibus Astronomis utpote ejusmodi organis probe instructis non invisum abiisse rarum id phænomenon. Ego contentus esse debui aliquot observatis pridie ejus diei & sub ingruente nocte post ☌ institutis, quæ ita se habent:

Observationes Veneris & Reguli Leonis die 2 & 3 Julii A. 1724 Ingolstadii habitæ.

Die 2 Julii p. m.

H. ′ ″

9. 38 0 Micrometro dimensæ ♀ & * centrorum distantia erat 35′ 50″ tubo 6 ped.

9. 40, 36 ♀ incedens per Æquatoris parallelum transiit filum horarium Telescopio insertum.

9. 41, 44 * ♌ is ad filum obliquum delata est, quod 45° angulum cum horario constituit.

H. ″

Act. Erud. An 1724. M. Nov.

H. ' "
9. 42, 55 * ad horarium, quem ante Venus subierat.
0. 2, 19 differentia Ascens. rect. in tempore & in Minut. Æquatoris 34'. 45"
0. 1, 11 differentia declinat. * & ♀ in tempore, in partibus æquatoris, habita ratione distantiæ * ab æquatore 17'. 17" ♀ borealiore.
9. 46, 9 Venus ad horarium.
9. 47, 16 * ad filum primum obliquum.
9. 48, 27 * ad horarium.
9. 49, 38 * ad obliquum alterum.
0. 2, 18 different. ascensi rect. = 34'. 40".
0. 1, 11 declinat. different. = 17'. 17" ♀ boreal.

Die 3 Julii p. m.

8. 3, 0 distantia centrorum ♀ & *. micrometro dimensis erat 9'. 14" minus accurate.
8. 33, 0 eadem distantia 8'. 23" minus accurate.
8. 35, 5 * ad filum obliquum primum.
8. 35, 16 * ad horarium.
8. 35, 27 * ad filum secundum obliquum.
8. 35, 53 Venus ad eundem horarium.
0. 0, 37 differentia Ascens. rect. = 9' 15".
0. 0, 11 differentia declinat. = 2. 40 Ven. australiore.
8. 39, 26½ * ad obliquum primum. Pag. 511.
8. 39, 38 * ad horarium.
8. 39, 49½ * ad obliquum secundum.
8. 40, 16 Venus ad horarium.
0. 0, 38 differ. ascens. rect. = 9'. 30".
0. 0, 11½ differ. declinat. = 2. 46.
8. 45, 27 * ad primum obliquum.
8. 45, 39 * ad horarium.
8. 45, 52 * ad secundum obliquum.
8. 46, 0 dist. antror. ♀ & * micrometro dimensa erat 9'. 26" accurate.
8. 46, 18 ♀ ad horarium.
0. 0, 39 different. Ascens. rect. 9'. 45".
0. 0, 12½ different. declinat. 2. 58.
8. 56, 26 * ad primum obliquum.
8. 56, 40 * ad horarium.
8. 56, 54 * ad secundum obliqu.
8. 57, 20 ♀ ad horarium.
0. 0, 40 differ. ascens. rect. = 10'. 0".
0. 0, 14 differ. declinat. = 3. 24.

Comparatis hisce ascensionum rectarum differentiis die 2 & 3 observatis, motum horarium Ascens. rect. ♀ obtinui 1'. 55", hinc ex 1 observatione diei 3 colligitur ☌ veræ ♀ & ⋆ momentum H. 3. 45', 53", ex 2 H. 3. 43', 16" ex 3 H. 3. 42', 18", ex 4 H. 3. 44', 0", quæ ultima erit inter reliquas media.

Facta autem collatione distantiarum micrometro dimensarum, motus hor. ♀ medius erat 1'. 5 $7\frac{1}{2}$, quare ☌ per observationem h. 8, 46", quam reliquis accuratiorem censebam, erui H. 3. 46', 0".

Minimam centrorum in ☌ proxima distantiam ex differentiis declinationum ut cumque determinavi, motum enim horarium declinationis medium inter maximum & minimum definivi 53" & inde ex 1 observatione die 3 pro mom. ☌ H. 3. 44', 0" obtinui minimam centrorum distantiam 1'. 38" ♀ boreal. ex 2. 1'. 35" ♀ borealiore. ex 3. 1'. 29" ♀ boreal. ex 4. 1'. 12" ♀ hor. quare assumendo mediam ea minima distantia erit 1'. 24".





EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS, TOMI OCTAVI SUPPLEMENTORUM.

RESPONSIO

Ad JOANNIS BERNOULLII Animadverfionem

In folutionem Problematis cujusdam, quæ animadverfio edita eft in Actis Lipfienfibus Menfis Junii A. MDCCXXI.



TOmo VII Sectione VIII p. 172 Supplementorum ad Acta Lipf. Nicol. Bernoullius, Joannis Filius, Problema a Patre acceptum Geometris propofuit. Brevi poft adventum hujus Libri in noftram regionem (Angliam) charta incidit in manus, quæ Problematis Solutionem exhibere præ fe ferebat; cujus folutionis exemplum infcio nec opinante chartæ Scriptore in publicum emifi; & nuperrime inveni, Jo. Bernoullium abhinc amplius fex menfibus animadverfione illud cohoneftaffe. Quod videam Cel. Virum elaborare, ne quis Amici mei folutionem fuæ Tom. VIII Supplem. Sect. I. Pag. 40.

ante-

Tom. VIII Supplem. Sect. I.

anteferret, is arctum quidem temporis spatium ad eam solutionem sumebat; & ut otium ei defuit rem ab illo tempore ulterius prosequendi, ita alia negotia jam quoque obstant quo minus animum eidem rursus applicet. Cuperem igitur sine mora videre ipsam Bernoullii solutionem, & ne suspicio de nobis eum impediat, quasi nostram solutionem ex ea quam prolaturus sit adornare instituerimus, pauca, quæ Amico meo invenisse contigit, Notis fictis apponam.

Curvarum, quæ Problemati conveniunt, quæcunque sumatur Ordinata illius *ngjy4ubp81lwiyq4r17qa2pæn3taxn7blq3jbi2w1dsr vgamwtif* ut sermone Arithmeticorum utar *9l7ap5an21e61ztf19an rb7vwtyusbgcmsiqdgr72fxæbrc4ny6r980f3pn27bxt45pxseoj1l72951 lgil* ordinatæ *bqzxnægfy3pxjvojlsæ5nvyzzcr8be1g182fcq6a* jacentes & *qgln3qzti4avapcn96vsyf8zbcp8* distantiam. Hujusmodi autem Curvæ inveniri possunt *use5i1q1b7mz2pqænvszaps9ulb2* Curvam, qualem Problema requirit *6vntrqwt6djf8wz17xpr5ælv* Curva *bxz zgb4769apadbm3* quæ habeat *fbvrjb271q4je6r16dtæ* a principio suæ Abscissæ Ordinatas *sqcrmznrt12cn9p3taxnvglc3pq* Abscissæ positas. Est enim Ordinata Curvæ *g68umxf6dfvjezvrlqpnqæyv 1us* ordinatam habentis *nme2btb91lmna9f1d2rjav16g311029cvsqms* terminato a *ænv21zdwjvtscbt2pw8* æquales areæ Curvæ *xbeseg1n 2rbqæp5xof6xjeigdyl* autem *xwdænof3p* pendet a *vbse9b* & Curvam Problemati satisfacientem *1py7tcl1cdugtmxmyodjaqbmxlæ5d*

Pag. 41.

4æcjbæp1 derivat, quæ habeant *qbdvxbrjb2nzzy/1955qrmnbpqrw sx5sæloqdbæps* Abscissæ Ordinatas *qsne2bgpixfg9afbs73clbsep1cd suxlacwxn2crqyxlb1gi8* positas. Et hæc *pxwen8lfgafe9rdb2bqbu 378sqz5r* sequens præbet, nimirum si aliqua Curva sumatur, qua Problema solvi possit *wa1bsqzevgyl52ct5fb9* & si hujus Ordinatæ *ey1pgi3473fvixæ5wgi8xzn3v9sg2p7athdy45m7wqzida6v1*. Curva Problemati satisfaciens *qgimln3bldyx9d7* Abscissam construatur *gfvbph2ey7dwixj1z* ea lege, ut illius Ordinata *dnæzb1qz1twr1xfd* Abscissæ ubique *62vr5wnry12agrc9rf3z* assumptæ *yt7p8b4cbær7a lbzqæ4a5* Ordinatæ *z3yaæxwc5vtfe7mno4qpæn8egcwnmqwgc8* Ordinata *ixcbdrigfynzrqæny1lf2eme9* Curvæ construendæ Ordinata, quæ *tæxzrfegelxovjfd* Abscissæ *3zædf* omnes enim Curvæ hac ratione *bw8y1usiwug82csvy95f3mbz7wp7m4byu3twbiu796g1pn6sta2* demonstratur Propositione sequenti, quod *qdafdag7t3cmbbymi 2857wudqiepmbct41r6p5xzaurfejcg3csyf39epxvxicrpq1ay6l* adjacenti æquale est rectangulo sub *ap5na2ph193zorbp1tsyb1npfug4yzs 7n81d* adjacentis *b2q6a1dacgriepmlajap752i4ntf1be1lu115vpfg8p 973mlpsenlf3taxrbbq6zged5*. Denique *3pen1ypxjditrz* derivatur a *qæaypibvbgz292c8nv6ry1zdfqdæilxs6r5ajlu39* quadratura Curvarum *fb7zq6bxs5wamprlc7* Exemplum generale, quod exhibui,

Cur-

Curva Logarithmica & Cyclois *gagydctv4i5zabe1* investiari possunt *xb3pnrstugdyzq6* Unus Casus Curvæ Logarithmicæ commode invenitur *wntsgcqzepmr5w1jg5lb9b1xwgd523f* Linea *cpbx fzr8æpn8os5myg7pynbbbslwzqmt* memoratæ. Alter hujus Lineæ casus deducitur ex *1aebi2d17wzyn32qlwanrvt8zqzdcx5s2vienrzam* nonæ *byftpgcd53pcq6djl14xlsgti* quæ omnium Curvarum in *myb 2bs7gr4qmtv6jmdp5aæn179strzavbyqydægim5l2c839c* Parabolam cubicam & Hyperbolam conicam. Cyclois *b8cuc97pyælnfz1osq 6fn96stapxfd2p9vjeitnbprt8lqi4t* deduci diximus Exemplum istud generale *9rydmg9m7wpbyeuisgcqzxicnbbbn7gcq6dn2pbyzxw1djql1g 9rbinbqjb1* non sine ambagibus *sgpnuqpxrlwgiqzynofbvbn9g3bul xjn1gtlbznaq5l4dægit59* inveniuntur Curvæ geometrice rationales *binm3tq4pyg473b1s7ucd9bu3lgsnsqzx7zbuxd5bysn9qexcrbdnagipn8o 6yx9bzx7* pendente; quandocunque enim Curva *zwgidnav1xvfn pq5mbied6pbvpyl9jqtnads3ybydg3lx7jvflpg7lyp5* habet, cujusmodi *itb9c2pwe1xwl7zdqæg32lcfvqlmræa5bpwzncz82* Curvæ quoque inveniendæ Ordinata rationalis erit. Denique *wbpxwjdnugdq mdgin59gyp3mxv7æps9nz1ydftgtqxtojbpywgm2qjlwbænzxfz* facile est invenire *bnpbywxtns5qtrmdg6l2czbc81qd6tnvsdcbtabdue1bg3m ijgryja6* & quibus *xopwbeuny6fx5acf* id fiet. Unde intelligi potest *xqzg7pbbvntq5yvgcwbdveælq1ænzradx9561* Problemati conveniat.

Tom. VIII Supplem. Sect. I.

Pag. 42.

Hactenus de Methodo Amici mei generali; nil amplius jam restat, præter Demonstrationem, cum Bernoullius id petat, quibus modis Lineæ Logarithmicæ problemati satisfaciant; adjungam autem Cycloidis quoque in eodem problemate usum. Et primum quod ad Cycloidem spectat, expediam.

De Cycloide.

Tab. 1. Fig. 1.

Sint AB, CD duæ lineæ rectæ parallelæ, quas EF ad perpendiculum secet. In diametrum EF describatur semicirculus EGF & eo semicirculo describatur semicyclois FH. Jam si alia semicyclois ILQ priori similis & æqualis sed situ inverso intra parallelas describatur, & si contingentes LM, LN ducantur, dico angulum MLN rectum esse.

Sit IOP semicirculus, quo describitur semicyclois IQ, ejus diameter IP; ducatur LGO, lineis AB, CD parallela, & jungantur FG, GE, IO. Erit deinde contingens LM parallela rectæ FG, & contingens LN parallela rectæ IO, quæ parallela est rectæ EG. Angulus igitur MLN = est angulo FGE recto, ideoque angulus MLN rectus est. Q.E.D.

De

Tom. VIII Supplem. Sect. I. Pag. 43. Fig. 2.

De Casu primo Linearum Logarithmicarum.

Sit AB linea Logarithmica asymptoton habens CD ; eique ordinatim applicetur EF, quæ sit subtangenti logarithmicæ æqualis. Ad lineam rectam EF & ad quodcunque in ea punctum I constituatur alia linea logarithmica GHI priori similis & æqualis, sed situ inverso disposita. Deinde si contingentes HL, HM ducantur, dico angulum LHM angulo CEF esse æqualem.

Ordinatim applicetur HN, fiat EO=EN, ordinatim applicetur OP, & ducatur contingens PQ. Puncta P & H æqualiter distant a recta EI, unde punctum P in curva AB puncto H in curva GI respondet, & angulus OPQ = est angulo NHM, propterea quod curvæ AB & GI similes sunt & æquales. Quoniam vero curva AB est logarithmica & EN, EO æquales, erit NH × OP = EF*q*. Est autem EF=NL=OQ, unde ut NH : EF (NL) :: EF (OQ) : OP. cum igitur anguli HNL, QOP sint æquales, triangula HNL, QOP sunt similia, & angulus QPO, *qui æqualis est* angulo NHM, æqualis quoque erit angulo NLH. Unde anguli NHM & NLH æquales erunt, & angulus LHM angulo CNH sive angulo CEF æqualis Q. E. D.

Pag. 44. Fig. 3.

De Casu altero Linearum Logarithmicarum.

Sint AB, CD duæ lineæ rectæ parallelæ, intra quas quælibet alia linea recta EF, ducatur. Ad asymptoton AB describatur linea logarithmica GH, cujus subtangens sit æqualis lineæ EF, & ordinatim applicatæ comprehendant cum asymptoto angulos versus contingentes parti æquales dimidiæ anguli AEF. Quibus positis si ad asymptoton CD alia describatur linea logarithmica ILM priori similis & æqualis, & si ducantur contingentes LN, LO, dico angulum OLN angulo BEF *esse* æqualem.

Ducatur NP ut angulus ANP angulo AEF sit æqualis, & erit NP=EF. Sumatur NQ lineæ EF sive subtangenti lineæ logarithmicæ æqualis, jungaturque QL. Quoniam igitur QL punctum Q conjungit cum puncto contactus L, QL ordinatim ad asymptoton AB applicabitur, adeoque angulus LQN versus contingentem LN æqualis parti dimidiæ erit anguli AEF vel anguli ANP; est autem NP=EF=NQ, quoniam igitur NP, NQ sunt æquales, & angulus LQN æqualis dimidio angulo ANP, recta QL producta transibit per P efficiens triangulum PNQ isosceles. Eadem ratione si ducatur OS ut angulus COS æqualis sit angulo

AEF

AEF erit OS = EF; si vero sumatur OR = EF, ducaturque RL, ordinatim ea applicabitur ad asymptoton CD, & producta transibit per S, propterea quod linea IM similis est & æqualis lineæ GH. Erit autem angulus PRL (= angulo LSQ) = angulo LQS = angulo NPQ, unde erit angulus LSQ = angulo NPQ, & triangula SLQ, PNQ similia sunt, angulusque SLQ = angulo PNQ = angulo BEF. Est autem & LS = LQ, OS = NQ, item angulus OSL (= angulo ORS) = angulo NQL. Triangula igitur OSL, NQL æqualia sunt, habentia bases OL, NL æquales, & angulos NLQ, OLS, etiam æquales auferatur communis angulus NLS & relinquetur angulus OLN = angulo SLQ = angulo BEF. Q.E.D. Tom. VIII Supplem. Sect. I. Pag. 45.

Coroll. Quando EF ad AB perpendicularis est; adeoque & angulus OLN rectus, erit angulus LQN anguli recti pars dimidia. Dat. Londini d. 29 Jan. $17\frac{21}{22}$.

ANIMADVERSIONES Pag. 66.

In æquationes differentiales secundi gradus,

Autore Co. JACOBO RICCATO.

Reductio æquationum differentialium secundi ordinis plerumque est adeo perplexa, atque involuta, ut Analystam minus attentum frequentissime eludat. Dum syntheticæ viæ insistimus, & a primis fluxionibus ad altiorem gradum ascendimus, cum assumatur tanquam constans vel nota differentia, vel nulla, eæ difficultates, de quibus sermo erit, vix occurrunt; quæ tamen evitari nequeunt, si problema aliquod proponatur secunda elementa involvens & analytica methodo procedendum sit. Pag. 67. Infinitas dari formulas differentio-differentiales, ad quas pervenitur, nulla adhibita constante, nemo profecto ignorat: totidem quoque exhiberi posse, ad quas pervenire non conceditur, nisi constante in subsidium vocata, acutiores non latet Analystas: at quomodo ab invicem dignosci queant, & qua ratione tractandæ sint, non ita compertum neque obvium puto; cum tamen sublimioris Geometriæ officium sit inspicere, quousque, & quibus in circumstantiis expressiones istæ solutionem admittant.

Sit ex. gr. construenda curva, in qua quælibet abscissæ dignitas se habeat directe ut secunda differentia ordinatæ, & in-

Tom.VIII. Supplem. Sect. II. verse ut similis differentia ejusdem abscissæ, quæ curva exponitur per æquationem differentialem secundi ordinis $x^m ddx = ddy$: ajo nullam curvam inter possibiles quæstioni satisfacere, si a primis ad secundas fluxiones fiat transitus, absque eo quod aliqua prima differentia usurpetur pro constante, nec juvabit, salva æqualitate, æquationes ipsas quomodocunque alterare sive per additionem terminorum æqualium, sive per valorum substitutionem: at ex opposito, constante determinata, inveniuntur quidem curvæ problematis conditionem implentes, sed numero infinitæ, & indole differentes; utpote quæ variantur ad arbitrariæ constantis mutationem. Posteriores hasce expressiones, quæ sub falsa specie nobis imponunt, a veris, atque legitimis secernere, videtur esse profundioris indagationis; nihilominus certum, & quantum subjecta materia patitur, generale Criterium Mathematicis examinandum propono, quod saltem usui erit in his omnibus casibus, in quibus nos calculus integralis haud deserit.

Porro ad formulas primis tantum differentiis implicitas revocantur æquationes omnes differentiales secundi gradus, ad quas, sive assumta sive non assumta constante, perventum est, & in quibus secundæ fluxiones cum primis, & cum finitis magnitudinibus quomodocunque miscentur, dummodo alterutra ex indeterminatis fluentibus cum suis functionibus æquationem propositam non ingrediatur: quod dicendum pariter de illis expressionibus, quæ ad hanc formam aliqua adhibita industria
Pag. 68. redigi possunt: cæterum in reliquis, quas progressus noster non complectitur, ad aliquos casus particulares se extendere potest Analystarum solertia; at si quis canonem generalem inveniret, is profecto esset mihi magnus Apollo. Interim consideranda venit æquatio catholica (A) $zdx = dy$, in qua omnes formulæ differentiales primi gradus continentur; cum litera z designet magnitudinem utcunque datam per functiones coordinatarum x & y. Transeo ad altiores differentias, nulla assumta constante, proditque æquatio (B) $zddx + dzdx = ddy$, quæ dum in eodem statu permanet, nullo negotio integratur. Quod si ipsius forma immutetur, subrogatis valoribus ab expressione (A) mutuo acceptis, tunc infinitæ formulæ oriuntur, quæ majus artificium postulant. A simplicioribus exemplum peto: loco ipsius dx substituatur quantitas æqualis $dy{:}z$, & primus terminus æquationis (B) multiplicetur per dignitatem $z^m dx^m$, reliqui vero per æquivalentem dy^m, unde resultet nova æquatio (D) $z^{m+1} dx^m ddx + dy^{m+1} dz{:}z = dy^m ddy$.

Hujusmodi formulæ expedite reducuntur ope alicujus con-

stan-

stantis, quod ut fiat quantum fieri potest, generaliter designo pro constante fluxionem $dx:q$, est autem q magnitudo quomodocunque data per indeterminatas x, y, & constantes. Pono $dx:q=dp$, & cum sit $dx:q$ constans, erit pariter constans dp. Hinc in æquatione $dx=qdp$ transeundo ad secundas differentias habebimus $ddx=dqdp$. Præterea statuo $dy=udp$, & sumtis secundis differentiis in eadem hypothesi constantis dp, erit $ddy=dudp$. Subrogatis in expressione (D) valoribus ut supra determinatis, & inventis, orietur æquatio $z^{m+1}q^m dqdp^{m+1} + u^{m+1}dz:z \times dp^{m+1} = u^m du\, dp^{m+1}$, & dividendo per dp^{m+1}, $z^{m+1}q^m dq + u^{m+1}dz:z = u^m du$, & summando per regulas vulgares, non omissa constantis g additione, $g + q^{m+1}:\overline{m+1} = u^{m+1}:\overline{m+1 \times z^{m+1}}$, quæ æquatio dat $u = z \times \overline{q^{m+1} + gm + g}^{\frac{1}{m+1}}$, & quia $dy = udp = udx:q$, opportuna adhibita substitutione, occurrit æquatio reducta (E) $dy = zdx:q \times \overline{q^{m+1} + gm + g}^{\frac{1}{m+1}}$. Tom. VIII Supplem. Sect. II.

Ex hoc operandi modo sponte fluunt nonnulla consectaria. Pag. 69.

1. Si determinata magnitudine z, æquatio (E) construatur saltem per quadraturas quando fieri potest, & indeterminatæ sunt separabiles, manifestum puto curvas infinitas nostræ formulæ respondere, variatur enim natura curvæ, ob mutatam constantem $dx:q$, & quilibet valor quantitatis q novam semper æquationem localem, sive algebraicam, sive transcendentem subministrat.

2. Quanquam alterato valore magnitudinis q curvæ diversæ originem ducant, certum tamen est in quacunque hypothesi locum invenire inter ipsas curvam, ut ita loquar, principalem dependentem ab æquatione fundamentali (A) $zdx=dy$, nam si fiat æqualis nihilo constans g, quam addidimus integrando, statim æquatio (E) transit in æquationem (A). In hoc casu nihil refert, quænam differentia $dx:q$ accepta sit pro constante, cum evanescente g, etiam quantitas q evanescat.

3. Si æquatio (E) ulterius differentietur, non restituet expressionem (D) nisi duobus in casibus; vel ponendo $g=o$, & procedendo ad secundas differentias nulla constante assumta, multiplicatis tamen terminis per quantitates æquivalentes, ut supra factum est; vel iterum differentiando, determinata prius pro constante fluxione $dx:q$. Utrumque patet relegendo analyseos vestigia. Cæterum æquatio (E) rursus differentiata, neutra conditione impleta, formulam toto cœlo diversam ab expressione (D) quam reducendam assumsimus, exhibet.

Tom. VIII Supplem. Sect. II. Idem omnino contingit, sumto pro constante elemento $dy : q$; nam operationem juxta traditam methodum instituendo, quam brevitati consulens omitto, deveniemus ad æquatio-

4. nem reductam $dx = dy : q \times \overline{mg + g}^{\frac{1}{m+1}}$ respondentem nostræ formulæ (D), in quo pariter notandum; quod facta constante superaddita $g = o$, prodit expressio fundamentalis (A) $z dx = dy$.

5. Denique ex dictis colligi posse videtur, quod proposita nuda formula differentiali secundi gradus (D) $z^{m+1} dx^m ddx + dy^{m+1} dz : z = dy^m ddy$, putarem ex asse me satisfecisse Analystæ quantumvis moroso, observando ad hanc expressionem perveniri

Pag. 70. potuisse, vel nulla constante assumta, quo in casu locum invenit æquatio integralis $z dx = dy$, vel designando pro constantibus fluxiones $dx : q$; $dy : q$ & tunc summatorias esse $dy = z dx : q \times \overline{q^{m+1} + gm + g}^{\frac{1}{m+1}}$; $dx = dy : z - dy : q \times \overline{mg + g}^{\frac{1}{m+1}}$. Adderem, æquationem unicam $z dx = dy$, quæ differentiata absque constantis beneficio transit in æquationem (D) ab aliis infinitis artificio supra explicato distingui posse, quia semper eadem manet in quacunque constantis suppositione, reliquæ vero variata constante mutationi sunt obnoxiæ.

Superest ut videamus, utrum in aliis expressionibus, & præcipue in æquatione (F) $x^m ddx = ddy$ respondente problemati ab initio proposito assignatæ conditiones adimpleantur ad mutationem constantis, & quæ rursus differentiata, nulla constante assumta formulam (F) saltem terminis additis, vel subductis, aut valoribus subrogatis, salva æqualitate restituat. Fiat igitur de more $dx = q dp$, eritque propter constantem dp, $ddx = dq dp$. Sit iterum $dy = u dp$, hoc est $ddy = du dp$, & substituendo $x^m dq dp = du dp$, seu $x^m dq = du$, & integrando $\int x^m dq + g = u$; sed $dy = u dx : q$; ergo $dy = dx : q \times \int x^m dq + g dx : q$.

Hic noto, quod facta $g = o$, & reducta ultima æquatione ad simpliciorem formam, videlicet $dy = \int x^m dq \times dx : q$, quilibet valor ipsius q æquationem, & curvam diversam subministrat, nisi fortasse poneretur exponens $m = o$, quod assumtam hypothesin evertit. Idem dicendum statuta constante fluxione $dy : q$, ex quibus infero, frustra quæri æquationem differentialem primi ordinis, quæ propositum præstare queat, & formulam (F) $x^m ddx = ddy$, sine constantis auxilio, restituere; nam si daretur talis æquatio, prodere se deberet in quacunque constantis suppositione, cum tamen nostra analysis contrarium ostendat.

Constat igitur problema propositum, nempe curvam invenire,

re, in qua data dignitas abſciſſæ ſit ſemper directe ut ſecunda fluxio ordinatæ, & reciproce ut ſimilis fluxio ejusdem abſciſſæ, ſolvi non poſſe, ſi curva quæſita talem proprietatem obtinere debeat, ſumtis ſecundis differentiis nulla conſtante determinata, & ex oppoſito curvas infinitas ſatisfacere, ſi modo una, modo altera conſtans uſurpanda ſit. Tom. VIII Supplem. Sect. II. Pag. 71.

Non erit abs re aliud exemplum in medium afferre, & ſequentem formulam (G) $x^m ddx = zddx + dz^2 + zzdz^2$ examini ſubjicere. Hanc ſub canone noſtro non comprehendi, videtur primo aſpectu colligi ex eo, quod æquatio utramque indeterminatam x, z cum ſuis functionibus contineat: verum ſi fiat $zdz = dy$, nova expreſſio (H) $x^m ddx = ddy + dy^2$ ex hac ſubſtitutione reſultans juxta regulas ſupra explicatas ſolutionem non reſpuit.

1\. Inprimis deſigno pro conſtante differentiam dx, unde fit $ddx = o$. Evaneſcente igitur termino $x^m ddx$, remanet $-ddy = dy^2$, vel $-ddy : dy = dy$, & integrando log. $dx : dy = y$, vel $dx : dy = v$, hoc eſt $dx = v\, dy$, & tandem $dx : x = dy$, quæ æquatio dat logarithmicam vulgarem.

2\. Statuo tanquam conſtantem alteram differentiam dy, in qua hypotheſi, exiſtente $ddy = o$, erit $x^m ddx = dy^2$. Pono $dx = sdy + cdy$, c conſtans eſt ſive affirmativa ſive negativa, & s variabilis determinanda. Transeo ad ſecundas differentias, & ſeſe offert æquatio $ddx = dsdy$. Hinc ſubſtituendo $x^m ds = dy$, ſed $dy = dx : \overline{s+c}$; igitur $sds + cds = x^{-m} dx$, & ſummando omiſſa inutili conſtantis additione $ss:2 + cs = x^{-m+1} : \overline{-m+1}$, ſeu $s + c = \sqrt{2x^{-m+1} : \overline{-m+1}) + cc}$: atqui $dx = \overline{s+c} \times dy = dy \times \sqrt{2x^{-m+1} : \overline{-m+1}) + cc}$; igitur $dx : \sqrt{2x^{-m+1} : \overline{-m+1} + cc} = dy$.

3\. Quæro utrum logarithmica inventa num. 1 adhibita conſtante dx, locum pariter habere poſſit in ſuppoſitione conſtantis dy num. 2 uſurpata. Facta conſtante $c = o$, periculum facio an forte quantitas $\sqrt{2x^{-m+1} : \overline{-m+1}}$ poſſit eſſe æqualis magnitudini x. Quoniam hinc inde quadrando $2x^{-m+1} : \overline{-m+1} = xx$; igitur $2x^{-m+1} = \overline{-m+1} \times xx$, & cum eadem quantitas debeat eſſe, tam in coefficiente, quam in exponente binario æqualis, ſequitur ad æqualitatem non perveniri, niſi ponendo $-m+1 = 2$, quo in caſu determinatur valor exponentis $m = -1$.

4\. In formula (H) $x^m ddx = ddy + dy^2$, limitando, ut dictum eſt, valorem exponentis $m = -1$, tunc ad æquationem $x^{-1} ddx = ddy + dy^2$ Pag. 72.

Tom. VIII Supplem. Sect. II. $+dy^2$ pervenire possumus nulla assumta constante, ejusque summatoria in hac hypothesi est æquatio differentialis ad logisticam $dx:x=dy$; nam ascendendo ad secundas differentias absque constantis auxilio, habebimus $ddx:x-dx^2:xx=ddy$, sed $dx^2:xx=dy^2$; ergo $ddx:x=ddy+dy^2$.

5. Quod si valor ipsius m non sit æqualis quantitati negativæ -1, ad expressionem (H) nullo modo pervenire conceditur, nisi aliqua fluxio tanquam constans determinetur.

6. Procedendo autem generaliter, ut supra factum est, repeto æquationem (H) $x^m ddx=ddy+dy^2$. Sumo pro constante elementum $dx:q=dp$, & statuo pariter $dy=udp$, ut obtineam rursus differentiando $ddx=dqdp$; $ddy=dudp$, & substituendo $x^m dqdp=dudp+dy^2=dudp+udydp$, & dividendo per dp, $x^m dq=du+udy$; sed $dy=udp=udx:q$; igitur $x^m dq=du+uudx:q$.

7. Methodus generaliter separandi variabiles in hac expressione, etiamsi quantitas q detur quocunque modo per functiones solius ignotæ x, pro desperata habenda est. Moneo tamen, quod si fiat exponens $m=-1$, simplicior indeterminatæ u valor prodit æqualis fractioni $q:x$; nam loco ipsius u hoc valore subrogato, omnes termini in æquatione se mutuo destruunt. Hinc collocata in æquatione subsidiaria $dy=udp=udx:q$ hoc valore, redit æquatio ad logarithmicam $dy=dx:x$, quæcunque fuerit constans assumta per magnitudinem $dx:q$ expressa.

Denique manifestum est, nostrum operandi progressum in maximam difficultatem separationis indeterminatarum postremo desinere. Hanc spartam olim exornandam suscepi, specimenque aliquod in Diario Italico exhibui: sed aut ego fallor, aut negotium tam subtile, tam arduum, ex quo potissimum pendet calculi infinitorum optata perfectio, non nisi conjunctis viribus promovendum est. Ut igitur ad hanc inquisitionem profundioris analysis & Geometriæ cultores excitem, sequens problema propono.

Pag. 73. In superiori formula $x^m dq=du+uudx:q$ dato ad libitum exponente m, statuatur quantitas $q=x^n$. Peto qua ratione determinandi sint valores alterius exponentis n, ut succedat indeterminatarum separatio, & æquationis constructio per solas quadraturas.

DA-

DANIELIS BERNOULLI, JOH. FIL.

Med. Cand. Notata in præcedens schediasma Ill. Co. Jacobi Riccati.

ANimadversiones has in æquationes differentiales secundi gradus ab Autore acceptas Frater meus, Nic. Bernoulli, apud Italos h. t. agens, transmisit ad Patrem, quem nomine Autoris rogavit, ut illas una cum scriptis suis Actis inserendas Lipsiam deferri curaret. Perlectis, priusquam mitterentur, Riccatianis Animadversionibus, sequentia in illas mihi observata fuerunt.

Recte quidem asserit Ill. Riccatus, sæpissime difficulter methodo, quam vocant *a priori*, integrari, cujus integratio *a posteriori* nullo negotio exhiberi potest: sed exemplum, quo illud probare contendit, scopo quem habet non sat bene respondere videtur: Æquatio differentio-differentialis exempli loco allata hæc est (D) $z^{m+1}\,dx^m\,ddx + dy^{m+1}\,dz : z = dy^m\,ddy$, quam peractis nonnullis substitutionibus deduxit ex æquatione differentiali $z\,dx = dy$. Hæc enim æquatio (D) differentialis secundi gradus haud magno negotio *a priori* reducitur ad æquationem simpliciter differentialem, nimirum hoc modo: Æquatio (D) æquivalet huic $dx^m\,ddx = dy^m z^{-m-2}\,ddy - dy^{m+1} z^{-m-2}\,dz$, quæ positis $dy = q$ & $ddy = dq$ (ut integrabilitas terminorum eo melius patescat) degenerat in hanc $dx^m\,ddx = q^m z^{-m-1}\,dq - q^{m+1} z^{-m-2}\,dz$, quæ integrata dat $\frac{1}{m+1}\,dx^{m+1} = \frac{1}{m+1}\,q^{m+1} z^{-m-1} + \frac{c}{m+1}\,dr^{m+1}$ (per $\frac{c}{m+1}\,dr^{m+1}$ intelligo quantitatem constantem arbitrariam reliquis terminis homogeneam) & tandem resubstituto pro q valore dy habebitur æquatio differentialis gradus primi $\frac{1}{m}\,dx^{m+1} = \frac{1}{m+1}\,dy^{m+1} z^{-m-1} + \frac{c}{m+1}\,dr^{m+1}$ seu $dx^{m+1} = dy^{m+1} z^{-m-1} + c\,dr^{m+1}$; Pag. 74. posito autem $c = 0$ posteaque reducta æquatione habetur $z\,dx = dy$. *Q. E. F.* Errat quoque ex inadvertentia Ill. Riccatus, cum æquivalentem statuit æquationem log. $dx : dy = y$ huic æquationi $dx : dy = 1^y$; illa enim est pro logarithmica, hæc pro linea recta, siquidem 1^y seu unitas ad quamcunque potestatem sive determinatam sive indeterminatam elevata nil nisi ipsam producit unitatem. Autor in animo haud

dubie

Tom. VIII Supplem. Sect. II.

dubie habuit dicere æquationem log. $dx:dy=y$ sumtis logarithmorum numeris abire in hanc $dx:dy=n^y$, ubi per n non quidem ipsa unitas sed talis intelligendus est numerus, cujus logarithmus est unitas, adeo ut Autori contigerit confundere unitatem cum numero, qui unitatem habet pro logarithmo, quem numerum designo per n. Postea transformat æquationem $dx:dy=n^y$ (loco 1^y substituam semper n^y) in hanc $dx=n^y dy$, ex qua colligit $dx:x=dy$, id quod verum quidem est, sed patet Cl. Riccatum hanc consequentiam formando supponere $x=n^y$, quæ jam est ipsissima æquatio pro logarithmica, uti dudum hoc ostendit Parens meus, vid. Act. 1697 p. 294. unde liquet Riccatum delabi in petitionem principii, dum supponit æquationem esse pro logarithmica, quod id ipsum est, quod demonstrare sibi proposuit.

Ostendit tandem doctiss. Riccatus, quam necessaria sit separationis indeterminatarum doctrina, in qua excolenda multus fuit, strenueque, ut audimus, etiamnum se exercet non sine successu egregio; quin & stimulos admovet Mathematicis, ut conjunctis viribus negotium hoc promovendum amplectantur. Hunc in finem iisdem problema proponit dignum a se habitum, cujus solutionem tentent. Perscribit Frater meus, se illud solvisse; sed præter ipsum alii quoque existunt solutores, solutionem enim eruerunt Pater & Patruelis Nic. Bernoulli, pariter ac egomet: eorum vero analyses nondum vidi, excepta illa a Parente excogitata, quæ ratione operationis & in procedendi modo a mea diversa est. Interim nos singuli sua quisque methodo utentes in eosdem valores exponentis n incidimus, unde

Pag. 75. suspicor, alios non dari separabilitatis casus, quam quos per diversas vias deteximus; solutionem addo, ne tamen aliis idem tentandi occasionem adimam, illam characteribus occultis involvo, revelaturus significationem, quando tempus postulaverit.

Solutio problematis ab Ill. Riccato propositi characteribus occultis involuta.

24*a*, 6*b*, 6*c*, 8*d*, 33*e*, 5*f*, 2*g*, 4*h*, 33*i*, 6*l*, 21*m*, 26*n*, 16*o*, 8*p*, 5*q*, 17*r*, 16*s*, 25*t*, 32*u*, 5*x*, 3*y*, +, −, —, ±, =, 4, 2, 1.

CO-

Tom. VIII Supplem. Sect. II.

COMITIS JULII CAROLI DE FAGNANIS,

Patritii Senogalliensis,

Defensio Art. VII. Tom. XXXI. Diarii Eruditorum Italiæ, qua occurritur responsioni a D. N. Bernoulli vulgatæ in Actis Eruditorum Lipsiæ Anno 1720. Mense Julio, atque exhibetur solutio Problematis ad calculum integralem pertinentis.

CUm ab ingenio in privatis epistolis commendavi doctissimi Domini Nicolai Bernoulli primas oppositiones, meque ab eisdem nequaquam lædi affirmavi, non illo id egi consilio, ut ipsis tanquam veris assentirer, publicisque scripturis quæ falsa essent refellendi eam mihi libertatem adimerem, qua unice usus sum, ut illorum emolumento prospicerem, qui hujusmodi studiis oblectantur. Et quamvis mea cum hoc Geometra agendi ratio minime culpanda sit, præsertim ubi innotescant quæcunque nobiscum intercesserunt, quæque hic nihil attinet commemorare, eandem tamen in postremis scripturis vehementer accusat, verbisque utitur maxime abhorrentibus a meà loquendi circumspectione in Art. VII. Diarii XXXI. Liceret mihi non minus acri stylo certare, sed quia argumentis occurrere præstat quam verbis; ea, qua literariæ contentiones tractari solent, moderatione respondebo.

Brevíori quidem Defensione indigerem, si Domino Bernoulli libuisset assertiones meas juxta genuinum ipsarum sensum interpretari, meque ab onere dilucidius easdem explicandi liberare. Principio nunquam affirmavi ex binis hisce æquationibus Pag. 76.

(1) $X dy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$. (2) $dy : y^{m:n} = x^{s:n} dx : (\frac{n}{n}\int X x^{m:n} dx + k)^{1:n}$ secundam esse *solam*, & perfectam integralem primæ. Ajo alteram ab altera perfecte integrari, sed *nusquam* enuntio hac unice via ad integrationem perfectam perveniri, vocando scilicet integrationem perfectam, quæ non involvit expressionem numeri infiniti constantis, & multipli-

Tom. VIII Supplem. Sect. II. cantis quantitatem constantem finitam (consulatur pag. 69. & 70. Diarii 31.) Scripsi equidem pag. 72. ejusdem Diarii „Ma in „ virtù del mio Teorema ritrovasi in primo luogo, che per giun„ gere alla perfetta integrazione &c. dee prendersi questa co„ stante (3) $x^{t-a}dx^{n-b}y, \frac{mu}{n}$ -fdy^{-c-u}; sed non ideo asserui alia methodo inveniri non posse constantem aliam aptam integrationi æquationis (1), verbum quippe *dee* Italis interdum necessitatem significat, interdum etiam convenientiam, quo posteriori sensu ab animo studiis partium libero vocem illam accipiendam confidebam, atque in fine hujus Defensionis Problema resolvam, quo ostenditur infinitas constantes suppetere novarum curvarum productrices, quibus integrari possit æquatio (1). Minus recte etiam interpretatur D. B. hæc mea verba prostantia pag. 77 Diarii 31 „ Il Sig. Bernulli ammette l'uso di tali „ equazioni solamente nel caso in cui la costante fu assunta, „ e determinata *prima* di pervenire all' equazione differenzio „ differenziale del Problema, ed io l' introduco *liberamente* „ anche nel caso, in cui l' assunzione, o determinazione *della* „ costante siegue *dipoi* che si è ritrovata la medesima equazio„ ne finale, attesochè intanto nel primo caso ha luogo quest' „ uso, in quanto l' assunzione della costante non determina l' „ essenza della curva ricercata, ma la medesima ragione mi„ lita con tutta la sua forza eziandio nel secondo caso; perchè „ dunque hanno da sopprimersi in esso i dritti della costante „ assunta, che furono istituiti per dilatare i confini della nuova
Pag. 77. „ Analisi? &c. Dixi præterea pag. 396. Diarii 27. „ Poichè per „ giungere all'equazione (1) nulla di costante è stato supposto, „ io sono in libertà di supporre costante quella quantità diffe„ renziale che mi parrà più propria, mentre potendo farsi que„ sta supposizione in tutte le curve immaginabili senza variar„ ne l' essenza, essa lascerà tuttavia indeterminata la natura „ della curva, che dee soddisfare all' equazione (1). Dixi insuper p. 73 Diarii 31: „ la quantità costante (3), la quale può „ sempre assumersi in qualunque curva immaginabile dove al„ tra costante non sia stata supposta differenziata anch' essa &c. „ dimostra &c. Ex hisce locutionibus, attento præsertim scopo in quem verba collineant, æquum fuerat nihil aliud inferre, nisi quod, cum possit quælibet differentialis constans assumi in qualibet curva, nulla differentialis constans ex se sola spectata alterat vi tantum sua essentiam curvæ cujuscumque, & consequenter nec curvæ quæsitæ, quanquam differentiales

con-

constantes (antea, vel postea acceptæ) si referantur ad æquationem problematis, atque ut cum ipsa permixtæ & confusæ considerentur, in casibus utique infinitis generare queant curvas diversæ indolis infinitas. In hac significatione mea verba usurpanda fuerant, etiamsi ulteriori eorundem explicationi supersedissem. Quid igitur rei est quod D. B. a recto sensu aberrando sibi & aliis persuadere nitatur, sentire me ab æquatione (2) unam eandemque semper curvam repræsentari, etsi constans (3) variet, aut alia constans assumatur? In hanc sententiam me invitum trahere illi certe omnium minime licuit, quippe qui legerit pag. 399. Diarii 27. in Corollario scilicet Theorematis quod oppugnat, hanc explicationem „ le lettere „ indeterminate t, & u, che entrano nell'equazione (2) denotano esponenti arbitrarj, e conseguentemente infinite curve „ sodisfanno all'equazione (1), il che è degno d'osservazione. Nimirum quemadmodum liquet a variis t, & u valoribus pro variatione constantis (3) diversas curvas ex æquatione (2) simul *progigni*; ita patet quæ hac de re mea mens fuerit ab initio. Sed nihil facilius alteratione sententiæ germanæ allegando textum avulsum a præcedentibus, & subsequentibus verbis autoris. Non absimili artificio contemnitur oppositio mea petita ex curva respondente huic analogiæ (4) $dx^n . dy^n :: \frac{X.a}{y^m x} + \frac{bddx}{dx2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$, ex qua D. B. absurdum per vim deducere conatur, nempe possibilitatem cujusvis proportionis, in qua duo primi termini sint homogenei, & reliqui duo finiti. Verum enimvero apparebit æquo rerum æstimatori tam ab homogeneitate duorum primorum terminorum analogiam quartam constituentium, quam a finita quantitate duorum postremorum, atque ab æquali uniformique intelligibilitate quarti termini, sive $c = -b$, sive c æquetur cuilibet alteri numero rationali, apparebit inquam ex his omnibus non nisi unam partem oppositionis in medium productæ constitui, partemque alteram resultare ex analytica expressione analogiæ (4) ubi quantitates x, & y cum ipsarum primis, ac secundis differentialibus ita Geometrarum oculis loquuntur, ut quacumque alia expressione vehementius eorundem animis insinuent quidquid evincere contendebam, eaque de causa me nequaquam teneri ad rem verbis involvendam, quam non brevius modo, verum etiam enucleatius disertiusque analyticum idioma manifestat. His addatur me ideo de homogeneitate duo-

Tom. VIII Supplem. Sect. II.

Pag. 78.

Tom. VIII Supplem. Sect. II. rum primorum terminorum analogiæ (4) locutum fuisse, ut eam opponerem argumento Bernoulliano tunc a me soluto quod innitebatur æquationi heterogeneæ, cujus alterum membrum quantitate finita, alterum infinita, vel infinitesima constabat, quemadmodum liquet ex Art. 5. Diarii 31. Neque hic D. B. finem facit sensus meos perperam exponendi; audiamus quam belle interpretetur hanc meam assertionem art. XI. Diarii 27. p. 396: „ Poichè per giungere all' equazione (1) nulla di co„ stante è stato supposto, io sono in libertà di supporre co„ stante quella differenziale, *che a me parrà più propria*. „ Eandem ille p. 312. Actorum Lipsiensium sic effert: „ In articulo XI „ Tomi XXVII dixit, & recte quidem, licitum esse ponere con„ stantem quam libuerit „

Io nol dissi giammai nè dir potria
Per oro, per cittadi, o per castella.

Pag. 79. Aliud est dicere: liberum mihi est constantem ponere eam differentialem, quæ opportunior videbitur, aliud vero longe diversum asserere: licet mihi ponere constantem *quam libuerit*. Etsi in qualibet curva quælibet constans poni queat, non tamen inde sequitur quamlibet positam constantem idoneam esse ad æquationem (1) integrandam. Ergo erroneum est illud *recte dixit*, quo D. B. sententiam mihi tributam cohonestare dignatur; ego quidem adeo gratiosam approbationem alias ultro postulassem, nunc vero, sua venia, eam respuere cogor tanquam *non hos quæsitum munus in usus*, & interim ad rationes, quas noviter attulit, discutiendas transeo. Unam ex iis per modum responsionis intorquet, ait enim, mihi in eadem opinione permanenti se melius respondere non posse, quam rogando, ut exemplum, vel solutionem alicujus problematis proferam, ubi ad æquationem controversam perveniam sine suppositione differentialis constantis. Quanam, Deus bone, responsione, & ratiocinatione redarguor! Si mihi exemplum non suppetat, numquid de aliis omnibus conclamatum erit? Si antiquiores, recentioresque Geometræ ad Circuli atque Hyperbolæ tetragonismum nondum pervenerunt, numquid dimensiones hujusmodi pro non possibilibus habendæ? Plura ex Geometricis inventis partim fortunæ partim industriæ debentur: at quomodo innotuit D. B. quibus limitibus posterorum fortuna atque industria tenebuntur? Esto, posteritas nunquam perveniat ad requisitum exemplum proferendum, solutionemque alicujus problematis juxta expositas leges depromendam: numquid inde demonstratum fuerit adynaton esse? Hobbes forte id sibi

sua-

suaderet quippe qui definiret possibile: quod fuit, est, vel erit. At norunt quicunque non eo usque desipiunt, validioribus fulcris stabiliendum quidquid in Geometria adynaton pronuntiatur; atque idcirco cum D. B. ingenue fateatur, *se melius respondere non posse*, de causæ suæ statu candidus lector conjecturam faciat. Ex alia parte expendendo notionem a voce *Problema* importatam constat per hanc significari propositionem, quæ aliquid faciendum præscribat. Hac definitione utitur in scientia calculi celebris Pater Reyneau, quæ quidem communi Geometrarum ideæ conformatur. Ergo si quis curvam exposceret huic analogiæ satisfacientem $yy.s::1.x$ (ubi y significat ordinatas, x abscissas, s subtangentem, unitas vero arbitraria homogeneorum leges supplere concipitur) procul dubio is problema enodandum proponeret. Siquis autem curvam peteret aptam ad hanc analogiam servandam $r.s::\frac{ddx}{dx2}.1$ (ubi r subnormalem repræsentat, & (x) accipiendæ sunt in axe) qua tandem de causa problema nequaquam proponere dicendus esset? Si hæc propositio aliquid faciendum præscribit, cur a notione problematis est excludenda? Num fractio $ddx:dx^2$ hanc quæsito appellationem interdicet? At quotusquisque mortalium jus sibi acquisivit duram hanc legem ferendi, qua excludantur ab aditu in novas Geometriæ regiones problemata non omnino immunia ab expressionibus infinitesimis secundi gradus? Porro si hæc secunda quæstio problema est; ægre admodum evincetur hanc tertiam propositionem problema non esse: Curvam invenire per quam salvetur sequens analogia (ubi (s) significat subtangentem $s^m.y^n::\frac{X.a}{y^m x}+\frac{bddx}{dx^2}+\frac{cyddy}{sdy^2}+\frac{f}{s}$ & si hujusce analogiæ beneficio ad æquationem (1) sine ullius constantis assumtione, ac determinatione pervenitur, censura vacabit meum Theorema art. XI Diarii 27 propositum, atque in logomachiam desinet tanto strepitu excitatum certamen. Neque huc facit opponere ab hac analogia æquationem involvi, quæ sine assumtione alicujus differentialis constantis integrationem non patiatur, quia, uti adverti in art. V. Diarii 31. p. 74. rursumque hic repetere operæ pretium arbitror, motæ litis cardo in eo vertitur ut constet num ad æquationem (1) pervenire liceat ante determinationem atque indicationem illius differentialis constantis, quæ integrationem parit, an non? Sed tempus postulat ut cum D. B. Achille congrediar, cum illo scilicet novo ratiocinio quod di-

Tom. VIII Supplem. Sect. II.

Pag. 80.

recte

Tom. VIII Supplem. Sect. II. Pag. 81. recte demonstrativum autumat, & cujus viribus me prosternendum confidit.

Nunc animis opus, nunc pectore firmo.

In hunc finem sequens lemma præmittit. Omnis æquatio differentialis secundi gradus in qua dx est variabilis, & dy constans transmutari potest salva æquatione integrali in aliam, in qua dx est constans, & dy variabilis scribendo pro ddx hunc valorem $-\frac{dxddy}{dy}$. Tum dy constantem supponit in æquatione (1) quæ in hanc transformatur (5) $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{fdy}{ydx}$. Ponit præterea constantem dx, & æquatio (1) in sequentem mutatur (6) $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$. Demum æquationem (5) absque variatione integralis transformat substituendo vi præmissi lemmatis $-dxddy : dy$ pro ddx, ut æquatio infra scripta resultet, quæ differentialem dx constantem sortitur (7) $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} - \frac{bddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$: quibus peractis pronunciat ab æquationibus (6) & (7) congruentiam servari, atque idcirco æquando membra secunda, ac delendo redundantes terminos hanc æquationem assequitur $cddy : dxdy = -bddy : dxdy$, ex qua admodum facile concludit $c = -b$. At enim D. B. ante hanc præcipitem illationem onus incumbit probandi quod ex præsupposita æqualitate inter ipsas x, earumque differentiales ad æquationes (6) & (7) pertinentes, etiam ipsæ y, earumque differentiales tam primæ quam secundæ, immo vero etiam quantitas per f designata vere æquentur in utraque æquatione: quippe si secus res se habeat supposita utriusque æquationis congruentia evanescit, ac tota novæ directæque demonstrationis moles in purum putum paralogismum dissolvitur. Ipsius demum solertiæ fuerat advertere quod quemadmodum in communi usu loquendi eadem vox nonnunquam diversa significat; ita in idiomate analytico quamvis y, dy, ddy, & f eædem visui appareant, possunt in æquationibus (6) & (7) diversis quantitatibus respondere

Per esto loco
si vuol tenere ugli occhi stretto il freno
Però ch' errar potrebbesi per poco.

Pag. 82. Et revera si exempli gratia æquationem (1) integremus methodo a me exposita in art. XI. Diarii 27 supponendo primo dy, deinde dx constantem; inveniemus quod cum in primo

casu

casu ddy sit $=o$ potest subtrahi $cddy : dxdy$ ab æquatione (1), quæ transmutabitur in hanc (8) $X dy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + (c - c) \frac{ddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$. Oportet igitur æquare constantem (3) quantitati dy^λ, in eaque concipiendo $c = o$, quia (c) in ipsa repræsentat coefficientem ipsius $ddy : dxdy$ in æquatione (8), scilicet zerum, oritur hæc æquatio $x^{t-a} dx^{u-b} y^{\frac{mn}{u}-f} dy^{-u} = dy^\lambda$: ex qua resultabit $t = a$; $u = b$; $\frac{mu}{n} - f = o$, sive $f = mb : n$; $\lambda = -u = -b$, qui valores ipsius (t), & (u) in æquatione secunda substituti eandem sic transformant (9) $dy : y^{m:n} = x^{a:b} dx : (\frac{n}{b} \int . X x^{na:b} dx + k)^{1:n}$.

Tom. VIII Supplem. Sect. II.

Apparebit etiam ex suppositione ipsius dx constantis resultare $ddx = o$ ita ut subtrahi possit $bddx : dx^2$ ab æquatione (1), quæ vertetur in istam (10) $X dy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + (b - b) \frac{ddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$. Æquando igitur constantem (3) ipsi dx^π, in eaque concipiendo b æqualem zero, eo quod b in ipsa denotet coefficientem fractionis $ddx : dx^2$ in æquatione (10), obtinebitur hæc nova æquatio $x^{t-a} dx^u y^{\frac{mn}{u}-f} dy^{-c-u} = dx^\pi$, quæ manifestat $t = a$; $-c - u = o$, vel $u = -c$; $\frac{nm}{u} - f = o$, vel $f = -\frac{nm}{c}$; $\pi = u = -c$, atque hi valores quantitatum t, & u in æquatione (2) substituti illam in hanc aliam convertunt (11) $dy : y^{m:n} = x^{-a:c} : (\frac{-n}{c} \int . X x^{-na:c} dx + k)^{1:n}$. Tandem videbimus quod vi lemmatis a D. B. indicati, & supra citati potest substitui in æquatione (8) pro ddx hic valor $-dxddy : dy$ salva æquatione integrali (9) ita ut liceat transmutare æquationem (8) in sequentem, ubi dx constans est, & loco ipsius f apparet ejusdem valor $mb : n$ (12) $X dy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} - \frac{bddy}{dxdy} + \frac{mbdy}{nydx}$; sed etiam æquatio (10) substituendo pro f ipsius valorem $-mc : n$ hanc speciem

Tom. VIII Supplem. Sect. II. Pag. 83. ciem induit (13) $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{cddy}{dxdy} - \frac{mcdy}{nydx}$. Ergo liquet primo, quod cum binæ æquationes (9) & (11) sint respective integrales binarum æquationum (12) & (13) quantitates *y*, & *dy* valorem diversum in binis postremis æque ac in binis primis sortiuntur (ex hypothesi quod in unaquaque ipsarum concipiantur æquales *x*, & *dx* simulque *c* non æquetur $-b$) & consequenter quod *y*, *dy*, *ddy* multum differre debent in æquationibus (12) & (13) quando *c* non æquatur $-b$. Liquet secundo æquationes (12), & (13) esse respective easdem cum æquationibus (6) & (7), unde sequitur quod cum illæ congruentiam nequaquam servent nisi in casu quo $c = -b$, neque istæ eandem congruentiam extra casum $c = -b$ servabunt. Liquet tertio ab argumento Bernoulliano nihil aliud evinci quam *c* æquati $-b$ cum *c* æquatur $-b$, id quod parergis omissis significat nihil probari. Atque hic D. B. documento meo uti oportebat, quod contra me pag. 312. frustra retorquet, videlicet „ che l' influsso della costante assumta è valevole a produrre „ varj fenomeni nel Mondo intelligibile

— *In una parte più, e meno altrove.*

Quod si ipse contendat ex impotentia integrandi æquationem (1) absque assumptione alicujus differentialis constantis, atque ex generatione diversarum curvarum prodeuntium ab eadem æquatione hac vel alia methodo integrata quoties *dy*, *dx*, vel alia quantitas pro non fluente sumitur, *demonstrativa indicia* haberi, quibus constet ad æquationem (1) perveniri non posse sine præcedenti determinatione differentialis constantis, hanc ego a doctis, & partium studia declinantibus lectoribus æquitatem imploro, ut id ipsum illi non ante concedant, quam debitas probationes in medium produxerit, quas si forte repetat *a sola inductione*, id est ab exemplis variarum, notarumque curvarum, atque ab earum æquationibus, quæ bis prius differentientur, rursumque integrentur, advertant eruditi ratiocinia hujusmodi omnino invalida esse ad litem hanc dirimendam, quippe ipsis geometricæ probationis vim tribuere perinde esset, ac *generalem conclusionem manca inductione fulcire*. Inductioni vitiosæ Pag. 84. (ut alibi notavi) originem debet etiam illa propositio, quam D. B. pag. 305 secundæ dissertationis condecorat specioso titulo *Axiomatis nobilissimi*. Ego in art. 5. Diarii 31. ejusdem imbecillitatem ostendi argumentis, quæ minime refellit Adversarius, cum tantummodo conetur propositionem eandem clarius enunciare,

eo

eo tamen infelici exitu, quem cuique ostendet collatio hujus mei schediasmatis, atque articuli 5 Diarii 31 cum binis censuris Bernoullianis. Idcirco hac super re verbis parcam, dummodo mihi liceat breviter iterare primo quod binæ æquationes differentio-differentiales concipi possunt F, & H ejus naturæ, ut aliqui termini reperiantur in æquatione F diversi ab aliquibus terminis æquationis H, & nihilominus æquatio H æquipolleat æquationi F vi differentialis constantis assumptæ ab Analysta *ante* vel *postquam* pervenerit ad æquationem H, quia eadem differentialis constans ubi differentietur producit æquationem cujus secundum membrum nullum est, atque hæc nova æquatio aptata æquationi H eandem transformat in æquationem F. Secundo quod in isto casu æquatio G quæ integralis est æquationis F repræsentat curvam, in cujus, ut ita dicam, visceribus utraque æquatio F & H continetur. Tertio quod ex his præmissis sequitur æquationem G non modo integralem esse æquationis F, verum etiam æquationis H æquipollentis æquationi F. Quare si æquatio G absque ullius constantis assumtione differentiata producit æquationem F non autem æquationem H; inde inferre non licet æquationem G integralem non esse æquationis H, aut ipsam æquationem H ejus naturæ esse ut ad ipsam pervenire non detur absque assumptione alicujus differentialis constantis. Id quod unice colligitur est, ad integrandam æquationem H ope æquationis G requiri assumtionem alicujus differentialis constantis vel *antequam* Analysta ad æquationem H perveniat, vel *posteaquam* perveniret ad eandem. Hisce ad meam defensionem productis supervacaneum reputo in cæteris ubi D. B. nihil solidi mihi objicit diutius immorari, atque idcirco gradum facio ad fidem promissi Problematis liberandam.

Tom. VIII Supplem. Sect. II.

PROBLEMA.

In subjecta æquatione (14) *literæ* b, c, f, g, n *exprimunt quemvis numerum integrum, vel fractum, positivum, vel negativum comprehenso etiam zero.* X, *&* P *majusculæ significant quantitates quomodolibet datas per* x, *constantesque finitas, & ipsum zerum; at* Y, *&* Q *denotant quantitates quomodolibet datas per* y, *& constantes, ipsumque zerum; demum litera & repræsentat quantitatem quomodolibet compositam ex variabilibus, & constantibus. Invenire suppositionem differentialis constantis, quæ æquationem* (14) *integrabilem reddit.* (14) Pag. 85.

$$Ydxdy^n : dx^n = Pdx + \frac{bddx}{dx} + \frac{cddy}{dy} + Qdy + \frac{gd\&}{\&}.$$

Tom. VIII
Supplem.
Sect. II.

Solutio Prima.

Ponatur $adz : z = Pdx$, & $fdb : b = Qdy$ (a, & f significant quemvis numerum integrum, vel fractum, positivum vel negativum, ipsumque etiam zerum ubi nulla fuerit P vel Q) dabunturque z, & b saltem transcendenter prima per x, secunda per y, quia integrando obtinebitur (15) $al.z = S.Pdx + M$, (16) $fl.b = S.Qdy + N$. ($l.$ est characteristica logarithmorum, M, & N indicant constantes arbitrarias cum suo signo). His positis æquatio (14) mutabitur in sequentem (17) $XYdxdy^n : dx^n = \frac{adz}{z} + \frac{bddx}{dx} + \frac{cddy}{dy} + \frac{fdb}{b} + \frac{gd\odot}{\odot}$. Valor majusculæ C expressus in infra scripta æquatione (18) esto differentialis constans quæsita ubi θ denotat exponentem arbitrarium, t, u, e, i significant exponentes incognitos, & majuscula A indicat quantitatem quomodocumque datam per x & constantes, & consequenter etiam per z (18) $C = dx^{t}\, dy^{e}\, Y^{\theta}\, A\odot^{i}$. Concipiatur nunc hæc æquatio, in qua r est numerus incognitus (19) $\frac{dV}{V} = \frac{ardz}{z} + \frac{brddx}{dx} + \frac{crddy}{dy} + \frac{frdb}{b} + \frac{grd\odot}{\odot}$. Multiplicetur æquatio (17) per hanc quantitatem $rz^{p}\, dx^{n}\, dy^{-n}\, Y^{-1} A^{q}$, in qua p, & q repræsentant exponentes adhuc incognitos, ac ponendo in eadem æquatione (17) $dV : V$ pro suo valore, illa hanc formam subibit (20) $rXz^{p} A^{q} dx = z^{p}\, dx^{n}\, dy^{-n}\, Y^{-1} A^{q}\, dV : V$, cujus æquationis secundum membrum ut integrabile appareat concipiatur (21) $V^{k} = z^{p}\, dx^{n}\, dy^{-n}\, Y^{-1} A^{q}$: ($k$ est exponens incognitus) & substituendo V^{k} loco sui valoris in æquatione (20) obtinebitur $rXz^{p} A^{q} dx = V^{k-1} dV$, atque integrando $rS.Xz^{p} A^{q} + B = \frac{1}{k} V^{k}$. (B est constans arbitraria cum suo signo) hinc restituendo pro V^{k} ipsius valorem supra expressum apparebit (22) $rS.Xz^{p} A^{q} dx + B = \frac{1}{k} z^{p}\, dx^{n}\, dy^{-n}\, Y^{-1} A^{q}$. Superest nunc detegendus valor literarum r, k, p, q ad hanc æquationem integralem pertinentium, ipsarumque t, u, e, i, quæ locum habent in supposita constanti (18). Ad hoc consequendum integretur æquatio (19) atque orietur $l.V = l.z^{ar} + l.dx^{br} + l.dy^{cr} + l.b^{fr} + l.\odot^{gr} + sl.C$. Logarithmus constantis C multiplicatus per numerum incognitum s est quantitas constans, quam huic æquationi integrali mihi addere libet, ex qua re-

Pag. 86.

jectis

jectis logarithmis deducitur $V = z^{ar} dx^{br} dy^{cr} b^{fr}$ & ^{gr} C^{r}, atque elevando utrumque hujus æquationis membrum ad dignitatem k, simulque ponendo pro C ipsius valorem consequemur (23) $V^{k} = z^{ark}$, $dx^{brk+tsk}$, $dy^{crk+suk}$, $b^{frk+sek}$, &$^{grk+isk}$, $Y^{\theta sk}$, A^{sk}. æquando mox hunc valorem ipsius V^{k} alteri, qui apparet in æquatione (21) id est æquando utriusque exponentes respectivos; infertur primo nullos esse exponentes ipsarum b, & &, adeoque detegitur (24) $e = -fr : s$, (25) $i = -gr : s$, (26) $k = p : ar$, (27) $k = n : (br + st)$, (28) $k = -n : (cr + su)$, (29) $k = -1 : s\theta$, (30) $k = q : s$. Quare ex comparatione æquationum (29), & (30) resultat (31) $q = -1 : \theta$, ex comparatione æquationum (26), & (29) (32) $p = -ar : s\theta$, ex comparatione æquationum (27), & (29) (33) $t = (-ns\theta - br) : s$, ex comparatione æquationum (28), & (29) (34) $u = (ns\theta - cr) : s$, tandemque valores ipsarum e, i, k, g, p, t, u desumpti ab æquationibus (24) (25) (29) (31) (32) (33) (34) ac substituti in æquatione (22), & in constanti (18) Problema resolvunt. Q. E. J. Notandum literas r, & s indeterminatas remanere, sed r nullam esse non debere, s vero nullam esse non posse nisi in casu, quo æquatio (14) integrabilis fuerit sine assumptione alicujus differentialis constantis.

Tom. VIII Supplem. Sect. II.

Solutio Secunda.

Multiplicetur primum membrum æquationis (17) per $\frac{dy}{dy}$, mutabiturque in sequentem (35) $XY dy dx^{1-n} : dy^{1-n} = \frac{fdb}{b} + \frac{eddy}{dy} + \frac{bddx}{dx} + \frac{adz}{dz} + \frac{gd\&}{\&}$ hinc ratiocinio simillimo ei, quo in præcedenti solutione usi sumus, quodque idcirco iterare non est opus, constabit quod concipiendo $e = -ar : s$; $i = -gr : s$; $k = -1 : s\theta$; $q = -1 : \theta$, $p = -fr : s\theta$; $t = (ns\theta - s\theta - cr) : s$; $u = (s\theta - ns\theta - br) : s$, & faciendo constantem infra scriptum valorem majusculæ G (ubi E repræsentat quantitatem quomodolibet datam per y, & constantes, & consequenter etiam per b) (36) $G = dy^{t} dx^{u} X^{\theta} z^{e} E\&^{i}$, integrale æquationis (35) id est æquationis (14) erit ut sequitur (37) $rS. Y^{bp} E^{q} dy + B = \frac{1}{k} b^{p} dy^{1-n} dx^{n-1} X^{-1} E^{q}$. Q. E. D.

Pag. 87.

Cor. 1. Ad dignoscendum quibus in casibus æquatio (14) integrabilis sit absque assumtione ullius differentialis constantis; fiat in constanti (18) atque in æquatione (23) $A = 1$, itemque θ, t, u, e, i

 omnes

Tom. VIII Supplem. Sect. II. omnes æquales zero, comparatio quippe æquationis (23) hoc pacto modificatæ cum æquatione (21) deteget $Y = bf^{rk}$; $k = ne$ $br = -n : er = p : ar$; atque ex his valoribus ipsius k deducetur $e = -b$; $Y = bf^{n:b}$; $p = na : b$. Hinc liquet quod si in æquatione (14) habeatur $Y = bf^{n:b}$; $c = -b$; & $g = o$ integrale ejusdem æquationis obtinebitur absque assumtione ullius quantitatis constantis eritque æquatio (22) dummodo substituantur pro A, p, k ipsarum valores in hoc Corollario expressi; litera X juxta hanc methodum suam universalitatem retinente.

Cor. 2. Similiter concipiendo in constanti (36) E = 1, omnesque θ, t, u, e, i æquales zero, atque adhibendo analysin conformem Corollario præcedenti, constabit æquationem (35) & consequenter æquationem (14), quæ eadem est integrari absque constantis assumtione quando habeatur $X = z^e(^{n-1})$; $b = -c$, & $g = o$; integrale vero esse æquationem (37) dummodo fiat $k = (1 - u) : crp$ ... literá Y hic suam generalitatem retinente.

Cor. 3. Quare quoties in æquatione (14) habetur $X = z^e(^{n-1})$; $Y = bf^{n:b}$; $b = -c$, & $g = o$ bina Corollaria præcedentia, binæque æquationes (22) (37) binas formulas subministrant ad integrandam eandem æquationem (14) absque assumtione ullius differentialis constantis.

Pag. 88.

Cor. 4. Si in æquatione (14) b, c, g, n fuerint eodem tempore æquales zero, annihilentur hæ ipsæ literæ in æquatione (17), tum supponatur constans (18) æqualis unitati, eritque etiam A = 1; atque observetur in hisce suppositionibus ab æquatione (21) exhiberi $V^k = z^p Y^{-1}$ ab æquatione autem (23) resultare $V^k = z^{ark} bf^{rk}$ ex comparatione vero binarum expressionum ipsius V^k prodit $k = p : ar$; $Y = bf^{rk} = bf^{p:a}$; ac ponendo valores ipsarum K, Y, A, n in æquatione (22) dignoscitur, quod (suppositis binis æquationibus (15) & (16), in quibus saltem transcendenter continentur valores ipsarum z, & b) æquatio sequens $X dx : bf^{p:a} = Pdx + Qdy$ habet pro sua integrali hanc aliam $\int X z^p dx + B = \frac{a}{p} z^p bf^{p:a}$.

Cor. 5. Si in æquatione (17) supponatur $z = x$; $b = y$; $Y = y^m$; $g = o$, atque insuper in constanti (18) concipiatur $t = o$; A = φ^a; $\theta = -\omega : n$ (φ, & ω repræsentant exponentes arbitrarios, & φ potest esse etiam zerus) r autem, atque s fiant ambæ æquales unitati; hi valores ipsarum θ, r, & s subrogati in æquationibus (24) (33) (34) (29) (31) (32) manifestant $e = -f$; $t = u - b$; $u = -\omega - e$; $k = n : \omega$; $q = n : \omega$; $p = na : \omega$. Hinc valores

res ipsarum $Y, b, t, u, e, \theta, A, i$ positi in constanti (18) ac valores ipsarum r, z, A, K, Y, p, q substituti in æquatione (22) pariunt formulas mei Theorematis vulgati in art. XI Diarii 27 Literatorum Italiæ, ubi vocantur t, u, k quantitates quæ hic respective appellantur ϕ, ω, B. Tom. VIII Supplem. Sect. II.

Schol. 1. Non erit inutile advertere quod ubi Pdx, vel Qdy resolvi possunt in differentiales quantitatum logarithmicarum per quantitates constantes multiplicatarum, valor ipsius z in æquatione (15), vel ipsius b in æquatione (16) dabitur per x, vel per y ope æquationis algebraicæ, vel exponentialis.

Exemplum æquationis algebraicæ.

Esto $Qdy = c^3dy:(y^3 - cey)$; secundum hujus æquationis membrum, in quo c significat quantitatem constantem in sequentes differentiales logarithmicas resolubile est $\frac{1}{2}edy:(y+e)$; $+\frac{1}{2}(\pm edy):(\pm y \mp e)$; $-edy:y$ ita ut habeatur $\int.Qdy = \frac{1}{2}l.(y+e)$ $+\frac{1}{2}l.(\pm y \mp e) - l.y$: collocando autem hunc ipsius $\int.Qdy$ valorem in æquatione (16), facto in eadem $N = l.F$, sublatisque per notas methodos logarithmis, æquatio (16) in hanc aliam abit $bl = \frac{eF}{y}(\pm yy \mp ee)^{1:2}$ ubi F est quantitas constans cum suo signo. Pag. 89.

Schol. 2. Considerando æquationes (14) & (17) perinde ac si nullam involverent relationem ad æquationem (35); apparebit, quod tam in prædictis æquationibus (14) & (17) quam in constanti (18) atque in integrali (22) pro $dx^{\pm r}$, & dx^t substitui potest respective $dw^{\pm n}$, & dw^t dummodo pro $\frac{ddx}{dx}$ subrogetur $\frac{ddw}{dw}$ in æquationibus (14), & (17). Eadem valent respectu $dy^{\pm r}$, & dy^u, pro quibus licet substituere $d\Delta^{\pm n}$, & $d\Delta^u$ dummodo in æquationibus (14) & (17) pro $\frac{ddy}{dy}$ ponatur $\frac{dd\Delta}{d\Delta}$.

Exemplum.

Una ex formulis solventibus Problema directum circa radium circuli osculatoris absque suppositione ullius differentialis constantis est ista $s = xdxdw^2:(adydxdw + xdwddy - xdy\,ddw)$ ubi s radium evolutæ significat, dw in hoc exemplo indicat elementum curvæ, a vero unitatem exprimit quando appli-

ca-

Tom. VIII Supplem. Sect. II. catæ x discedunt ab eodem puncto fixo, & zerum indicat ubi applicatæ sint ad axem normales. Hæc omnia inferuntur ex prima formularum radii evolutæ à celebri Varignonio demonstratarum in Monumentis Academiæ Regiæ Scientiarum ad an. 1701, & 1706, ubi ille vocat y, dy, ddy, dx, ds quantitates quas ego respective appello x, dx, ddx, dy, dw. Jam vero multiplicando hanc formulam per $(adydxdw + xdwddy - adyddw) = z$, atque inde resultantem quantitatem per $xdydw$ dividendo, hæc alia invenitur (38) $\frac{dxdw}{\varepsilon dy} = \frac{adx}{x} - \frac{ddw}{dw} + \frac{ddy}{dy}$ quæ est æquatio

Pag. 90. inserviens solutioni Problematis inversi circa radium circuli osculatoris, supponendo radium ε quomodolibet datum per x, & constantes: ad eam autem integrandam adverto ipsam revocari ad æquationem (17) atque ad calum Corollarii primi concipiendo $Y = 1 = y^0$; $X = \frac{1}{\varepsilon}$; $n = -1$; $dx^n = dw^n = dw^{-1}$; $ddx : dx = ddw : dw$; $b = -1$; $c = -b = 1$; $z = x$; $f = o$. Quapropter integrale æquationis (38) est æquatio (22) dummodo valores quantitatum Y, X, n, dx^n, b, c, z in ipsam, atque in formulas, quibus relatio cum ipsa est invehantur, faciendo $E = 1$; $p = a$; $k = 1 : r$; ita ut substituendo $(dx^2 + dy^2)^{1:2}$ pro dw in eadem æquatione (22) uti dictum est modificata, illamque debita cautela tractando obtineatur $dy = dx\,(\int.\frac{x^a dx}{\varepsilon} + B) : [x^{2a} - (\int.\frac{x^a dx}{\varepsilon} + B)^2]^{1:2}$ brevitatis studio ulteriora persequi non vacat. Addam tantummodo Corollarium, quod cum nostra controversia cognationem habet.

Cor. 6. Supponendo quemadmodum in Corollario 5 quod in æquatione (17) sit $z = x$; $b = y$; $Y = y^{m}$; $g = o$, & primo concipiendo $ddy = o$ poterit ab æquatione (17) subtrahi $cddy : dy$ inque ipsa coefficiens ipsius $ddy : dy$ reddi æqualis $c - c = o$: habebitur præterea constans (18) æqualis ipsi dy^u, hoc est nulli evadent omnes exponentes ejusdem constantis præter u; at A æquabitur unitati, atque idcirco erit $Y^\theta b^e (= y^{m\theta - \frac{fr}{s}}) = y^0$, unde oritur $f = -ms\theta : r$. Atqui concipiendo $t = o$ in æquatione (33) resultabit $s\theta = -br : n$; ergo hunc valorem ipsius $s\theta$ ponendo in inventa expressione quantitatis f, & in æquationibus (29) (32) (34) detegetur $f = mb : n$; $k = n : br$; $p = na : b$; atque $u = -r(b + c - c) : s = -br : s$. In æquatione (34) generaliter considerata repræsentat litera c coefficientem ipsius $ddy : dy$, quæ quanti-

tas

tas in casu nostro est $o+c$, & propterea in præsenti valore ipsius s ponitur $o-c$ pro c. Secundo supponendo $ddx=o$ poterit subtrahi $bddx:dx$ ab æquatione (17) ubi coefficiens ipsius $ddx:dx$ æquabitur $b-b=o$. Erit etiam constans (18) æqualis dx^{t}, nempe nulli evadent omnes ejusdem constantis indices præter t, resultabitque ut supra $f=-ms\theta:r$ ac ponendo $u=o$ in æquatione (34) resultabit $s\theta=cr:n$, quæ expressio ejusdem $s\theta$ substituta in valore ipsius f nuper invento, atque in æquationibus (29) (32) (33) deteget $f=-mc:n$; $k=-n:cr$; $p=-na:c$; $t=-r(b-b+c):s=-cr:s$. In æquatione (33) generaliter considerata ponitur litera b pro coefficiente ipsius $ddx:dx$, scilicet in casu nostro pro $b-b$, atque hac de causa $b-b$ subrogatur pro b in peculiari valore ipsius t. Tom. VIII Supplem. Sect. II. Pag. 91.

Schol. 3. Nota quod ubi in primo casu ipsius dy constantis habetur $b=o$, & $n=o$, fieri potest ut valor ipsius u non sit nullus non subtrahendo $cddy:dy$ ab æquatione (17) at in isto casu $b:n=o:o$ nihil detegit, atque ideo in formulis primi puncti hujus Corollarii pro $b:n$ substituenda est quantitas $f:m$, eo quod hæc fractio æquetur $-s\theta:r=b:n$. Similiter ubi in secundo casu ipsius dx constantis nullæ sunt c, & n, fieri potest ut valor ipsius t non sit nullus non subtrahendo $bddx:dx$ ab æquatione (17), sed quia in hoc casu habetur $-c:n=-o:o$, in formulis secundi puncti hujus Corollarii pro $-c:n$ ponenda est quantitas $f:m$, eo quod fractio hujusmodi æquetur $-s\theta:r=-c:n$.

Schol. 4. Resumendo nunc sextum Corollarium, & inde ratiocinium eruendo simile ei, quo superius ad trutinam revocavi D. B. argumentum, palam fiet etiam in hac generaliori methodo a supposita *demonstratione nova*, & *directa* nihil concludi.



DE

Tom. VIII Supplem. Sect. III. Pag. 127.

DE SYSTEMATE OPTICÆ NEWTONIANÆ

Et de aberratione radiorum in Humore Crystallino refractorum.

Excerpta e literis JOANNIS RIZZETI *ad* CHRISTINUM MARTINELLUM, *Patricium Venetum.*

UT ad rem aggrediar, non injuria existimabas, luminis aberrationem, a Newtono nuper inventam, Telescopiis absolvendis re insuperabili adversari. Newtonus enim cum lumini Solis objecisset Prisma triangulare, agnovit, spectrum solare magis produci quam lex vulgata refractionis postulasset: ideoque lumen Solis in refractione dispergi, ita ut unicus simplexque radius in plures discindatur. Unde opinatus est, id ipsum fore si lumen transversum aliquam quoque lentem irrumpit: radium scilicet AB, qui a lente B*b* ex nota refractionis lege in punctum *e* dirigitur, nequaquam agi in unica recta B*e*, sed in plures discissum ampliari in Conum lucidum *e*BG. Idem facientes reliquos quoque radios, qui fluunt ex puncto A, quamvis ex veteri refractionis lege urgeantur, omnes ad unicum punctum *e*, vi tamen novæ legis ita distrahi, ut totum circulum impleant, cujus diameter FG est in ratione constanti ad lentis latitudinem B*b*. Porro hanc Newtonianam luminis aberrationem ipse Newtonus corrigi minime posse censuit. Hoc si ita foret, actum esset de perficiendis Telescopiis consummandisque, quamvis enim auferremus de medio aliam aberrationem, quæ oritur ex sphærica lentis figura, attamen illa radiorum copia, quæ de singulis principalibus radiis erumpit, in causa foret, ut lumen fluens ex quolibet puncto objecti minime coiret in altero puncto imaginis, ut proinde fieret in visione confusio. Quem, Christine, putes posse tanti Viri præceptis tantique operis experimentis refragari, cum illis cesserit quoque Vir ab omnibus commendatus Hugenius. Quæso tamen, ut paulisper moreris, donec Newtoniana isthæc expendam. Super chartam albam a Sole probe illuminatam unum posui capitis mei capillum unius pedis intervallo ab oculo remotum, & cum illum distinctissime cernerem, ita mecum ratiocinabar: in ea ab oculo distantia diameter capilli ad diametrum imaginis in oculi fundo depictæ est saltem sicut 25 ad 1, diameter pupil-

pupillæ ad diametrum capilli ut 24 ad 1. Hujusmodi proportiones accepi justo minores, etenim esse malui potius intra quam ultra modum, ut veritas clarius elucescat. Porro juxta Newtonianam sententiam, dum radii ex puncto longinquo incidunt in lentem sibi invicem paralleli, diameter luminis aberrantis est æqualis quinquagesimæ quintæ parti latitudinis lentis; dum radii ex puncto propinquo incidunt in lentem a se invicem divergentes, est adeo major ipsius luminis aberrantis diameter. Si hæc igitur foret æqualis quinquagesimæ quintæ parti diametri pupillæ ipsa diameter esset ad diametrum imaginis capilli saltem sicut $\frac{25 . 24}{55}$ ad 1 vel proxime sicut 11 ad 1 & proinde imago capilli foret in oculo a lumine aberrante chartæ delenda & capillus e conspectu abeundus, si illius crassitudo foret quoque undecies major. At quoniam capillus licet tam sit exilis, attamen cernitur tam distincte, dicendum est utique, nec ullum quidem esse in oculo vestigium illius aberrationis, quam tanti Clar. *Anglus* existimat. Cum applicem oculo eum aberrationis calculum, quem Autor in lentibus vitreis elicuit, a nemine arbitror hujusmodi applicationem refelli ratione diversitatis materiæ, dum enim lens vitrea conjungit ad datam distantiam in foco lumen ab aliquo puncto fluens, si manente latitudine materia lentis mutetur & simul ejus figura ita ut constans maneat distantia foci, per principia Newtoniana constans quoque manet aberratio, unde hujus calculus relativus ad vitream lentem applicari poterit ad aliam diversæ materiæ lentem, a qua focus æqualiter distat. Tandem ne quid dubii reliquum sit, capillus per lentem vitream debite interpositam transpiciatur, & eadem distinctione visionis inventa argumentatio modice mutata repetatur & *idem* consequens eliciatur. Cum dixerim, in visione capilli locum minime esse aberrationi Newtonianæ, quia minime cernitur, adversus hujusmodi argumentum rationabilior mihi videretur objectio ducta a propositione VII Autoris: nimirum adeo extenuari lumen aberrans in distantia a suo centro, ut (loquar illius verbis) non sit sensibile, nisi in eodem centro, aut prope illud. Ut objectioni respondeam, divisa semidiametro luminis aberrantis in undecim partes æquales ejus densitas juxta Newtonianam sententiam decrescit in talem Arithmeticam proportionem, ut cum expressa sit in prima parte a numero 21, exprimatur in secunda a numero 19, & sic deinceps adeo, ut in parte ultima exteriori exprimatur per unitatem. Non temere igitur aspexi capillum positum super chartam albam a Sole probe illuminatum sed ita compositum aspexi, ut lumen aberrans

Tom. VIII Supplem. Sect. III.

Pag. 129.

Tom.VIII Supplem. Sect. III. Pag. 130. chartæ suppositæ melius posset manifestari, si minus in tota sui extensione, saltem in magna sui parte. Quamvis igitur in extensione hoc lumen occupabat juxta Newtonianam sententiam spatium undecies majus imagine capilli, & intensione erat illud supra imaginem capilli vicies densius quam esset prope extremitatem, attamen ipsius luminis nec indicium quidem apparuit. Quis igitur dicere poterit, ipsum lumen ibi esse (propter autem suam raritatem insensibile) cum ipse Newtonus fateatur, quod ubi est sentiatur in partibus saltem centro suo proximioribus? Ut de medio tandem hanc difficultatem auferrem, posui *ob oculos* prisma triangulare vitreum, & quantumvis parvus esset angulus refringens, vidi semper capillum a lumine aberrante turbari. Quemadmodum igitur in hoc casu, in quo hoc lumen cernitur, non potest negari illius præsentia, ita in casu nudi oculi, in quo minime cernitur, necesse est, ut concedatur ipsius absentia, donec saltem fiat ut melius cernatur. Si nunc quæras cur lumen dispergatur transiens per prisma triangulare, & non *itidem* dispergatur transiens per lentem, respondeo, quod *res tanta* nequit unica epistola contineri, tibi autem satisfaciam in quadam refractionum disquisitione, quæ nunc in manibus est. Interea ne mirere, si Newtoni amplissimi viri præcepta ab his nostris experimentis dissentiant. Ipsi enim laus debetur utique magna, quod princeps refracti luminis dispersionem animadverterit, at non illa quidem (ut vulgo censetur) quod ejusdem dispersionis causam affectionesque detexerit. Vidit sapientissimus Anglus speciem solarem magis in longum porrectam quam lex refractionis vulgaris postulasset, cumque illam cerneret diversicolorem, scilicet rubram, mox flavam, deinde viridem, postea cæruleam & tandem supra violaceam, hoc experimento fretus suum confecit systema luminis atque colorum. Omnia experimenta, quibus illud innixum est, renovare curavi, & ea (proloquine id licet?) partim falsa, & omnia reliqua inveni propter omissionem alicujus circumstantiæ æquivoca ac minime concludentia. Ut unicum attendas obsecro. Bipartitus est Newtonus verticali linea paginam quadrangulam oblongam & mediam delinivit colore rubeo, mediam cœruleo. Deinde serici nigerrimi filum sæpius circumvolvit ita, ut singula fila paginæ coloratæ superinducta lineas nigras exhiberent. Ex adverso pagi-

Pag. 131. næ sex pedum duarumque unciarum intervallo erexit lentem vitream uncias $4\frac{1}{4}$ latam, quæ radios ex diversis paginæ punctis ita colligeret, ut ad totidem alia puncta ex altera parte eodem sex pedum duarumque unciarum intervallo ultra lentem emergerent. Cum tandem altera charta alba imaginem colo-

tatæ paginæ collegisset, animadvertit vel potius animadvertere visum fuit, quod maxime concupisset, quo scilicet in loco imago chartæ rubeæ apparebat distincta, eo in loco cœruleam apparere confusam & e contra. Intervallum vero fere sesquiunciæ inter duo loca, in quibus geminæ imagines seorsim distinctæ apparebant, cœrulea propius lentem, rubea longius a lente distinctionem exhibente. Ego utique idem experimentum in omnibus iisdem circumstantiis ut in aliis quoque mihi exhiberi curavi, & nihil unquam inveni, quod satisfaceret. Nunquam mihi contigit, ut cernerem distinctam imaginem unius paginæ & confusam alterius, sed in qualibet distantia a lente utraque simul vel distincta vel confusa apparuit semper. Missis itaque ejusmodi experimentis, quæ sine ingenti apparatu peragi nequeunt, unum ego simplicissimum afferam, quod fallere nequit, quodque cuivis & ubique in promtu sit. Duo subtilissima fila, alterum rubeum, alterum violaceum, ita invicem conjungo, ut sese contingant, deinde illa intervallo debito inspiciens eadem distinctissime video, unoque intuitu crassitiem & colorem singulorum agnosco. Quis poterit hanc sensus apparentiam cum hypothesi Newtoniana comparare? Geminis filis positis uno ad partem dextram, altero ad sinistram puncti A, emittat rubeum radios suos ad oculum B*b*, extremique AB, A*b* refracti in *Be*, *be* occurrant in puncto *e*, in quo cæteri quoque physice concurrent, oculus enim (ut suo loco ostendetur) vim habet illius aberrationis corrigendæ, quæ a figura sphærica secundum legem vulgarem refractionis oritur. Radii deinde ex filo violaceo fluentes, utpote magis refrangibiles, concurrant omnes in puncto *c*, imago fili violacei erit in puncto C, imago rubei in puncto *e* magis remoto a lente B*b*, quam sit punctum C differentia distantiarum *ce*, est satis superque sensibilis, siquidem diameter aberrationis cum diametro imaginis conferatur: calculus quidem positus fuit in superiori experimento capilli, nec opus est ut is repetatur. Nunc fundus oculi in F*e*G geminas accipiet imagines: illa fili rubei contracta in unico puncto *e* eximia distinctione excellet; altera violacei distracta in spatium FG (cujus diameter erit undecies major diametro alterius) speciem sui referet confusam. Fundus oculi attollatur & aptetur lineæ *ss*. In hoc casu geminæ imagines distractæ in idem spatium *ss* non gemina fila distincta, sed unum objectum ex coloribus geminis exhibebunt. Tandem fundus oculi collocetur in loco V*u*, tunc pictura fili violacei distincta fiet in puncto *C*, at illa rubei distracta in spatium V*u*, (cujus diameter erit septies vel octies major diametro alterius) confusione turbabitur. Si igitur nullo casu in systemate Newtoniano visio nostra

Tom. VIII Supplem. Sect. III.

Pag. 132.

Tom.VIII Supplem. Sect. III. potest discernere gemina fila æqualiter distincta, quonam pacto defendi potest apparentia sensus, qui singula conjunctim distincta æqualiter percipit? Habentne oculi humores facultatem, ut queant radiis diversimode coloratis naturam suam auferre, atque alteram substituere, qua sint omnes æqualiter refrangibiles? At si universi radii sunt omnes utique æqualiter refrangibiles, unde colores oriuntur, quos a prismate refracti præ se ferunt? Sentio te, Christine, summa cupiditate duci, ut hanc rem abditam occultamque cognoscas: ea non est utique tam facilis explicatu, cum Vir quoque summus Mariotus in ejus investigatione oleum perdiderit atque operam. Inventa tamen ea est, & ego quoque in hac inventione partem habeo, gaudeas interim, quod brevi in lucem prodibit. Expectas jam, puto, ut de altera aberratione loquar, quæ secundum legem vulgarem refractionis in lentem sphærica cernitur. Nimis forsitan audeo, dum arbitror novæ methodi auxilio scopum attigisse. Quotquot scriptores præ manibus venerunt, inveni omnes quæsisse, quænam aberratio ex lentibus vitreis oritura foret, nullumque investigare, quisnam effectus in oculo nostro oriturus. Ego oculum ingressus prius ejus structuram cognovi, postea proprietates lentium investigavi. Unde miratus sum, quod ea opera, qua telescopia & microscopia credebantur fieri meliora, fiebant utique deteriora. Ut res objecta adsit in visione distincta, ejus imago est in oculo distinguenda, scilicet radii ex singulis objecti punctis fluentes sunt ita ab oculi humoribus refringendi, ut ad totidem alia puncta in oculi fundo urgeantur. In illa igitur lentis vice quam gerit oculus, duplex ex refractione incommodum oritur, alterum scilicet aberrationis, alterum distractionis. In lentem sphæricam *Bb*, cujus Axis *Ae* radiante puncto lucido A talis refractio fit, ut radii axi infinite vicini (quos centrales imposterum appellabo) conveniant in puncto *e*, extremi AB, *Ab* in altero puncto C, manifestum est aliquot intermedios coituros in punctis intermediis inter C & *e*: *scias* in sententia Hugenii linea *Ce* appellatur aberratio ipsius puncti lucidi A. At quoniam ducta per punctum *e* recta FG parallela lenti *Bb* productisque radiis extremis BC, *bc* in GF lumen puncti A circulum implens (cujus diameter FG) alteram exhibet aberrationem, ut itaque æquivoca de medio tollantur, prima erit aberratio in axe, altera aberratio in imagine. At quoniam punctum C, in quo radii coeunt extremi, potest esse minus & magis a lente remotum quam sit punctum *e*, in quo concurrunt centrales, in primo casu aberratio in axe dicetur positiva in secundo negativa. Rursus extra axem lentis alterum sit punctum lucidum H, cujus aberratio in imagine sit IT a duobus radiis ex-

Pag. 133.

tre-

tremis HB, Hb refractis in BF, bI terminata, si aberratio IT erit major aberratione FG, excessus, quo prima superat secundam vocetur distractio. Præmissis definitionibus solutionem sequentis problematis mihi proposui: Lentem invenire in qua gemina aberrationis ac distractionis vitia corrigantur omni meliori modo quo fieri possit. Huic quæstioni frustra Cartesius satisfacere conatus est: lenti enim sphæricæ aliis suis causticis substitutis dum aberrationem emendabat, distractionem augebat: quin imo male arbitratus est figuram sphæricam esse semper distractionis immunem. Distractione caret integra sphæra solum, non autem lens quæ sit integra sphæra minor. Verum est utique, quod, si lens fuerit ex uno vel duobus sphæricis segmentis composita, distractio erit minor quam si fuerit in quamlibet aliam figuram formata. Ut igitur problema propositum solveretur, erat aberratio in lente sphærica corrigenda. Hinc ita mecum loquebar: si lens Bb cogit radios fluentes ex puncto A scilicet in C, centrales in e; introducta in lentem majorem Bb altera lente minore materiæ densioris, ita poterit (sine mutatione radiorum extremorum, qui refringuntur a sola lente exteriore) focus centralium a geminis lentibus refractorum accedere, ut is quoque conveniat in puncto C. Inde dicebam, quod si ars conficere posset lentem sphæricam in partibus internis densiorem, in externis determinata lege rariorem omnes radii fluentes ex puncto A possent (omni aberratione correcta) in alterum punctum coire. Hoc porro in nostra potestate non est, at ubi nos deficimus, incipit industria naturæ. Humorem chrystallinum ita confectum inveni, scil. ex duobus inæqualibus sphæricis segmentis compositum duriorem ac densiorem interius, molliorem ac rariorem exterius. Dum enim partes exteriores chrystallini ex oculo bovino recenter eruti in aqua leniter attererem, interiores partes semper duriores sentiebam: rursus positis in una lance partibus chrystallini exterioribus, in altera interioribus, donec in aere fieret æquilibrium, geminas lances in aquam demittebam, & subsidentibus geminis pars interior chrystallini præponderabat. Ab hoc mirando artificio pendet nostræ visionis œconomia. Fingatur, lentem in oculo ex unico liquore ubique homogeneo formandam, eligenda erit materia aut levior ac rara aut gravior ac densa. Si agilitas oculi in levitate materiæ quærenda erat, concursus radiorum ex quolibet objecti puncto fluentium ita longius a lente fiebat, ut pro imagine colligenda gemini essent tubi oblongi monstrosique nobis in capite collocandi: si oculus erat contrahendus, ut imago satis propinqua lenti distingueretur, geminæ lentes in capite inserendæ erant gravitate adamantem æquantes: Unde

Tom. VIII Supplem. Sect. III.

Pag. 134.

Tom. VIII Supplem. Sect. III. Unde oculus in materiæ densitate contractus nimio pondere laboraret, vel in materiæ raritate diductus nimium spatium occuparet. Iterum humor unicus & utique homogeneus debebat figuram aut sphæricam aut aliam induere: in primo casu poterat distractio cohiberi & erat nimia permittenda aberratio; in secundo poterat prohiberi aberratio, at erat nimia permittenda distractio. Densitas materiæ in lente sparica inæqualiore distributa de medio omnia incommoda tollit; oculum contrahit levitate servata, aberrationem corrigit distractione cohibita. His

Pag. 135. cognitis quis dicere audebit casum tanto judicio callere, ut inter infinitos modos, quibus visionis organum fieri poterat, deligeret optimum? Magna vis Geometriæ! Mentem infinitam existere, quæ omnia facit ac gubernat, artes cæteræ scientiæque docent, illa autem sola demonstrat. Sed non omnia adhuc dicta sunt, cum aberratio simul atque distractio in omnibus objecti distantiis æqualiter corrigi nequeant, industriam attende, qua natura illas dirigit. Quod attinet ad aberrationem, fingatur punctum lucidum A in ea ab oculo distantia in qua (*correcta aberratione*) cogantur omnes radii in fundo oculi ad punctum *e*. Hoc posito si punctum A ab oculo removetur, decrescit inclinatio omnium radiorum in oculum incidentium & proinde ad chrystallinum (docente dioptrica) accedit focus tam centralium quam extremorum. Quoniam vero inclinatio centralium minus decrescit quam inclinatio extremorum, accedit itaque ad Chrystallinum focus centralium citius, focus extremorum tardius. Hi duo igitur foci, qui simul ante convenerant, a se invicem sejungentur, & foco extremorum longius a lente morante, aberratio negativa prosiliet. Si vero punctum A ad oculum nimis accedit, inclinatione radiorum in oculum incidentium in sensu contrario recepta, facile intelligitur aberrationem ex negativa in positivam mutari. Præterea considerandum est, quod si oculus esset inanimata lens, in unica lucidi puncti distantia *radii* centrales simul in ejus fundo coirent. Quoniam autem oculus est organum instructum musculis & vivens, is utique conformatur ad diversas lucidi puncti distantias, ne radiorum centralium concursus ab ejus fundo discedat. Ab omnibus opticis (si unum excipias de la Hire) oculo hæc prærogativa conceditur, de modo tantummodo disputatur, nec ego in præsens volo decisionem afferre. Hoc tantum moneo, quod punctum A potest ita oculo appropinquare, ut deficiente debita conformatione radii centrales ultra oculum colligantur, puncto vero A ab oculo discedente experientia didici, debitam semper conformationem adesse, & semper quoque radiorum centralium concursum in

oculi

oculi fundo manere. His positis visio in ea distantia puncti A, in qua illa est maxima distinctione perspicua, nos docet radios centrales debita conformatione operante & reliquos quoque aberratione pariente ac lente simul in oculi fundo coire. Si igitur punctum A ab oculo longius discesserit, debita ubique conformatio concursum centralium in fundo oculi retinebit, at reliquos negativa aberratio ultra oculum cum axe conjunget. Si vero punctum A ad oculum nimis accesserit, ita ut deficiente debita conformatione radii centrales ultra oculum coeant aberratione affirmativa exiliente, radii extremi poterunt in oculi fundo occurrere, vel ipsi quoque ultra oculum convenire. In explicanda igitur confusa colorum congerie, quam campus dives floribus exhibet ex longinquo, si Cartesius docet, florum imagines in oculi fundo depictas ita esse exiguas, ut plures contentæ in unica sensorii fibrilla sensationem ex omnibus mixtam producant, responde, Christine, quod lumen unius imaginis revera in oculo cum lumine alterius (aberratione inficiente) confunditur, unde in visione colores florum sunt quoque ad invicem confundendi. In explicanda luminosorum corporum magnitudine quæ major apparet quam pro ratione distantiæ videnda foret, si Mariotus docet, motum quibusdam fibrillis a vehementi lumine impressum propagari quoque in propinquas, & huic motus propagationi respondere apparentis magnitudinis incrementum, dic quod lumen aberrans quo vehementius est eo magis dominatur & delet imaginem infirmioris: si igitur noctu in oculo imago longinquæ facis depingitur, dic utique, quod illa distracta ab aberratione locum occupat debitum imagini campi vicini obscurioris. Unde quoque in visione magnitudo facis augenda est. Hoc deinde simplicissimo experimento confirma: dum enim exiguum foramen paginæ immissum oculo opponimus, exclusis radiis extremis qui sunt aberrationi obnoxii, fax minor & distinctior apparet. Si quod aliud addere velis, stellas ostende: lumen aberrans cœli noctu infirmum cedit locum vehementiori lumini illarum, quæ proinde capillitium latius ostentant, diluculo auctum, castigat luxurians lumen earum, quæ proinde minores apparent, denique interdiu robustum debellat totam lucem ipsarum, quæ proinde in visione evanescunt. Aberratione, quæ in oculo gignitur, explicata, superest, ut de distractione dicamus. Hæc porro, ne longa series demonstrationum occurrat, sufficiat ut ab effectibus intelligatur. Objectis ab oculo discedentibus distinctio in visionis axe decrescit, at, quælibet illa sit, lato intervallo longius ab axe diffunditur. Unde discimus, in illa rerum longinquarum visione, in qua est aberratio permissa, distractionem esse correctam. Objectis

Tom. VIII Supplem. Sect. III Pag. 136.
Pag. 137.

Tom.VIII Supplem. Sect. III. oculo appropinquantibus distinctio in axe visionis augetur, sed campus distinctionis ita contrahitur, ut, si liber legendus est, oculus continuo movendus, unde est hic rotundus & levis, ut facillimo motu singula objecta axem visionis successive ingrediantur. Hinc igitur intelligimus, in illa rerum propinquarum visione, in qua est aberratio correcta, distractionem esse permissam. Si dixerit itaque de la Hire, distinctionem decrescere in partibus objecti longius ab axe positis, quia in respondentibus sensorii fibrillis sensus decrescit, respondendum est, causam phænomeni ex lege vulgari refractionis deduci, & proinde *hypothesin* non esse in ejus explicatione fingendam. Si postea, Christine, cupis hunc magis convincere, ubi eo tum remotum, ostende, deinde roga, num campo distinctionis amplificato fibrillæ sensorii fiant in ictu oculi sensibiliores? Hypothesi de la Hire devicta ad sublimiorem speculationem attende, Si vitia aberrationis & distractionis in una rerum visibilium distantia utraque corrigebantur, in eadem futura erat distinctissima visio. At quoniam in aliis distantiis erant vitia simul utraque *permittenda*, in iisdem visio præ confusione pene inutilis futura erat. Vitiis igitur simul utrisque correctis essetne desiderabilis tanta distinctio in unica rerum objectarum distantia, ut in reliquis ipsa deficeret? Nonne erat melius ita vitia distribui, ut ubi alterum dominatur, alterum excludatur? Providentiam itaque naturæ miramur: distractio permittitur in rebus propinquis, in quibus est aberratio correcta, ut corrigatur in longinquis, in quibus est aberratio permissa; unde visio in utrisque satis distincta occurrat. Si vastam igitur molem inspicimus procul, partes ab aberratione inficiuntur, totum a distractione non læditur; propius totum a distractione inficitur, partes aberrationem non sentiunt. Pag. 138. Veruntamen minime existimetur, oculum semper esse alterutro horum vitiorum expertem. Correctio physica est non Geometrica. Quamvis aberratio vel distractio sit insensibilis, insunt tamen materiæ partes incomparabiliter minores, unde distinctio referenda est rerum visibilium magnitudini atque distantiæ. Quoniam natura nobis oculos dedit, non ut nostræ curiositati indulgeret, sed potius ut nostræ conservationi consuleret, ipsa igitur aberrationem & distractionem corrigit pro ratione nostræ necessitatis. Dat nobis, ut distinguamus in omnibus distantiis illa objecta, quæ satis magna vel satis propinqua ad nos pertinent, fugienda vel accipienda, reliquum, quod nimis exiguum vel nimis longinquum nobis non interest, vel visioni aufert, vel objicit confusum & perturbatum, Non ita in cæteris animalibus, in illis enim quæ perexigua sunt (veluti insecta) corrigit

vigit aberrationem eo modo, quo possunt distingui res minimæ & minimo intervallo remotæ. E contra avibus aeris incolis visionem dedit eo modo aberrationis immunem, quo procul præda distinguenda foret. Hactenus dicta ea, quæ remanent, illustrabunt: cum primum patuit utilitas, quam nostræ visioni lentes vitreæ afferebant, quanta opera data fuit, ut tollerentur de medio quædam imperfectiones, quæ fuerunt in microscopiis & telescopiis suppositæ? At de recto tramite Dioptrici aberrarunt, dum enim a falsa theoria decepti meliora instrumenta quærebant, in deteriora incidebant. Nimis esset longum omnes figuras & combinationes lentium expendere, sat erit geminas tantum simpliciores eligere. Sit punctum P ita propinquum oculo *Bb*, ut omnes radii cum axe concurrant ultra fundum oculi *Va*, scilicet centrales in *r* & (aberratione oriente positiva) extremi in *e*. Si lens intercesserit hyperbolica, tanti a Cartesio æstimata, cujus focus sit punctum P, ipsa utique (docente Cartesio) transmittet omnes radios ipsius puncti P sibi invicem parallelos. Hi *igitur ab* ejusmodi lente refracti in oculum incidens, ac si ex puncto infinite remoto in oculum nudum inciderent. Sicut igitur in hoc ita in illo casu oculus poterit conformari, ut radii centrales cogantur in fundo oculi ad punctum C, & aberratione negativa exiliente convenient extremi ultra fundum oculi in puncto *e*. Loco hyperbolicæ substituatur lens sphærica, cujus focus principalis sit in eodem puncto P. Ipsa utique radios centrales (dioptrica docente) transmittet (sicut hyperbolica) sibi invicem parallelos, extremos autem, quos hyperbolica itidem parallelos transmittebat, sphærica transmittet sibi invicem convergentes. Hinc radii centrales in oculum incidentes in secundo casu sicut in primo poterunt quoque in eodem centro convenire, in quo ante convenerant; extremi vero qui in primo casu incidentes in oculum paralleli conveniebant in puncto *e*, cum in secundo casu in oculum incidant convergentes, conspirabunt refracti ad alterum punctum Chrystallino magis propinquum quam sit punctum *e*, & pro diversa sphæricæ lentis figura poterunt convenire in aliquo puncto intermedio inter C, *e* & contrahere aberrationem negativam C, *e*, vel concurrere in eodem puncto C & aberrationem C, *e* omnino corrigere, vel denique cogi in alterum punctum O & aberrationem C, *e* ex negativa mutare in positivam. Interposita igitur lente hyperbolica erit in visione confusio similis illi, quæ adest in objectis longinquis, aberratione permissa & interposita lente sphærica poterit esse in visione distinctio similis illi, quæ adest in objectis propinquis aberratione correcta. Expleta theoria Microscopii accedamus

Tom. VIII Supplem. Sect. III.

Tab. I. Fig. 4.

Pag. 139.

Tom. VIII Supplem. Sect. III. ad Telescopium duplicis lentis sphærico-convexæ, Sit punctum lucidum R. Hujus radii refracti a lente objectiva Q, q cum axe (dioptrica docente) concurrent in linea AP, nempe centrales in P, extremi in A, aliqui in punctis intermediis inter A & P: inter punctum P & oculum Bb sit altera lens ocularis, cujus focus principalis sit in P. Hæc utique (dioptrica docente) transmittet radios centrales sibi invicem parallelos & extremos sibi invicem convergentes. Cum igitur radii puncti lucidi refracti a duplice lente telescopii in oculum incidant eodem pacto, quo prius incidebant refracti a lente unica microscopii, itaque de aberratione, quæ in oculo oritura est, eadem consequentia deducatur. Si igitur radii puncti longinqui seorsim incidunt in lentes sphæricas & in nudum oculum, superiori theoria docente, Pag. 140. nos discimus in utroque casu aberrationem gigni, scilicet in lentibus positivam, in oculo negativam. At si ipsi radii incidunt in oculum a lentibus antea transmissi, discimus quoque ab aberratione lentium positiva corrigi posse aberrationem oculi negativam. Si quis fidem theoriæ non habet, habeat saltem experientiæ. Cum stella fixa minor telescopio interposito quam nudo oculo appareat, inde inferatur, a telescopio minui imaginem stellæ in oculo nudo depictam. Quoniam vero secundum theoriam Hugenii (qui in hoc non fallitur) si a telescopio minime augetur, saltem non imminuitur illa imago vera, quæ a radiis principalibus in oculo nudo pingitur, itaque a telescopio imminuitur illa imago falsa, quæ a lumine aberrante in oculo nudo depicta imaginem veram circumdat. Scilicet a lentium aberratione oculi aberratio corrigitur. Hinc error Hugenii detegendus est: in oculum nudum objecto longinquo radiante supposuit ipse depingi solam imaginem veram, & cum hanc cognovisset a telescopio augeri, hujus incremento arbitratus est incrementum apparentis magnitudinis respondere. At quoniam imago objecti longinqui vera in oculo nudo augetur a lumine aberrante, quod imaginem falsam depingit, & telescopium auget imaginem veram ac imminuit falsam, sequitur, quod imago telescopio interposito potest esse major, æqualis & minor illa quæ in oculo nudo depingitur, prout incrementum imaginis veræ superat, æquat vel superatur a decremento imaginis falsæ. Posito igitur, quod magnitudo objecti telescopio interposito apparens respondeat magnitudini imaginis, non modo non debet semper esse minor illa, quæ respondet incremento imaginis veræ, sed potest esse aliquando æqualis & aliquando minor illa, quæ nudo oculo apparet. Primi & secundi casus experimentum habemus in Planeta Veneris, cujus discus per telescopium

pium visus vel parum augetur, vel nunquam tantum, quantum incremento veræ imaginis respondeat. Tertii autem casus experimentum habemus in stellis fixis, quæ minores telescopio interposito, quam nudo oculo apparent. Cum Cartesius, Hugenius omnesque Dioptrici credidissent, aberrationem, quæ lentibus sphæricis inest, in causa fuisse, quin telescopia omnibus numeris perfecta constitui possent, omne studium impenderunt, ut lentes aberratione purgarent, proponentes aliam figuram sphæricam in alteram mutare, alii aperturam sphæricæ lentis contrahere. At aberrationem in lentibus corrigentes aberrationi in oculo indulgebant, scilicet defectum suppositum emendantes defectui vero parcebant. Nunc porro errore detecto dioptrica scientia remittenda est in viam, correctio aberrationis quærenda est non in lentibus, sed in oculo, & quoniam in oculo aberratio corrigitur ab altera aberratione, quæ lentibus inest, itaque in lentibus quærenda est aberratio, non aberrationis correctio. Quod ita res habenda sit, fidem facit Dn. Tschirnhausen. Per lentem sphærico-convexam (cujus apertura pedem Rhinlandicum superabat & focus pedum 32 intervallo distabat) objecta longinqua celebris Vir transspiciens Regiæ Academiæ Parisiorum communicavit, quæ visio fuit præter fidem distincta: Illi Academici mirati sunt: dum enim lentis aperturam pro distinctione augenda contraherent, lentis apertura diducta audiebant distinctionem augeri. Hinc fassi sunt Dioptricam scientiam non adultam sed nascentem esse, & moniti a Tschirnhausio eidem scientiæ plures errores inesse suspicati sunt, aliquod mysterium fuisse alta sapientis viri mente repositum. Quamvis errores ab experientia indicarentur, attamen satis esse manifesti non poterant, nisi aperiretur oculi aberratio, & modus, quo ab altera lentis aberratione corrigitur. Nescio quam ultra in hac speculatione vir sapiens provectus fuerit, scio utique gavisurum, si videret mysterium revelatum, vel veritatem sui experimenti demonstratam. Puncto longinquo A exposita sit magna lens Bb, cujus sit focus principalis in e: collocetur oculus inter focum & lentem in C, scilicet in eo situ, in quo oculus possit radiorum centralium incidentiæ conformari. In hoc casu radii puncti A in oculum omnes incidunt convergentes, at non æqualiter, illi enim, qui sunt axi viciniores, magis ad parallelismum accedunt, & qui sunt ab axe remotiores, magis semper atque magis convergunt. Quamvis igitur aberratio lentis major sit in ejus apertura majori, quoniam tamen in visione excellit distinctio, inde cognoscitur, aberrationem negativam oculi optima correctione gaudere, quamvis altera aberratio

Tom. VIII Supplem. Sect. III.
Pag. 141.
Tab. I. Fig. 4.
Pag. 142.

 positiva lentis augeatur. Cum lens ocularis objectivæ adderetur, decrescebat in visione distinctio. Procul dubio secunda lens aberrationem positivam augebat, unde aberratio negativa oculi poterat nimis corrigi, ita, ut in sensu contrario mutaretur. Attamen distinctionis defectus est potius distractioni assignandus. Si hoc explicare vellem nimis longa futura foret epistola.

Pag. 219.

M. JOANNIS BURCARDI BASIL.

Modesta & seria Responsio ad literas BROOCK TAYLORI,

Quæ extant in Act. Lips. 1722. p. 224.

CUm ante aliquot annos Cl. Taylorus sui ipsius adeo oblitus fuisset, ut non vereretur in lucem protrudere gravem invectivam contra Cl. Joh. Bernoullium, quæ ne quidem contra vilissimum hominem citra honestatis læsionem scribi potuisset; non potui justa indignatione plenus, quin calamum arriperem ad famam Bernoullianam tuendam & ab atroci injuria liberandam. Exigebat hoc pietas in Præceptorem de profectibus meis optime meritum, in virum omnino innocentem. Multum autem abest, quo minus usus fuerim stylo Tayloriano, hoc est tali, qui scribentis animum arguit felle & ira obsessum.

Miror Clariss. Taylorum dicentem nunc, se conqueri posse de scriptis, nescio quibus, Cl. Joh. Bernoullii in Actis editis, quibus fama Taylori multa libertate tractetur, cum tamen Bernoullius in scriptis suis nonnisi bis meminerit Taylori, nimirum cum solveret ipsius problema, quo fuerat provocatus, deinde quoque cum ansa daretur aliquid in transitu monendi de Taylori in scribendo obscuritate, tum & quod feliciter penetraverit ad Bernoulliana inventa profundiora; quod utrumque modeste & non sine præfatione honoris monuit, quamvis certe per se neutrum contineat accusationem alicujus criminis, cum e contrario posterius in laudem Taylori vergere magis, quam in ejus vituperium, liquido constet. Adeo ut non videam, quid ejus bilem commoverit, ut in Cl. Bernoullium tantopere exardesceret: nisi forte id urgeat, quod in Epistola pro eminente Mathematico in censum venerit quorundam Anglorum, qui sub

rea-

reatu plagii versantur; sed jam sæpissime inculcatum est, nostrum non omnia sua facere quæ in illa Epistola habentur. Tom. VIII Supplem. Sect. V. Pag. 220.

Fallitur Taylorus, quando putat, quod scripsi in defensionem Bernoullii, id me fecisse ejus nomine vel jussu, sciat enim, quod hoc feci meo nomine & ex proprio instinctu, idem jus idemque fas mihi esse ratus, quod Keillius aliique sibi sumserunt agendi causam Newtoni; Bernoullio nihil aliud contribuente, quam ut ad iteratas meas sollicitationes tandem mihi permitteret suas schedas & literas perlustrare ad exquirendum inde necessaria, quæ in rem facerent, documenta; eandem utique veniam Newtonus suis promachis concessit, quod satis superque apparet.

Porro vellet Taylorus persuadere, inventionem Centri Oscillationis, libro suo de Methodo Increm. insertam, non esse derivatam ex Bernoulliana: qua occasione format ridiculam prorsus querelam contra Cl. N. Bernoullium, Nostri filium, qui in Actis 1720. p. 36. (ubi respondet Recensori opusculi Tayloriani in Bibliotheca Anglica) inter alia hæc habet: *sunt inter sagaciores Mathematicos, qui suspicantur, testibus literis quibusdam privatis Taylorianam hanc investigationem mutato vestitu ex Bernoulliana fuisse enatam*; hoc Taylorus vocat accusationem; dicere, aliquem esse in suspicione & quidem apud alios, estne hoc idem ac eum accusare? posito sed non concesso Taylorum a se & suo Marte habuisse inventionem centri oscillationis, adeoque hac in parte non esse plagiarium, an ideo Bernoullius Filius falso dixisset, eum apud sagaciores quosdam Mathematicos esse in suspicione, testibus ipsorum literis, quod inventionem suam a Bernoulliana mutuatus fuerit? Ex quibus literis ego eas tantum produxi, quas Montmortius Taylori optimus amicus scripserat, ubi hunc manifestissime plagii suspectum habet, & alicubi etiam reum facit. In eo quidem totus nunc est *Cl. Taylorus*, ut ostendere conetur, investigationem centri gravitatis, quæ in libro suo 1715 prodiit, jam antea extare in Transactionibus Philosophicis, quæ mense Majo 1714 publici juris erant. Vidimus quidem haud ita pridem hanc, de qua loquitur, investigationem ex Transactionibus excerptam & huc transmissam; in illa per obscuritatis transcennam revera vidimus quædam vestigia illius, quæ anno sequenti 1715 in Meth. Increm. prodiit, sed de cetero magnam animadvertimus diversitatem in modo explicandi non minus quam in aliis circumstantiis, & vel hinc de novo aliquis suspicari possit, Cl. Taylorum visa demum in Actis 1714 Theoria Bernoulliana, ad hujus formam, quod Pag. 221.

for-

Tom. VIII Supplem. Sect. V. fortasse magis arriserit, concinnasse eam, quam postea dedit A. 1715, licet Bernoullianæ nullam mentionem fecerit: secus enim non capio, quid illum permovere potuerit ad mutandam priorem, quæ extat in Transactionibus. Sed ut libere dicam, quod sentio: viderat Vir Clariss. quæ jam mense Febr. anni 1713. in Actis disseruit Cel. Bernoullius *de Oscillationibus pendulorum a diversa gravitatis specie agitatorum*, ubi diserte monuit in §. 23. in speculationibus eo loco explicatis consistere *fundamentum genuinum & unicum, ex quo naturalissime fluat determinatio centri oscillationis in pendulis compositis*. Talia tam aperte indicasse, suffecerat cuivis ea, qua Taylorus pollet, perspicacia prædito ad supplenda reliqua, & inde deducendam Methodum ipsam, quæ alioquin ipsi nunquam incidisset. Hæc ratio est, cur Methodus, quam prima vice in Transactionibus dedit, cum quædam supplenda fuerint per conjecturas, informis & imperfecta maneret, donec Bernoulliana Theoria sequenti anno 1714. clarissime & ad longum exposita Cl. Tayloro ansam præbuisset priorem suam refingendi, eamque postmodum anno 1715. sub alio vultu in lucem emittendi.

Ita liquet tantum abesse, quo minus suspicio plagii sit sublata per id quod ex Transactionibus allegat, ut ea potius novo hoc accedente probabilitatis robore non parum confirmetur. Interim miramur, quod Cl. Taylorus, dum suspicionem hanc tam sollicite amoliri conatur, reliqua tamen plagii exempla sibi objecta silentio præteriret, illud præsertim, quo ostensum est, seriem illam quam pro sua venditavit p. 38 M. Increm. $\boxed{rs} = rs - r's + r''s - r'''s +$ &c. nonnisi in notandi modo differre ab hac

$$\int ndz = nz - dn\frac{z^2}{1.2dz} + d^2n\frac{z^3}{1.2.3dz^2} - d^3n\frac{z^4}{1.2.3.4dz^3} + \&c.$$

Pag. 222. quam Cel. Joh. Bernoullius exhibuit in Actis 1694 p. 86, hoc est, plus quam quatuor lustra ante existentiam libri Tayloriani. Hoc nunc, quo manifesti plagii postulabatur, intactum relinquit; quid hoc sibi vult? illud haud dubie: qui tacet consentire censetur.

Cetera quidem contemnit Vir Clarissimus, nec refellere curat, quæ tam Authenticis Testimoniis adstruxi, sed contemtus iste rerum veritatem non destruit, cum præsertim principium habeat haud absimile illi, quo usa vulpes, quæ summis saliens viribus uvam, quam appetebat, ut tangere non poterat, discedens ait, nondum matura est, nolo acerbam sumere. Fateor contemtum quandoque esse nobilem, cum scilicet contemni-

mus

mus injurias illatas ab iis, qui se defendere amplius non possunt. Ex hoc principio Cl. Bernoullius percepto nuntio de Joh. Keillii morte noluit permittere, ut in publicum prodirent Vindiciæ a doctiss. Crusio paratæ contra virulentas calumnias, quas Keillius in ambos sparserat, sicut & in alios viros egregios, præcipue in Collectores Actorum de re literaria longe melius merentes. Tom. VIII Supplem. Sect. V.

DE IIS QUÆ OPTICÆ NEUTONIANÆ Pag. 226.

In Epistola ad CHRISTINUM MARTINELLUM, non ita pridem opposuit JO. RIZZETUS (Suppl. Act. T. VIII. Sect. III. p. 368. & Suppl. Diarii Ital. Tom. I. Art. XII. p. 373.) brevis Disquisitio;

Autore G. FRID. RICHTERO.

CUm multa sunt in Epistola Viri clarissimi Rizzeti lectu & consideratu digna, tum illa mihi perplacuit nova observatio, ad densitatem quæ spectat humoris chrystallini, non usquequaque similem, sed ab extremis partibus ad medias certa quadam lege perpetuo crescentem. Quam si definire legem accuratius, tum vero genuinum ejus usum explicare Vir doctissimus poterit, næ illum rem præclaram invenisse, & pulchre operam locasse suam, omnes fatebuntur, qui recessus naturæ intimos rimari solent. De cetero cum idem dogmata Newtoni de diversa diverse coloratorum inflexione radiorum, & de ea quæ hinc sequitur refracti luminis aberratione, labefactare instituit, quamquam id eo facit consilio, ut telescopiorum perfectionem ab insuperabili impedimento liberet, vereor tamen magnopere, ne frustra omnem hunc laborem sumsisse videatur. Tot enim ac tam egregia ab ipso Newtono capta circa illam rem experimenta, & a Desagulierio, inspectantibus plurimis ex Societate regia Anglicana, atque ex Academia Scientiarum Parisiensi, aliisque sagacissimis & doctissimis existimatoribus, sæpenumero iterata sunt, ut nihil prudentius in physicis indagatum, nihil circumspectius recognitum, nihil firmius approbatum censeam. Non equidem sum nescius, multis, propter incredibilem & submolestam, qua opus est,

Tom.VIII Supplem. Sect. V. Pag. 227. est, accurationem, experimenta illa haud satis ex sententia successisse: neque adeo mirarer, si de pari fortuna Cl. Rizzetus quereretur. Sed quod tam fidenter pronuntiat, *se cuncta Newtoni experimenta renovasse, eademque partim falsa, & omnia reliqua, propter omissionem alicujus circumstantiæ, æquivoca invenisse & minime concludentia*, id (fateor) non possum demirari satis. Nam quod ad duo illa pertinet exempla, quæ adducit Vir doctissimus & reprehendit, eorum sane non difficilem suscipere defensionem licet. (Suppl. Act. l.c. p. 370.) Projecit in chartam albam Newtonus imaginem alius chartæ, cujus dimidia pars rubra & dimidia cœrulea erat, *interposito decenter vitro*, quod lentem opticam vocare consuevimus, atque isto modo certior factus est, radiorum cœruleorum quam rubrorum paullo minus a vitro distare focum: admovenda enim aliquanto propius ad vitrum charta alba erat, ut chartæ coloratæ pars cœrulea, quam ut rubra, perfectissime depingeretur. (Opt. L. I. P. I. Exper. 2.) Non satisfecit simile tentamen Cl. Rizzeto: nec mirum; videtur enim claritatem unius partis cum insigni alterius obscuritate conjunctam exspectasse. Sed haud tantam esse differentiam, *quæ primo* statim obtutu oculorum percipi sufficienter possit, vel ex eo intelligitur, quod filum serici non modo nigerrimum, sed & tenuissimum, tam sollicite ad chartam coloratam applicavit, variisque flexibus circumduxit Newtonus: non sane frustra aut ornatus gratia, sed ut partes, in quas isto modo charta colorata distributa fuit, subtilissimis distinctissimisque circumscriptæ terminis, imaginem æque perfectam justo loco exhiberent, levissimamque confusionem & obscuritatem non obscure proderent: erant enim confusæ imagines filorum, & vix discerni poterant, ut memorat Newtonus, nisi quo tempore colores ex utraque parte cujusque fili terminis maxime distinctis definiebantur. Jam quod addit Cl. Rizzetus in eo Epistolæ suæ exemplo, quod Supplementis Diarii Italici inseruit, se, variationis caussa, cum multa alia tentasse, tum vero chartæ unico colore tinctæ fila diversorum colorum circumvolvisse, sed & horum, quovis loco, æque confusas vel distinctas conspexisse imagines, de eo nihil est cur dubitem: nam, ita fore, non difficulter prædixissent omnes, qui doctrinam Newtoni perceptam habent. (Suppl. Diarii Ital. p. 382) *Sed missis ejusmodi experimentis, quæ sine ingenti apparatu peragi non possunt, unum simplicissimum se allaturum*, ait Vir doctissimus, *quod fallere omnino nequeat, quodque cuivis & ubique in promtu sit*. (Pag. 228.) Scilicet duo subtilissima fila, alterum rubeum alterum violaceum, ita invicem conjungit, ut sese contingant: deinde illa intervallo debito inspiciens, cum utramque unico obtutu distincte satis videat, (Suppl. Act. p. 371.)

sine

sine dubitatione concludit, hypothesin Newtoni subsistere haud-quaquam posse. Ain vero, hoc experimentum minus ambiguum & minus fallax esse quam Newtonianum? Consideremus quid intersit. Newtonus, ut imaginem efficeret satis amplam & luculentam, non modo charta colorata usus est haud minima, sed & lentem majoris diametri adhibuit. Utrumque mutat Rizzetus, qui in locum chartæ coloratæ duo subtilissima fila, & in locum amplæ lentis ipsum oculi humorem crystallinum substituit; haud multo aliter, quam si quis phases planetæ cujuspiam contemplaturus, non Lunam aut Venerem, sed satellitem Saturni sibi eligat, abjecto difficili telescopiorum apparatu, nudis oculis examinandum. Porro Newtonus, ut magis oculorum aciem adjuvaret, percommodum illud & apprime necessarium filorum artificium commentus est: sed naturali sensuum perfectioni fidens penitus Rizzetus de nulla re consimili laborat. Denique cum iteraret Newtoni experimenta Desagulierius, præter cetera etiam hoc non parum ad rem facere intellexit, si inter lucernam coloratæ chartæ appositam, atque inter lentem, opacum quoddam corpus ita interponeretur, ut a lucerna ad lentem nullus radius directus pervenire posset: Rizzetus autem de excludendis ex oculo aliorum corporum lucentium vel illuminatorum radiis haud quaquam sollicitus est. Siccine vero exspectabit quispiam, ut hujus experimentum experimento anteponamus Cel. Newtoni. Fateor, simplicia sæpe artificiosis præferenda esse, sed ita, si illis vel æque commode quam his, vel etiam commodius expedire veritatem licet. Adde, quod experimentum Cl. Rizzeti vulgare & incuriosum potius quam simplex videtur appellandum; quandoquidem in perexiguo crystallini humoris ambitu multo plus mysterii, quam in amplissima lente vitrea latere, vel ipsa Viri clarissimi nova docet observatio, *de qua* supra dictum est. Neque vero diagramma ejus me quid- Pag. 229.
quam movet, ob eas ipsas rationes, quas exposui. En quomodo *vestigiis* nobilissimi Autoris inhærens, argumentari possum: Tenuis quædam virga, quæ ex metallo vel alia materia unicolore *facta* fit, posita ante oculum ita oblique concipiatur, ut Act. l. c.
ltera extremitas, oculo multo propior, ab ipsa axe A*e* ad *dex-* p. 131.
ram nonnihil declinet, altera remotior ad sinistram. Emittat pars conf. fig.
ropior radios suos ad oculum Bb, *extremique* aB, ab, *refracti con-* 5. cum
urrant prope punctum e, *in quo ceteri quoque physice concurrent;* fig. Riz-
dii deinde ex parte remotiore fluentes, utpote minus obliqui concur- zeti.
nt omnes prope punctum C. *Imago partis remotioris erit circa* C
ago propioris circa e: *Differentia distantiarum* Ce *satis superque*
sibilis est. Nunc fundus oculi in FeG *geminas accipiet imagines:* Tab. I.

Tom. VIII Supplem. Sect. V. *illa extremitatis propioris virgæ, contracta in minus spatium circa e, eximia distinctione excellet: altera remotioris, distracta in spatium, FG, speciem sui referet confusam*. Sed quid multa? videt oculus distincte & uno intuitu utramque virgæ, de qua dixi, extremitatem, quamvis radiorum, a puncto propinquo venientium, magis distare focus a lentibus soleat, quam eorum, qui a puncto remotiori mittuntur. Quærat Cl. Rizzetus, si placet, hujus rei genuinam caussam, & videat, an non eadem applicari ad difficultatem ab ipso propositam quam commodissime possit. Et hactenus quidem de uno Newtoni loco, quem reprehendendum in Epistola sua sibi sumsit Vir clarissimus. Venio ad alterum; omissum illum quidem in Latino Epistolæ exemplo, quod Actis
p. 385. nostris insertum est, sed in Supplementis Diarii Ital. expressum. Per prisma vitreum triangulare, cujus angulus refringens sur-
Pag. 230. sum convertebatur, aspiciens Newtonus chartulam oblongam, dimidia parte rubram & dimidia cæruleam, hanc quidem partem altius quam illam refractione elevatam observabat. Erat
Opt. l. c. exp. 1. autem, ut cetera cautissime disposita nunc taceam, *paries cubiculi subter fenestram, cui exponebatur charta, panno nigro obtectus, atque ipse insuper pannus tenebris undique circumseptus, ne quid luminis inde reflecteretur, quod prope chartæ extremitates ad oculum transiens, sese lumini a charta reflexo immisceret, istoque pacto experimentum interturbaret*. Contra ea Rizzetus, abjecto panno nigro, telam albam chartulæ substravit: quo facto partem rubram aliquanto altiorem quam cæruleam videre sibi visus est: quanquam re ipsa, propter ingentem heterogenei luminis copiam data opera admissam, non distinctas, non puras chartæ partes videre potuit, sed vehementer confusas & satis densa iride indutas. At enim, *sive album fuerit sive nigrum, quod chartæ subjicitur*, inquit, *non ideo naturam colorum, nec vim, qua refringuntur, immutari credendum est:* fateor. Sed isto modo etiam lumen accendere in camera obscura fas erit: sive enim luminosa fuerit, sive nigra & opaca camera, non ideo naturam radiorum, quibus imagines depingi solent, immutari putandum est. Quid vero? Satin' consideravit Vir clarissimus, ad experimentum, quo de nunc agitur, prisma, non lentem adhiberi? quid? nonne per prisma dispergi ac velut discindi radios, aberransque lumen generari, ultro concedit? nonne per lentem negat idem fieri solere? Quanam ergo re adductum illum existimem, ut argumentum impugnaret, quod nihil contra ejus sententiam facere videtur? num, ut tentamina Newtoni ad unum omnia vel falsa penitus vel ambigua & parum accurata, ut supra monuit, se invenisse demonstraret? an forte ideo, quod de discrimine comme-

memorato inter prismata & lentes non plane certus ac securus ipse esset? *Quod si quæras*, inquit, *cur lumen dispergatur, transiens per prisma triangulare, & non itidem dispergatur, transiens per lentem, respondeo, quod res tanta nequit unica Epistola contineri, tibi autem* (Martinelle) *satisfaciam in quadam refractionum disquisitione, quæ nunc in manibus est*. Equidem cui satisfaciet Vir doctissimus laudata disquisitione, nescio. Interim contrariam sententiam perpaucis demonstrare, bona cum ipsius venia, conabor. Sit ABCA lens quæcunque plano convexa, (talem enim, ut simpliciorem, exempli caussa assumamus,) incidatque in quodvis ejus punctum C radius luminis heterogenei utcumque inclinatus EC: ducatur recta CD, contingens arcum ACB in puncto C, & concurrens cum producta AB in D, ita ut ADC angulum refringentem alicujus prismatis designet. Dico, radium EC in transitu per lentem expositam eodem plane modo refractum dispersumque iri, ac si in punctum C commemorati prismatis incideret. Etenim ut radius EC legitime refringatur per prisma ADC, non aliis vitri partibus opus est, quam illis, per quas transit radius, ita ut nihil intersit, si omnia reliqua utriusque lateris puncta quovis velamento circumtegantur: sed necessariæ illæ partes prorsus sunt communes prismati ac lenti: Ergo radium EC in transitu per lentem eodem modo refringi dispergique necesse est, ac si in punctum C delineati prismatis incideret. Q.E.D. Restat, ut de illo experimento videam, quod inprimis urget contra Newtonum Rizzetus. *Super chartam albam, a Sole probe illuminatam, unum posuit capitis sui capillum, unius pedis intervallo ab oculo remotum, eundemque tum nudis oculis, tum per lentem vitream debite interpositam, conspectum sibi quam distinctissime* pronuntiat; quem quidem, si vera essent placita Newtoni, propter lumen illud aberrans, quod oritur a chartæ partibus capillo proximis, vel admodum obscure & confuse vel plane non videndum opinatur. Quasi vero ad hujusmodi objectiones non perquam accurate respondisset ipse Newtonus, eo loco, ubi expressissime quærit, quid ita tam distincte & clare per lentes videamus, cum tanta sit refracti luminis aberratio? *Errantes enim radii*, inquit, *non uniformiter per totum rotundum spatium, quod occupant, diffusi, sed in centrum infinite, quam in aliam ullam circuli partem, densius collecti sunt; a centro autem ad usque circumferentiam rarescunt continuo, donec in ipsa tandem circumferentia infinite rari evadunt; & propter raritatem istam minus fortes sunt, quam ut sensu percipi possint, nisi in ipso centro aut propius ab eo*. Atque hoc cave a Newtono gratis dictum putes: nihil enim certius, nihil exploratius dici potuisset. Si verum est, ut est profe-

Tom. VIII Supplem. Sect. V. Act. l.c. p. 130. Pag. 231.

Tab. I. Fig. 6.

Suppl. Act. p. 128.

Pag. 232. Opt. p. 82.

Tom.VIII Supplem. Sect. V. Pag. 130. cto, quod paulo ante de similitudine prismatis ac lentis demonstravi, sequitur, ut radius EC (fig. 6) projectus in lentem a puncto lucido E, atque inde legitime refractus, non punctum in foco exhibeat, sed lineolam quandam *fg*, vel potius figuram oblongam, qualem designat *hi*: (Fig. 7) similiterque radii ab eodem puncto lucido E ad cetera lentis puncta vibrati innumerabiles ejusmodi figuras seu lineolas *lk*, *nm*, in foco exhibebunt; decussatim positas, & integrum orbiculum implentes. Quarum omnium si longitudo eadem, & latitudo infinite parva; & lumen uniforme esset, tum quidem facile ostenderetur, densitates radiorum, in quibusvis locis orbiculi errante lumine completi, esse reciproce in ratione distantiarum a centro, ut Mathematici loquuntur. Sed quoniam singulæ illæ lineolæ multo fortius lumen circa medium habent, quam prope utramvis extremitatem, nec omnes magnitudine æquales sunt, nec accurate in centro bifariam secantur, difficilior quidem existit calculus, sed talis sine controversia, ex quo etiam magis quam ex priori pateat, lumen errans in centro sui orbiculi infinite densius esse, quam in circumferentia, aut in quavis notabili distantia a centro. Vidit hanc responsionem quodammodo Rizzetus: sed tardius quam vellem vidit, ut ex Italico Epistolæ ejus exemplo, vel ex adjuncta potius appendice cognoscitur; & satis etiam incuriose (si ita dicere fas est) consideravit. Ita enim ille, quasi cuncta prævidisset: *Non temere aspexi capillum*, inquit, *positum super chartam albam, a Sole probe illuminatam, sed ita compositum aspexi, ut lumen aberrans chartæ suppositæ melius posset manifestari, si minus in tota sua extensione, saltem in magna sui parte. Quamvis igitur*, inquit porro, *in extensione hoc lumen occupabat, juxta Neutonianam sententiam, spatium undecies majus imagine capilli, & intensione erat illud supra imaginem capilli vicies densius, quam esset prope extremitatem, attamen ipsius luminis neque indicium quidem apparuit*. Equidem non satis capio, qua ratione *capillum sic dispositum aspexerit, ut lumen aberrans chartæ melius posset manifestari*: neque etiam illud in promtu est, quomodo *spatium luminis aberrantis super imaginem capilli vicies densius fuerit quam prope extremitatem*. Interim hoc meo jure contendere posse videor, capillum perinde ut chartam probe fuisse illuminatum, ita ut aberrans chartæ lumen a capilli multo fortiore lumine omnino extingui necesse esset. Quin igitur excogitavit quippiam atque in capilli locum substituit Vir nobilissimus, quod aut nullum lumen aut minime notabile reflecteret? & cur non etiam operam dedit, ut nulli alii radii, præterquam a chartæ partibus capillo proximis reflexi, intrare oculum & aciem ejus præstringere possent? Ut fert Newtoni

Tab. I. Fig. 7.

Diar. Ital. p. 417. Act. p. 129. Pag. 233.

Opt. l.c.

Tom. VIII Supplem. Sect. V.

toni sententia, imago puncti lucidi, hoc est, orbiculus luminis errantis, qui sensu percipi possit, vix magnitudine excedit circulum, cujus diameter ad diametrum vitri objectivi telescopii melioris sese habet ut 1 ad 250. Proinde *in conspicillo tubulato, cujus apertura sit 4 unciarum, & longitudo 100 pedum, hæc imago non excedet 2″, 45‴, aut 3″; & in conspicillo tubulato, cujus apertura sit 2 unciarum, & longitudo 20 aut 30 pedum, poterit esse 5″ aut 6″: quod quidem experientiæ optime congruit. Etenim astronomi quidam per conspicilla tubulata supra 20 pedes & infra 100 longa, observarunt diametros stellarum fixarum esse circiter 4″ aut 5″: verum, si vitrum oculare facis lychnive fumo infuscatum sit, quo lumen stellæ obscuretur, jam languidum illud lumen, quod erat in circuitu stellæ, evanescet, stellaque ipsa ad puncti mathematici magnitudinem propius accedet.* Hæc Newtonus. Quod si radii a charta illustrata reflexi æque fortes essent ut radii stellarum fixarum, nec capillus & corpora circumjecta plus luminis reflecterent quam æther stellis circumfusus; si porro humor crystallinus e vitro conflatus esset, & tota ejus anterior superficies radiis pateret: tum quidem diameter luminis errantis, quod in fundo oculi a charta illustrata ortum, supra imaginem capilli protenditur, ad diametrum humoris crystallini sese haberet ut 1 ad 250, hoc est, non plane præteriret sensum. Præterit autem, quia ista omnia, longe aliter sunt comparata. Sed posito ante oculos prismate triangulari vitreo, quantumvis parvus esset angulus refringens, vidit semper Vir clarissimus, capillum a chartæ aberrante lumine turbari. Non adeo morosus sum, ut contradicam, dummodo de tali parvitate anguli refringentis loquatur Autor, quæ ad naturam prismatis optici accommodata sit. Ceterum hoc affirmare nihil dubito, si sententia Newtoni ejusmodi experimento recte confutatur, eandem toties refelli, quoties per prismata transspicientes, coloratas fimbrias circa res quascumque observamus, quæ per lentes non apparent. Sed causam hujus differentiæ explicare cum Newtono proclive est; quam nunc quidem copiose persequi haud necessarium videtur.

Pag. 234.

Tom. VIII Supplem. Sect. V.

EXCERPTA

E NOVO EXEMPLARI EPISTOLÆ

Seu Dissertationis Anti-Nevvtonianæ JO. RIZZETI, quod novissime Clariss. Autor nobiscum communicavit.

DUO potissimum loca sunt, in quibus novum hoc exemplar a priori discrepat, quod in Supplem. Act. T. VIII Sect. III p. 368 exhibuimus. Scilicet pro iis, quæ leguntur in Actis nostris l. c. pag. ibid. circa finem, usque ad pag. 370 a verbis: *Porro juxta Newtonianam sententiam*; usque ad verba: *Ut de medio tandem hanc difficultatem auferrem*; in novo exemplari hæc reperiuntur: *Porro juxta Newtonianam sententiam, dum radii ex puncto longinquo incidunt in lentem, sibi invicem paralleli, diameter luminis aberrantis est æqualis vigesimæ septimæ parti latitudinis lentis: dum radii ex puncto propinquo in lentem incidunt, a se invicem divergentes, est adeo major ipsa diameter. Si hæc igitur foret saltem æqualis vigesimæ septimæ parti* Pag. 235. *diametri pupillæ, ipsa diameter esset ad diametrum imaginis capilli sicut* $\frac{25 \cdot 24}{27}$ *ad 1, vel quam proxime sicut 22 ad 1, & proinde imago capilli in oculo a lumine aberrante chartæ suppositæ obruenda foret, & capillus e conspectu abeundus, si foret etiam vigesies major illius crassitudo. At quoniam capillus, licet tam sit exilis, attamen cernitur tam distincte, dicendum est, nec ullum quidem esse in oculo vestigium illius aberrationis, quam tanti Cl. Autor existimat. Quod si oculo, ob latentes caussas, hoc privilegium tribuere par esset, capillus per lentem vitream convexam intervallo debito transspiciatur, & eadem distinctione manente, argumentatio modice mutata repetatur, eademque consequentia eliciatur. Hujusmodi distinctio (qua videtur objectum lente interposita) in propositione 2 excusatur a Cl. Autore, dicente, lumen aberrans longius a suo centro magis semper atque magis rarescere, & proinde id non esse sensibile in toto illo spatio, in quo extenditur, sed tantum in circulo, cujus diameter sit æqualis 250mæ parti latitudinis lentis. Porro oculo modo propositum capillum intuente alia experimenta Newtoniana vetant ut concedatur, lumen aberrans futurum esse sensibile in spatio ita exiguo, nempe habito respectu ad validum lumen chartæ suppositæ. At si hoc exiguum spatium concedendum esset, foret utique reformandus calculus, & facienda diameter luminis aberrantis (in ea parte in qua illud est sensibile) ad diametrum imaginis capilli, ut* $\frac{24 \cdot 25}{250}$ *ad 1, vel ut 12 at 5: at dia-*

meter

meter tamen ipsius aberrantis luminis esset plus quam duplo major diametro imaginis capilli, & in hac quoque hypothesi eadem imago foret a lumine chartæ suppositæ aberrante delenda, & capillus e conspectu abeundus. Si hic igitur distinctissime cernitur, non video quomodo contra hanc distinctionem possit aberratio Newtoni reluctari. Pro iis quæ expressa sunt in Actis nostris l.c. pag. 371, a verbis: *Illa fili rubei contracta*; usque ad verba p. 372 lin. 8: *Sentio te, Christine, summa cupiditate duci*; legendum est juxta tenorem novi exemplaris hoc modo: *Illa fili rubei contracta in puncto e esset eximia distinctione perspicua, nisi turbaretur a lumine aberrante fili violacei, quod disperditur per totum spatium* FG, *cujus latitudo est multo major latitudine imaginis fili rubri. Fundus oculi sensim attollatur & aptetur lineæ* Ss: *in hoc utique casu, duabus imaginibus in spatio* Ss *confusis, non duo fila distincta, sed unum objectum ex geminis coloribus infectum apparet. Si tandem fundus oculi collocetur in loco* Uu, *tunc pictura a fili violacei esset distincta in puncto* c, *nisi inficeretur ab illa rubri, diffusa per spatium* Vu, *cujus diameter est multo major diametro imaginis fili violacei. Nec in hoc casu potest allegari, quod lumen aberrans fili violacei magis atque magis rarescat, longius a centro* e, *cujus raritatis causa non sit sensibilis in toto circulo* FG. *Cum enim sit punctum violaceum* A, *& latitudo pupillæ* Bb, *lumen ipsius puncti in incidentia comprehenditur intra conum* BAb, *& in refractione intra geminos conos* BCb, FCG; *& quoniam ipsum lumen est æquale in singulis punctis basis* Bb *duorum conorum* BAb, BCb; *necesse est quoque, ut sit æquale in singulis punctis basis* FG *tertii coni* FCG: *Quod pariter dicendum est de lumine fili rubri aberrante in spatio* Vu. *Non potest igitur fieri, quin imago fili rubri in* e, *vel violacei in* c, *inficiatur, prima scilicet a lumine aberrante fili violacei, secunda a lumine aberrante fili rubri. Quod si etiam ipsæ imagines, nempe illa fili rubri in* c, *& illa violacei in* e, *possent esse aliqua distinctione perspicuæ, necesse est tamen, ut, ubi una imago distinguitur, ibi altera confundatur, & proinde, si verum est Newtonianum experimentum superius allatum, nullo modo fieri potest, ut nos videamus ipsa gemina fila æqualiter distincta. At ea distinctissime inspicimus. Nescio itaque, quomodo possit veritas experimenti Newtoniani contra hanc distinctionem salvari. Porro ex hoc nostro experimento videtur, omnium colorum radios esse æqualiter refrangibiles: at si ita esset, unde colores quos refracti præ se ferunt.*

Tom. VIII Supplem. Sect. V.

Pag. 236.

EX-

Tom. VIII Supplem. Sect. V.

EXCERPTA EX EPISTOLA JO. RIZZETI

Ad Socios Sociecatis Regiæ Londinensis.

CUm misissem in Angliam Dissertationem meam de rebus opticis, in qua experimenta a summo Mathematico, *Newtono*, publici juris facta, partim falsa, & partim pro suo systemate fulciendo minus idonea, nimis confidenter fortasse pronunciavi; id non eo consilio factum putetis, ut celeberrimam hanc controversiam profligatam censeam, sed ut veritas magis ac magis elucescat. Nunc audio apud vos agi de experimentis coram Regia Societate iterandis: itaque, ut noscere possitis, quo colliment dubitationes meæ, dum de facti specie vobiscum candide & paucis ago, diligenter attendite.

Pag. 239.

1. Multus fui in primo Newtoni experimento conficiendo. Plagulam chartæ, cujus altera pars erat rubra, altera cœrulea, probe illuminatam, trigono ad oculum admoto, inspexi. Si pannus, qui chartæ substernebatur, erat nigro colore infectus, pars chartæ cœrulea altius quam rubra videbatur extolli, ut vidit etiam doctiss. Newtonus; at loco panni nigri candida tela substituta, pars rubra videbatur sublimius elata quam cœrulea.

2. Secundum Newtoni experimentum judico habere in coloribus prismaticis aliquid veri, in realibus nihil. Ut de medio dubitationem auferrem, experimentum aliquod, addito calculo, indicavi Sociis Regiæ Scientiarum Academiæ Paris. in maxima Serenifs. Ducis Aurelianensis lente instituendum, cujus exitum expecto.

3. Dum species solis consuetis coloribus pingebatur in longum deducta, ut in exper. 3. notavit Newtonus, exp. 7 P. II inter spatia a singulis coloribus occupata quandam harmonicam proportionem servari. Hoc verum est in unica tantum spectri a prismate distantia: verum, mutato intervallo, hujusmodi proportio alteratur. Præterea si tabula (in qua colores emphatici depinguntur) propius ad trigonum accedat, color viridis mutatur in album, & si longius recedat, flavus penitus evanescit. Viridis in album mutatio utcumque ab Autore excusatur, dum prope prisma radii virides cum aliis mediæ refrangibilitatis confundi & misceri supponuntur: quanquam petere possem, cur prædictis radiis inter

se

se commixtis alii colores perseverent, solo viridi deleto. Interim de extinctione coloris flavi apud Autorem ne verbum quidem; cum tamen, juxta ejus principia, radii omnes diversimode colorati, inter quos etiam flavi, eo melius ab aliis sese expediant, & distinctiorem colorem præ se ferant, quo longius a prismate imago excipitur. Quomodo igitur color flavus eo casu evanescit, in quo nitidior apparere debuisset? Tom. VIII Supplem. Sect. V. Pag. 238.

4. In experimento nono asserit Newtonus, quod, cum radii illi videlicet cœrulei & violacei, in primo prismate maximam refractionem passi, ex toto reflecti cœpissent, lumen cæruleum & violaceum charta exceptum (quod itidem a secundo prismate maxime refractum fuerat) manifeste plus augeri videbatur, quam rubrum & flavum, minori refractioni obnoxium. Oppositum suasit experientia: cum enim lux cœrulea & violacea a primo prismate refracta inciperet ex toto reflecti, lumen rubrum & flavum a secundo prismate refractum plus augebatur quam cœruleum & violaceum. Quod observavi etiam, repetito experimento 10 a vero vix discrepante.

5. Experimentum 12, cum una lente & duobus prismatibus institutum, non satis ad intentum facere videtur; quia Solis imago, præter illam dispersionem, quam patitur in duplici refractione per prismata, juxta legem Newtonianam, aliam patitur (transeundo per lentem) nempe vulgarem & notam ob lentis figuram. Hujusmodi dispersiones, licet diversi generis, ita se mutuo turbant, ut omnia in incerto relinquant. In experimento adhiberi oportet duplex prisma, ut a Marioto factum, & lumen unius coloris a primo prismate refractum, per secundum trajiciendum est. In hoc casu lumen rubrum a secundo prismate trajectum perseverabit in aliqua ab ipso prismate distantia; at intervallo aucto statim color indicus emergit. Verum etiam est, quod, si transmittatur per secundum prisma lumen flavum, in aliqua a dicto prismate distantia, præter indicum, colores quoque ruber & viridis emergant; at in hoc casu flavus penitus evanescit. Ex hoc phænomeno Systema Newtonianum potest ex parte argui falsitatis. Si enim color flavus in rubrum, viridem, & indicum resolvitur, & resolutione peracta evanescit, saltem color flavus non est homogeneus. Ut novi colores appareant in lumine per secundum prisma transmisso, cavendum est, ne secundum prisma sit nimis a primo remotum, neque sit nimis angustum foramen, per quod lumen unius coloris a primo prismate refractum per secundum transmittatur: aliter color transmissus sine mutatione perseverabit. Hoc loco

Tom. VIII Supplem. Sect. V.

imperfecta radiorum separatio obtrudi solet, ut in Act. Erud. Lipf. 1717: sed experimentorum circumstantiis talis responsio nullo modo satisfacit. Cur enim ex rubro colores viridis & flavus non se expediunt? cur ex flavo omnes, ipso flavo pereunte?

6. Experimenta 13 & 14 vera apparent, quoad objecti figuram, dummodo oculus prismate munitus in parva potius quam magna ab objecto distantia constituatur, & objectum sit potius in lumine rubro quam flavo. Quod vero ad objecti colorem, multa sunt curiosa phænomena, quæ nunc explicare non vacat. Hoc unum attendite: Circulus chartæ albæ (qualis *in experim.* 13 adhibitus fuit) collocetur primo in lumine rubro, deinde in viridi, imaginis PT; & reliquum lumen ipsius *imaginis* PT relinquatur longius ire. Tum ad oculum admoveatur prisma *abc*, & per idem circulus transspiciatur. Dum oculus prismate munitus parum distat a circulo, hic apparet in primo casu ruber, in secundo viridis. Dum autem oculus a circulo removetur, color ruber, in 1 casu, mutatur prius in flavum posterius in lucem albam, & color viridis, in 2 casu, mutatur *prius in indicum* & posterius in umbram. Hæc phænomena videntur Systemati Newtoniano contraria.

Pag. 239. Figur. 8. Newtoni, parti 2 adscripta.

7. Per ea, quæ tradidi in citata Dissertatione, constat, capillum extensum super charta alba a Sole illuminata, distinctissime videri, etiam lente interposita. In Prop. 2 unicum phænomenon observo in ejusdem comprobationem adductum, p. 95 Ed. Lond. 1719. Sed sub judice lis est, utrum illa aberratio, quæ novæ legi dispersionis tribuitur, dependere potius censenda sit ex vetere canone refractionum. Porro aberratio Newtoniana non modo videtur abesse in oculo, vel nudo vel per lentem transspiciente, sed pariter in sola lente, cujus in foco imago Solis excipitur. In hoc demonstrando idoneam habeo lentem aqueo-vitream utrinque convexam, cujus crassitiem, adhibitis inter gemina vitra zonis coriaceis, ad libitum augere possum. Pro lentis crassitudine variatur aberratio vulgaris, quæ dependet ex figura sphærica, & ex negativa in positivam transit: aberratio media inter utramque est saltem physice nulla. In hac lente sæpius mihi observatum est, quod deficiente aberratione ex figura, neque Newtoniana ullo modo locum invenit, ut necessario postulat Cl. Autoris hypothesis. Interim ut nulla dubitatio remaneat, Sociis Regiæ Scient. Acad. Parif. aliud experimentum, addito calculo, indicavi, hoc quoque in Sereniss. Ducis Aurel. lente instituendum.

8. Transeo ad experimenta Partis 2. In primo Newtonus asse-

asserit, quod interposita virgula ferrea, & interceptis quibusdam radiis in prisma incidentibus, obtineri potest, ut quilibet ex consuetis coloribus emphaticis deleatur, dum ceteri non immutati apparent. At ego unicum colorem nunquam delere potui nisi flavum. Addit, quod interposita virga paulo latiori fieri potest, ut colores bini quilibet evanescant. Id ego obtinui in coloribus flavo & viridi, flavo ac rubro, qui simul evanescere queunt, ceteris perseverantibus, minime vero in flavo & indico, seu flavo & violaceo. Subdit, quod quilibet color aque ac violaceus & ruber fieri potest conterminus umbræ: hoc in viridi expertus sum, sed non in flavo & indico. Denique ait, quod quilibet color potest solus, aliis interceptis, relinqui: ego autem nullum potui solum colorem, reliquis evanescentibus, videre superstitem. Tom. VIII Supplem. Sect. V.

9. Experimentum 2 aliquando verum inveni, nunquam autem 3. Existente enim superficie chartæ plana & lævigata, hæc in lumine albo collocata sub quacunque inclinatione candida semper apparuit. Pag. 240.

10. In experim. 6 aliquid desideratur. Posita charta flava in lumine cœruleo, vel cœrulea in flavo, color resultans in utroque casu ad viridem vergit. Sic transmisso lumine cœruleo per vitrum flavum, vel flavo per cœruleum, lumen in utroque casu virescit.

11. Experimentum 8 Cl. Autorem fefellit. In parallelipipedo exiguæ crassitudinis nullus color visum afficit. Verum, parato longiori parallelipipedo, hoc est capsula aqua plena, quæ a duobus vitris planis & parallelis claudatur, si lumen Solis valde inclinatum in superiorem superficiem incidebat, per inferiorem exibat consuetis coloribus infectum.

Reliquis experimentis Newton. Part. I. & II. Lib. I. sua veritas constat, dummodo de solo facto agatur. Nam circa Newtonianam sententiam plura dicenda essent, quæ lubens in aliud tempus rejicio. Ne tamen hanc materiam intactam relinquam, loco speciminis unicam considerationem adjungo.

In experim. 11. part. 2. lib. 1. observavit Newtonus, imaginem PT sursum elatam & in longum productam, coloribusque adventitiis infectam. Deinde prismate *abc* ad oculum apposito, dum a pariete paulatim discederet, imago descendebat & in breviorem formam contrahebatur, coloribus sensim evanescentibus, donec spectrum ad locum S delatum, in figuram plane rotundam atque albam cogebatur. Hinc collegit, imaginem in loco S altam apparuisse, quia radii diversorum ge- Fig. 8. New.

nerum incidentes in prisma *abc* convergunt, & pro varia eorum refrangibilitate ita flectuntur inaequaliter, ut in transitu ad oculum divergant, & in unum idemque punctum retinae incidant, ibique invicem commixti candorem restituant. Ut de veritate Newtonianae explicationis judicium ferrem, coloribus realibus vividissimis pingi curavi super charta imaginem omnino similem atque propinquam apparenti PT. Subinde, prismate ad oculum admoto, utramque imaginem inspiciebam, in ea a pariete distantia, in qua species PT alba videbatur atque rotunda. Si haec talis apparet, quia radii diversimode colorati a prismate inaequaliter refringuntur, nisi idem effectus, saltem similis conspici debuisset in altera imagine reali, h. e. ea demutari debuisset, & colores ad albedinem vergere. At quoniam haec neque subalba videbatur, neque ad rotunditatem accedere, sed coloribus parum turbatis in longitudinem potius majorem excreverat, illud sequitur, contractionem spectri apparentis, & mutationem colorum, radiis inaequaliter refractis & heterogeneis tribuendam non esse.



SOLU-

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. Pag 235.*

SOLUTIO PROBLEMATIS

De Curvis inveniendis, quæ quadam ratione in ſitu inverſo diſpoſitæ ſe interſecare poſſunt in angulo dato.

Excerpta e Transact. Philoſ. A. 1722 n. 372.

JAM primum ad manus pervenerunt *Acta Eruditorum* ad hunc menſem *Auguſti*, ubi invenio a me peti, ut ea aperiam, quæ notis fictis celata in *Supplementorum ad Acta Eruditorum*, Tom. 8 Sect. 1 edita ſunt. Explicentur autem ea tabula ſequenti.

	z	y	x	v	u	t	s	r	qu	p	o	n	m	l	j	i	h	g	f	e	d	c	b	æ	á
b	a	4	o	æ	i z	u	1	s	j	c	8 t	y	9	2	6	e p	3	m	f	7 l	v	w	5	r	h d
g	e	o	u	w	4 d	3	i	c	6	2	s z	7	5	y	æ	m t	1	r	j	9 p	a	h	v	8	f l
n	i	j	æ	5	o l	1	r	s	e	v	6 d	f	a	h	4	y z	w	u	7	9 t	3	8	c	m	2 p
q	o	8	3	o	v p	6	æ	1	c	w	b l	i	5	m	2	j d	f	e	9	a z	4	y	7	s	r t
x	u	y	4	1	c t	f	w	j	2	o	8 p	s	7	r	3	5 l	m	i	h	e d	9	æ	a	6	v z

In hac tabula ſex ſunt notarum ordines: ſupremus literas continet, quibus verba celata ſcribi debent, reliqui literas numerosque continent, quæ verarum literarum loco uſurpantur. Literas autem *b*, *g*, *n*, *q*, *x*, quæ e læva horum ordinum inferiorum collocantur, propter earum uſum indices appellare licet. Scripturæ pars celata ab horum indicum duobus incipit, quorum poſterior oſtendit notas illum ſequentes in eo ordine, cui præfigitur, quæri oportere, ut veræ literæ cognoſcantur, quæ ſupra has notas in ordine literarum primo ſemper habentur: Ex hoc autem ordine notæ fictæ deſumendæ ſunt, donec alteri alicui indicum

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. dicum occurritur, quod cum sit, hoc novo indice utendum est ut priori. Et hac regula tota scriptura explicabitur, nisi quod quandocumque plures indices sunt contigui, omnes præter ultimum negligi debent: item verborum aperte scriptorum interpositio hunc indicum usum non turbat. Hoc modo scriptura occulta, si pauci errores typographici emendentur, verba sequentia complecti invenietur.

Pag. 236.*

Curvarum, quæ problemati conveniunt, quæcumque sumatur ordinata, illius fluxio secunda ab ejusdem fluxione prima divisa (ut sermone arithmeticorum utar) eandem dat quotientem, sed contrario signo, ac fluxio secunda a fluxione prima divisa ordinata ex altera principii abscissæ parte jacentis, & ad eandem ab eo principio distantiam. Hujusmodi autem curvæ inveniri possunt tribus regulis.*

Prima regula curvam, qualem problema requirit, ope spatii hyperbolici a curva quacumque deducit, quæ habeat ad æquales distantias a principio suæ abscissæ ordinatas æquales, & ab eadem parte abscissæ positas. Est enim ordinata curvæ quæsitæ, ut area alius curvæ ordinatam habentis æqualem segmento asymptoti hyperbolæ terminato a spatio hyperbolico æquali areæ curvæ primo assumptæ.

Regula autem secunda pendet a prima, & curvam problemati satisfacientem sine ope spatii hyperbolici ex curvis derivat, quæ habeant ad æqualia intervalla a principio suæ abscissæ ordinatas æquales, sed a contrariis partibus abscissæ positas.

Et hæc secunda regula theorema sequens præbet, nimirum, si aliqua curva sumatur, qua problema solvi possit per regulam primam, & si hujus ordinatæ insistunt abscissæ ad perpendiculum, invenietur curva problemati satisfaciens, si ad eandem abscissam construatur alia linea curva, ea lege, ut illius ordinata ex altera parte abscissæ ubique æqualis sit aggregato assumptæ lineæ curvæ & ejusdem ordinatæ; excessui autem hujus curvæ præ ordinata sua æqualis sit unaquæque curvæ construendæ ordinata, quæ ex altera parte abscissæ jacet; omnes enim curvæ hac ratione constructæ problemati conveniunt.

Hoc autem theorema demonstratur propositione sequenti, quod in omni triangulo rectangulo quadratum ab alterutro latere angulo recto adjacenti æquale est rectangulo sub summa alterius lateris angulo recto adjacentis laterisque angulo ei subtendentis, & sub differentia eorundem laterum.

Pag. 237.* *Denique tertia regula derivatur a secunda, ope propositionis nonæ libri de quadratura curvarum* Newtoni.

SCHOLIUM.

Exemplum generale, quod exhibui, curva logarithmica, & cyclois plurimis modis investigari possunt his regulis.

Unus casus curvæ logarithmicæ commode invenitur per regulam primam, assumpta linea recta loco curvæ in illa regula memoratæ.

Alter

* Scilicet si abscissa a suo principio in oppositas partes æqualibus momentis fluit.

Alter hujus lineæ casus deducitur ex regula secunda ope speciei quinquagesimæ nonæ linearum tertii ordinis, quæ omnium curvarum in illa regula utilium est fere simplicissima præter parabolam cubicam & hyperbolam conicam. Tom. VIII Supplem. Sect. VI.

Cycloïs optime invenitur theoremate, quod a regula secunda deduci diximus.

Exemplum istud generale facile invenitur regula tertia, aliis vero regulis non sine ambagibus.

Regulis secunda & tertia commodissime inveniuntur curvæ geometricæ rationales; quæ deducuntur etiam a theoremate in regulam secundam pendente; quandocumque enim curva assumpta tam longitudinem quam ordinatam rationalem habet, cujusmodi simplicissima est parabola semicubica, curvæ quoque inveniendæ ordinata rationalis erit.

Denique his regulis, vel etiam conditione in principio posita facile est invenire, an curva aliqua proposita problemati satisfaciet, & quibus positionibus id fiat: unde intelligi potest, an eadem curva diversis modis problemati conveniat.

Horum brevem explicationem jam apponam, describendo, ex amici charta, problematis sequentis solutionem.

PROBLEMA.

Tab. II. Fig. 1.

Datis duabus lineis rectis AB, CD (in Fig. 1) parallelis, ad abscissam AB curva EF describenda est, quæ talis sit, ut in situ inverso ad abscissam CD descripta seipsam semper intersecet in angulo quolibet dato.

Ad abscissam CD describantur curvæ GH, KL similes & æquales curvæ EF, quarum altera huic curvæ EF occurrat in puncto quolibet I, altera vero per punctum M transeat, ut partes EM, KM curvarum EF, KL similes sint & æquales; & per punctum M, quod partes curvæ EF dirimit, quæ se mutuo intersecare debent, ducantur lineæ NMO, *n*M*o*, quæ cum rectis AB, CD angulos sub NOB & sub CNO, item angulos sub *no*A, & sub *on*D constituant ei æquales, in quo curva seipsam secare ponitur. Ducatur IPTS lineis AB, CD parallela; item huic proxima & parallela *ixpts*; deinde ducatur I*v* lineæ NO parallela, & denique I*w*, S*y* parallelæ lineæ *no*, ut angulus sub I*wj* æqualis sit angulo sub I*vx*. Jam anguli sub I*xw* & sub I*jv* simul sumpti æquales erunt angulo sub *x*IM, ideoque & angulo sub I*wv* æquales; unde angulus sub *x*I*w* æqualis erit ei sub I*jv*; & eodem modo angulus sub *j*I*v* ei sub I*xw* æqualis invenietur; adeo ut triangula I*jv*, *x*I*w* sunt similia, & *jv* : I*v* :: I*w* : *wx*. Porro pro abscissis æqualibus M*p*, MT scribatur *z*, pro ordinata PI, *y*, & — *v* pro ordinata TS, pertinente ad curvæ KL arcum KM, qui ar- Pag. 238.*

cui

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. cui EM curvæ EF respondet. Crescentibus autem abscissis MP, MT, & simul increscentibus ordinatis PI, TS, earum fluxiones primæ eadem habebunt signa cum suis ordinatis, sed utræque fluxiones secundæ idem habebunt signum; nam fluxio secunda unius ordinatæ idem habebit signum cum sua ordinata. sed alterius ordinatæ fluxio secunda signum habebit a signo suæ ordinatæ diversum; propterea quod curvarum KM, MF alterius concavitas versus convexitatem alterius convertitur, ut manifestum est. His autem cognitis invenietur $yv : Iv (= Pp) :: \dot{y} : \dot{z}$, $Iw (= Tt) : wx (= sy) :: \dot{z} : -\dot{v}$, & $\dot{y} : \dot{z} :: \dot{z} : -\dot{v}$, item $-\dot{y}\dot{v} = \dot{z}^2$, & denique posita $\dot{z}$ invariabili $-\dot{y}\ddot{v} - \ddot{y}\dot{v} = 0$, vel $\dot{y}\ddot{v} + \ddot{y}\dot{v} = 0$, ideoque $\frac{\ddot{y}}{\dot{y}} = -\frac{\ddot{v}}{\dot{v}}$, quando $\dot{y}$ & $\ddot{y}$ ad curvam EF, sed $\dot{v}$ & $\ddot{v}$ ad curvam KM pertinent. Idem vero locum quoque habet, quando omnes hæ fluxiones ad curvam EF referuntur, si abscissa in oppositas partes a suo principio fluere statuitur; nam sumpta MQ = MP, & Mq = Mp, ductisque QR, qr ad AB, CD parallelis, puncta R, r in curva EF punctis S, s in curva KM respondent.

Pag. 238.* Ponendo igitur abscissam in contrarias partes a suo principio æqualibus momentis fluere, *Curvarum, quæ problemati conveniunt, quæcumque sumatur ordinata, illius fluxio secunda a fluxione prima divisa eandem dat quotientem*, &c. ut supra. Hæc autem curvarum quæsitarum conditio est, unde deducuntur regulæ sequentes ad problematis solutionem.

Regula Prima.

Cum requiritur, ut MQ existente = MP, fit $\frac{\ddot{y}}{\dot{y}} = -\frac{\ddot{v}}{\dot{v}}$, quando abscissa in oppositas partes a puncto M æquabiliter fluit, ita ut ejus fluxioni in partibus abscissæ, quæ a contrariis lateribus puncti M jacent, signa diversa tribuenda sint, ponere licet $\frac{\ddot{y}}{\dot{y}}$ proportionalem $\dot{z}$ ductæ in quantitatem quamcumque, quæ eadem maneat, & sub eodem signo, pro eadem magnitudine z, sive illa affirmativa sive negativa sit. Describatur igitur (in Fig. 2)

Tab. II. Fig. 2. ad abscissam NO curva quælibet KL, cujus ordinatæ angulum quemcumque datum cum abscissa constituant, & quæ habeat eas ordinatas æquales, & ab eodem latere abscissæ NO positas, quæ

æqua-

æqualiter distant a puncto M, ut ordinatæ PW, QX; deinde fiat $\frac{\ddot{y}}{\dot{y}}$ ordinatæ PW × $\dot{z}$ proportionalis, & $\frac{\ddot{v}}{\dot{v}}$ ordinatæ QX × $\dot{z}$. Jam (in Fig. 3) exponatur hyperbola YZ ad asymptotos ΓΔ, ΓΘ, angulum sub ΘΓΔ angulo dato sub NPW æqualem comprehendentes, descripta, & in alterutra asymptoto, ut ΓΔ, sumatur ad libitum punctum Λ, & ducatur ΛΞ alteri asymptoto ΓΘ parallela, & parallelogrammum ΓΞ compleatur: deinde in curva KL ad abscissam NO, & ad punctum M ordinatim applicetur MΠ; sumatur spatium hyperbolicum ΛΞΤΣ, recta ΣΤ asymptoto ΓΘ parallela abscissum, æquale spatio WPMΠ, & fiat PΦ = ΓΣ, eaque ratione describatur curva ωΨΦΩ; dico PI curvæ quæsitæ ordinatam esse ut spatium MPΦΨ. Hoc autem manifestum est; fluxio enim spatii MΠWP æqualis est fluxioni spatii ΛΞΤΣ, ideoque PW × $\dot{z}$ = fluxioni lineæ ΓΣ ductæ in ΣΤ vel in $\frac{\Gamma\Lambda \times \Lambda\Xi}{\Gamma\Sigma}$; erit igitur PW × $\dot{z}$ ut fluxio lineæ ΓΣ sive lineæ PΦ per ipsam PΦ divisa; sed PW × $\dot{z}$ est ut $\frac{\ddot{y}}{\dot{y}}$; unde erit PΦ × $\dot{z}$ ut $\dot{y}$, & necessario y sive PI ut spatium MPΦΨ. *Prima igitur regula curvam, qualem problema requirit, ope spatii hyperbolici, &c.* ut supra.

Tom. VIII Supplem. Sect. VI.

Pag. 240.

In exemplum hujus regulæ loco curvæ KL (in Fig. 2) sumatur linea recta lineæ NO parallela, & erit linea ωΨΦΩ ea, quæ logarithmica dicitur, cui NO asymptotos est; ideoque & linea EF etiam logarithmica, per punctum M transiens, & asymptoton habens lineæ NO parallelam; propterea quod area MPΦΨ hic erit ut PΦ — MΨ (*a*). Si vero ordinatæ εηζ, βαγ ducantur æqualiter distantes a puncto M, ordinatæque MΨ proxime, erunt εη, αβ æquales quando primum nascuntur, quoniam spatia εζΨM, MΨγα tunc æqualia sunt; ex ostensis autem est εη × αβ = Mεq vel Maq, unde εη = Mε; & εη ad $\frac{M\Psi\zeta\eta}{M\Psi}$ ut radius ad sinum anguli sub NMΨ. Quoniam igitur PI semper est ut spatium ΨMPΦ, erit PI ubique ad $\frac{\Psi MP\Phi}{M\Psi}$ ut radius ad sinum anguli sub NMΨ; & denique limes ordinatarum negativarum ad spatium totum comprehensum a parte Ψω lineæ logarithmicæ ωΨΩ ab ordinata MΨ, & ab asymptoto MO ad ordinatam MΨ applicatum ut ra-

Tab. II. Fig. 2.

 ius

(*a*) Vid. Barrov. Lection. Geometr. p. 123.

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. dius ad sinum anguli sub NMΨ: est autem rectangulum sub MΨ & sub lineæ logarithmicæ ωΨΩ subtangente ad spatium prædictum etiam ut radius ad sinum anguli sub NMΨ: adeo ut limes ordinatarum negativarum lineæ curvæ EF æqualis erit huic subtangenti; unde si ΨM retro producatur ad δ, ut Mδ huic subtangenti sit æqualis, & ducatur θδλ lineæ NO parallela, erit illa curvæ EF asymptotos; erit autem curvæ hujus EF subtangens lineæ Mδ æqualis; propterea quod Mε = est εn. *Unus igitur casus*

Pag. 412.* *curvæ logarithmicæ commode invenitur per regulam primam*, &c. ut supra.

Hæc autem regula primum ostendit modum, quo problema solvitur.

Regula Secunda.

Describatur curva quæcumque ϰMμ per punctum M transiens

Tab. II. Fig. 4. in Fig. 2 vel ϰnc, mpμ in Fig. 4 ubi curva invenienda duobus cruribus eMF, EMf constat; ut curvarum ϰMμ, & ϰnc, mpμ ordinatæ ut Pν, Qρ, quæ æqualiter a puncto M principio abscissæ distant, sint æquales, sed a contrariis partibus abscissæ positæ, ita ut mutato abscissæ signo ordinatæ signum etiam mutetur.

Fig. 5. Exponatur porro (in Fig. 5.) hyperbola æquilatera *ab* cujus axis transversus *ag*, conjugatus *bq*, centrum *d*, asymptoti *dr*, *ds*; sumatur *dt* = Pν, & ducatur *tvw* ad *bq* perpendicularis, juncta *dw*, sumatur quoque *dx* = Mn, & ducatur *xy* item recta lineæ *bq* perpendicularis, juncta *dy*. Jam sit curva KL (in Fig. 2) vel KkLl (in Fig. 4) talis ut spatium ΠMPW æquale sit spatio *adw*, si curva ϰμ per punctum M transit, aliter æquale spatio *daw* — *day*: hac enim ratione curvæ KL, & KkLl non desinent conditionem habere, quæ in regula priori requiritur, nempe ut ordinatæ ad æquales distantias a puncto M sint æquales, & ab eadem abscissæ parte positæ. Nam area hyperbolica *adw* affirmativa est, quando *dt* vel Pν est affirmativa, & eadem area negativa est, quando *dt* vel Pν negativa est, quia area tota hyperbolica ab eadem parte lineæ *bq* jacet; ideoque area curvarum KL, KkLl ad ordinatam MΠ terminata signum suum mutabit, quando abscissa MP, magnitudine servata, signum mutat; & curvæ ordinata nec magnitudinem nec signum mutabit, mutatione signi abscissæ. Sit porro *adq* = parallelogrammo ΓΞ in hyperbola priori: quo efficietur ut *tw* + *tv* sit ad *ad* ut ΓΣ ad ΓΛ (*a*); si igitur ΓΛ fiat = *ad*, erit *tw* + *tv* = ΓΣ = PΦ. Porro ducantur ordinatæ εnζ, αβγ ordinatæ MΨ proximæ; deinde in Fig. 2, ubi curva ωΨΩ simplex est, cum εn sit ad αβ ut spatium MΨζε ad spatium MΨγα, erit εn = αβ;

(*a*) Vid. Philos. Transact. N. 338 prop. 4.

$=\alpha\beta$; unde & earum utraque $= M\epsilon = M\alpha$. Ideoque $\epsilon\eta$ ad $\frac{M\Psi\zeta\epsilon}{M\Psi}$ ut radius ad sinum anguli sub $NM\Psi$, & ubique PI ad $\frac{M\Psi\Phi P}{M\Psi}$ in eadem ratione. In *figura quarta* ubi curva $\omega\downarrow\Psi\Omega$ ex duobus cruribus composita est, $\epsilon\eta$ est ad $\alpha\beta$ ut spatium $\Psi M\epsilon\zeta$ ad spatium $\downarrow M\alpha\gamma$ sive ut $M\Psi$ ad $M\downarrow$, propterea quod $M\epsilon =$ est $M\alpha$. Cum igitur necesse sit, ut $\epsilon\eta \times \alpha\beta =$ sit $M\epsilon q$, scilicet ut crura MF, ME in angulo proposito se mutuo intersecent, erit ratio $\epsilon\eta$ ad $M\epsilon$ subduplicata rationis $\epsilon\eta$ ad $\alpha\beta$ vel subduplicata rationis $M\Psi$ ad $M\downarrow$: ideoque $\epsilon\eta$ ad spatium $M\Psi\zeta\epsilon$ applicatum ad mediam proportionalem inter $M\Psi$, $M\downarrow$ ut radius ad sinum anguli sub $NM\Psi$; & generatim PI ad spatium $M\Psi\Phi P$ applicatum ad mediam proportionalem inter $M\Psi$ & $M\downarrow$ in eadem ratione. Est autem $M\Psi = yx + dx$, & $M\downarrow = yx - dx$, & *ad* mediam est proportionalis inter $yx + dx$ & $yx - dx$. Unde utrobique dictis *ad*, *a*; *dt* vel $P\gamma$, R; erit $P\Phi = \sqrt{aa + RR} + R$; $R = \frac{1}{2}a \times \frac{P\Phi}{a} - \frac{a}{\Phi P}$; & PI ad $\frac{MP\Phi\Psi}{a}$ ut radius ad sinum anguli sub $NM\Psi$. Tom. VIII Supplem. Sect. VI. Pag. 242.

Regula igitur secunda pendet a prima & curvam problemati satisfacientem sine ope spatii hyperbolici, &c. ut supra. Nam hic sine spatio hyperbolico curva invenitur, cujus quadratura problema solvitur.

Duæ autem sunt in hac regula formulæ. Formula prior nimirum $P\Phi = \sqrt{aa + RR} \mp R$, curvarum geometrice rationalium, quæ maxime hic requiruntur, inventioni accommodatur; facile enim est ita sumere quantitatem indeterminatam R, ut curva $\omega\Psi\Phi\Omega$ quadraturam admittat.

Ne casus magis compositi memorentur, ponatur R vel $P\gamma = cz^{\frac{m}{n}}$, ut *m* & *n* numeri sint impares vel inter se primi, vel eorum alter unitas: hac enim ratione curva, cujus ordinata est $P\gamma$, conditionem habebit in hac regula necessariam, & erit $P\Phi = \sqrt{aa + RR} + R = \sqrt{aa + ccz^{\frac{2m}{n}}} + cz^{\frac{m}{n}} = z^{\frac{m}{n}}\sqrt{cc + aaz^{\frac{-2m}{n}}} + cz^{\frac{m}{n}}$. Pag. 243.

Si igitur $\frac{m}{n} + 1$ sit vel numero $\frac{-2m}{n}$ æqualis, vel ejusdem multiplex, id est si sumatur $m = -1$, & *n* numero cuilibet

 im-

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. impari æqualis; pars ordinatæ $z^{\frac{m}{n}}\sqrt{cc+aaz^{\frac{+2m}{n}}}+cz^{\frac{m}{n}}$ sub vinculo inclusa, ideoque & ordinata tota quadraturam admittet. (a)

Verbi causa, ponatur $\frac{m}{n}=-\frac{1}{3}$, $c=1$, & $P\Phi=z^{-\frac{1}{3}}\sqrt{1+aaz^{\frac{2}{3}}}+z^{-\frac{1}{3}}$. Unde erit area $M\Psi\Phi P=\frac{\overline{1+aaz^{\frac{2}{3}}}|^{\frac{3}{2}}}{aa}+\frac{3}{2}z^{\frac{2}{3}}$, & $PI=\overline{\frac{1}{aa}+z^{\frac{2}{3}}}|^{\frac{3}{2}}+\frac{3z^{\frac{2}{3}}}{2a}$, curvaque quæsita hac æquatione comprehendatur $a\times PIq-3z^{\frac{2}{3}}\times PI=\frac{1}{a^5}+\frac{3z^{\frac{2}{3}}}{a^3}+\frac{3z^{\frac{4}{3}}}{4a}+az^2$. In hac æquatione cum $z^{\frac{2}{3}}$ signum non mutabit, mutatione signi abscissæ z; pro eadem ipsius magnitudine tam negativa quam affirmativa PI eandem habebit magnitudinem, & sub eodem signo; unicuique autem magnitudini abscissæ z respondet & affirmativa & negativa ordinata: adeo ut curva quæsita habebit formam hic appositam (in Fig. 6); o tribus constans cruribus *abc*,
Tab. II. Fig. 6. *de*, *df* punctis *b*, *d* æqualiter a puncto M distantibus; quippe est $Md=Mb=\frac{1}{a^3}$: quando enim est $z=0$, erit $PIq=\frac{1}{a^6}$; & $PI=\pm\frac{1}{a^3}$. Hæc autem regulæ hujus formula prior secundum exhibet curvas quæsitas inveniendi modum.

Pag. 244.* In formula posteriori, cum R sit $=\frac{1}{2}a\times\overline{\frac{P\Phi}{a}-\frac{a}{P\Phi}}$, R vel P$\rho$ ejusdem magnitudinis manebit, sed signum mutabit, quando abscissa magnitudinem suam signo mutato retinet, si PΦ talis sumatur, ut mutando abscissæ signum $\frac{P\Phi}{a}$ convertatur in $\frac{a}{P\Phi}$ & contra ut $\frac{a}{P\Phi}$ convertatur in $\frac{P\Phi}{a}$. Et hæc formula posterior tertium continet problema solvendi modum.

Verbi causa, sit $P\Phi=a\times\frac{c-z}{c+z}$, quando z est affirmativa, & erit R vel Pρ eodem tempore $=\frac{1}{2}a\times\overline{\frac{c-z}{c+z}-\frac{c+z}{c-z}}$, quando autem

(a) Vid. in Tract. de quadr. curv. Newton. tab. curv. simplicior. quæ quadrari possunt.

tem z negativa est, fiet $P\Phi = a \times \frac{c+z}{c-z}$, & R vel $Q\rho = \frac{1}{2}a$ Tom. VIII Supplem. Sect. VI.
$\times \overline{\frac{c+z}{c-z} - \frac{c-z}{c+z}}$. Hinc autem R æqualis erit $\frac{\mp 2acz}{cc-zz}$, & Rzz
$\mp 2acz = ccR$; ideoque curva $\kappa M\mu$ linea tertii ordinis, imo species earum quinquagesima nona; propterea quod æquationis $ccRR + aacc = 0$ radices sunt impossibiles (*a*). Linea autem Tab. II.
curva hinc invenienda, si fiat (in Fig. 7) NM vel MO $= c$, Fig. 7.
logarithmica est, cui recta AB est asymptotos. Cum enim PΦ Fig. 8.
sit $= a \times \frac{c-z}{c+z}$, erit eadem $= \frac{ac}{c+z} - \frac{az}{c+z}$. Si igitur (in Fig. 8) in recta linea quacunque $\alpha\varepsilon$ sumatur $\alpha\kappa = OM = c$, & ei ad perpendiculum erigantur $\alpha\beta$, $\kappa\mu$ quarum $\kappa\mu$ sit $= a$, & si asymptotis $\alpha\varepsilon$; $\alpha\beta$ per punctum μ describatur hyperbola $\zeta\eta$, & sumpta $\kappa\nu = MP = z$, ducatur $\nu\rho$ asymptoto $\alpha\beta$ parallela; parti $\frac{ac}{c+z}$ ordinatæ PΦ respondet area, quæ erit ad aream $\kappa\mu\rho\nu$ ut sinus anguli sub NPI ad radium, & alteri parti $\frac{az}{c+z}$ ejusdem Pag. 245.*
ordinatæ respondet area, quæ erit ad $a \times \kappa\nu - \kappa\mu\rho\nu$ in eadem ratione (*b*). Unde PI, quæ est ad $\frac{MP\Phi\Psi}{a}$ ut radius ad sinum anguli sub NMΨ, erit $= \frac{2\kappa\mu\rho\nu}{a} - \kappa\nu$. Si igitur sumatur O$\varsigma$ = OM, & ducatur ςM ordinatæ PI retro productæ occurrens in χ, ut sit $P\chi = PM = \kappa\nu$, erit $\chi I = \frac{2\kappa\mu\rho\nu}{a}$; ideoque linea MI logarithmica, cui AB asymptotos est, & ςM ordinatim applicata, efficiens cum asymptoto AB angulum sub AςM versus contingentem æqualem dimidio anguli sub AON. *Alter igitur hujus lineæ casus deducitur*, &c. ut supra.

Magis generatim, si r ordinatam curvæ alicujus denotat, quæ instar curvarum $\kappa M\mu$, & κnc, $mp\mu$ ad abscissam NO descripta ordinatas habeat æquales, quæ æqualiter distant a puncto M, sed a contrariis partibus abscissæ positas, poni potest ordinata $P\Phi = a$

$$\times \overline{\frac{\overline{\overline{b \mp cr + drr \mp er^3 + \&c.} \times \overline{f \mp gr + \&c.}|^{\lambda} \times \overline{b \mp kr + lrr \mp \&c.}|^{\mu}}|^{\nu}}{\overline{\overline{b \pm cr + drr \pm er^3 + \&c.} \times \overline{f \pm gr + \&c.}|^{\lambda} \times \overline{b \pm kr + lrr \pm \&c.}|^{\mu}}|^{\nu}}}.$$

Ex

(*a*) Vid. Newton. Enumerat. linear. tert. ordin. ad Fig. 63.
(*b*) Vid. Newton. de quadr. curv. tab. curv. simpl. quæ cum circ. & hyp compar. possunt, form. prim.

Tom. VIII Supplem. Sect. VI.

Ex priori hujus regulæ secundæ formula deducitur quoque theorema, cujus supra fit mentio, ad inveniendas curvas tam rationales quam irrationales utile, quod quartus erit modus problema solvendi.

Theorema.

Quoniam est $P\Phi = \sqrt{aa + RR} + R$, & $R = P\nu$, manifestum est, si $\frac{R}{a}$ vel $\frac{P\nu}{a}$ sit ut fluxio ordinatæ, quæ abscissæ suæ ad perpendiculum insistat, alicujus curvæ; erit $\frac{\sqrt{aa+RR}}{a}$, ejusdem curvæ fluxio; curvæ autem hujus ordinata æqualis erit areæ curvæ $x\mu$ ad a applicatæ, si angulus sub MP, rectus sit, & cum area curvarum (in Fig. 2., 4) $xM\mu$, & $xn\varsigma$, $mp\mu$ eodem signo afficiatur, tam quando abscissa est affirmativa, quam quando est eadem negativa, quoniam areæ ad diversas abscissæ partes in illis diversis casibus jacent, & præterea cum eisdem abscissæ magnitudinibus areæ æquales respondeant, curvæ, quales problema requirit, inveniri possunt curvarum ope, quarum ordinatæ ad easdem abscissæ magnitudines æquales sint, & ab eadem abscissæ parte positæ, si modo ordinatæ insistunt abscissæ ad perpendiculum.

Pag. 246.*

Tab. II. Fig. 9. Fig. 10.

Descripta sit ejusmodi curva no, quæ tangat abscissam in puncto M (ut in Fig. 9) si evanescat, quando abscissa est $= 0$, fluens quantitas fluxioni longitudinis curvæ no respondens; aliter, quæ habeat ordinatam primam Mm (ut in Fig. 10) æqualem magnitudini fluentis istius quantitatis, quando abscissa est $= 0$. Erigantur ordinatæ Pp, Qq; deinde erit PI curvæ quæsitæ ordinata, quæ ab altera parte puncti M jacet, vel $= MP + Pp$, vel $= Mmp + Pp$; ordinata autem QR, quæ ab altera parte puncti M cadit, vel $= Mq - Qq$, vel $= Mmq - Qq$.

Observandum autem est hoc theorema aliquando partem duntaxat curvæ quæsitæ describere.

Ex ratione autem, qua hoc theorema investigatur, manifestum est duo crura curvæ hic descriptæ ejusdem lineæ esse partes: nimirum utriusque naturam eadem æquatione definiri. Hanc autem curvam in situ inverso dispositam se intersecare in angulo æquali angulo sub NOB inde manifestum est, quod rectangulum sub fluxione PI & sub fluxione QR, ordinatarum scilicet æqualiter a puncto M distantium, æquale est quadrato fluxionis abscissæ: si enim curvæ no ordinatæ wr, xt applicentur ordinatis Qq, Pp proximæ, & Px, Qw sint æquales, & ducantur rs, tv abscis-

scis-

scissæ NO parallelæ; erunt triangula ptv, qrs rectangula similia & æqualia: *in omni autem triangulo rectangulo quadratum ab alterutro latere angulo recto adjacenti æquale est rectangulo sub summa alterius lateris angulo recto adjacentis laterisque angulo ei subtendentis, & sub differentia eorundem laterum*. Igitur $\overline{tv}^2 = \overline{Px}^2 = \overline{pt+pv} \times \overline{pt-pv} = \overline{pt+pv} \times \overline{qr-qs}$: est autem ultima ratio Px ad $pt+pv$ ea, quam fluxio abscissæ habet ad fluxionem ordinatæ PI; & ratio Px vel Qw ad $qr-qs$ ea, quam fluxio abscissæ habet ad ordinatæ QR fluxionem. Unde constat propositum. *Regula igitur secunda theorema*, &c. ut supra. Tom. VIII Supplem. Sect. VI. Pag. 247 *

Jam si no sit circuli circumferentia, linea EF cyclois erit, quando angulus sub NOB vel sub NPI rectus est. Porro si curvæ no longitudo cum recta conferri potest, quarum curvarum simplicissima est parabola semicubica, curva inventa rationalis erit. Speciatim parabola semicubica, si rite disponatur, ejus curvæ partem dimidiam exhibebit, quam in exemplum formulæ prioris regulæ secundæ delineavimus; scilicet (in Fig. 6) crus de, partemque inferiorem bc cruris abc. Reliquæ autem illius partes describi possunt, si retro producatur ordinata IP donec pars producta æqualis sit $Mmp - Pp$, & producatur RQ ab altero abscissæ latere, donec pars producta æqualis sit $Mmq + Qq$.

Nunc transeundum est ad regulam tertiam, quæ etiam curvas geometrice rationales largitur.

Regula Tertia.

Regula hæc tertia duos quoque complectitur problema solvendi modos a prioris regulæ formulis propositione nona tractatus de quadratura curvarum *Newtoni* derivatos.

Propositione ista ad formulam regulæ præcedentis priorem adhibita invenitur area curvæ, cujus abscissa est z, & ordinata $\sqrt{aa+RR}+R$, æqualis areæ curvæ, cujus abscissa est R & ordinata $\frac{\dot z}{\dot R}\sqrt{aa+RR} + \frac{\dot z}{\dot R}R$. Hinc autem quinto modo solvitur problema.

Verbi causa, ut exemplum generale, quod antea (*a*) exhibui, investigetur, positis $MP = z$, & $Pp = R$, ut prius, fiat $\frac{\dot z}{\dot R} = R^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{c+dR^2}$, & erit $z = R^{\frac{m}{n}} \times \overline{\frac{n}{m}c + \frac{n}{m+2n}dR^2}$; sint autem

(*a*) In Act. Erud. Mens. April. 1721.

Tom.VIII Supplem. Sect. VI. Pag.248.* Item m & n numeri impares vel inter se primi vel eorum alter unitas; ut signa abscissæ z & ordinatæ R simul mutentur, sicut in regula priori requiritur; jam erit ordinata $\frac{\dot{z}}{\dot{R}}\sqrt{aa+RR}$

$$+\frac{\dot{z}}{\dot{R}}R = R^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{c+dR^2} \times \sqrt{aa+RR} + R^{\frac{m}{n}} \times \overline{c+dR^2};$$

area igitur curvæ, cujus abscissa est z & ordinata $\sqrt{aa+RR}+R$, æqualis erit areæ curvæ, cujus abscissa est R & ordinata $R^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{c+dR^2} \times \sqrt{aa+RR} + R^{\frac{m}{n}} \times \overline{c+dR^2}$, si modo hæc posterior ordinata cum abscissa sua angulum contineat æqualem angulo sub NMΨ; unde hujus posterioris curvæ quadratura linea exhibetur problemati satisfaciens. Erit autem hæc linea curva gemetrice irrationalis, nisi m & n certos quosdam numeros designant, vel certa quædam sit relatio inter coefficientes c, d; hæ autem conditiones ratione sequenti inveniuntur. Erit (a) area curvæ, cujus abscissa R & ordinata $R^{\frac{m}{n}} \times \overline{c+dR^2} + R^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{c+dR^2} \times \sqrt{aa+RR}$, ad $R^{\frac{m+n}{n}} \times \overline{\frac{n}{m+n}c + \frac{n}{m+3n}dR^2} +$

$$R^{\frac{m}{n}} \times \overline{aa+RR}|^{\frac{3}{2}} \times \frac{n}{maa}c + \frac{d - \frac{m+3n}{maa} \times c}{\frac{m+2n}{n}\,aa} R^2 + \&c.$$

ut sinus anguli sub NMΨ ad radium. Hæc autem series terminabitur, & quadraturam finitam dabit, si n sit unitas & m numerus negativus ternario major, vel si ultimus terminorum hic scriptorum sit nihilo æqualis, id est, si sit $d = \frac{m+3n}{maa}c$, vel si sit $d = 0$, $n = 1$,

Pag.249.* & $m = -3$. Et hic quidem ultimus casus curvam exhibet, quæ theoremate præcedenti a parabola semicubica invenitur.

Magis generatim ponere licet $\frac{\dot{z}}{\dot{R}} = R^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{c + dR^2 + eR^4 + \&c. \ldots\ldots + fR^p}$, ubi p numerum quemcumque parem denotat;

(a) Per prop. quint. quadr. curv. Newton.

notat; unde fiat $z = R^{\frac{m}{n}} \times \frac{m}{n} c + \frac{n}{m+2n} dR^2 + \frac{n}{m+4n} eR^4 \ldots$ Tom. VIII Supplem. Sect. VI.

$+ \frac{n}{m+pn} fR^p$, & curvæ $\omega\Omega$ ordinata $= R^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{c + dR^2 + eR^4 \ldots}$

$\overline{+ fR^p} \times \overline{\sqrt{aa+RR} + R}$. Hine (*a*) si *n* sit unitas & *m* numerus negativus numero $p+1$ major, curva dabitur geometrice rationalis, vel si certa quædam relatio sit inter coefficientes c, d, e, &c., ... f, quæ relatio facile invenitur ut antea.

Porro ad alteram regulæ secundæ formulam adhibendo propositionem nonam memoratam libri de quadratura curvarum, sextus oritur problema solvendi modus.

Litera r denotante ut supra, fieri potest ordinata $P\Phi = a \times \frac{b + cr + drr + \&c.}{c - cr + drr - \&c.}$ area curvæ, cujus abscissa est z & ordinata $P\Phi$, æqualis erit areæ curvæ, cujus abscissa est r & ordinata $a \times \frac{\dot{z}}{\dot{r}} \times \frac{b + cr + drr + \&c.}{b - cr + drr - \&c.}$. Ponatur igitur $\frac{\dot{z}}{\dot{r}} = r^{\frac{m-n}{n}}$

$\times \overline{b + cr + drr + \&c.} \times \overline{b - cr + drr - \&c.}\big|^p = r^{\frac{m-n}{n}}$

$\times \overline{bb + 2bd - cc \times rr + ddr^4 + \&c.}\big|^p$, & curva, cujus ordinata est r conditionem hic necessariam habebit. Erit enim $z = r^{\frac{m}{n}} \times \overline{bb + 2bd - cc \times rr + ddr^4 + \&c.}\big|^{p+1} \times \overline{A + Brr}$ $\overline{+ Cr^4 + \&c.}$ cujus seriei coefficientes A, B, C &c. dantur per propositionem quintam Tractatus de Quadratura Curvarum. Pag. 250.* Manifestum autem est nec terminos hujus seriei nec quantitatem $\overline{bb + 2bd - cc \times rr + ddr^4 + \&c.}\big|^{p+1}$ signa sua mutare mutatione signi quantitatis r; quantitatis autem $r^{\frac{m}{n}}$, si m, n numeri sint impares, signum mutabit, quando ipsa r signum mutat; ideoque ordinata r & abscissa z signa simul mutabunt. Ordinata autem $a \times \frac{\dot{z}}{\dot{r}} \times \frac{b + cr + drr + \&c.}{b - cr + drr - \&c.}$ = erit $ar^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{bb + 2bd - cc}$ $\overline{rr + ddr^4 + \&c.}\big|^{p-1} \times \overline{b + cr + drr + \&c.}\big|^2$. Et hinc facile inveniri possunt curvæ rationales.

(*a*) Per prop. proxim. citat.

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. Pro exemplo simplici ponatur $p = 1 = m = n$, d, &c. $= 0$; unde erit $\frac{\dot{z}}{\dot{r}} = bb - ccrr$, & $z = bbr - \frac{1}{3}ccr^3$. Ordinata autem curvæ metiendæ $= abb + 2abcr + accrr$; ejusdem igitur area est ad $abbr + abcrr + \frac{1}{3}accr^3$ ut sinus anguli sub NMΨ ad radium; ideoque erit $PI = bbr + bcrr + \frac{1}{3}ccr^3$. Hinc autem invenitur parabolam semicubicam problemati satisfacere, quam ita describere oportet. Data (in Fig. 11) linea recta AB, & in ea puncto C, una cum linea recta CD angulum sub BCD cum linea CB constituente æqualem angulo, in quo curva se intersecare requiritur. Ducatur ad libitum HGI ad CD parallela, sumaturque in ea $GH = 2CG$; deinde dividatur angulus sub ACD in duas partes æquales linea recta CE, & denique ad diametrum HI & verticem H describatur parabola semicubica KHL, quæ transeat per punctum C, ita ut CE ordinatim applicetur ad diametrum HI. Hæc parabola ad eandem lineam similiter applicata, sed situ inverso, se intersecabit in angulo æquali angulo sub BCD.

Tab. II. Fig. 11.

Pag. 251.* Si placet curvas hac regula inventas theoremate præcedente construere, ex iis, quæ hic tradita sunt, curva huic negotio apta inveniri potest; erit enim curvæ illius ordinata æqualis areæ curvæ $x\mu$ ad a applicatæ, quando angulus sub $MP\nu$ rectus est. Verbi causa, hujus areæ fluxio, nimirum $P\nu \times \dot{z}$ in exemplo secundo prioris partis hujus regulæ erit $= \dot{R}R \times R^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{c + dR^2 + eR^4 \ldots + fR^p}| = \dot{R}R^{\frac{m}{n}} \times \overline{c + dR^2 + eR^4 \ldots\ldots + fR^p}|$; ideoque curvæ hic requisitæ ordinata erit $= \frac{1}{a} R^{\frac{m+n}{n}} \times \overline{\frac{n}{m+n}c + \frac{n}{m+3n}dR^2 + \frac{n}{m+5n}eR^4 \ldots + \frac{n}{m+p+1}fR^p}$.

In exemplo posterioris partis hujus regulæ erit $R\ (= \frac{1}{2}\frac{P\Phi}{a} - \frac{a}{P\Phi}) = \frac{2bcr + 2cdr^3 + \&c.}{bb + 2bd - cc \times rr + ddr^4 + \&c.}$; ideoque $R \times \dot{z} = \dot{r} r^{\frac{m}{n}} \times \overline{2bc + 2cdr^2 + \&c.} \times \overline{bb + 2bd - cc \times rr + ddr^4 + \&c.}|^{p-1}$; hæc igitur est fluxio ordinatæ curvæ quæsitæ.

Si sit $m = 1 = n = p$, d, &c. $= 0$, erit $R \times \dot{z} = 2bc\dot{r}r$, & ordinata

nata curvæ quæsitæ $= bcrr$; quoniam igitur $z =$ erit $bbr - \frac{1}{3}ccr^3$, erit curva quæsita in hoc casu parabola divergens cum nodo, quæ definitur hac æquatione $3ezz = y^3 - 2eyy + eey$ (a). Et hac curva describetur parabola semicubica supra inventa. Tom. VIII Supplem. Sect. VI.

Verbi causa, ad rectam lineam (in Fig. 12) AB ducatur perpendicularis CD, & ad illam ut axim describatur ejusmodi parabola divergens FECEG. Deinde ducatur ad libitum HI angulum quemcumque datum cum recta AB constituens, & ducatur HKLM ad CD parallela; deinde sumatur HN = HK + arc. GK, HO = HL + arc. CKL, & ab altera parte puncti H, HP = CEM − HM; & curva hac ratione descripta parabola semicubica erit. Tab. II. Fig. 12. Pag. 252.*

Hinc apparet quomodo curvæ, quarum investigationi regula hæc tertia aptatur, theoremate præcedenti construi possunt; postquam earum formæ cognoscuntur, sed hæ curvarum formæ, a quibus rationales deriventur, regula hac tertia optime inveniuntur.

Hæ sunt tres regulæ, quarum supra fit mentio. Ultima sententia, quæ sub notis fictis celata fuit, exemplo sequenti illustrari potest. Sit y vel $= a + bx + \sqrt{c + 2dx + ex^2}$ vel $= \frac{a + bx + cxx}{d + ex}$, quæ duæ æquationes omnes complectuntur sectiones conicas. Inde vero invenimus $\frac{\dot{y}}{y}$ vel $= \frac{ec - dd}{d + ex + b\sqrt{c + 2dx + exx} \times c + 2dx + exx}\, z$, vel $= \frac{2cdd + 2ace - 2bde}{d + ex \times bd - ae + 2cdx + cexx}\, z$; quæ æquationes ostendunt in nulla sectione conica, quomodocumque disponatur, quantitatem $\frac{\dot{y}}{y}$ conditionem habere, quam hoc problema requirit; ideoque nullam sectionem conicam problemati satisfacere. Quod comprobari etiam potest examinando rectangulum sub fluxionibus primis ordinatarum æqualiter ad diversas partes a principio abscissæ distantium.

Hinc autem cognoscitur nullam lineam curvam geometrice rationalem problema solvere, quæ parabola semicubica sit simplicior.

Si vero talis inter quantitates a, b, c, d, e relatio statui potuisset

(a) Vid. Enumerat. linear. tert. ord. Fig. 73.

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. Pag. 253. tuisset ut $\frac{\ddot{y}}{\dot{y}}$ conditionem in hoc problemate necessariam obtineret, nempe ut quantitas, quæ in z ducitur, eadem esse potuisset, & sub eodem signo, pro eadem magnitudine tam negativa quam affirmativa abscissæ x, quo eveniret ut $\frac{\ddot{y}}{\dot{y}}$ foret $= \frac{\ddot{v}}{\dot{v}}$, si abscissa in oppositas partes a suo principio, æqualibusque momentis fluere ponitur: tum profecto sectio conica hinc determinanda vel problema solveret, vel sectionis problemati satisfacientis ordinata ad ordinatam hujus rationem haberet datam.

Jam vero his regulis alias aliquot, quas ab amico accepi, ad problema solvendum adjungam

Regula Quarta.

Tab. II. Fig. 13. Iisdem positis ac in regula prima, sit (in Figur. 13) *NO* ad AB, CD perpendicularis; sint PI, QR ordinatæ æqualiter a puncto M distantes, & sit curva GH per punctum I ducta similis & æqualis curvæ *f*EF. Ordinatis PI, QR parallelæ & proximæ ducantur *πjl*, *σr*, & lineæ rectæ I*k*, R*s* lineæ NO parallelæ. Angulus sub *s*R*r* = est angulo sub *k*I*l*; unde anguli sub *j*I*k*, *s*R*r* simul sumpti æquales sunt angulo dato sub *j*I*l*; & quantum angulus sub *j*I*k* dimidium anguli sub *j*I*l* superat, tantum angulus sub *s*R*r* ab eodem dimidio deficit. Si igitur (in Fig. 14) radio quolibet *mn* circuli arcus *no* describatur, & sumatur angulus sub *nmp* = dimidio anguli dati sub *j*I*l*, angulus sub *nmq* = angulo sub *j*I*k*, & angulus sub *nmt* = ei sub *s*R*r*, sectores *qmp*, *pmt* erunt æquales. Posita autem I*k* = R*s* = 1, erit *jk* ut tangens anguli sub *j*I*k* vel anguli sub *nmq*, & *rs* erit ut tangens anguli sub *s*R*r* vel anguli sub *nmt*; ideoque & fluxio ordinatæ PI erit ut tangens anguli sub *nmq*, nimirum ut *nv*; & fluxio ordinatæ QR ut tangens anguli sub *nmt*, nimirum ut *nw*; curvæ igitur ΨΦΩ, cujus areæ ordinata PI proportionalis est, ordinata PΦ potest esse æqualis tangenti *nv*, & ordinata Qχ ab altera parte puncti M = *nw*. Quoniam autem sectores *pmq*, *pmt* sunt æquales, constitui potest sector *pmq* æqualis areæ MΠWP curvæ cujuscumque KL conditionem habentis in regula prima indicatam; & sector *pmt* æqualis areæ MΠXQ ejusdem curvæ. Denique si ducatur linea recta $\pi\zeta$ lineæ MΨ parallela & proxima; cum angulus sub *s*Mπ = sit dimidio anguli sub *jIl*, vel an-

Fig. 14.

ngulo sub nmz, erunt triangula $\iota M n$, nmz similia, & prima ratio ... ad ιM eadem cum ratione zn ad nm; ideoque $\iota n =$ Tom. VIII Supplem. Sect. VI. Pag. 254.*

$\frac{M\Psi\zeta\iota}{...}$, propterea quod $\iota M =$ est $\frac{M\Psi\zeta\iota}{M\Psi}$, $M\Psi = nz$. Hic autem habetur septimus modus, quo problema solvi potest.

Si loco curvæ KL linea recta sumatur, quicumque sit angulus nmz eadem describetur curva; adeo ut hac ratione invenitur una eademque curva, quæ diversis sitibus in angulo quocumque dato problema solvit. Hæc autem curva a circuli & hyperbolæ quadratura dependet; si enim ducantur $m\tau$, $n\sigma$ ad mn perpendiculares, quarum $n\sigma =$ sit mn, & asymptotis mn, $m\tau$ hyperbola $\omega\sigma\downarrow$ describatur, & deinde $q\varphi\upsilon$, $p\theta\varsigma$ ducantur lineis $n\sigma$ parallelæ; quando $MP =$ est arcui circuli pq, erit ordinata $PI = \frac{\theta\varphi\upsilon\varsigma}{mn}$, si $mn =$ sit $2M\Pi$ (a).

Regula Quinta.

...ribatur (in Fig. 13) curva zMp ut in regula secunda, (Fig. 15) radio $= mn$ describatur semicirculus $\alpha\beta\gamma$, cujus ... δ, sit autem $\delta\beta$ diametro $\alpha\gamma$ perpendicularis. Sumatur $P\iota$, ducatur $\iota\zeta$ ad $\delta\beta$ parallela, jungaturque $\delta\zeta$. Deinde curva KL ejus naturæ, ut area $M\Pi WP$ semper æqualis ... $\beta\delta\zeta$. In circuli arcu (Fig. 14) no ductis pu sinu arcus ... sinu arcus np, producatur mp ad z, ducaturque $z\xi$ parallela. Porro dictis $mn = mp$, a; $m\theta$, b; nz, c; pu, ...; erit ut $mp : pu :: mz : z\xi$, sed ut $m\theta : mn$ (mp) :: ... ex æquo igitur ut $m\theta$ (b) : pu (R) :: $mn : z\xi$ :: mz ...): zv ($y + c$) unde $by - bc = R\sqrt{aa + yy}$, & denique $y = \frac{bbc + aR\sqrt{aa - RR}}{bb - RR}$. Tab. II. Fig. 15.

...em modo octavo solvitur problema.

Regula Sexta.

...sitionem nonam Tractatus de Quadratura Curvarum ... æ, cujus abscissa est z & ordinata $\frac{bbc + aR\sqrt{aa - RR}}{bb - RR}$; ... æqua-

(a) ...rrov. Lection. Geometr. p. 110.

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. Pag. 255.* æqualis est areæ curvæ, cujus abscissa est R & ordinata $\frac{z}{R}$ $\times \frac{bbc + aR\sqrt{aa - RR}}{bb - RR}$. Unde habetur modus nonus problema solvendi.

Litteræ m & n eadem denotent, ac in regula tertia, & fiat $\frac{z}{R} = R^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{bb - RR}|^{p}$ & ordinata $\frac{z}{R} \times \frac{bbc + aR\sqrt{aa - RR}}{bb - RR}$ fiet $= bbcR^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{bb - RR}|^{p-1} + aR^{\frac{m}{n}} \times \overline{bb - RR}|^{p-1} \times \sqrt{aa - RR}$. Unde si n unitatem denotet, & p numerum quemcumque integrum & affirmativum, curva geometrice rationalis invenietur, si modo m sit numerus affirmativus; vel etiam si n sit unitas, m numerus affirmativus, & $2p$ numerus impar negativus, numero m major.

Regula Septima.

Ducatur (in Fig. 15) $\beta\lambda$ semicirculum $\alpha\beta\gamma$ contingens in β, & producatur $\iota\zeta$ ad μ, ducta $\delta\nu\mu$. Sit autem curva (in Fig. 13) KL ejus naturæ, ut area MΠΨWP = sit sectori $\delta\beta\nu$. Dictis igitur mn, a; nz, c; & tangente arcus pq, R; erit $\pi\upsilon =$ PΦ $\frac{aac + aaR}{aa - cR}$. Et hic est decimus problema solvendi modus.

Quando angulus intersectionis rectus est, & $c = a$, hæc regula sub formula posteriori regulæ secundæ comprehenditur.

Item si loco $\varkappa M\mu$ linea recta sumatur, quicumque sit intersectionis angulus, casus ille curvæ logarithmicæ invenietur, quem in regula secunda tradidimus.

Regula Octava.

Ut antea, est area curvæ, cujus abscissa z & ordinata

Pag. 256.* $\frac{aac + aaR}{aa - cR}$, æqualis areæ curvæ, cujus abscissa est R & ordinata $\frac{z}{R} \times \frac{aac + aaR}{aa - cR}$. Hic autem est undecimus modus problematis exequendi.

Lite-

Litteris m, n iisdem denotantibus, ut antea, sit $\frac{\dot{z}}{R} = R^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{a^4 - ccRR}|^p$; & ordinata $\frac{\dot{z}}{R} \times \frac{aa + aaR}{aa - cR}$ fiet $= R^{\frac{m-n}{n}}$ Tom. VIII Supplem. Sect. VI.

$\overline{a^4 c + a^4 + a^2 cc \times R + aacRR \times \overline{a^4 - ccRR}|^{p-1}}$: quæ formula curvas geometrice rationales facile præbet.

Si sit $m \pm 1 = n = p$; eadem parabola semicubica atque ex regula tertia invenietur.

Regula Nona.

Si (in Fig. 16.) NO ad lineas AB, CD perpendicularis sit, & ducatur curva KL, cujus ordinatæ PW, QX, quæ æqualiter a puncto M distant, æquales sint, & ab eadem abscissæ parte positæ, radio ordinatæ PW æquali describatur circuli segmentum abc, quæ angulum comprehendat angulo æqualem; in quo curva se ipsam secare requiritur, cujus segmenti centrum æqualiter distet a lineis AB, CD. Ducatur autem & alia curva $\varkappa M\mu$ cujus ordinatæ $P\nu$, $Q\rho$ æqualiter a puncto M distantes sint æquales & a contrariis partibus abscissæ NO positæ. Deinde sumpta $Mf = P\nu$ ductaque fb lineæ NO ad perpendiculum, junctaque cb, manifestum est, si curva quæsita EF ejus sit naturæ, ut contingens in puncto I semper sit parallela lineæ cb, proposito satisfaciet. Nam cum sit WP = QX, idem circuli segmentum ordinatis PW, QX convenit; adeo ut si sumatur $Mg = Q\rho$, ducatur gk ad NO perpendicularis, & jungatur ck, linea recta contingens curvam quæsitam EF in puncto R parallela erit lineæ ck. Quoniam igitur $Q\rho =$ est $P\nu$, ideoque $Mg = Mf$ in situ hujus curvæ EF inverso, & quando punctum R in punctum I cadit, contingens in puncto R lineæ puncta x, b conjungenti parallela erit, & cum contingente in puncto I angulum constituet æqualem ei sub abc, nimirum angulo in segmento abc comprehenso. Invenitur igitur hujusmodi curva, si fiat ut $\dot{y} : \dot{z} :: fb : fc$. Quamobrem pro PW ponatur m; pro $aM = Mc$ ponatur n; pro intervallo inter punctum M & centrum segmenti ponatur p; & pro $P\nu = Mf$, q; habebimus $\dot{y} : \dot{z} :: \sqrt{mm - qq} \pm p : n + q$ & $\dot{y} = \frac{\sqrt{mm - qq} \pm p}{n + q} \dot{z}$. Dantur autem rationes inter m, n, p ob datum segmenti abc angulum, & invenietur y vel PI metiendo cur-

Tab. II. Fig. 16.

Pag. 257.*

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. curvam, cujus abſciſſa eſt z & ordinata $\frac{\sqrt{mm - qq} \pm p}{n + q}$: Hic autem exhibetur duodecimus modus problema tractandi.

Si angulus ſub abc ſit rectus, erit $p = 0$, $n = m$, & ordinata curvæ metiendæ $\sqrt{\frac{m - q}{m + q}}$. Quam profecto ordinatam problemati ſatisfacere, intelligi quoque poteſt ex poſteriori regulæ ſecundæ formula.

Si loco linearum curvarum KL, $\varkappa M\mu$ rectæ ſumantur, quando angulus ſub abc rectus eſt, erit curva EF cyclois; quæ facile determinatur forma undecima tabulæ curvarum ſimpliciorum, quæ cum circulo & hyperbola comparari poſſunt in Tractatu de Quadratura Curvarum *Newtoni*.

Regula Decima.

Porro area curvæ, cujus abſciſſa eſt z & ordinata $\frac{\sqrt{mm - qq} \pm p}{n + q}$, æqualis eſt tum areæ curvæ, cujus abſciſſa eſt m & ordinata $\frac{\dot{z}}{\dot{m}} \times \frac{\sqrt{mm - qq} \pm p}{n + q}$; tum areæ curvæ, cujus abſciſſa eſt q & ordinata $\frac{\dot{z}}{\dot{q}} \times \frac{\sqrt{mm - qq} \pm p}{n + q}$. Unde habentur duo alii modi,

Pag. 258.* quibus problema ſolvi poteſt; quorum poſteriori, ratione ſequenti, curvæ geometrice rationales inveniri poſſunt.

Sint δ, ϵ numeri impares, ν numerus par, & ponatur $\frac{\dot{z}}{\dot{q}} = q^{\frac{\delta - \epsilon}{\epsilon}} \times \overline{n^\nu - q^\nu}$, item $m = 1 + \frac{1}{4} qq$. unde erit $z =$ areæ curvæ, cujus abſciſſa eſt q & ordinata $q^{\frac{\delta - \epsilon}{\epsilon}} \times \overline{n^\nu - q^\nu}$, & ordinata $\frac{\dot{z}}{\dot{q}} \times \frac{\sqrt{mm - qq} \pm p}{n + q}$ fiet $= n^{\nu - 1} - n^{\nu - 2} q + n^{\nu - 3} qq + \&c. \ldots - q^{\nu - 1} \times \overline{1 - \frac{1}{4} qq \pm p}$.

His

His quatuordecim diversis modis generalibus Amicus meus problematis solutionem absolvit. Demonstrationes autem illius ex compositione usus in hoc problemate curvarum Geometris notarum sic se habent. Tom. VIII. Supplem. Sect. VI.

De Casu primo Linearum logarithmicarum. Tab. II. Fig. 17.

Sit (in Fig. 17) AB linea logarithmica asymptoton habens CD; eique ordinatim applicetur EF, quæ sit subtangenti logarithmicæ æqualis. Ad lineam rectam EF & ad quodcumque in ea punctum I constituatur alia linea logarithmica GHI priori similis & æqualis, sed situ inverso disposita. Deinde si contingentes HL, HM ducantur, dico angulum sub LHM angulo sub CEF esse æqualem.

Ordinatim applicetur HN, fiat EO=EN, ordinatim applicetur OP, & ducatur contingens PQ. Puncta P & H æqualiter distant a recta EI, unde punctum P in curva AB puncto H in curva GI respondet, & angulus sub OPQ=est angulo sub NHM, propterea quod curvæ AB, GI similes sunt & æquales. Quoniam vero curva AB est logarithmica & EN, EO æquales, erit NH × OP=EF*q*. Est autem EF=NL=OQ, unde ut NH : EF (NL) :: EF (OQ) : OP. Cum igitur anguli sub HNL, QOP sint æquales, triangula HNL, QOP sunt similia, & angulus sub QPO, qui æqualis est angulo sub NHM, æqualis quoque erit angulo sub NLH. Unde anguli sub NHM & sub NLH æquales erunt, & angulus sub LHM angulo sub CNH sive angulo sub CEF æqualis. Q. E. D. Pag. 259.

De Casu altero Linearum Logarithmicarum.

Sint (in Fig. 18) AB, CD duæ lineæ rectæ parallelæ, intra quas quælibet alia linea recta EF ducatur. Ad asymptoton AB describatur linea logarithmica GH, cujus subtangens sit æqualis lineæ EF, & ordinatim applicatæ comprehendant cum asymptoto angulos versus contingentes æquales parti dimidiæ anguli sub AEF. Quibus positis, si ad asymptoton CD alia describatur linea logarithmica ILM priori similis & æqualis, & si ducantur contingentes LN, LO, dico angulum sub OLN angulo sub BEF esse æqualem. Fig. 18.

Ducatur NP, ut angulus sub ANP angulo sub AEF sit æqualis, & erit NP=EF. Sumatur NQ lineæ EF sive subtangenti lineæ logarithmicæ æqualis, jungaturque QL. Quoniam igitur QL punctum Q conjungit cum puncto contactus L, QL ordinatim ad asymptoton AB applicabitur, ideoque angulus sub LQN versus contingentem LN æqualis erit parti dimidiæ anguli sub AEF vel anguli sub ANP; est autem NP=EF=NQ, quoniam igitur NP, NQ sunt æquales, & angulus sub LQN æqualis dimidio

Tom. VII. Supplem. Sect. VI. midio anguli sub ANP, recta QL producta transibit per P efficiens triangulum PNQ isosceles. Eadem ratione si ducatur OS, ut angulus sub COS æqualis sit angulo sub AEF erit OS=EF; si vero sumatur OR=EF, ducaturque RL, ordinatim ea applicabitur ad asymptoton CD, & producta transibit per S, propterea quod linea IM similis est & æqualis lineæ GH. Erit autem angulus sub PRL (=angulo sub LSQ)=angulo sub LQS = angulo sub NPQ. Unde erit angulus sub LSQ=angulo sub NPQ, & triangula SLQ, PNQ similia sunt, angulusque sub SLQ= angulo sub PNQ=angulo sub BEF. Est autem & LS=LQ, OS= NQ, item angulus sub OSL (=angulo sub ORS) =angulo sub NQL. Triangula igitur OSL, NQL æqualia sunt, habentia bases OL, NL æquales, & angulos sub NLQ, OLS, etiam æquales: auferatur communis angulus sub NLS, & relinquetur angulus sub OLN=angulo sub SLQ=angulo sub BEF. Q.E.D.

Pag. 260.*

De Cycloide.

Tab. II. Fig. 19. Sint (in Fig. 19.) AB, CD duæ rectæ parallelæ, quas EF ad perpendiculum secet. In diametrum EF describatur semicirculus EGF, & eo semicirculo describatur semicycloïs FH. Jam si alia semicycloïs ILQ priori similis & æqualis sed situ inverso intra parallelas describatur, & si contingentes LM, LN ducantur, dico angulum sub MLN rectum esse.

Sit IOP semicirculus, quo describitur semicycloïs IQ, ejus diameter IP; ducatur LGO, lineis AB, CD parallella, & jungantur FG, GE, IO. Erit deinde contingens LM parallela rectæ FG, & contingens LN parallela rectæ IO, quæ parallela est rectæ EG. Angulus igitur sub MLN = est angulo sub FGE recto, ideoque angulus sub MLN rectus est. Q.E.D.

De Parabola Semicubica.

Fig. 20. Si (in Fig. 20) rectam lineam AB alia recta linea CD intersecat in puncto D cum linea AB angulum quemcumque constituens; & si sumatur DE=$\frac{1}{2}$DC; deinde ducatur EF, ut DF sit=DE; & denique diametro CF & vertice C describatur parabola semicubica GCH, quæ transeat per punctum E, habeatque ordinatim applicatas ad diametrum CF lineæ FE parallelas: his positis, si parabola hæc ad lineam AB in situ inverso descripta sit, ut eandem in situ jam dicto descriptam intersecet, & contingentes ad punctum intersectionis ducantur, illæ contingentes se intersecabunt in angulo æquali angulo sub CDB.

Sumatur in parabola GCH punctum quodvis I, ducatur ILC, & sumpta EM=EL ducatur MNC. Deinde ordinatim applicentur OIP, NQR, ducaturque CEV, item EX diametro CO parallela. His positis erit HX:XE::EF:EC, & XE:XP::DF: EF.

EF. Unde ex æquo ut VX : XP :: DF : EC, dividendoque ut Tom. VIII
VX : VP :: DF : DC. Quoniam igitur est DF = DE = ½ DC, est Supplem.
jam VX = ½ VP. Porro ut IOq : EFq :: COc : CFc :: VOc : EFc. Sect. VI.
quatuor igitur ratione continuata proportionalium est VO secun-
, quarum IO est prima & EF ultima. Est autem & IO : OV :: Pag. 261.*
: EF. Ideoque sunt IO, OV, FL, FE quatuor ratione con-
uata proportionales; unde ut VO : LF :: LF : EF :: VO — LF :
, componendoque ut LF + EF : EF :: VO — EF (= VX) : LE.
monstratum autem fuit VX æqualem esse dimidio lineæ VP.
igitur 2LF + 2EF : EF :: VP : LE :: 2LFE + 2EFq : EFq. Jam
ut IO : LF (:: IV : LE) :: LFq (2LFE + LEq — EFq) : EFq,
terea quod lineæ IO, VO, LF, EF sunt quatuor ratione
inuata proportionales; quoniam igitur ut VP : LE :: 2LFE
Fq : EFq, erit ut PI : LE :: 3EFq — LEq : EFq. Eodem mo-
monstratur ut NR : EM :: 3EFq — DMq : EFq. Cum igi-
M = sit EL, erit NR = PI, sunt autem parallelæ, ideoque
N, I æqualiter distant a linea AB. Si igitur parabola se-
ica GCH in situ inverso ad lineam AB describatur, pun-
N incidere potest in punctum I. Parabolæ huic detur ille
versus *bcg*, & ducantur contingentes IΓS, EW, ΔNT,
em lineæ WLY, WZM. Erit ex natura parabolæ hujus
OC, FW = ⅔ FC, & QT = ⅔ QC. Est autem &
FC; unde FD, DE, & DW sunt æquales, &
sub FEW rectus: &, cum EL sit = EM, erunt & angu-
VL, EWM æquales. Quoniam autem LMF lineis IO,
llela est, & lineæ OC, FCQC similiter dividuntur in
, W, T, erit WLY contingenti + IΓS parallela, &
ntingenti ΔNT. Est igitur angulus sub WYD = an-
IΓ*s*, & angulus sub WZD = angulo sub NΔD = an-
I*s*Γ. Porro cum anguli sub EWL, EWM sint æqua-
guli sub DEW, DWE etiam æquales propter linea-
DE æqualitatem; erit angulus sub YWD = angulo
Ideoque angulus sub CDB, qui æqualis est summæ
sub WYD & sub YWD, æqualis erit summæ an-
IΓ*s*, & sub I*s*Γ, nimirum angulo sub ΓIδ æqua-

Lond. Aug. 27, 1722.

Tom. VIII
Supplem.
Sect. VII.
Pag. 303.

Super Disquisitionem G. FRID. RICHTERI,

De iis quæ Opticæ Newtonianæ JOH. RIZZETUS opposuit;

(Vid. Suppl. Act. T. VIII. Sect. III. p. 368. & Sect. V. p. 383. & Suppl. Diarii Ital. T. I. Art. XII. p. 373.) Responsio:

Autore eodem RIZZETO.

QUod Clariss. Vir *Richterus* novam observationem, spectantem ad difformem humoris crystallini densitatem, pro humanitate sua laudet, spem facit, ut, quæ adversus summum Newtonum, ejusque opticam hypothesin dicenda erunt, animo æquo & a partium studiis alieno in Anglia excipiantur. Inprimis doctiss. Adversarium id sibi suadere velim, me dogma Newtonianum de diversa colorum refrangibilitate non eo consilio impugnasse, ut telescopia ab imposita imperfectione vindicarem; sed ea potissimum ratione ductum, quod systema phænomenis non sat bene respondet. Si vero experimenta Newtoni a Clariss. Desagulierio (pluribus utriusque Academiæ Londinensis & Parisiensis Sociis inspectantibus) sæpenumero repetita, pro præjudicio valere debent, fateor me incassum laborasse. Ea porro, quæ vera sunt, vel quæ mihi visa fuerunt falsa & in nonnullis circumstantiis deficientia, literis ad Anglicanam Societatem datis candide exposui. Addo, Viros celeberrimos nihil adhuc tentasse ultra id, quod ab Illustri Newtono factum novimus, neque ad veritatem eruendam experimentis experimenta addidisse. Id ego nullis parcens laboribus præstiti, ut nonnisi probe cognita causa, omnibusque perspectis, de Clariss. Autoris systemate judicium ferrem. Utrum autem conatus ex voto cesserit, aliorum esto judicium.

Pag. 304.

De experimento secundo opticæ Newtonianæ P. I. l. 1. jure meritoque Nobiliss. Adversarius exultat; illo enim omni adhibita diligentia coram Regia Societate repetito eventum Newtonianæ sententiæ respondisse, adversus id, quod a me sancitum fuit in epistola ad Nobilem Virum Christinum Martinellum, in Transactionibus Anglicanis præteriti Decembris tradidit Desagu-

agulierius. Imagine chartæ, cujus dimidia pars erat rubra, dimidia cœrulea, in alteram chartam albam, ope interpositæ lentis, projecta, mihi focus utriusque coloris visus fuit æqualiter a lente remotus; in Anglia vero focus coloris cœrulei minus quam ille rubri a lente distans apparuit. Hinc phænomenis inter se discrepantibus, fallaciæ vel ex una vel ex altera parte metuendæ erant. Non aliud vero a Doctiss. Richtero expectandum, quam se deceptum fuisse. Dum enim audit experimenta Newtoniana iis haud satis ex Autoris sententia successisse, id potius defectui accurationis tribuere vult. Ne igitur munus inquirendæ veritatis ego quoque desererem, experimentum iterum instituendum esse putavi. Tom. VIII Supplem. Sect. VII.

Cum difficillimum sit utramque chartam, nempe eam, quæ objecti est, & aliam, quæ imaginem excipit, lentem intermediam collocare, ut ne hilum quidem a debito situ discedant, fateor, frequentissime accidere, ut pars imaginis confusa cernatur, dum altera apparuit distincta. Præoccupatio enim facit, ut omnia rite disposita non putentur, nisi juxta præconceptam nostram exspectationem contingant. Utrum hac regula Angli usi sint, affirmare non ausim, hoc unum scio ac periculo didici, propositam observationem inter fallaces & operosas recenseri oportere. Pag. 305.

Firmo atque stabili pariete figura rectangula delineata, partem dextram rubro colore, & sinistram cœruleo infeci; erant colores vividissimi, & a flamma candelæ æqualiter ...i, quibus superimponebam craticulam mobilem ex ni... & subtilioribus filis contextam. Cum lux a coloribus ... lentem satis amplam & immotam, more Newtoniano; accidit aliquando, ut imago partis rubræ tabula exce... ...tur distincta, & imago cœruleæ confusa. In hoc casu supponatur utriusque coloris in lentem incidentia, ne... ...ligi debet inæqualis eorum refrangibilitas. At si axis ...tur paulisper detortus, fieri poterat, ut inæqualis ap... ...nctio, non ob variam radiorum refrangibilitatem; ...b diversam incidentiam. Ut de hac re judicium fer... ...ous in prima positione manentibus, hoc solum im... ...it, ut penicillo adhibito color ruber ad sinistram ...iret, & cœruleus ad dextram; deletis prioribus co... ...ovis in eodem loco substitutis. Hujus experimenti ... ...ceptione elidi potest, talis exitus fuit. Eadem per... ...iorum incidentia, imago partis cœruleæ eam di... ...icrata est, quam primus obtinebat imago partis ru... ...iidici, ab operoso hoc experimento decepti Illu...

stres

Tom. VIII Supplem. Sect. VII. fires illos viros, qui illud iterandum operæ pretium esse duxerunt. Quid enim? juxta Newtoni hypothesin permutatis coloribus distinctio in eorum spectris permutari non debebat, quod cum factum sit, id tribuendum inæquali radiorum refrangibilitati. Quodsi lentem & tabulam ita collocabam, ut colorum rubri & cœrulei imagines cernerentur distinctæ, ex colorum permutatione nullum in distinctione oriebatur discrimen. Cum igitur experimentum Newtoni sæpe expectationem meam fraudaverit, statim judicandum non erat, hoc contigisse propter accurationis defectum, sed potius ab æquivocatione cavendum, ne diversæ colo-
Pag. 306. rum refrangibilitati illa distinctionis diversitas tribueretur, quæ tribuenda erat diversæ colorum incidentiæ. Ex dictis aliquid lucis affulget, ut nobis fucum non faciat experimentum 8 Part.I.l.1., quod aliquid habere veri, in meis litteris ad Regiam Societatem missis indicavi. Solis lumine per foramen in cubiculum obscurum immisso ac per prisma trajecto, colorem rubrum ceteris coloribus separatum aperto libro Newtonus excepit. Tum intervallo sex pedum a libro lentem erexit, quæ lumen a libro reflexum, & simili iterum sex pedum intervallo, colligeret, ac librum *lentemque* firmavit, ne moveretur. Deinde notato loco, quo imago libri a lumine rubro illustrati distinctissime depingeretur, expectavit donec motu Solis, & per consequens motu spectri colorati, liber a lumine illustraretur cœruleo. Tandem altero notato loco, quo imago libri, eodem lumine illustrati cœruleo, distinctissime exhiberetur, refert, invenisse hunc locum lenti propinquiorem (intervallo unciarum $2\frac{1}{4}$ inter duo loca interjecto.) Porro libro ac lente singulis in suo loco manentibus, perperam putavit hunc esse casum, in quo luminis cœrulei in lentem incidentia eadem foret, quæ fuerat rubri; & proinde Clariss. Autori parcendum est, si tam fallaci experimento libenter indulgens existimavit lumen cœruleum esse magis refractum quam rubrum, & illud esse isto quoque refrangibilius. Nos autem invenimus ac suo loco demonstrabimus, inæquales inclinationes fuisse, quibus duo lumina rubrum & cœruleum incidebant in librum, & proinde inæqualibus quoque existentibus inclinationibus, quibus ea lumina ex libro traducebantur ad lentem, quamvis ea forent æqualiter refrangibilia, imago tamen libri ab uno illustrati distingui debebat in illa a lente distantia, in qua imago ejusdem libri illustrati ab altero lumine confundebatur.

De meo experimento duorum filorum violacei & rubri sese contingentium, quæ uno obtutu æqualiter distincta videntur, nonnulla doctissimus Adversarius carpit, reliqua eludit. Notat, Newtonum satis amplam imaginem procurasse, adhibita lente

& char-

Tom. VIII Supplem. Sect. VII. Pag. 307.

ꝑ chartæ plagula justæ magnitudinis, me autem pro plagula duo :ilia fila substituisse, & pro lente amplioris latitudinis exi- uum oculi crystallinum. Nescio autem an illo suadere poterit, uod vitium ex diversa colorum refrangibilitate originem tra- ens facilius percipi possit in experimento Newtoniano, nempe ı ampla imagine objecti majusculi, ac illi aberrationi obnoxia, ıæ oritur ex Sphærica lentis figura, potius quam in experimen- ı meo, nempe in imagine objecti minusculi, exigua & a dicta ıerratione immuni. Addit, Desagulierium in experimento ewtoni iterando, inter lucernam chartæ coloratæ appositam, ue inter lentem, interposuisse corpus quoddam opacum, ut à erna ad lentem nullus radius directus affulgeret, me autem de ludendis ex oculo aliorum corporum lucentium radiis haud- quam sollicitum fuisse. Si autem fila in meo experimento osita, panno nigro substrato, ac tubo chartæ nigræ ad ocu- applicato, ipse inspexisset, visa eadem filorum (quam in experimento retuli) distinctione, a supra dicta reprehensio- stinuisset. Cum autem idem arguat experimentum tanquam re & incuriosum potius quam simplex (quandoquidem in o crystallini humoris ambitu multo plus mysterii quam in ssima lente vitrea lateat) oculum ab aberratione Newto- liberare videtur; quod ultro accipio: imo cum filum utrum- terposita etiam lente distinctum appareat, videat Clariss. 'arius, ne quis, instaurato argumento, lentes quoque á ione Newtoniana immunes evincat. Ego utique in supra pistola demonstravi, a varia crystallini densitate corrigi onem, quæ oritur ex sphærica figura; quod igitur corri- : pariter aberratio, quæ ex diversa coloratione procedit, is demonstrare debebat.

Tab. I. Fig. 8.

n demonstrationem ex diagrammate petitam cum sol- posset, eludere adhibito exemplo conatur. Geminis tis filis, altero rubro, altero cœruleo, in meo experi- sitis circa punctum A, ac radiantibus in oculum Bb, in diversæ colorum refrangibilitatis ostendi, imaginem :n e, illam cœrulei in c, ac distantiam ce satis super- lem esse affirmavi. Loco filorum Adversarius sub- em virgam unicolorem Aa, cujus extremitas a sit ocu- , altera A remotior; ac juxta notam refractionis rer is ostendit, imaginem partis propinquioris esse ioris in e; atque insuper afferit distantiam ce satis nsibilem esse. Nunc fundus oculi in FeG geminas gines: illa fili rubri (sicut illa extremitatis virgæ s) contracta in minus spatium circa e eximia distin- Pag. 308.

ctio-

Tom. VIII Supplem. Sect. VII.

ctione excellet, altera fili cœrulei (ficut altera extremitatis virgæ remotioris) distracta in amplius spatium FG speciem sui referet confusam. Cum igitur ego dixissem, oculum non posse in hypothesi diversæ colorum refrangibilitatis videre uno obtutu gemina fila æqualiter distincta, & cum ipsa tamen videantur æquali distinctione perspicua, inde collegissem male, huic distinctioni eandem hypothesin convenire: respondet Cl. Richterus, quod nec oculus potest juxta notam refractionis legem videre uno obtutu distinctam utramque virgæ extremitatem; at cum tamen utraque simul extremitas distinguatur, si hujus distinctionis causam quæsiero, videbo quod simili plane modo oculus poterit gemina quoque fila æqualiter distincta intueri. Hoc utique exemplum ingeniosum est, sed pro eludendo meo filorum experimento minus idoneum. Inprimis, ne de facto contentio oriatur, concedere lubet, quod, si virga proposita parvæ fuerit longitudinis, & ab oculo debite remota, ejus geminæ extremitates videri poterunt uno intuitu distinctæ; nam si longior virga fuerit, assertio Richteri falsa est, oppositum docente ratione & experientia. Interim in meo filorum experimento distantiam *ce* satis superque sensibilem non modo vocavi sed etiam demonstravi, principiis Newtonianis insistens, & si majori illustratione res indigeat, in promtu erit clarior demonstratio. Verum in exemplo virgæ Adversarius eandem distantiam *ce* satis superque sensibilem vocat, non autem demonstrat. Nec eam potest satis sensibilem demonstrare; illa enim, quæ sequuntur, repugnant. Flores campi a Sole probe illuminatos ac intervallo viginti circiter passuum ab oculo remoto inspiciens, inter illos & oculum interposui capillum, intervallo unius pedis ab oculo distantem. Cum oculus intenderet in flores, ipsi inter se distincti apparebant. Cum autem oculus intenderet in capillum, hic utique videbatur distinctus; at eodem obtutu flores confusam colorum congeriem exhibebant. Positis capillo in *a* flore in A, ac magna distantia *a*A, videlicet plurium passuum; substituatur in *a* extremitas virgæ *a*A, cujus longitudo *a*A sit parva (exempli gratia) dimidii pedis. Si veteri refractionis canoni insistentes fingamus a puncto *e* exponi imaginem capilli ac extremitatis virgæ *a*, & a puncto *c* imagines floris ac alterius extremitatis virgæ A, punctum *e* in utroque casu manebit, at distantia *ce* erit in primo major, in secundo minor. In primo casu differentia distinctionis, qua flos & capillus apparet, satis superque nos docet, ita sensibilem esse distantiam *ce* ut in oculi fundo FG, ubi depingitur imago distincta, depingatur imago floris confusa. In casu autem virgæ ipsa distantia *ce* potest esse ita

Pag. 309.

exi-

gua, ut in ipso oculi fundo FG, ubi bene distinguitur unius ex- mitatis imago, satis quoque imago alterius extremitatis di- guatur. Sicut igitur, differentia distinctionis indicante, in floris & capilli distantiam *ce* sensibilem esse cognoscimus; lifferentia distinctionis latente, in casu virgæ distantiam *ce* nsibilem esse affirmamus. Porro in lentem B*b*, ex una ea- que materia confectam, radiantibus geminis punctis *a*, A, jualiter a lente remotis, quorum imagines principaliter de- antur; illa scilicet puncti propinquioris *a* in puncto *e*, & uncti remotioris A in puncto *c*; si materia lentis mutatur nsiorem interius, ac in rariorem exterius, ita ut maneat um *e*, adhibito calculo inveni, punctum *c* puncto *e* ap- iquare. Hoc erit alibi perfecta demonstratione ostenden- interim indico, in crystallino interius densiore ac exte- riore plus mysterii quam in lente vitrea latere, non modo r alias proprietates, quas in supra citata mea epistola ex- sed propter eam quoque, qua oculo res inæqualiter re- ino obtutu inspiciente, diversitas distinctionis absconditur, entia distantiarum est parva, & illa tantummodo mani- , quando differentia distantiarum est magna. Hinc ge- causam inquirens, qua geminæ virgæ extremitates vi- qualiter uno intuitu distinctæ, Nobiliss. Adversarii pa- im invenio; is enim putat in casu virgæ sensibilem il- ntiam *ce*, quæ insensibilis est. Cum igitur ipsa distan- i casu virgæ, juxta veteres refractionis leges, sit ni- a, & in casu filorum, juxta novas Newtoni leges, sit a, non video, quod æqualis illa distinctio quæ habe- ue extremitatis virgæ, pariter haberi possit utrius- uæ si tamen habetur, contra hanc distinctionem Ad- i cassum, adhibito virgæ exemplo, Newtonianas le-

Tom. VIII Supplem. Sect. VII.

Pag. 310.

'um, *flores* simul ac capillum uno obtutu inspicien- isideratio subjungenda est, ne illa mihi ignota esse im capillus apparet distinctus, ac flores congeriem rum confusam: sit capillus *a*, cujus imago *e*, flos go *c*. Hinc productis B*c*, *be*, donec occurrant in rectæ GF, ductæ per punctum *e*, ac parallelæ len- asus, in quo (sensibili existente distantia *ce*) lumen o, juxta veteres refractionis leges, distinctæ ca- funditur. In fundo igitur oculi FG, non modo agines confundendæ, sed imago quoque capilli er consequens non modo flores, sed capillus quo-

Tom.VIII Supplem. Sect. VII. que e conspectu auferendus. Attamen diversum ostendit experientia; dum enim flores videntur confusi, capillus distinctus apparet. Hoc utique mysterium curiosum est, & erit alibi enucleandum: interim ex ea nulla consequentia deducatur, quae meum filorum experimentum contra novas Newtoni leges infirmet. Etenim in hoc, secundum has leges, affunditur distinctae imagini unius fili lumen aberrans alterius, eo pacto, quo in experimento florum & capilli, hujus distinctae imagini, secundum veteres refractionis leges, affunditur lumen aberrans florum. Sicut igitur in hoc flores videntur confusi, capillus autem distinctus, ita in experimento filorum unum ex his poterit apparere distinctum, dum alterum videtur confusum. Sed quid prodest? In experimento filorum hoc praecipuum ac maximum est, quod gemina fila aequaliter distincta inspiciuntur, & ab hac duplici distinctione, ni fallor, leges Newtonianae evertuntur.

Per prisma vitreum triangulare, cujus angulus refringens sursum convertebatur, chartam oblongam, dimidia parte rubram, & dimidia coeruleam (in Exper. 1. P. I. l. 1.) Newtonus *inspexit*, & ego quoque intuitus sum, ut retuli in epistola ad *eundem* Martinellum Suppl. Diar. Ital. T. I. art. 12. inserta. *Ille* (panno nigro Pag. 311. chartae coloratae substrato) partem vidit coeruleam altius extolli quam rubram; ego (loco panni nigri tela candida substituta) partem vidi rubram altius extolli quam coeruleam. Ille elicuit ex suo experimento lumen coloris coerulei fere refrangibilius lumine coloris rubri; ego autem ex suo meoque simul experimento collegi, diversam colorum refrangibilitatem male hujusmodi fundamentis insistere. Hanc exceptionem Adversarius paucis tractandam esse putavit. Is solum obtrudit (Newtono in eodem experimento docente) lumen a candida tela reflexum, quod prope chartae extremitates ad oculum transiens sese lumini a charta reflexo immiscet, eoque pacto experimentum interturbat. Quoniam nec in hoc casu illustris *Richterus* videre curavit, quousque mea difficultas procedat, eam itaque clarius exponendam duxi, ut aliorum judicium sit, utrum Richterianum responsum pro illa solvenda satis idoneum sit. Super telam candidam *oc* posui plagulam Tab. 1. Fig. 9. chartae nigrae rectangulam *Pe*, eamque per prisma transpiciens (refractione sursum agente) vidi prope limbum inferiorem PA fimbriam coloris coerulei ac violacei, prope limbum superiorem Qe fimbriam coloris rubri & flavi, & longius ab ipsis limbis candorem. Etenim, ex sententia Newtoniana, proprium colorem ostendunt radii coerulei ac violacei maxime refrangibiles telae candidae OA, emergentes prope limbum PA, & rubri ac flavi minime

ime refrangibiles telæ candidæ Qe, emergentes prope limbum Tom. VIII Supplem. Sect. VII.
e: singuli (inquam) proprium colorem ostendunt in illis lo-
;, ubi radii chartæ nigræ Pa, quibus illi immiscentur, nullum
nen, nullumque colorem præ se ferunt. His positis, sint char-
cœrulea TG, & rubra Pe, prima magis elata quam secunda,
iles nempe debent juxta Newtonianam sententiam appare-
dum substernitur tela candida Od, prope limbum TF ra-
maxime refrangibiles telæ candidæ LF commiscentur radiis
rtæ cœruleæ TG; at quia sunt inter se quam proxime homo-
ei, scilicet plerique cœrulei & pauci violacei, in loco itaque
iixtionis non est alterandus color ipsius chartæ TG, nec mu-
us est locus limbi TF. Color equidem alterandus est prope
ım PA, ubi radii maxime refrangibiles telæ candidæ OA
scentur radiis chartæ rubræ Pe, ipsi enim sunt inter se he- Pag. 312.
:nei, scilicet alii cœrulei ac violacei, & alii rubri. Ut au-
ıutetur locus limbi PA, ut ipse limbus videatur altior lim-
', in loco immixtionis candor est exhibendus.

lem repetito discursu cognoscitur, colorem chartæ rubræ
n esse alterandum prope limbum Qe, ubi radii minime
ibiles telæ candidæ Qe immiscentur radiis ipsius char-
nec mutandum esse locum ipsius limbi Qe, ipsi enim
nt inter se quam proxime homogenei, scilicet plerique
& pauci flavi. Colorem autem alterandum esse cogno-
·ope limbum HG, ubi radii minime refrangibiles telæ
HD immiscentur radiis chartæ TG, ipsi enim sunt in-
:erogenei, nempe alii rubri ac flavi, alii cœrulei. Ut
mutetur locus limbi HG & ipse limbus videatur infe-
ɔ Qe, agnoscitur quoque in loco immixtionis cando-
ıabendum. Denique ut (salva diversa colorum refran-
ı appareat charta rubra magis elata quam cœrulea, can-
:ndus est, ubi plures radii cœrulei ac violacei pluribus
ır rubris, & ubi plures rubri ac flavi pluribus miscen-
s.

c judicium ferrem, lumen solare in cubiculum ob-
ısi per tria foramina, singula suo prismate munita,
ɔtra colorata depingerentur. Distantias foraminum
prismatum inter se tales esse curavi, ut color cœru-
ectri & ruber alterius, prius cum flavo, deinde cum
ii spectri, in chartæ albæ plagula conveniret. His
color resultans nunquam albus, sed ruber subob-
·e vinosus, in uno casu, & ad viridem vergens in
ıit.

Tom. VIII Supplem. Sect. VII. Si igitur candor, experientia docente, non exhibetur, ubi radii plures cœrulei ac violacei pluribus miscentur rubris, nec ubi plures rubri ac flavi pluribus miscentur cœruleis, itaque in hypothesi diversa colorum refrangibilitatis, charta rubra (substrata tela candida) nequit elevari magis quam cœrulea. Quod si tamen in hoc casu rubra supra cœruleam elevatur, contra hanc
Pag. 313. elevationem non satis eandem tuetur hypothesin *Adversarius*, allegando, lumen a candida tela reflexum, prope chartæ coloratæ extremitates ad oculum transiens, sese lumini a charta reflexo immiscere, eoque pacto experimentum interturbare. Plura essent de hujusmodi experimentis dicenda: circumstantiis *enim* iisdem adhibitis, omnium colorum refrangibilitas non diversa sed eadem ostendenda foret, & ipsis explicatis difficultas enodanda; sed hæc lubens in aliud tempus rejicio, ne mea responsio nimis in longum protracta, ab illa brevitate dissentiat, quam Doctiss. Adversarius in sua disquisitione curavit.

Cum in epistola supra citata prius cum Newtono affirmassem, lumen illud lucidi puncti dispergi, quod refringitur a prismate, & postea contra Newtonum negassem, *dispergi illud*, quod refringitur a lente; miratur ac ita obstupescit Richterus, ut illi videatur, me potius in somnis quam mente vigili hanc ne-
Tab. I. gationem protulisse. Etenim dum radius A*b* incidit in punctum
Fig. 8. *b*, ac refractus emergit a lente B*b*, ductis tangentibus ad puncta *b*, L, ingressus & egressus, angulum refringentem designat prismatis LK*b*. Cumque demonstrasset, ipsum radium A*b* per lentem propositam transeuntem, eodem plane modo refringi atque dispergi, ac si in punctum *b* designati prismatis incideret; illud quoque contra meam negationem demonstratum putat, quod ita radii dispergantur alii, qui fluentes ex puncto lucido A, incidunt in reliqua puncta lentis B*b*. Hic adversariæ disquisitionis locus ita paucis tractandus non est; præter enim summi autoritatem Newtoni, contra me est egregii quoque Richteri non sententia sed demonstratio.

Dum Adversarius ostendit, unicum radium A*b* incidentem in lentem B*b* eodem plane modo refringi atque dispergi, ac si incideret in prisma LK*b*, hæc demonstratio est; id enim omne consideratur, quod propositæ hypothesi convenit. Dum autem in colligit ex ea demonstratione, quod ita radii dispergantur alii, qui fluentes ex puncto lucido A incidunt in reliqua puncta lentis B*b*; hic paralogismus est. Non enim consideratur lex actionis & reactionis, quæ in nova hypothesi locum habet. Curiosæ sunt atque ignotæ leges, quibus distrahitur lumen a lente refractum, & erunt alibi enucleandæ atque experimentis confirmandæ. Interim

terim quæ satis ad intentum faciant, de illis tantum exponam. Radii puncti A incidentes in lentem B*b*, juxta canonem vulgarem refringantur ita, ut omnes concurrant in punctum *e*. Ipsorum lumina vim propriam singula exerceant, ut distrahantur uxta refractiones suas, & sint intra angulos CB*e*, C*be* comrehensæ distractiones dependentes a radiis extremis B*e*, *be*; si istractiones radiorum fluentium ex puncto A omnes essent ad nam plagam conspirantes (sicut accidit, quando lumen Solis a rismate triangulari refringitur) nulla contraria actione impeiente, singulæ suum sortirentur effectum. At in casu lentis pposita, distractiones inter se contrariæ ad invicem congrediun- (sicut illæ radiorum B*e*, *be*) & ideo juxta legem actionis & ctionis ipsæ debent se mutuo cohibere, donec in puncto *e*, principes radii concurrunt, ad terminum suum perveniant. gitur vires luminum, contraria ratione ad invicem concurium, inæquales sunt, in puncto concursus est oriunda dilio conspirans ad plagam virium præpollentium, & cons excessui, quo vires præpollentes alias superant. Ast si luminum in distractionibus agendis sunt utrobique æquales, ctionibus ad nihilum utrobique redactis, ea lumina sunt ı colligenda. Hinc si dimidia parte lentis vel pupillæ opapore obtecta, objectis pars reliqua exponitur, coloratam ti luminis fimbriam videri (Newtono quoque in Prop. 8. I. L. 1. docente) intelligimus. At si lens vel pupilla tota fuerit, nullam esse ipsius distracti luminis fimbriam (expequoque confirmante) cognoscimus.

Tom. VIII Supplem. Sect. VII. Pag. 314.

cto circa lentes, earumque affectiones, ab Anglis ia experimenta instituta non sunt; deficientibus enim aqueo-vitreis, quas in mea epistola ad Regiam Sociendinensem missa satis ad intentum facere indicavi, & eximio Newtono monitus construendas curavi; atta- defuerunt lentes vitreæ vulgares amplioris latitudinis, liqua Solis lumini per rotundum foramen in cubicurum immisso debite exposita, super chartam albam in convenienter accommodatam, doctiss. Adversarius uisset speciem solarem duntaxat auctam illo lumine rationis, quæ ex figura lentis originem ducit, & prorm a nova aberratione, quæ dicitur ex Newtoniano endere:

Pag. 315.

oculum nudum pertinet, nimis suæ demonstratious indulsit; ab hac enim captus, meum experimenac capilli paucis, more solito, tractandum esse pugle cto calculo, quousque mea difficultas procederet,

igno-

Tom. VIII Supplem. Sect. VII. ignoravit. Illud satis videtur illustratum ab iis, quæ in actis Lipsiensibus adversariæ disquisitioni subjiciuntur. Quoniam tamen in pluribus ab egregio Richtero carpitur, illud est fortius in veritatis gratiam illustrandum. Super chartam albam a Sole probe illuminatam posui capillum (intervallo unciarum $19\frac{1}{2}$) ab oculo remotum, & cum illum distinctissime cernerem, ita dicebam: sit AH latitudo capilli; in oculum *Bb* incidant radii puncti A, & extremi AB, A*b*, a refractione inflexi in B*e*, *be*, concurrant in puncto *e*, in quo ceteri quoque convenient, cum in oculo corrigatur aberratio vulgaris, ut in citata epistola ostendi, & testatur illa distinctio qua fruimur. Radiis puncti H convenientibus pariter in puncto G, & reliquis punctorum intermediorum inter A, H, in totidem punctis intermediis inter G, E, sit G*e* latitudo imaginis in oculi fundo depictæ. His positis nemo ignorat, intra oculum decussari in aliquo puncto D radios A*e*, HG, & reliquos quoque, qui fluentes ex singulis aliis punctis intermediis inter A, H, patiuntur refractionem physice nullam, & proinde in triangulis similibus ADH, *e*DG esse AH.*e*G::DA. D*e*. Cum igitur fundum oculi sit a cornea remotum, intervallo circiter $\frac{1}{4}$ unciæ, erit diameter capilli AH ad diametrum imaginis P*e* saltem ut DA ($19\frac{1}{2}$ unciæ) ad D*e* ($\frac{1}{4}$ unciæ) & per consequens latitudo imaginis *e*G vix æquabit $\frac{1}{26}$ latitudinis capilli AH. At latitudo ejusdem capilli vix æquabat $\frac{1}{19}$ latitudinis pupillæ, ea proinde latitudo imaginis *e*G vix erat æqualis $\frac{1}{26 \times 19}$ latitudinis ejusdem pupillæ. Si vero lumen juxta Newtoniana principia distraheretur, per ea quæ in Prop. 7 Part. I lib. I tradita sunt, illud spatio diffunderetur, cujus diameter esset saltem æqualis $\frac{1}{26}$ diametri pupillæ; unde ejus luminis distracti diameter esset ad diametrum capilli ut $\frac{1}{26} : \frac{1}{26 \times 19}$ aut ut 19 : 1. Hinc igitur colligi potest, imaginem capilli fore a lumine distracto chartæ substratæ delendam & capillum e conspectu auferendum, etiamsi in crassitudinem longe majorem excresceret. Cum autem capillus appareret eximia distinctione perspicuus, aberrationem quæ ex Newtoniana lege dependet profligatam esse censebam. Hanc porro arbitratur tueri Adversarius, objiciens, quod a Newtono loco supra citato allegatur: lumen nempe distractum realiter diffundi in spatium æquale $\frac{1}{36}$ latitudinis lentis (sive pupillæ) at ita tamen illud extenuari in distantia a suo centro, ut sensum afficiat in spatio duntaxat

Pag. 316.

æqua-

æquali $\frac{1}{250}$ latitudinis pupillæ, & per consequens minus idoneum esse pro imagine capilli in oculo confundenda. Hoc mihi parum satisfacere visum fuit; nimis enim validum erat lumen chartæ substratæ, quæ data opera albescebat & solaribus radiis illustrata emicabat; unde ejus distractio sensibilis esse non poterat n decima tantum parte illius latitudinis, in quam illa diffundeatur. Me autem hoc minus movit: majorem difficultatem ecit, quod, quamvis lumen distractum in tam brevi spatio senum afficeret, illius tamen diameter, in illa parte, in qua sen- Tom. VIII Supplem. Sect. VII.

ebatur, ad diametrum imaginis capilli erat ut $\frac{1}{250} : \frac{1}{26. \times 19}$, licet ut 2: 1, ac nihilominus erat imago capilli delenda, & illus e conspectu auferendus. Cum igitur capillus videretur inctus, ex hac distinctione poterat Adversarius calculo insti-) colligere, quod in oculo distracti luminis fimbria non la- quia sensibilis fit in spatio nimis exiguo, scilicet æquali $\frac{1}{250}$ udinis pupillæ, sed quia vere ac realiter ipsa deficit. Hu-odi defectum sibi quoque Adversarius proposuit Newtoniano iati conciliare. Allegavit capillum fuisse illuminatum ut am, & inde collegit, aberrans chartæ lumen a capilli mul-tiori lumine extinguendum esse. Dum autem capillum in xperimento propositum intuebatur distinctis terminis defi-, si prisma vitreum oculo applicasset, capillum in visione et; unde agnovisset, se frustra in conciliatione proposita urum. Etenim collegisset, quod (lumine objectorum vere icer aberrante) lumen aberrans chartæ erat fortius lumine & hoc ab illo prorsus extinguebatur.

is objiciendum erat experimentum florum & capilli, quod ositum fuit. Sicut enim in hoc lumen florum, quod abera veteres leges refractionis, ita in experimento chartæ & lumen chartæ, quod aberrat juxta novas leges distractiotroque casu imagini capilli affunditur. Cum igitur in asu capillus appareat eadem distinctione perspicuus, pogari, quod illo modo quo capillus distinctus apparet in quoque distinctus appareat in altero. At inter gemina ta magna diversitas est; in primo enim juxta veteres ctionis lumen aberrat florum, non autem capilli, & ur capillus distinctus & flores confusi, cognoscitur non men capilli, sed illud florum. In secundo, juxta nostractionis, debent aberrare lumina & chartæ & capil- capillus & charta æqualiter distinguantur, agnoscitur, e lumen capilli nec illud chartæ. Pag. 317.

Nescio

Tom.VIII Supplem. Sect. VII.

Nescio tandem cur Adversarius me arguat operam non dedisse, ut nulli radii, præterquam illi a chartæ partibus capillo proximioribus reflexi, oculum intrarent, & cur miretur, me loco capilli non substituisse aliud objectum, quod aut nullum lumen aut minime notabile reflecteret. Etenim scio capillum (tubo chartæ nigræ ad oculum applicato) distinctum sicut oculo nudo apparere, & nigras literas, chartæ propositæ subtilissimis lineis inscriptas, distinctissime legi. Unde iis repetitis, quæ supra exposita sunt, magis semper atque magis manifestatur, lumen aberrationis Newtonianæ in oculo nudo nulla alia causa latere, nisi quia vere ac realiter abest.

Quod ad oculum lentibus munitum pertinet, videtur Newtonum satis sollicite non quæsisse suam aberrationem nec in sola lente nec in oculo nudo; cum enim in his illam non invenisset, nec eam in oculo per lentes transpiciente tam assidue investigasset, in hac porro investigatione frustra moratus est; etenim in Prop. 7 Part. I l. 1 miratur, a conspicillis tubulatis res objectas ita distinctas exhiberi, ut revera exhibentur. Verum omnem lapidem movit, donec per lentes, nisi terrestria, saltim *cœlestia* transpiciens, eam denique invenisse crediderit. Astronomi (inquit) per telescopia longiora transpicientes, observant diametrum stellæ fixæ esse 5″ aut 6″: si autem vitrum oculare facis fumo infuscatur, quo lumen stellæ obscuretur, languidum illud lumen, quod adest in circuitu stellæ, evanescit, ac stella ad puncti mathematici similitudinem propius accedit. Cum igitur stella ob immensam distantiam instar puncti apparere debeat; inde lumen, quo stella ante infuscationem lentis dilatata videtur, esse novæ distractionis legi tribuendum affirmat. In hac porro contemplatione non animadvertit, id genus luminis aberrantis etiam oculo nudo apparere; stella enim videtur confuse aucta, a quodam lumine exiliente, quod capillitium vocatur. Nec pariter ipse notavit, id ipsum lumen latius in oculo nudo diffundi, & telescopio interposito contrahi. Cum stella videatur minor telescopio, quam oculo nudo, inde colligitur, a telescopio contrahi imaginem stellæ in oculo nudo depictæ. Cum autem dioptrica scientia nos doceat, quod telescopio interposito, nisi augetur, minime saltem contrahitur illa stellæ imago vera, quæ a principibus radiis in oculo nudo depingitur, itaque manifestum est, contrahi telescopio interposito illam imaginem falsam, quæ a lumine aberrante in oculo nudo depicta imaginem veram circumdat. Si hæc Vir doctiss. animadvertisset, pariter agnovisset, lumen illud imaginis falsæ (quod remanet telescopio interposito)

Pag. 318.

distra-

distractioni tribuendum non esse. Si flamma candelæ intervallo unius pedis ab oculo distat, ea videtur ita distinctis terminis definita, ut nobis fatendum sit, nullam distractionem adesse; si vero illa plurium passuum intervallo ab oculo removetur, aucta crinibus luminosis apparet. Id genus luminis esse illud quoque, quo stella coronata oculo nudo exhibetur, neminem arbitror ignorare. Si id ipsum igitur lumen distractioni Newtonianæ tribuendum esset, id utique, juxta Autoris principia, oculo nudo appareret non modo in objecto longinquo, sed quoque in propinquo, & illud quod in longinquo paret, a telescopio dilataretur. At ipsum lumen oculo nudo minime apparet in objecto propinquo, & illud, quod apparet longinquo, a telescopio minime dilatatur, sed imo contrahi; si itaque non contrahitur ex toto, manifesto patet, reliquum nova distractionis lege minime dependere. Id utique tribuen- n esse veteri refractionis legi, in mea supra citata epistola sademonstratum puto, & si majori illustratione res indigeat, ior alibi demonstratio non deerit. Interim capillum super tam albam probe illuminatam Adversarius per microscopium spiciat, & quamvis major, microscopio interposito, quam ulo nudo, juxta dogma Newtonianum, distracti luminis fimfutura sit; cum tamen capillum distinctissime videat, inde scat, quod, sicut in sola lente vel in oculo nudo, ita mipio vel telescopio interposito, ea fimbria nulla alia causa nisi quia vere ac realiter illa deficit. Quod si Newtoni tiam confutatam videt in casu lentis, non dicat eam quofelli in casu prismatis, sed potius colligat, in illa dinibus inter se contrariis mutuo se destruentibus nullum æ fimbriæ vestigium agnosci, in hoc, distractionibus mulunam plagam conspirantibus, effectum in fimbria coloderi, quem singulæ distractiones sortiuntur. Quod si versa colorum refrangibilitate ipse quærit, unde fimbriæ oriantur, paulisper exspectet, huic enim quæstioni brere satisfaciam.

Tom. VIII Supplem. Sect. VII.

Pag. 319.

Tom. VIII
Supplem.
Sect. VIII.
Pag. 334.

PHÆNOMENA

Transitus Penumbræ & Umbræ plenæ supra Tellurem,

In Novilunio Mensis Maji d. 22 Maj. 1724,

Autore CHRISTIANO AUG. HAUSEN, *Mathes. P.P. Extraord. in Acad. Lipsiensi.*

ANNO 1715. Celeberrimus Hallejus pro Eclipsi istius anni exhibuit in Tabula Geographica transitum Umbræ Plenæ per regna Magnæ Britanniæ, ex tenore observationum Eclipseos: postquam in simili tabula idem prædixerat ante eventum, ex tenore calculi Astronomici. Illi Tabulæ, quæ ex observationibus nata est, inseruit pro Eclipsi anni præsentis Umbrosæ Zonæ portionem, quæ ab Hiberniæ littore orientali per Angliam protenditur usque ad Normanniæ, Picardiæ & Insulæ Franciæ partem. Et nuper, cum calculos meos finirem, copia mihi facta est Diarii Trevoltiensis M. Martii A. 1723, in quo inveni amplam dissertationem R. P. de *Rebeque Soc. Jesu*, qua transitu umbræ per Europeas regiones, imprimis per Galliæ regnum, præ reliquis accurate persequitur. Extemplo igitur comparavi Celeb. *Halleji* inventa cum determinationibus Rev. hujus Patris; nec, deprehensa jam propriorum calculorum diversitate insigni ab *Hallejanis*, quicquam ad rem meam facere magis poterat. Didici autem ex instituta comparatione, R. Patrem, cujus determinationes, (exceptis, quæ postea notabo,) cum meis fere eædem sunt; a Celeberrimo Hallejo haud parum dissentire.

Via Centri Hallejana, cum Zona umbrosa, ad Boream satis insigniter attollitur, respectu Zonæ Rev. Patris. Nam juxta Cel. Hallejum Centrum ex Hibernia exit ad *Waxfordiam* Latitud. 52° 20': deinde ubi canalem S. Georgii trajecit, Angliam ingreditur ad St. *Brides-Bay*, & per *Pembrociam*, *Wormshead* propeque *Bridg-water* latum radit littus insulæ *Vectæ*, quod a Borea declinat in ortum: superato Canali Galliam intrat exiguo intervallo a *Diepa* in occasum, sic ut *Rhotomagum* & *Lutetiam* ad Austrum longe relinquat. Limes Zonæ Borealis, *Dublino* paulo Borealior, *Oxonium* fere attingit & *Gessoriacum* vulgo *Boulogne sur mer*. Limes australis *Padstonium*

fere

fere attingit, quo paulo Borealior est: in Gallia, incedit ad austrum *Caroburgi*, sed in vicinia, & intervallo paulo majore a *Cadomo Normandiæ*, itidem ad austrum urbis. *Lutetia* igitur & *Rhotomagus* in hac Zona continentur. Tom. VIII Supplem. Sect. VIII.

Juxta Rev. Patrem centrum Hiberniam intrat ad *Dingliam Monomiæ*; exit prope *Kinsaliam*. Angliam intrat prope Padstonium Cornwalliæ, exit ad *Pontem Regis* seu *Kings-Bridge Devoniæ*. Galliam inter *Caroburgum* & *Constantiam* vulgo *Coutance* intrat, fertur deinde ad meridiem *Cadomi*, sic, ut *Rhotomagus* & *Lutetia* a via centri haud exiguo intervallo distent, ad Boream. Limes Borealis in Hibernia ipsi *Kilmalochiam* attingit; in Gallia *Berniam Normanniæ* seu *Bernay*: australem in Hibernia ducit per *portum Desmondiæ*, in Gallia per *Silliam* vel *Sillé* Normanniæ. *Lutetiam* igitur cum *Rhotomago* ad Boream e Zona remotas excludit. Pag. 335.

Et etiam velocitas centri utrique Astronomo haud parum diversa est. Juxta Celeb. Hallejum 6h 37' temp. Lond. centrum jam superavit meridianum Lutetiæ; & juxta Rev. Patrem 6h 51' 1" id est 41' 20" Temp. Lond. centri Longitudo est 6°, 34'.

Elementa calculi sui Celeb. Hallejus non edidit: R. Pater ...uentium mentionem facit,

...m. Novilunii	5h	33'	1"	Temp. Lutet.
...f. Diam. ☉ & ☾		1'	19"	
...llax. Horiz.		60'	33"	
...d. Penumbræ		32'	28"	
...part. Circ. M.		32°	26'	

...ameter media Umbræ super tellurem, quam in Novilunio ...irculo habet, & quæ ipsi idem est ac Latitudo Zonæ, 24 ... Maris cum 1901 Hex. Reg. Hujus dimidium 12 L. M. ...H. R. ipsi est distantia utriusque limitis Zonæ a via Cen... Morani obscurat. Centralis ponit 2' 15". Lat. Max. Centri ...' & Long. ipsi respondentem 322°. 6'.

...i vero jam meorum calculorum conclusiones sint afferendæ, ...æmittam elementa potiora

...næ vera		32'	10"
...Hor. ☾ a ☉		35'	3"
...☽		31'	44"
...		33'	2"
...umbræ		32'	23"
...mbræ		1'	18"
...s Horiz.		60'	30"
...ovilunii	5h	33'	3"
...ed. Tenebr.	5h	27'	55"

Pag. 336.

...ore utor in Observatorio Parisino numerato & Longi-

 tudines capio ab Insula Ferri. Literæ majusculæ in fronte sequentis tabulæ, & minores in calce ita explicantur.

A. Contactus penumbræ ad ingressum, & initium Eclipseos in tellure.

B. Consequens seu alterum extremum ejusdem chordæ penumbræ, quam Semitam Contactus voco, ingreditur.

C. Antecedens egreditur, quod ingrediebatur ad primum contactum.

D. Consequens egreditur contactusque ultimus penumbræ & telluris.

E. Punctum penumbræ ad Boream viæ centri cum consequente in Semita contactus simul ingreditur. Hoc punctum secundarium appello, chordamque penumbræ, quam determinat, Semitam secundariam.

F. Secundarium egreditur.

G. Consequens secundarii, quod succedaneum voco, ingreditur.

H. Succedaneum egreditur cum antecedente in Semita contactus.

a. Sol oriens a Luna tangitur in summo Limbo & Eclipsis incipit.

b. Sol oriens a Luna tangitur in parte Limbi boreali versus ortum & Eclipsis finit.

c. Sol occidens tangitur a Luna in Limbo Boreali versus occasum & Eclipsis incipit.

d. Sol occidens tangitur a Luna in summo Limbo & Eclipsis finit.

e. Sol oriens a Luna tangitur in Limbo australi versus occ. & Eclipsis incipit.

f. Sol oriens a Luna tangitur in Limbo australi versus occasum & Eclipsis incipit.

g. Sol oriens tangitur in Limbo australi versus ortum & Eclipsis finit.

h. Sol oriens tangitur in Limbo australi versus ortum & Eclipsis finit.

B	C	D	E	F	G	H
$4^{h}, 42', 45''$	$6^{h}, 13', 5''$	$7^{h}, 57', 10''$	$4^{h}, 42', 45''$	$5^{h}, 15', 1''$	$5^{h}, 40', 9''$	$6^{h}, 13', 5''$
Bor. $37^{\circ}, 34', 10''$	$58^{\circ}, 3', 41''$	0, 0, 0	$37^{\circ}, 34', 10''$	$47^{\circ}, 24', 39''$	$53^{\circ}, 13', 1''$	$58^{\circ}, 3', 41''$
$263^{\circ}, 37', 10''$	$316^{\circ}, 59', 49''$	0, 0, 0	$263^{\circ}, 37', 10''$	$278^{\circ}, 16', 56''$	$216^{\circ}, 28', 28''$	$316^{\circ}, 59', 49''$
$2^{\circ}, 58', 4''$	$34^{\circ}, 26', 49''$	$34^{\circ}, 26', 49''$	$57^{\circ}, 4', 48''$	$68^{\circ}, 11', 49''$	$57^{\circ}, 4', 48''$	$68^{\circ}, 11', 49''$
$218^{\circ}, 41', 00''$	$32^{\circ}, 6', 48''$	$6^{\circ}, 5', 33''$	$184^{\circ}, 28', 24''$	$142^{\circ}, 10', 5''$	$170^{\circ}, 7', 24''$	$127^{\circ}, 49', 5''$
$5^{h}, 55', 33''$ m.	$6^{h}, 59', 32''$ v.	$6^{h}, 59', 32''$ v.	$3^{h}, 38', 39''$ m.	$1^{h}, 22', 22''$ m.	$3^{h}, 38', 39''$ m.	$1^{h}, 22', 22''$ m.
b	c	d.	e	f	g	h
Semita Sec. ad Bor.		Tempus	Lat.	Long.		
$1^{h}, 30', 20''$	Centri Ingressus	$4^{h}, 0', 2''$	$13^{\circ}, 59', 15''$	$225^{\circ}, 8', 21''$	Mora transitus Centri	$2^{\circ}, 55', 46''$
1^{h} 46	Centri Egressus	$6^{h}, 55', 48''$	$44^{\circ}, 55', 35''$	$28^{\circ}, 28', 59''$		

Cen-

Tom.VIII Supplem. Sect.VIII. Pag. 338.

Centro Penumbræ hærente ad punctum mediarum Tenebrarum, id est, in medio chordæ disci telluris, in qua incedit, id quod accidit $5^h\ 27'\ 55''$, lat. $50°, 29'\ 25''$, Long. $284°\ 27'\ 2''$, axis Ellipsoidis Sphærici, seu figuræ ex intersectione superficiei telluris & coni penumbrosi ortæ, qui est in plano per Solis Lunæ & Terræ centra vocetur *major*, & ejus portio ad Boream viæ centri sita superior, reliqua inferior: *axis* vero reliquus juxta viam centri atque adeo cum priore rectos faciens angulos, *transversus*. Portionis Sup. extremum extra tellurem cadit, cum parte portionis superioris, quæ est ad semidiametrum penumbræ ut 234 ad 1943: ut adeo in hac Eclipsi integer circulus penumbrosus non intret in discum versus Boream: Portionis inferioris extremum ultra locum protenditur in tellure, cui sol hoc momento est verticalis, parte portionis inferioris, quæ est ad semidiametrum Penumbræ ut 22. ad 1943. Ex dictis obtinetur, in loco, quem contingit extimum punctum portionis superioris, quod in tellurem incidit, orientem Solem pati defectum maximum & quidem $1^d\ 28'$, esseque hunc limitem maximæ obscurat. ad Boream: in loco vero, cui Sol est verticalis eodem momento temporis, Solem pati defectum maximum in vertice & quidem $0^d\ 8'$. Horum autem locorum positio habetur inter positiones locorum, quæ contingunt extremitates axium penumbræ ipso momento mediarum tenebrarum supra indicato, in tabula sequente. Ubi notandum, S esse extremum extimum & ultimum portionis superioris in axe majore, quod cadit in tellurem: I esse extremum inferioris portionis in eodem, protensa ultra locum cui Sol est verticalis & quem C voco, *a* est punctum antecedens axis transversi, *p* subsequens seu posterius in motu; *v* umbræ & penumbræ centrum: Sic ut *v*S, *v*I, portiones supra descriptas axis majoris, *va vp* semisses axis transversi denotent, quas in partibus circ. max. hic adjeci.

Lat.

Tom. VIII
Supplem.
Sect. VIII.
Pag. 339.

S	C	I	a	p
63, 35, 6	20, 31, 49	20, 11, 54	58, 21, 30	33, 54, 18
159, 35, 29	298, 31, 15	298, 37, 45	341, 26, 13	245, 3, 34
VS	VC	VI	Va	Vp
58, 2, 55	31, 57, 5	32, 17, 55	33, 11, 10	33, 11, 10

determinari puto limites tenebrarum super disco, m sectionis penumbræ cum superficie telluris hoc Sed ut idem de umbra plena obtinerem, ad sex Stationes, non sine multo labore construxi tabulam hac literæ S J *a p* idem denotant respectu Elliptoi- brosi, quod paulo ante respectu penumbræ signifi- ejus sumtis ut ante in penumbra. Literæ vero ma- e sic intelligendæ sunt.

ioris extremum inferius extus contingit in in-

ı Superius ejusdem tangit intus Umbra tota in-

:ntro versante in puncto med. Tenebrarum. momento.

:rsante in plano circuli Decl. per Solem.

ıente Latitudinem maximam.

ı superius axis majoris tangit intus ad egressum.

:xtremum inferius contingit extus umbra tota.

W. N, W. N, E. S, E angulis adjectæ quos com- majores cum meridianis locorum centri, decli- ım superiorum ostendunt, & idem notant, quod -*Ouest*, *Nord-Est*, *Sud-Est*, hoc autem loco in- illas juxta angulos definitos in tabula, declinare occasum, a septentrione versus occasum & ita nutationem situs Elliptoidis umbrosi respectu viæ supra tellurem deprehendere licet.

Tem-

		A	B	C	D	E	F	G	H
	Tempus in Observ.	h 3, 58, 44	h 4, 1, 21	h 5, 27, 55	h 5, 33, 3	h 5, 44, 40	h 6. 22, 3	h 6, 54, 29	h 6, 57. 6
Axis Major	in partibus Circuli M.	0, 0, 0	° 11, 53, 57	° 1, 27, 4	° 1, 27, 13	° 1, 28, 42	° 1, 50, 32		0, 0, c
	In Leucis maris & Hex. R.	0, 0, 0	237; 2805	29; 63	29; 205	29; 1616	36; 2409		0, 0, 0
Ax. M. Portio super.	in part. Cir. M.	0, 0, 0	° 8, 24, 26	° 0, 43, 43	° 0, 43, 47	° 0, 44, 52	° 0, 55, 46	vide col. B	0, 0, c
	in Leuc. mar. & Hexap. Reg.	0, 0, 0	168; 412	14; 1632	14; 1695	14; 2726	18; 1680		0, 0, 0
Ax. M. Portio infer.	in part. C. M.	0, 0, 0	° 3, 29, 31	° 0, 43, 21	° 0, 43, 26	° 0, 43, 50	° 0, 54, 46		0, 0, 0
	In L. M. & Hex. R.	0, 0, 0	69; 2393	14; 1283	14; 1363	14; 1743	18; 729		0, 0, 0
Axis Transv.	in part. C. M.	0, 0, 0	° 8, 10, 5	° 1, 13, 53	° 1, 13, 49	° 1, 15, 15	° 1, 33, 40		0, 0, c
	in L. M. & Hex. R.	0, 0, 0	163; 1030	24; 1791	24; 1727	25; 237	31; 634		0, 0, (

Angu-

	A	B	C	D	E	F	G	H
…guli …ium …er se	0, 0, 0,	32, 20, 26 W.	90, 0, 0 W.E	84, 39, 35 E	73, 0, 21 E	45, 27, 51 E	32, 20, 26 E	0, 0, 0
… ax. …cum … loc. …ri	0, 0, 0	71, 0, 55 SW.	25, 30, 0 N.W.	17, 46, 3 N.W	0, 0, 0	55, 48, 39 N.E	68, 16, 56 S.E	0, 0, 0
…t.	0, 0, 0	17, 14, 42	50, 29, 25	51, 41, 23	54, 7, 42	58, 25, 59	48, 56, 12	0, 0, 0
…ng.	0, 0, 0	232, 41, 57	284, 27, 2	287, 15, 39	294, 20, 0	326, 3, 29	17, 57, 32	0, 0, 0
	0, 0, 0	14, 21, 0	51, 8, 47	52, 22, 4	54, 52, 34	58, 56, 47	45, 5, 49	0, 0, 0
	0, 0, 0	224, 39, 54	283, 57, 4	286, 54, 0	294, 20, 0	327, 36, 3	29, 5, 9	0, 0, 0
	13, 38, 2	18, 21, 2	49, 49, 14	51, 0, 0	53, 23, 52	57, 54, 42	50, 2, 30	44, 35, 47
	…25, 36, 19	236, 20, 54	284, 56, 14	287, 36, 43	294, 20, 0	324, 38, 11	12, 53, 46	27, 53, 39
	…, 0, 0	18, 30, 56	50, 44, 24	51, 55, 57	54, 20, 30	58, 21, 34	46, 35, 32	0, 0, 0
	…, 0, 0	235, 45, 40	285, 20, 7	288, 11, 18	295, 20, 1	327, 37, 54	24, 30, 43	0, 0, 0
	…, 0	15, 15, 22	50, 12, 39	51, 24, 49	53, 54, 37	58, 21, 41	50, 17, 2	0, 0, 0
	…, 0	228, 5, 42	283, 35, 10	286, 22, 33	293, 19, 53	324, 39, 9	13, 46, 3	0, 0, 0

Tom. VIII Supplem. Sect. VIII. Pag. 342.

Ex præcedentibus concluditur mora Transitus a contactu externo ad externum adeoque Transitus integræ Umbræ plenæ $2^h\ 58'\ 22''$

ab interno ad internum, idest a momento, quo tota primum incidit in tellurem, ad momentum, quo tota in tellure moveri cessat $2^h\ 53'\ 8''$

Mora Transitus cujuslibet axis transversi, seu centralis obscurationis duratio $2'\ 13''$

Mora a contactu externo ad proximum internum in ingressu, & vice versa in egressu, idest duratio ipsius ingressus vel egressus Umbræ $2'\ 37''$

De diversitate calculi R. P. de REBEQUE *a supra determinatis.*

Omnis diversitas calculi Rev. Patris & superiorum Tabularum huc redit, & quantum per elementa calculi ab ipso posita judicare licet, sequentibus innititur causis. Primo Longitudines mihi prodeunt majores, quod Dn. de la Hire secutus differentiam meridiani primi & Observatorii statuam 20° 30′ seu $1^h\ 22'$, cum ipse juxta Tabulas Geographicas Dn. de *Lisle*, quibus usus est, assumat tantum 20°. Et quamvis propter novilunium ipsius duobus secundis citius meo, ipsius longitudines, hoc solo respectu, meis majores prodire deberent, tamen utriusque ratione habita prior diversitas utpote fortior, in determinatione long. utique prævaluit.

Latitudines meæ ipsius aliquanto majores sunt tam ante quam post novilunium, quod arguit latitudines Lunæ mea aliquanto minore usum esse. Sed cum Lat. Lunæ non posuerit, certi aliquid hac de re affirmare non possum. Interim ad maximam centri latitudinem diversitas tam lat. quam long. inter nos maxima est. Juxta R. Patrem max. Latit. 58° 17′ Long. 322° 6′: Juxta me vero Lat. m. 58° 25′ 59″ Long. 326° 3′ 29″.

Propter centri motum ipsi aliquanto velociorem, ut ex differentia noviluniorum nostrorum liquet, & propter latitudinem Lunæ Rev. Patri minorem viamque centri proinde centro disci viciniorem, tempora ad ingressum ipsi necessario prodiere meis priora, ad egressum posteriora: in primo casu conspirantibus differentiæ causis, in secundo prævalente fortiore. Sed Pag. 343. differentiæ momentorum temporis ad lat. max. ex ipsius max. lat. & longitudinis congruentis differentia supra ostensa simul pendent.

Sed sequentium differentiarum alia est ratio, neque in hisce tantum diversitatis inesse posse mihi persuaserim, modo uterque nostrum probe attenderit ad conditiones determinationum.

Rev. Pater figuram umbræ super tellure ipso novilunii mo- Tom. VIII. Supplem. Sect. VIII.
mento pro circulo habet, adeoque acceptis axibus majore &
transverso ad id tempus æqualibus, distantiam utriusque limitis
zonæ umbrosæ a via centri æqualem & tantam facit, quantus
est dimidius axis transversus, ipsi nempe 12 Leuc. maris cum
31 Hexapedis Regiis. Ego vero in tota hac Eclipsi figuram
umbræ pro Ellipsoide Sphærico habeo, & quæ ad circulum ac-
cedat maxime in momento mediarum tenebrarum. Quum tamen
figura Umbræ nec in hoc momento sit circulus, sed axem ma-
jorem transverso habeat longiorem, & illum quidem juxta me
Leuc. M. 63 Hex. R. hunc 24 Leuc. M. 1719 Hex. Reg. sit
tum superior portio axis majoris 14 Leuc. M. 1632 Hex. R.
inferior 14, L. M. 1283 Hex. R. necesse mihi fuit ex Geome-
triæ legibus portionem superiorem accipere pro distantia limi-
tis borealis Zonæ Umbrosæ a via centri, inferiorem pro distan-
tia limitis australis, adeoque illam hac aliquanto, utramque ve-
ro longe majorem ponere illa Reverendi Patris.

Geometria nos docet, si Sphæra secetur cono, figuram sectio-
nis circulum esse, ubi axis coni transit per centrum Sphæræ;
reliquis casibus omnibus Ellipsoides Sphæricum. Ergo novi-
lunium in nodo celebratum dat umbram circularem. Extra no-
dum ad distantiam quamvis circulus locum non habet. Deinde
si axis coni moveatur in plano per centrum Sphæræ non-trans-
eunte, Ellipsoides Sphæricum axem majorem semper habebit in
plano transeunte per axem coni & centrum Sphæræ, id est, in
via umbræ Lunaris, per centra Solis Lunæ & Terræ; Axem
minorem brevissimum fore in maxima vicinia a centro Sphæræ,
seu puncto mediarum tenebrarum: in locis ab hoc puncto
utrinque æqualiter remotis & axes omnes, & angulos sub ipsis
factum Ellipsoides idem fore; latitudinem zonæ intra quam Pag. 344.
cadunt omnes Ellipsoides in superficie Sphæræ, axium majorum
summæ, seu qui prodit ad punctum centro Sphæræ viciniffi-
mum exacte æqualem esse, si conus verticem habeat infinite
distantem, idest, si Cylindrus Sphæram secet; si valde distan-
tem proxime, nam re ipsa latitudo Zonæ in casu veri
continuo mutatur, & maxima est in puncto viciniffimo,
locis ab hoc distantiis utrinque eadem: unde in calcu-
landis pro aliquo loco Astronomi corrigunt Semidiame-
trum umbræ, pro altitudine Lunæ supra horizontem, & ea-
dem ratione corrigenda est Semidiameter umbræ plenæ, quan-
quam inverse, propter inversionem conorum. Eadem Geome-
tria docet, portionem axis majoris superiorem seu quæ a cen-
tro est, semper majorem esse portione inferiore seu quæ

Tom.VIII Supplem. Sect.VIII. ad centrum Sphæræ dirigitur, rationem inter majorem & minorem portionem minimam esse, ubi axis coni versatur in puncto centro Sphæræ vicinissimo, in reliquis transeundo continuo variare, sic tamen ut eadem sit in locis a puncto vicinissimo æque remotis: in casu Cylindri limitem Zonæ superiorem distare a via centri quantitate portionis superioris axis majoris Elliptoidis, qualis est in puncto vicinissimo : in casu coni prælongi quam proxime; & eodem modo limitem Zonæ inferiorem distare a via centri quantitate portionis inferioris ejusdem axis. His rationibus innititur dissensus meus quoad figuram umbræ in tellurem projectæ, quoad latitudinem Zonæ umbrosæ, & distantias utriusque limitis ejus a via centri; unde spes est Reverendum Patrem supra a me positas mensuras non improbaturum.

Unicum superest, de quo paucis dicendum. Extendit Reverendus Pater limites Eclipseos versus austrum usque ad fluvium Amazonum, quæ extensio & a meis & a Rev. Patris reliquis numeris pluribus gradibus differt. Quanquam enim latitudinem centri penumbræ ad momentum mediarum tenebrarum *nullibi* ponat, judicare tamen licet de ea ex latitudine centri ad momentum novilunii, quæ ipsi est 51° 36′, mihi 51° 41′ 23″, & a qua latitudo ad mom. med. ten. non potest differre $1\frac{1}{2}$ gradu juxta ipsos calculos Rev. Patris. Posita igitur latitudine centri ad illud momentum 50° 6′, quam tamen calculum Rev. Patris etiam majorem daturum, certum est, & subducta Semidiametro Penumbræ Rev. Patris 32° 26′, prodit 17° 40′ Lat. Borealis pro loco quem attingit margo penumbræ infra centrum maxime depressa. Ex meis autem calculis, cui Semidiameter Penumbræ est 32° 17′ 55″ & Lat. Centri momento med. Tenebrar. 50° 29′ 25″, habetur 18° 11′ 30″; Semidiameter inquam, quæ est portio inferior axis majoris Elliptoidis Penumbræ; nam quæ supra de Umbra dixi, etiam valent de Penumbra; unde perspici potest, latitudinem prodituram adhuc majorem, si sumta fuerit semidiameter infra centrum directe a Polo extensa, quippe præcedente in partibus Circuli longe minor.

Pag. 345.

ANIMAD-

Tom. VIII. Supplem. Sect. IX. Pag. 373.

ANIMADVERSIONES

IN VIRI CELEB. J. HERMANNI

olutionem propriam duorum problematum Geometricorum ab Ipso propositorum, editam in Actis Erud. 1723. mens. April.

communicatio Methodi Curvas inveniendi Algebraicas indefinite non quadrabiles, habentes tamen datum numerum spatiorum absolute quadrabilium; Per NICO-LAUM BERNOULLI, *Joh. Fil. J. V. L. & Prof.*

§. 1.

On mediocrem percepi voluptatem ex lectione schediasmatis Hermanniani Actis Erud. inserti mens. April. 1723. Ubi rrimus Autor erudite differit de duobus problematibus, jam omplures annos a se propositis; suas insimul solutiones communicat: quæ, fateor, Solutoris sagacitatem & ingenium e testantur.

Vellem nunc otium mihi suppeteret, quo in hanc utriusoblematis materiam de novo accuratius inspicere, atque mas celeb. Hermanni meditationes, propterea, quod ad ciatim spectant, pro dignitate expendere & hinc aliquid itiæ incrementum producere possem. Sed postquam in Il'ernensium Lycæo Jura publice docendi provinciam naotissimam & temporis & studii mei partem eo dirigere t spartam illam pro viribus exornem; vix mihi superd, quod ad excolenda Mathemata, quantumcunque :iis habeam, impendere liceat. Quare mihi condonatum do, si rudi, quod ajunt, Minerva exponam, quæ in ma Cl. Hermanni dissertatione, fugitivo licet oculo, amicæ responsioni tum & necessariæ instructioni in-

no 1719. proposuit Vir celeb. duo problemata, prim, dein etiam publice in Actis Lips. ejusdem anni M. 553. In priori horum binorum problematum petebacujus area seu $\int y\,dx$ sit $= axy + bx^c y^e$, ubi a & b suppo-

Tom. VIII Supplem. Sect. IX. supponuntur numeri & quantitates constantes, ut *c* & *e* exponentes constantes qualescunque, sumptis interim *x* & *y* pro coordinatis curvæ quæsitæ. Hujus problematis solutiones varias, easque perfectissimas exhibui in Actis anni sequentis 1720. M. Junio; in quibus Cl. Proponens nihil, quod ad ulteriorem perfectionem desideraret, invenit; quamvis ad quædam respondeat, Pag. 374. quæ in modo proponendi non recte quadrare monuimus; de his autem deinceps agemus.

§. 4. Alterum problema Hermannianum prout extat in Actis 1719. p. 653. exigebat duntaxat, *curvas algebraicas indefinite non rectificabiles, quæ tamen unum, duos, vel quot libuerit, arcus habeant absolute rectificabiles*, omissa nimirum illa altera conditione, qua paulo ante petierant in privatis ad Monmortium literis, ut curvæ quæsitæ rectificatio indefinita dependeret a quadratura cujuscunque alterius curvæ datæ; ex conditionis hujus omissione, item ex characterum diversitate, quibus ambo hæc problemata expressa sistuntur. Præsertim etiam ex eo, quod in propositione primi problematis aperte indicat, se *ejus* solutionem habere, de altero vero nihil prorsus insinuat se solutionis compotem esse; ex his, inquam, conjectandum erat, Cel. problematum Autorem hoc posterius tum temporis, cum proponeret, nondum a se solutum habuisse, quæ conjectura postmodum in rem certam abiit, cum ante sesquiannum circiter epistolas ad Patrem meum scriptas perlustrando inciderem in aliquam ab acutissimo Hermanno exaratam eodem anno, quo Problemata sua privatim & publice proponebat. In illa enim epistola inveni verba sequentia; *Curiosum esset Problema, si quis inveniret Curvas indefinite non rectificabiles, quæ tamen, quot libuerit, arcus habeant absolute rectificabiles; imo hoc problema curiosum magis evaderet, si curvæ algebraicæ hac indole præditæ investigarentur, nec difficultate carere videtur, etsi fortasse solutu non est prorsus impossibile.*

§. 5. Meminerit igitur Vir Cl. cum distingueret duo illa problemata typorum varietate, id se non ideo fecisse, quod putaret, posterius priori multo esse difficilius, sicuti innuit p. 241 sed potissimum, quod solutionem posterioris ipse nondum habuerit. Hoc non moneo, ut exprobrem infirmitatem, sed ut meam excusem, quam iteratis vicibus mihi objectat, identidem inculcans, me falsum esse, quod ejus solutio mihi non fuerit in potestate, sumpto scilicet problemate in eo sensu, quo in literis ad Monmortium concipiebatur. Quid enim mirum, me in sublimiori Geometria, tum temporis præsertim, novitium non solvisse aliquod problema, quod mihi non fidens, ne tentaveram

qui-

quidem, cum ipse ejus Autor Geometra certe veteranus, cujus interesat, suo problemati acriter insudare, rem tamen infectam reliquerit, remota licet difficiliori problematis conditione, quam exigebat in præfatis literis ad Monmortium. Tom. VIII Supplem. Sect. IX. Pag. 375.

§. 6. Quæ cum ita sint, non puto me aliquid scripsisse, quod non quadret, quando dixi, neminem mortalium solvisse illud problema, imo ne quidem faciliorem ejus partem; nam tum revera nemo solverat. Addidi, fateor, mihi persuasum esse, a nemine unquam solutum iri, in eo nempe sensu, quo postulabatur, ut curva quæsita dependeret a quadratura cujuscunque alterius curvæ datæ. Gauderem profecto si me in opinione mea omnino deceptum viderem, per illa, quæ Cel. Hermannus, post quot annorum decursum, hac super re tandem invenit & communicavit; nam nihil gratius mihi contingere potest, quam si Viris ingeniosis aliquid præstatur, quod spem atque opinionem meam superat: præstitit sane multum Vir laudatus, reducendo quadraturam transcendentem primi gradus quamlibet ad ...ensionem curvæ alicujus algebraicæ, quo nomine non exi...m laudis augmentum meruit. Permittat autem, ut dicam, ...um quantum adhuc abesse, quo minus dederit solutionem ...n *a nemine mortalium* expectari posse intelligebam. Ob... namque, methodum ejus extendi tantum ad quadraturas ...cendentes primi gradus, nullius omnino utilitatis pro trans...entibus ulteriorum graduum; deinde hoc quoque animad..., quod inter curvam algebraicam, quam sua methodo in..., & quadraturam propositam transcendentem primi gradus, ...dsit perfectissima, quam subintelligebam, dependentia ...nnexio, in eo consistens, ut Curvæ quæsitæ arcus sine ad...one linearum rectarum sint proportionales partibus areæ ...itæ. Si Vir Cl. methodum suam ad hunc perfectionis ...n perducturus est, tum sane ingenue profitebor, ab eo ...m fore, quod nemini mortalium possibile censebam & ...m censeo. Peto ex. gr. curvas algebraicas A, B, C, &c. ...cus primæ A, sint proportionales logarithmis abscissa...s arcubus respondentium; arcus secundæ B, proportio...arithmis-logarithmorum; arcus tertiæ C proportionales ...is-logarith-logarithmorum & ita porro. Pag. 376.

...oc interim monitum volo; quando dixi, solutionem ...blematis, in præmemorato sensu sumpti, *non esse in no...ato*, patet utique, si conferatur cum præcedentibus & ...tibus, me hic loquutum fuisse de me solo, etsi in nu...ali, quod præsertim linguæ Latinæ genius facile per... qua licentia ipse Cel. Hermannus in suo Schediasmate

& alibi

Tom.VIII Supplem. Sect. IX. & alibi sæpissime utitur. Nescio itaque, cur Vir Cl. quod de me tantum intelligebam, nullius præterea mentione facta, id de pluribus Bernoulliis dictum esse interpretetur, atque omni cura id agat, ut Lectori persuadeat, de pluribus intelligendum esse, quod non nisi ad me referebam. Etenim in eadem pagina 242. bis idem sollicite injungit; sub initium paginæ *Ab illo multum*, inquit, *præstari judicant Cel. Bernoullii*, *qui vel partem tantum solveret problematis*. Deinde sub finem ejusdem hæc habet: *Quid dicent aut sentient Sagacissimi Viri*, *si solutionem mei secundi problematis eo strictissime sensu sumti*, *quo non modo sibi sed reliquis mortalibus omnibus insolubile & impervium crediderunt*, *exhibuero?* Pag. 248. finem versus, *Atque hoc ipsum est*, ingeminat, *quo Cl. Bernoullii multum præstitum iri judicant*. Sed non addit rationem, cur plures complicet Bernoullios, nec exprimit, quinam illi sint. An aliquid sinistri lateat sub affectata hac repetitione, quod nimirum majus pretium mercibus suis conciliari crederet, si sollicite moneat, eas in plurium aliorum officinis non reperiri, de eo judicent alii. Ego quidem sancte affirmo, me nullum alium novisse Bernoullium, qui huic problemati tum temporis multum incubuerit, nedum qui dixerit, id sibi insolubile & impervium fuisse. Quo autem sensu illud nemini possibile pronunciaverim, jam exposui in §. præced. Unde quamdiu illud in eo sensu non est soluturus Cl. Problematis Autor, contendere non potest, se aliquid præstitisse, quod tanquam impossibile considerabam, etiamsi ceterum sint pulchra, quæ elapsis quatuor annis post problematis sui promulgationem demum exhibuit; quibus utique docuit, quomodo determinanda sit curva algebraica, cujus indefinita rectificatio utcunque dependeat a Curvæ datæ algebraicæ quadratura. Pag. 377.

§. 8. Si verum est, quod dicit Vir Cl. circa medium Paginæ 242, se jam *pluries* problemata a Geometris in publicum missa soluta dedisse; ex adverso fatebitur, opinor, se plura quoque eorum intacta & insoluta reliquisse. Exemplum unum alterumve tantum ut referam, expectamus ab eo hodienum solutionem Problematis Riccatiani de Separatione Indeterminatarum propositi in Actor. Suppl. Tom. VIII Sect. II p. 351, quod a Bernoulliis solutum esse cognoscere potest ex subnexo fratris mei Schediasmate pag. 351. Problema egregium ab Anglo quodam Anonymo propositum de invenienda curva algebraica omnium possibilium simplicissima, quæ se ipsam in situ inverso positam & hinc inde motu parallelo delatam in angulo dato constanter secat, solutum quidem a Patre meo extat, sub anagrammate latens, vid.

id. Act. 1723 Mens. Febr. pag. 227. Sed nullam ejus solutionem Hermannianam videre hactenus licuit, quamvis alias in hanc ateriam de Trajectoriis reciprocis, se etiam miscuerit. Quod ro attinet ad Problema propositum in Actis 1720 pag. 33. i petuntur *innumerabiles curvæ algebraicæ, quarum singularum ificatio indefinita dependeat a rectificatione cujuscumque curvæ tæ algebraicæ, licet algebraice non rectificabilis, quæ singulæ niominus habeant arcus innumeros algebraice rectificabiles*. Mi- Celeber. Hermannum de hoc problemate ita loquentem p. 3 §. XI, quasi ejus solutio contineretur in eo, quod dedit VIII, cum tamen, quod hic dedit, toto cœlo differat ab quod dare debuisset. Nam problema nostrum poscit Cur- algebraicam indefinite non rectificabilem, habentem tamen s algebraice rectificabiles numero (NB) infinitos: verum a, quam invenit Vir sagaciss. per suum §. VIII, non ha- infinitos arcus rectificabiles, sed tot tantum, quot sunt ra- reales in æquatione, quam profert pag. 247, $1 + a - bx$ $- ex^3 +$ &c. $= o$. Quarum utique radicum numerus non esse infinitus, secus enim æquatio non foret algebraica. igitur aliam dederit solutionem, quæ conditioni prima- cuum numero infinitorum satisfaciat, ægre ferre non po- dicimus, propositum problema ab eo nequaquam esse um.

Tom. VIII Supplem. Sect. IX.

Pag. 378.

Redeo ad partem eam secundi problematis Hermannia- quæritur curva, connexionem habens cum quadratura licujus propositæ; vidimus Virum Clariss. *Nondum de- tionem problematis eo strictissime sensu sumti, quo non me- sed reliquis mortalibus omnibus insolubile & impervium cre-* adhuc dum credo; quod responsi loco dare volui ad ationem, quam non sine aliqua insultatione dirigit ad *ios vocat Sagacissimos* pag. 242 in fine; *quid dicent, ut sentient Sagacissimi Viri - - - an non aliquid si non æstitero?* Pag. seq. 243 repetit problema, *ad cujus so- sserit, unicam patere viam, extra quam frustraneus ces- mnis conatus*; hæc via consistit in Theoria inclina- arum ad lineas curvas & in natura evolutionis cur- uncque modum utut alienum & peregrinum vocat *num & evidentem*. Sed liceat nunc mihi vicissim in- quid dicet *Vir Sagacissimus*, si quod audio, Parens tradiderit viam directam & genuinam, nulla incli- arum, nulla evolutione curvarum nixam, quæ ad transcendentes non primi tantum gradus sed ad alias

Tom. VIII cujuscumque gradus transcendentes applicabilis est, ad cujus in-
Supplem. ventionem non quadriennio opus habuit? Statim quippe ut vi-
Sect. IX. dit, quo sensu sumpserit Vir Clariss. dependentiam rectificationis quæsitæ a quadratura curvæ propositæ, id sibi negotii dedit, ut aliam & naturalem indagaret methodum, quam etiam sine diuturno labore invenit, licet eam citra hanc occasionem fortassis numquam quæsivisset, quod moneo, ut æquius judicare discamus, de illo, qui aliquid non invenit, ideo tantum, quia numquam quæsivit; aliud quippe est *non invenisse*, aliud *invenire non potuisse*.

§. 10. Solent nonnulli, ut inventis suis majorem splendorem concilient, operosas demonstrationes nectere, rerum, quæ sunt vel levioris momenti vel jam alibi demonstratæ. Exempla aliquot habemus in hoc ipso, quod disserendi materiam nobis præbet, schediasmate; ecce ea pag. 243. Lemma primum, quod pompose solvitur, potuisset simpliciter supponi, tanquam res dudum cognita & tritissima: nihil enim est aliud, quam propositio conversa ejus quæ habetur in *Analysi infinite parvorum* pag. 78. Ita pariter veritas Lemmatis secundi pag. 245 nulla de-
Pag. 379. monstratione opus habet, patet enim ex ipsa figuræ inspectione; eoque magis, quod id ipsum jam extat in *Analys. Infinit. parvor.* pag. 92 applicatum ad corollarium 1 pag. 104. Quod deinde peracta demonstratione monet Clariss. Schediasmatis Autor, *potuisse* scilicet *hoc idem ex natura evolutionis curvæ propositæ deduci, sed se maluisse demonstrationem ex Geometria elementari petere, quam longius conquisita principia accersere*; non videtur attendere, nisi forsan dissimulet ipsam quam facit demonstrationem supponere tacite evolutionis naturam; utpote qua leviter considerata res ipsa, ut dixi, sponte in oculos incurrit; & sane quævis alia demonstratio potius dicenda esset longius conquisita. Interim Virum Celeber. alienum puto ab illorum more, qui in quibuslibet minutiis mysteria quærunt, admirationem & auram popularem captantes.

§. 11. Unum tamen est quod præterire non possum, quin Virum Celeb. qui felicissima alioquin pollet memoria, meminisse faciam inventi alicujus jamdudum alibi extantis, quod nunc ex oblivione, ut credo, veluti rem oppido novam sibi vindicat; id monitum volo, ne malevoli ansam captent, pro plagio interpretandi, quod nullo studio factum esse reor. Loquor de formula illa $r = xdn : mdx + xdm$, quam pag. 244. l. antepen. dicit *suggerere canonem plane novum* pro radio evolutæ inveniendo in Curvis, quarum applicatæ in polum convergunt, quem canonem

postea

ostea immediate, ut memorabile quid, verbis distinctis expri- Tom. VIII
iit. Eum autem plane nihil novi esse, intelliget, si in mentem Supplem.
ii revocare dignabitur, quod reperire est in *Analys. Infin. parv.* Sect. IX.
g. 79 l. 2, ubi eadem omnino formula, sub aliis tantum literis,
iditur; nempe hæc (posito constanti Elemento curvæ) MC =
ydu : dxdy + yddx; in qua lineæ & literæ MC, *y*, *dy*, *du*,
, *ddx*, idem prorsus significant, quod Clariss. Hermanno suæ,
x, *dx*, *ds*, *mds*, *dmds*, ita ut his scriptis pro illis in formula
Analys. Infin. parv. desumta hæc ipsa, *MC = ydydu : dxdy*
ddx, sine ulla alia operatione migret sponte in formulam
mannianam $r = xdxds : mdsdx + xdmds = xdx : mdx$ Pag. 380.
dm.

12. Nescio an fortassis aliquam novitatis gratiam in eo
stere velit, quod ad vitandum differentio-differentiale *ddx*
rit *mds* pro *dx* seu BD; sed neque hoc inusitati quid
dem cum & a Patre meo jam olim adhibitum fuerit, vid.
Lips. 1701 pag. 11, ubi sine longo verborum circuitu tan-
rem levem atque vix animadversione dignam exponit,
strans radium osculi in curvis ubi applicatæ sunt paral-
xprimi per differentiales primas nempe $r = dt^3 : dy^2du$,
curvæ elemento $= dt$, & curvæ æquatione $dx = udy$.
ex sola literarum significatione percipitur istud dt^3:
idem esse cum Hermanniano $dx : dm$, neque hoc sim-
censendum, quia simplicibus literis exprimitur: unica
era *m*, quæ denotat rationem inter BD & B*b*, reapse
plectitur terminos, qui a Parente meo sejunctim sunt
iti. Unde in praxi inveniendorum radiorum evolutæ
is generis Curvis ambæ formulæ eadem operatione
ent, neque adeo majori labori parcitur per unam
alteram. Sed piget diutius immorari hisce triviali-
enim trivialia, quæ a longo jam tempore sunt per-
...

rdo nunc postulat, ut aliquid dicam de modo con-
rvas algebraicas indefinite irrectificabiles, quæ ta-
t tot, quot libuerit, arcus algebraice rectificabiles.
supposita reductione quadraturæ cujuscumque pro-
ectificationem curvæ algebraicæ, problema secun-
nnianum, sicuti in Actis 1719 pag. 653 extat, ex
ndere problemate, jam olim Patrem inter aliosque
venire curvam algebraicam indefinite inquadrabilem,
atia habeat, quot libuerit, quadrabilia. Hujus quæ-
nem aliquam, datam a Clariss. Hermanno in literis

Tom. VIII Supplem. Sect. IX. ad Patrem meum scriptis 4 Septemb. 1716, huc refero, quæ ita sonat: *Posita abscissa* x, *ordinata* y, *erit æquatio generalis curvæ quæsitæ* $y=z+\theta u$, *ubi* z *est quantitas data per* x *& constantes &*, t, *similis quantitas, sed data per* u *& easdem constantes ac denique*

Pag. 381. $\theta=dt:dx$ *& posita, ut libet,* $x^{m+1}+ax^m+bx^{m-1}+cx^{m-2}+\&c.$ $-u=0$, *Curva ista tot spatia quadrabilia habebit, quot sunt radices reales & veræ hujus æquationis* $x^m+ax^{m-1}+bx^{m-2}+\&c.$ $-1=0$.

§. 14. Hæc vero solutio cum non satis naturalis Parenti visa esset, utpote differentialibus præter necessitatem innixa, communicavit aliam concinniorem in responsionem ad Clariss. Hermannum d. 12 Decembr. 1716, his verbis: *Ecce hujus problematis solutionem meam generalem & facilem ex pluribus unam nullis differentialibus expressam: sit abscissa* x, *ordinata* y *erit æquatio generalis curvæ quæsitæ* $y=z+\sqrt[p]{}(ax^m+bx^{m-1}+cx^{m-2}+\&c\ldots+h)$; *ubi* z *est quantitas data per* x *& constantes ope hujus æquationis* $x^p-az^m-bz^{m-1}-cz^{m-2}\ldots-h=0$. *Curva ista tot gaudet spatiis quadrabilibus, quot sunt radices reales & veræ in hac æquatione* $x^p-az^m-bz^{m-1}-cz^{m-2}\ldots-h=0$. *Demonstrationem ejus facile ipse erues, si quid attentionis adbibere libuerit.*

§. 15. Ex subsequentibus interim litteris Clariss. Hermanni intelligens Pater, mentem suam ab ipso non recte esse perceptam, constituit pro ea qua est facilitate in communicandis inventis suis Viro Clariss. aperire methodi suæ fontem, ipsamque adeo analysin; id quod præstitit in litteris ad Celeb. Hermannum exaratis medio anni 1718. ex quibus, quæ huc spectant, transcribo:

Joh. Bernoulli Methodus inveniendi curvas algebraicas indefinite non quadrabiles, quæ tamen admittant spatia absolute quadrabilia quotquot libuerit.

Tab. III. Fig. 1. „ Sint duæ rectæ sive invicem normales AK, AG; & super „ AK tanquam axe descripta sit curva algebraica AFBCD, ejus „ naturæ ut abscissa AH existente x applicata HB, fit $=\sqrt[p]{}(ax^m$ „ $+bx^{m-1}+\cdots+b)$, occurret hæc curva, ut liquet, rectæ AD „ angulum GAK bisecanti in tot punctis C, D, &c. quot sunt „ radices impossibiles in hac æquatione $x^p-ax^m-bx^{m-1}-cx^{m-2}\ldots$ „ $-b=o$ (intelligo per m & p, numeros ad lubitum assumptos.) „ Jam in recta AG sumantur partes AE ipsis AH æquales & ad

fin-

„ singulas applicentur EF ipsi AK parallelæ, quæ vocentur z. „ Quo peracto fiat super axe AK nova curva algebraica ALMN, „ cujus applicatæ HL, quæ dicantur y, sint æquales aggregato „ ex BH & EF simul; unde per ejus naturam hæc emerget æ„ quatio $y = z + \sqrt[p]{} (ax^m + bx^{m-1} + cx^{m-2} \ldots + b)$; dico hanc „ curvam satisfacere quæsito. Nam ex ejus constructione sequi„ tur spatium AHL æquari aggregato AHB & AEF, hoc est „ mixtilineo AEFBH; hoc vero mixtilineum, abeunte pun„ cto H in punctum I vel K vel &c. patet degenerare in qua„ dratum rectæ AI vel in quadratum rectæ AK vel &c. Ergo Curva algebraica ALMN talis est, ut ejus area indefinita ALH sit inquadrabilis (suppono enim numeros p & m, quamvis integros & affirmativos, facere tamen, ut quantitas $dx \sqrt[p]{}$ $(ax^m + bx^{m-1} + cx^{m-2} \ldots + b)$ non sit integrabilis) sed quæ interim tot habeat areas quadrabiles AIM, AKN, &c. quot libuerit, ex quot nempe radicibus possibilibus componere placuerit æquationem $x^p - ax^m - bx^{m-1} - cx^{m-2} \ldots - b = 0$. Quod autem tandem z detur in x per hanc æquationem $x^p - az^m - bz^{m-1} - cz^{m-2} \ldots - b = 0$, liquet ex eo, quod per naturam curvæ ABCD abscissa z existente $=$ EF, applicata sit $= \sqrt[p]{} (az^m + bz^{m-1} + cz^{m-2} \ldots + b) =$ AE $=$ (per constr.) $= x$. Elevando utrumque membrum ad potentiam p, & reducendo omnia in unam partem provenit dicta æquatio $x^p - az^m - bz^{m-1} - cz^{m-2} \ldots - b = 0$. pro determinatione valoris ipsius z in x. Quæ omnia erant facienda & demonstranda.

Tom. VIII Supplem. Sect. IX. Pag. 382.

Schol. 1.

Si AE accipiatur æqualis multiplo submultiplove cuilibet ...us AH, ita scilicet ut AE sit $= nx$: & deinde recta AD se... angulum GAK ut tangens anguli DAK sit ad sinum to... ut n ad 1; ceteraque construantur ut ante, orietur alia ...a ALMN, quæ pro diversitate numeri n infinitis modis va...ur, semper tamen gaudens spatiis quadrabilibus AIM, AKN quorum tot erunt, quot sunt radices possibiles in hac æqua...: $n^p x^p = ax^m + bx^{m-1} + cx^{m-2} \ldots + b$. Notetur autem, fa...lam jam esse HL $=$ BH $+ n$FE; unde æquatio naturam ...e ALMN exprimens erit hæc $y = nz + \sqrt[p]{} (ax^m + bx^{m-1}$ ...$x^{m-2} \ldots - xb)$ ubi z datur in x per hanc alteram $n^p x^p - az^m$ ...$z^{m-1} - cz^{m-2} \ldots - b = 0$. „

Schol.

Tom. VIII Supplem. Sect. IX. Pag. 383.

Schol. 2.

„ Possunt hæ solutiones infinities generaliores reddi, si nem„ pe pro AF sumatur functio qualibet ipsius AH, & loco re„ ctæ ACD adhibeatur Curva, cujus applicatæ exprimant si„ miles functiones suarum respective abscissarum. Fiat ex. gr.

„ $AE = \sqrt{\alpha \times AH}$ sumaturque $HL = BH + \frac{\alpha}{2AE} \times EF$; Pro re„ cta ACD substituatur parabola super axe AK, cujus parame„ ter $= \alpha$. Secabit hæc parabola curvam AFBCD in tot punctis „ C, D, &c. quot sunt radices possibiles in hac æquatione „ $\alpha^p x^p = (ax^m + bx^{m-1} + cx^{m-2} \ldots + b)^2$; Curva proin ALMN „ totidem habebit arcus quadrabiles AIM, AKN &c. Datur ve„ ro EF seu z in x per hanc æquationem $\alpha^p x^p = (az^m + bz^{m-1}$ „ $+ cz^{m-2} \ldots + b)^2$. Suppetunt alii adhuc solvendi modi, sed „ de his satis. „

Tab. III. Fig. 2. §. 16. Quandoquidem pro recta ACD assumere licet curvam quamlibet: possumus vicissim curvam ABCSDT supponere tanquam datam & quærere priorem, ita ut construendo ALMN non tantum indefinite sit inquadrabilis & habeat partes quadrabiles numero datas, sed cujus insuper indefinita quadratura dependeat a quadratura curvæ propositæ, quod sic demonstratur. Sit curva proposita quæcumque AFBSDT, cujus axes conjugati ad se invicem normales AV, AG; per verticem A & puncta quotcumque C, D, &c. in illa ad libitum assumta describatur curva qualiscumque algebraica ex. gr. ex genere Parabolarum AOCPDR, id quod fieri potest per lemma Newtonianum, vid. *Princip. Philosoph. Nat. pag.* 446 *edit. sec.* ejusque *Methodum*, quam vocat, *Differentialem prop.* 3 & 4 Per quodvis hujus curvæ punctum O ductis & productis, si opus, applicatis HO, EO, quæ propositam secent in B & F ductaque tangente OQ, accipiatur quarta proportionalis ad HQ, HO, & EF, quæ vocetur L, constituatur denique applicata HL, æqualis HB + L: hoc si fiat pro singulis punctis O, orietur nova curva ALMN, cujus area quælibet ALH = AFBH + AFE = mixtilineo BFEAH, ac proin dependebit a quadratura curvæ propositæ ABCSDT, sed simul

Pag. 384. etiam habebit partes numero datas absolute quadrabiles, nam cadente puncto O in C vel in D &c. mixtilineum illud mutabitur in rectangulum AI × IC vel in rectang. AK × KD &c. Area vero ALH fit area AMI vel ANK &c. quæ singulæ per con-

consequens admittunt quadraturam absolutam: ut & zonæ inter singulas, qualis est MIKN, quæ etiam sunt quadrabiles. Q. E. D. Tom. VIII Supplem. Sect. IX.

§. 17. His quidem volui methodum a Parente traditam illustrae, cujus me eo minus pœnitebit, quod video, eam usque adeo lacuisse acutissimo Hermanno, ut suam, quam supra §. 13 ex iteris ejus produxi, deseruerit, & nunc Paterna utatur, uti liquet x Schediasmate ejus, de quo hic agitur, pag. 247 art. VIII, odum enim ibi usurpatum, nihil plane in essentialibus discreare ab allata ex literis paternis methodo cognoscet, qui alteram m altera conferre voluerit.

§. 18. Rationem illam, quam pag. 248 art. X adducit Vir Cl. persuadendum, solutionem suam infinitas curvas suppedita-, quia nempe in locum Directricis rectæ AP potuisset innume- diversas curvas adsciscere, & quæ in eam rem dicit alia, non ficere omnino mihi videntur; ex iis enim admodum patet, tata directione necessario aliam curvam EF a priori diversam dire; siquidem constat, unam eandemque curvam infinita- curvarum diversissimarum esse evolutam; ejusque tangen- ab infinitis aliis lineis directricibus tam rectis quam curvis ci posse.

19. Quod reliquum est, aliquid dicere habeo de Problema- quod Clariss. Hermannus pag. 248 art. XI huic materiæ sub- t, his verbis. *Datis quotcumque curvis algebraicis* A, B, C, *ommunem abscissam* x *habentibus, invenire curvam algebrai-, ita ut* z = A + B + C + *&c.* + *quantitate data ita ut hæc tiam possit esse* = *o*; quod sua methodo solvi posse affirmat; n addit, quid hic proprie intelligendum per *quantitatem*, an intelligi debeat indefinite quævis quantitas dabilis, quis proponeret ante solutionem problematis, aut tan-, quam solutio monstraret, quæ utique quantitas casuali- st *esse* = *o*: sicuti revera evenit ut $\int pdx - z \pm$ quantita-, *sed data* ex constructione, non *data* ex suppositione. fecisset, si rem exemplo illustrasset. Det verb. gr. cur- ebraicam Z, quæ sola æqualis sit aggregato duorum ellipticorum dissimilium A & B; quocumque vero sen- it Hermannus suum problema, non minus quoque a Pa- o per methodum suam noviter detectam solutum iri, Pag. 385.

Quod attinet ad motum reptorium, inventum sane ce- m, ob ingentem utilitatem, quam habet in reductio- m ad circulares per approximationem stupenda veloci-

tate

Tom.VIII Supplem. Sect. IX.

tate convergentem, cujus specimen dedit Pater pro Ellipsibus; ceu prodromum integri opusculi ea de re in publicum edendi, si Deus vitam & vires concesserit. De præstantia hujus inventi, quod ipse Magnus Newtonus cum reliquis sanioribus Angliæ Mathematicis satis admirari non potuit, testibus literis Celeb. Moivræi, non perinde sentire videtur Clariss. Hermannus, quando in præmemorato loco asserit: *Se scire, jam pridem a Cel. Joh. Bernoulli ostensum esse, quomodo ope motus reptorii quotlibet curvæ algebraicæ in unum addi possint, sed methodum ejus huic restrictioni obnoxiam esse, quod curvæ addendæ non minus quam quæsita debeant esse æqualis amplitudinis*. Judicium hoc arguit, Virum Clariss. non probe intelligere naturam hujus methodi, nollem enim credere, illud latum esse ex animo extenuandi: fallitur certe in opinione sua, cum sibi persuadet, methodum hanc obnoxiam esse ei, quam memorat, restrictioni, siquidem clarum est, locum habere, etiamsi curvæ addendæ non sint ejusdem *amplitudinis*, modo earum amplitudines sint commensurabiles. Secentur, ut rei veritas evincatur, singulæ curvæ in arcus æque amplos secundum numeros rationis amplitudinum, id quod in curvis algebraicis semper algebraice peragi potest: deinde omnes isti arcus ex methodi præscripto in unum addantur, quo facto habebitur curva quæsita, sed aliud præsto est adminiculum, quo succurri queat inæqualitati amplitudinum, sive sint commensurabiles sive incommensurabiles; datur namque modus, de quo forsan Clariss. Hermanno nil constat, mutandi datam curvam algebraicam in aliam algebraicam ejusdem longitudinis, & quæ habeat datam amplitudinem. Sic itaque curvæ addendæ mutari possunt in totidem alias æque amplas, & postea per methodum reptoriam in unum colligi; quæ proin methodus, contra quam sentit Vir Clariss. generaliter succedit, adhibita quadam prævia modificatione.

Pag. 386.

§. 21. Supersunt nonnulla monenda circa alterum problema, quod Clariss. Proponens vocat *minus principale*, ubi scilicet quæruntur curvæ respondentes huic æquationi $sydx = axy + bx^{t}y^{t}$. Dedi in Actis 1720 varias hujus problematis solutiones generalissimas ipsi ejus Autori approbatas, addita analysi a priori procedente; notulas quasdam aspersi, quæ respiciebant conditiones, quibus ex mente Viri Clarissimi Curvæ quæsitæ possint vel non possint esse algebraicæ; sed contra has notulas nunc excipit, quare ad uberiorem veritatis illustrationem sequentia reponere visum est.

§. 22. Dixerat, æquationem curvæ quæsitæ *semper* fore algebrai-

braicam, si a, c & e fuerint rationales, ego vero ostendi, exci- Tom. VIII Supplem. Sect. IX.
piendum esse casum, quo $c=e$, qui curvam reddit transcenden-
em, admittit nunc exceptionem, quam autem ut eludat, re-
erit pag. 249 art. XIII, *se tacite jam suppoſuiſſe* c *&* e *inæquales*
ſe, non cogitans, hujusmodi tacitam suppositionem non pos-
subintelligi: propositio erat generalis de quibuscumque nu-
eris c & e, ergo etiam de æqualibus; exceptio non habet lo-
um in assertionibus geometrice universalibus, nisi sponte se
ferat: exclusisset Vir Clariss. numeros æquales c & e, si
imadvertisset, æqualitatem eorum non posse dare curvam al-
braicam..

§. 23. Largior sane, quod subdit, *in casu æqualitatis eorun-
fere absque calculo statim apparere, quod curva resultat; cu-
constructio a quadratura hyperbolæ dependet*; sed hoc non pro-
, quod id jam tunc animadverterit, cum problema propone-
, neque id evincit eo, quem adducit, calculo; qui licet
erbrevis, est tamen idem, quem ego jam exposui in Actis
pag. 32 §. XIII, ubi hæc extant verba: „ Æquatio pro-
fita per differentiationem huc redit; $1 - aydx - axdy =$
$^{c-1}y^{e}dx + bcx^{e}y^{e-1}dy$, quæ divisa per xy dat $\frac{1-a}{x}dx$
$\frac{dy}{y} = bcx^{c-2}y^{c-1}dx + bcx^{c-1}y^{c-2}dy$; membrum prius inte-
ır per logarithmos, alterum absolute &c. „ Servatis nunc Pag. 387.
verbis scribatur cum Clar. Hermanno, R pro xy & A
x, enunciatum nostrum ita pariter sonabit: *Æquatio pro-
er differentiationem huc redit*: $dA - adR = bcR^{c-1}dR$, *quæ
er* R *dat* $\frac{dA}{R}\left(\frac{ydx}{xy}\ \textit{seu}\ \frac{dx}{x}\right) - \frac{adR}{R} = bcR^{c-2}dR$;
prius integratur per logarithmos, alterum absolute. At-
plane idem est, quod nunc facit doctissimus proble-
tor, quando dicit: *vocando* $xy = R$, *erit* $A = aR$
$dA = adR + bcR^{c-1}dR$, *ac* $\frac{dA}{R} = \frac{ydx}{xy} = \frac{dx}{x} = \frac{adR}{R}$
R, *quæ æquatio eſt ad curvam tranſcendentem*. Non
onderi posse, scribendo R pro xy rem ipsam muta-
ca perbrevis hic calculus ex nostro formatus neuti-
at, Clariss. Hermannum *tacite jam ſuppoſuiſſe c & e*
s.

Tom. VIII Supplem. Sect. IX. §. 24. Miror excusare volentem id quod dixerat, semper dari Curvam algebraicam, si a, c, & e sunt semper rationales, postquam ego ostendi, conditionem rationalitatis numeri a esse superfluam: dico enim, non necesse esse ut a sit rationalis, modo c & e sint rationales & inæquales, quo casu curva semper dabitur algebraica. Sane tantundem est, ac si dixisset: *Parabola, cujus æquatio $ax^c = y^e$ erit semper algebraica, si a, c & e fuerint rationales*: qui ita loqueretur, annon reprehensione dignus esset, siquidem a, sive sit rationalis sive irrationalis, algebraicitati curvæ nec prodest nec officit: Parabola erit algebraica, si c & e fuerint rationales; erit vero transcendens, si c & e irrationales fuerint, ipsa interim a nullius hic est considerationis. Res est persimilis in curva Hermanniana $\int ydx = axy + bx^e y^b$, ubi incongruens est dicere, *Curvam semper fore algebraicam, si a, c, e fuerint numeri rationales*; cum Geometris accuratius res ita fuisset enuncianda, *Curvam semper dari algebraicam si c & e fuerint numeri rationales & inæquales, qualiscumque sit a.*

Pag. 388. §. 25. Rectius se habet, quod Vir Cel. ibidem monet de casu, quo $a = e - 1 : e - c$; fateor enim, me, cum solutionem meam in chartam conjicerem, attendisse tantum ad curvas transcendentes, quæ huic casui conveniunt, sed nunc monitus inveni quoque haud magno labore curvas algebraicas eidem inservientes; sed nescio, quid mysterii hic subsit, cujus revelationem in aliam occasionem rejiciendam putet, quodque fundamentum sit, ut inquit initio pag. 249, insignis alicujus scientiæ incrementi. Ego vices ejus supplens, rem paucis absolvo sequentem in modum: in æquatione generali, quam exhibui in Actis 1720 p. 31, supposita $a = e - 1 : e - c$ adeoque vi præcedentis suppositionis pag. 28 factæ $a = \infty$ & $\beta = \frac{-\infty}{ec - e - c + 1}$, quibus substitutis æquatio mutatur in hanc $g = (-be + bc)x^0y^0 + ox^{-c+1}y^{-e+1}$; hoc est $g = -be + bc + ox^{-c+1}y^{-e+1}$, adeoque $\frac{g + be - bc}{o} = x^{1-c}y^{1-e}$: quia vero g est arbitrariæ magnitudinis, ponatur illa $= bc - be$, & habebitur $\frac{o}{o}$ hoc est qualiscumque constans $G = x^{1-c}y^{1-e}$, vel quod eodem recidit, $Gy^{e-1} = x^{1-c}$, quæ æquatio est iterum ad Curvam ex parabolarum genere, qualem dedi in Schediasmate meo modo memorato pag. 28 art. IV, hoc tantum discrimine, quod ibi Parameter sit determinatæ magnitudinis, hic vero ad arbitrium sumenda.

§. 26.

§. 26. Ad id quod sciscitabar, cur Cl. Hermannus subticue-t curvas transcendentes, problemati suo satisfacientes (præ-r eas, quæ ex irrationalitate exponentium oriuntur) respon-:t quidem p. 250, hoc se fecisse, quia ultro sese offerant il-, qui problema solvere & algebraicarum æquationes eruere iverit : sed cogitare debuisset, ei, qui problema solvere no-t, etiam algebraicas sponte sese offerre, imo posset aliquis gebraicas omnesque finitis terminis constantes eruere, qui ta-en transcendentes alias elicere nequaquam potis esset. Quid im impediret, quo minus ille incideret in duas priores me-idos, quas descripsi loco citato art. IV & V, per quas uti-: omnes possibiles algebraicæ inveniuntur, sed nullæ ex tran-identibus nisi eæ tantum, quæ ex irrationalitate exponen-n oriuntur, qui has duntaxat methodos possideret, solvere e posset problema & æquationes algebraicas eruere, neque en ei sese ultro offerrent transcendentes. Tom. VIII Supplem. Sect. IX. Pag. 389.

. 27. Innuit Vir Celeber. ex octo aut decem diversis pro-a solvendi modis, quos habeat, vix unum esse, qui cum io ex Bernoullianis coincidat; tres tamen tantum attin-nonnisi quædam indicia tradens, ex quibus cognosci non-potest, quousque eorum calculi excurrant, aut an præter-in prolixitate a nostris multum discrepent. Vidimus sal-supra modum illum, quo usus est in casu æqualitatis c & endo R pro xy, non quidem cum Bernoulliano coinci-ut vere loquitur, sed prorsus cum eo unum eundem-sse.



Tom. VIII
Supplem.
Sect. IX.

INVITATIO

AD OBSERVATIONES METEOROLOGICAS

Communi consilio instituenda;

A JACOPO JURIN, M. D. Soc. Reg. Secr. & Colleg. Med. Lond. Socio,

Seorsim impressa hoc Anno 1724 Londini, & ad Collect. Act. Erud. transmissa.

Cœli & aeris, quem spiritu ducimus, conditiones varias, frigoris, puta, & caloris, sudi, vel humidi *commutationes* & vicissitudines, magnas præsertim atque subitaneas, ad humani generis valetudinem pertinere merito censetur. Operam itaque & laborem in iisdem observandis minime contemnendum posuerunt non medici solum, sed & alii quoque ab omni ævo naturæ rerum contemplandæ studiosi. Superiore tandem sæculo Instrumenta etiam & Machinæ Philosophorum ingenio & diligentia repertæ sunt, quibus ponderis, caloris, humiditatis, & elateris aerii momenta & mutationes simul oculis repræsentantur, simul ad mensuram ac trutinam, & quidem subtilem admodum illam atque accuratam, exiguntur. Nec hic etiam subsistendum judicarunt eximii illi Viri, sed studio & sciendi amore incitati ad causas harum mutationum, qua licuit, indagandas contenderunt. Quem in finem Observationes Instrumentorum recens inventorum ope factas de pondere, humiditate, Pag. 392. & calore aeris ambientis diligenter in Diariis notabant; iisque multa alia adjiciebant ad Tempestatem ac Cœli faciem, Ventos, & Pluviæ copiam pertinentia, quod in Actis Philosophicis & alibi sparsim videre est. Methodo ista & observandi ratione meliorem facile non reperias. Quodsi fuissent Observatores & numero idoneo, & commodis locis per magna terrarum spatia dispositi; ac tandem unus aliquis omnium Diaria, quid inter se convenirent aut discreparent, contulisset; profecto jam a multis annis eam haberemus Aeris Historiam, qualem hoc tempore vix animo & votis fas est concipere. Id etenim

com-

compertum habemus, ut quod maxime, subitas Tempestatum commutationes Ventis præcipue acceptas referendas; quumque scire liceret per talem observandi rationem, qualem supra exposuimus, quibus in locis orti, quem cursum, quo tempore, & per quanta terrarum spatia Venti tenerent; his cognitis, forsan ad originem etiam & causas Ventorum assequendas via patuisset. Unum hoc saltem, quod ipsum non leve momentum ad has disquisitiones attulisset, quodque jam, ut plurimum, pro conjectura verisimili habetur, potuissemus certissimis observationibus sive veri, sive falsi arguere. Opinionem dico sagacissimi Viri *Edmundi Halleji* *, qui Hydrargyrum ideo censet in Barometro ascendere, quod Venti ex contrariis regionibus utrinque eodem spirantes Aerem cogant & quasi in cumulum attollant; ut contra Hydrargyri descensum Ventis, ex eodem loco versus oppositas partes Aerem deferentibus, & quasi exhaurientibus, attribuit. Rogantur itaque Eruditi, qui ad excolendam hanc partem Historiæ Naturalis operam suam conferre voluerint, ut quotidie semel minimum, vel utcumque sæpius libuerit, notare dignentur in Diario Barometri & Thermometri altitudinem, Venti Plagam cum aliqua virium æstimatione, Cœli faciem, & pluviæ vel Nivis quantitatem, quæ tempore post observationem superiorem elapso deciderit. Quod si quis Observationes Hygroscopii cujuslibet, sive Acus Magneticæ ope factas adjicere voluerit, non erit ingratum. Quoties ingruerit Procella vehementior, utile fuerit, ortum ejusdem, incrementum, summam violentiam, remissionem & exitum notatis temporibus accuratius designare, uti & altitudines Barometri, quæ dictis temporibus respondeant. Monendum censemus, ut, qui Barometri replendi & conficiendi modum callent, Barometro vulgari, sive aperto, quod vocant, utantur. *Sit autem* Tubus quartam, ut minimum, vel etiam tertiam *digiti* partem latus; quum in Tubis angustioribus Hydrargyrus infra justam altitudinem subsidere deprehendatur. ** Cisternæ vero, sive vasi Hydrargyrum excipienti tribuetur diameter octonis saltem, vel decem partibus major Tubi diametro, idque eum in finem, ut ascendente, vel subsidente Hydrargyro in Tubo, altitudo Hydrargyri in Cysterna invariata permaneat, aut certe quam paululum immutata. Qui vero Barometro clauso, sive portatili uti malunt, ejusmodi Barometra magna dili-

Tom. VIII Supplem. Sect. IX.

Pag. 391.

* V. Philos. Transact. Num. 181.
** V. Philos. Transact. Num. 363.

Tom. VIII
Supplem.
Sect. IX.

INVITATIO

AD OBSERVATIONES METEOROLOGICAS

Communi consilio instituenda;

A JACOPO JURIN, M. D. Soc. Reg. Secr. & Colleg. Med. Lond. Socio,

Seorsim impressa hoc Anno 1724 Londini, & ad Collect. Act. Erud. transmissa.

Coeli & aeris, quem spiritu ducimus, conditiones varias, frigoris, puta, & caloris, sudi, vel humidi *commutationes* & vicissitudines, magnas praesertim atque subitaneas, ad humani generis valetudinem pertinere merito censetur. Operam itaque & laborem in iisdem observandis minime contemnendum posuerunt non medici solum, sed & alii quoque ab omni aevo naturae rerum contemplandae studiosi. Superiore tandem saeculo Instrumenta etiam & Machinae Philosophorum ingenio & diligentia repertae sunt, quibus ponderis, caloris, humiditatis, & elateris aerii momenta & mutationes simul oculis repraesentantur, simul ad mensuram ac trutinam, & quidem subtilem admodum illam atque accuratam, exiguntur. Nec hic etiam subsistendum judicarunt eximii illi Viri, sed studio & sciendi amore incitati ad causas harum mutationum, qua licuit, indagandas contenderunt. Quem in finem Observationes Instrumentorum recens inventorum ope factas de pondere, humiditate, Pag. 392. & calore aeris ambientis diligenter in Diariis notabant; iisque multa alia adjiciebant ad Tempestatem ac Coeli faciem, Ventos, & Pluviae copiam pertinentia, quod in Actis Philosophicis & alibi sparsim videre est. Methodo ista & observandi ratione meliorem facile non reperias. Quodsi fuissent Observatores & numero idoneo, & commodis locis per magna terrarum spatia dispositi; ac tandem unus aliquis omnium Diaria, quid inter se convenirent aut discreparent, contulisset; profecto jam a multis annis eam haberemus Aeris Historiam, qualem hoc tempore vix animo & votis fas est concipere. Id etenim com-

compertum habemus, ut quod maxime, subitas Tempestatum commutationes Ventis præcipue acceptas referendas; quumque scire liceret per talem observandi rationem, qualem supra exposuimus, quibus in locis orti, quem cursum, quo tempore, & per quanta terrarum spatia Venti tenerent; his cognitis, forsan ad originem etiam & causas Ventorum assequendas via patuisset. Unum hoc saltem, quod ipsum non leve momentum ad has disquisitiones attulisset, quodque jam, ut plurimum, pro conjectura verisimili habetur, potuissemus certissimis observationibus sive veri, sive falsi arguere. Opinionem dico sagacissimi Viri *Edmundi Halleji* *, qui Hydrargyrum ideo censet in Barometro ascendere, quod Venti ex contrariis regionibus utrinque eodem spirantes Aerem cogant & quasi in cumulum attollant; ut contra Hydrargyri descensum Ventis, ex eodem loco versus oppositas partes Aerem deferentibus, & quasi exhaurientibus, attribuit. Rogantur itaque Eruditi, qui ad excolendam hanc partem Historiæ Naturalis operam suam conferre voluerint, ut quotidie semel minimum, vel utcumque sæpius libuerit, notare dignentur in Diario Barometri & Thermometri altitudinem, Venti Plagam cum aliqua virium æstimatione, Cœli faciem, & pluviæ vel Nivis quantitatem, quæ tempore post observationem superiorem elapso deciderit. Quod si quis Observationes Hygroscopii cujuslibet, sive Acus Magneticæ ope factas adjicere voluerit, non erit ingratum. Quoties ingruerit Procella vehementior, utile fuerit, ortum ejusdem, incrementum, summam violentiam, remissionem & exitum notatis temporibus accuratius designare, uti & altitudines Barometri, quæ dictis temporibus respondeant. Monendum censemus, ut, qui Barometri replendi & conficiendi modum callent, Barometro vulgari, sive aperto, quod vocant, utantur. Sit autem Tubus quartam, ut minimum, vel etiam tertiam digiti partem latus; quum in Tubis angustioribus Hydrargyrus infra justam altitudinem subsidere deprehendatur. ** Cisternæ vero, sive vasi Hydrargyrum excipienti tribuetur diameter octonis saltem, vel decem partibus major Tubi diametro, idque eum in finem, ut ascendente, vel subsidente Hydrargyro in Tubo, altitudo Hydrargyri in Cysterna invariata permaneat, aut certe quam paululum immutata. Qui vero Barometro clauso, sive portatili uti malunt, ejusmodi Barometra magna dili-

Tom. VIII Supplem. Sect. IX.

Pag. 391.

* V. Philos. Transact. Num. 181.
** V. Philos. Transact. Num. 363.

Tom. VIII Supplem. Sect. IX. diligentia fabricata comparare poterunt apud laudatum Artificem *Franciscum Hauksbejum*, in Area vulgo dicta *Crane-Court*, *Londini* degentem; qui Thermometra etiam subministrabit ad eam scalam, sive graduum notationem exacta, quæ jam per multos annos, exquisitis ejus Thermometris insculpta, innotuit Eruditis. Qui Thermometro utuntur alia quacumque ratione constructo, rogatos volumus, ut in Diario Thermometri situm, dispositionem graduum in Scala, & nomen etiam Opificis, ex cujus officina prodiit, apponere ne graventur. Situm Thermometro commodissimum censemus in conclavi ad Septentriones obverso, ubi focus aut numquam accenditur, aut saltem quam rarissime. Quo facilius inter se conferri possint Diaria, commodum fuerit omnia in hujusmodi formam disponere. Columna prima indicet diem & horam observationis; stylo autem ut omnes Juliano, sive Vetere, in Diariis utantur, Observatores rogamus. Secunda altitudinem exhibeat, ad quam attollitur Hydrargyrus in Tubo Barometri supra superficiem Hydrargyri in Vase, per digitos, sive partes duodecimas Pedis *Londinensis*, & per partes decimales eorundem digitorum notatam. Habet autem Pes *Londinensis*
Pag. 392. ad *Parisiensem* eam rationem, quæ est inter 15 & 16 proxime. Columna tertia gradum monstret, & partes gradus decimales, quas spiritus in Thermometro attingit. Quarta Venti plagam & spirandi vires repræsentet; quæ vires semper denotari poterunt per aliquem ex numeris sequentibus, 1, 2, 3, 4: ex quibus 1 significet lenissimum aeris motum vix arborum folia agitantem, 4 vero summam Venti violentiam, numeris 2 & 3 intermedias inter hasce Ventorum vires exponentibus, & denotante cyphra, sive 0, perfectam Malaciam. Quintam occupet Cœli facies, & succincta Tempestatis historia. Sexta & ultima altitudinem pluviæ, vel nivis in aquam resolutæ, quæ post superiorem observationem deciderit, per digitos *Londinenses* & eorum partes decimales metiatur. Hæc facile æstimari poterit ope Infundibuli duos circiter, vel tres pedes ampli, Vasis alterius aquam ex Infundibulo defluentem excipientis, & Mensuræ Cylindricæ cum Regula in digitos & partes decimales divisa. Infundibulum ita situm sit, ut, quicumque ventus flaverit, nulla tamen pluviæ pars sive ædificii interventu, sive quocumque alio impedimento intercipi queat. Sit autem vas aquam continens undique probe clausum, ne quid in vapores attollatur, angusto solum foramine, ad aquam desuper ex Infundibulo excipiendam, relicto. Mensuræ porro Cylindricæ Diameter decem partibus minor Diametro Infundibuli tribuetur: quo fiet, ut aqua digitum

unum

inum alta in mensura ad altitudinem centesimæ partis digiti in infundibulum, atque adeo in reliquam terram, cecidisse intelligatur; & similiter pro partibus digiti decimalibus. Ad finem vero Mensis & Anni cujusque apponatur media altitudo menstrua, vel annua, Barometri & Thermometri, uti etiam summa omnium altitudinum Pluviæ, quæ Mense, vel Anno integro deciderit. Habebitur autem dicta media altitudo, redigendo in unam summam omnes Barometri altitudinum observationes mane factas, Thermometri vero sive matutinas, sive totius diei maximas, (quæ nempe circa horam tertiam, vel quartam pomeridianam contingunt) & summam istam per numerum dierum dividendo. Omnes rogamus, qui suprascriptas Observationes, vel universas, vel aliqua ex parte volent instituere, ut Diariorum exempla, ad finem anni cujusque continuata, ad Secretarios Regiæ Societatis transmittere dignentur; ut cum Diario, quod *Londini* jussu Societatis Regiæ conficitur, conferri possint. Consilium vero est, ut quicquid ex Diariorum istorum collatione colligi poterit, singulis annis in Actis Philosophicis cum publico communicetur.

Tom. VIII Supplem. Sect. IX.

Pag. 393.



Dia-

Diarii Forma.

Dies & Hora 1723. St. V. Novembr.	Barom. alt. dig.dec.	Therm. alt. gr. dec.	Vent.	Tempestas.	Pluvia. dig.dec.
1. 8 *a. m.*	29. 75	49. 6	S.W. 1	Cœlum nubibus obduct.	0. 035
4 *p. m.*	29. 56	47. 3	S.W. 2	Imbres interrupti. Sol per vices intercurrens	0. 043
2. 7½ *a. m.*	29. 24	48. 5	S. 1	Pluvia fere perpetua	0. 725
3. 9 *a. m.*	29. 95	49. 7	N. 1	Cœlum sudum	0. 032
5 *p. m.*	30. 4	49. 2	N. 1	Cœlum sudum	0. 000
4. 7 *a. m.*	29. 9	47. 0	S.W. 1	Nubes sparsæ	0. 000
10	29. 7	46. 2	S.W. 2	Imbres intercurrentes	0. 103
12	29. 4	45. 0	S. 3	Cœlum nubibus undique fere tectum	0. 050
3 *p. m.*	28. 8	46. 0	S. 4	Nubes sparsæ	0. 000
5	28. 6	47. 2	S.W. 4	Eadem Cœli facies	0. 000
7	28. 9	48. 0	S.W. 2	Pluit	0. 000
9	28. 9	48. 2	0	Pluvia fere perpetua	0. 305
5. 7 *a. m.*	29. 7	53. 4	N.E. 1	Sudum. Gelu.	0. 250



AD

Tom. VIII Supplem. Sect. IX. Pag. 394.

AD RESPONSIONEM,

Quam JO. RIZZETUS *contra Opticam Newtonianam dedit* G. FRID. RICHTERO (*vid. Suppl. T. VIII. Sect. III. p.* 368. *& Sect. V. p.* 388. *& Sect. VII. p.* 420.) *Appendix*,

Autore eodem RIZZETO.

CUm in epistola ad Nob. Virum Christinum Martinellum summi Newtoni systema de colorum diversa refrangibilitate impugnassem, ratione ductus, quod experimenta, quibus innititur, mihi visa fuerint partim falsa, & partim minus idonea, unum ex his in medium attuli, nempe illud secundum Opticæ Newtonianæ Part. I. Lib. 1. cujus eventum diversum ab illo, quem Autor refert, invenisse pronunciavi. Newtonus bipartitus est quadrangulam chartam oblongam DF, mediam EF colore rubro, alteram DE cœruleo delinivit. Huic postea serici nigerrimi filum sæpius superinduxit, & candelæ flammæ admovit. Ex adverso chartæ, sex pedum intervallo, erexit Lentem vitream AB, uncias $4\frac{1}{4}$ latam, quæ radios ex diversis punctis fluentes ad totidem alia puncta ex altera parte eodem sex pedum intervallo ultra Lentem cogeret. Cum tandem altera charta MI imaginem chartæ coloratæ xcepisset, lineas nigras (filorum spectra) distinctas vidit in parte œrulea GI, confusas in parte rubra MG. Charta autem NL lonius a Lente remota, partem rubram NH vidit distinctam, & cœuleam HL confusam.

Hoc experimentum ego quoque in iisdem omnibus circumtntiis mihi exhiberi curavi, ac in illa distantia, in qua distincta parebat pars imaginis cœrulea, æque distincta videbatur etiam bra, vel in illa distantia, in qua erat una pars imaginis con-a, æque confundebatur & altera. Si igitur Newtonus elicuit ex experimento, colorem cœruleum esse refrangibiliorem rubro, ersus hoc ex meo experimento collegi, æqualem esse utriuse coloris refrangibilitatem.

Cum hæc in Anglia audita fuerint, actum fuit de experinto iterando, ac mense Decembris 1722 (testibus in Regia etate bis habitis) eventum Newtonianæ sententiæ respon- adversus id, quod a me dictum fuit, in Transactionibus Pag. 395.

Tom. VIII Supplem. Sect. IX. Anglicanis tradidit Clariss. Desagulierius. Ego quoque experimentum iterandum esse consului, ac ejus eventum in responsione ad Clariss. Richterum data Actis Eruditorum Lipsiæ demandavi. Animadverti autem postea id, quod a me de hoc experimento expositum fuit, testium solemnitate deficere. Ut igitur omnia, quæ in mea potestate sunt, veritati præstarem, plures inveni Doctiss. Viros hujusmodi materiæ peritissimos, ac experimento coram illis debite, tum ordine, tum accuratione instituto, testes ego quoque adhibere decrevi. Charta colorata (ut Newtono mos fuit) cœrulea in DE, rubra in EF, verticaliter erecta a flamma plurium candelarum illustrabatur. Huic parallela erat altera charta MI, quæ imaginem excipiebat, intervallo pedum octo inter utramque intercedente. Lens AB, cujus latitudo erat unciarum quatuor, locum medium inter utramque chartam tenebat, ipsa quoque verticaliter erecta; ac in foramine latioris tabulæ collocata.

Eventus experimenti diversus fuit, is enim sententiæ respondebat aliquando Newtonianæ, aliquando meæ: *in imagine nempe* MI videbatur interdum pars una distincta, altera confusa; deinde geminæ æquali distinctione perspicuæ. Ut autem hoc vel illud contingeret, satis erat inclinationem Lentis paulisper mutare.

Dum pars cœrulea GI videbatur distincta, & rubra MG confusa, si charta longius a Lente distabat (puta in NL,) pars cœrulea HL in confusionem incidebat, ac pars rubra NH distinctionem lucrabatur, ut in suo tradidit experimento Newtonus.

Dum geminæ partes, cœrulea & rubra, æqualiter distinctæ apparebant, si charta distabat a Lente longius vel propius, geminæ quoque æqualiter confundebantur, ut ego in meo experimento affirmavi.

Newtonus ex imagine partim distincta & partim confusa elicuit in suo experimento inæqualem colorum refrangibilitatem; ego vero ex imagine æqualiter ubique vel distincta vel confusa collegi in meo experimento, colores esse æqualiter refrangibiles. Ut autem consequentia tam Newtoniana quam mea nulla exceptione elidi posset, æquales esse debebant in utroque experimento inclinationes, quibus radii tam cœrulei quam rubri in lentem incidebant. Aliter lentis axe paulisper detorto, quamvis esset æqualis colorum refrangibilitas, propter tamen inæqualem ipsorum incidentiam poterat in experimento Newtoniano una pars imaginis apparere distincta, & altera confusa. Iterum quamvis essent colores inæqualiter refrangibiles, at-

Pag. 396.

tamen radiis inæquali inclinatione incidentibus fieri poterat in meo experimento, ut (vitium inæqualis refrangibilitatis altero inæqualis incidentiæ corrigente) ubique æqualiter imago distingueretur. Si igitur Newtonus in suo experimento arbitratur, radios utriusque coloris esse inæqualiter incidentes, & inæqualiter refrangibiles, oppositum ego suspicari possum, nempe illorum incidentiam esse inæqualem, & refrangibilitatem æqualem. Iterum si in meo experimento opinor æqualem ipsorum radiorum incidentiam simul ac refrangibilitatem, ipse quoque Newtonus potest oppositum cogitare, scilicet incidentiam ac simul refrangibilitatem esse inæqualem. Tom.VIII Supplem. Sect. IX.

Ut de hoc judicium ferrem, omnibus in sua positione manentibus, hoc solum immutatum fuit, ut color ruber transiret in illum ipsissimum locum in quo prius erat cœruleus, & hic in ipsissimum illum, in quo erat ruber. Hujus experimenti talis exitus fuit: cum imago partis cœruleæ esset distincta, & imago rubræ confusa (ut in experimento Newtoniano;) coloribus permutatis imago partis rubræ eam distinctionem lucrata est, quam prius obtinebat illa cœruleæ, & hæc incidit in eam confusionem, quam prius altera exhibebat. Cum autem colorum rubri & cœrulei imagines cernerentur distinctæ (ut in meo experimento;) ex colorum permutatione nullum in distinctione oriebatur discrimen.

His omnibus præsentes fuerunt Clariss. ac Doctiss. Viri Jo. Jacobus Riccati, in rebus Physicis ac Mathematicis summus, Bernardinus Zendrini, Mathematicus Ser. Reipublicæ Venetæ, Ludovicus Ripa, Meteororum ac Astronomiæ in Gymnasio Patavino Professor, Rev. Patres Johannes Crivelli, & Jacobus Stellini, Geometræ, Johannes Philippini, Machinator, Franciscus Maria Preti, Acusticus, Rev. Joseph Zuzzi, celebris Geometra, Cæsar Marangoni, in Medicina ac Physica illustris, Dominicus Offi, Opticus, Paulus Zamboldi, Geometra, Jacobus Brochi, in Philosophia ac Mathematica eruditissimus. Pag. 397.

Quibus habitis ita loquor: inclinationes, quibus incidunt radii fluentes ex coloribus DE, EF, in experimento Newtoniano dicuntur inter se æquales, si tales sunt hujusmodi inclinationes, sequitur, quod coloris cœrulei transeuntibus ex DE in EF non est mutanda incidentia, nec imaginis cœruleæ transeuntis ex GI in GM mutanda est distinctio. At oppositum suadet experientia; dum enim color cœruleus transit ex DE in EF, ejus imago transiens ex GI in GM mutatur ex distincta in confusum; itaque coloris cœrulei transeuntis ex DE in EF mutatur incidentia, & cum ita sit, æquales esse non possunt in experi- Tab.III. Fig. 3.

Tom.VIII Supplem. Sect. IX. mento Newtoniano inclinationes colorum DE, EF. Iterum dici possunt hujusmodi inclinationes in meo experimento inæquales. Si hæc ita sunt, sequitur, mutandam esse distinctionem imaginis cœruleæ transeuntis ex DE in EF, ac mutandam esse distinctionem imaginis cœruleæ transeuntis ex GI in GM. At ex DE in EF cœruleo colore transeunte ejus imago transiens ex GI in GM distinctionem non mutat; itaque coloris cœrulei transeuntis ex DE in EF non mutatur incidentia; & cum ita sit, nec inæquales in meo experimento esse possunt inclinationes colorum DE, EF. In experimento igitur Newtoniano cum hujusmodi inclinationes sint inæquales, ex inæquali imaginis distinctione Autor colligere nequit inæquales colorum refrangibilitates. Profecto in meo experimento cum ipsæ inclinationes sint æquales, ex æquali imaginis distinctione colligere possum, colores esse æqualiter refrangibiles.

Porro mutato colore lineæ DE ex cœruleo in rubrum, dubitandum non est, incidentiam coloris rubri tam in experimento Newtoniano, quam in meo, eandem fore quæ prius fuerat cœrulei. Si in hoc igitur casu imago rubra eandem exhibet distin-

Pag. 398. ctionem, quam prius exhibebat cœrulea, nec utique dubitandum est, æqualem esse utriusque coloris refrangibilitatem. Cum prius igitur eventus experimenti alius Newtono, alius mihi visus fuerit, in Anglia statim judicandum non erat de facti specie, certum illum fuisse, me autem deficiente accuratione deceptum, si enim vera, quæ Newtono, nec quidem falsa, quæ mihi visa sunt, judicandum est utique de conclusionis specie me certum esse, illum autem præjudicio suadente deceptum, ego enim æquali colorum refrangibilitati in meo experimento adscripsi æqualem imaginis distinctionem, quæ inæquali colorum incidentiæ non erat adscribenda. Ille autem inæquali colorum refrangibilitati in suo experimento tribuit inæqualem imaginis distinctionem, quæ tribuenda erat inæquali colorum incidentiæ.

EXCERPTUM EX SCHEDA

Tom. VII Supplem. Sect. X. Pag. 431

Impressa Lincii apud Jo. Michaelem Feichtinger d. 13 Julii 1724, & Collectoribus horum Actorum inscripta, sub Titulo:

Novus Practico-Geometricus Cyclomalismus, sive Quadratura Circuli Arithmetico Geometrice demonstrata.

INdustrius hic Quadraturæ Indagator, Rotulæ evolutione Peripheriam dimensus, testatur, se reperisse rationem ejus ad Diametrum triplam 24:23; proportiones Metii & Hugenii eodem Mechanismo sub examen vocatas in excessu peccare. Praxin Mechanismi sui variasque tentativas, quibus in opinione sua confirmatus fuerit, sigillatim exponit, & ratione 24:23 reducta ad $15 \times 24 : 15 \times 23 = 360 : 345$, Peripheriam ad Diametrum ponit $360 : 115$ seu $3 \frac{15}{115} : 1$, adeo, ut excessus Peripheriæ super triplam Diametrum sit $\frac{15}{115} = \frac{1}{7\frac{2}{3}} = \frac{1}{8 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{7 + \frac{2}{3}}$. Ita enim intelligimus, quando ait, excessum, seu partem illam, quam vocat differentiam coæquativam Peripheriæ ad triplam Diametrum, *majorem esse respective una sui tertia parte, quam sit una octava; minorem vero duabus sui ipsius tertiis, quam sit una plena septima Diametri;* neque hæc aliter intellecta sibi constare possunt, quicquid sit de sensu literali verborum. Jam idem demonstrandum sibi sumit Arithmetice & Geometrice, &, ut ait, independenter a rotulatione, ratione convincente. Præmissis enim postulatis, quæ nihil attinet hic poni, cum vulgo ab omnibus concedantur, enunciat, Peripheriam Circuli circa M radio MA descriptam esse æqualem AB datæ (quam in Schemate non expressimus). *Demonstratio*: sit enim NQR Isopleurus; ad NP Diametrum fiat AD Normalis occurrens lateri NQ in K: & intelligatur quædam AB æqualis Peripheriæ. Centro γ Radio $A\gamma$ descriptus sit Circulus $AX\Phi$, sic, ut $A\gamma = \frac{1}{6} AB$, & inscribatur *huic Isopleurus* AXY, *cujus latus* XY *occurret Diametro* $A\Phi$ *in eodem puncto* K, *in quo occurrit* NQ. Quare cum $KA : K\Phi = 3 : 1$ erit

Pag. 437 Tab. I. Fig. 10.

Tom. VIII Supplem. Sect. X. erit $KA = \frac{1}{4} A\Phi =$ (per hyp.) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{1} AB = \frac{1}{4}$ Peripheriæ Diametri AD. Igitur AK est quarta pars Peripheriæ quæsitæ & proinde datur $AB = 4KA$ seu Peripheriæ integræ. Sic enim credere par est, Autorem voluisse inferre, cum independenter a rotulatione se demonstraturum promittat; etiamsi in sequentibus ipsam AB considerare videatur tanquam ex evolutione circuli in quæstione genitam. Consulto omittimus expositiones numericas, & quæ de ambitu Hexagoni circulo AXΦ inscripti, de Trigono super latere AΦ, & perimetro Quadrati super KA afferuntur, & reliqua, quæ vel cum ante dictis coincidunt, vel ad rem haud faciunt, si præcedentia sibi constant.

NOTA AUTORIS EXCERPTI PRÆCEDENTIS.

Ex Clavio & Tacqueto, quos citat, constare poterit Quadraturæ Indagatori eximio, Demonstrationes Geometricas e definitionibus & propositionibus exstrui, quæ vel per se evidentes sunt, vel alibi jam demonstratæ fuerunt. Haud igitur apparet, quo jure Mechanismum liceat ipsis fundamenti loco substernere; & adhuc minus, qua evi- Pag. 438. *dentia ex iis, quæ in materiali rotula observavit, convellere liceat approximationes e circuli natura & inscriptione Polygonorum ostensas: cum Mechanismus ejusmodi illico falsitatis convincatur, si aberret a determinationibus in necessariis propositionibus, & immutabili rerum natura fundatis, quippe cujus perfectio in eo consistit, ut ad sensum exhibeat easdem mensuras, quas ratio Geometrica comprobavit. Archimedes ostendit, Peripheriam esse ad Diametrum in majore ratione quam* $3\frac{1}{7\frac{1}{10}} : 1$; *an hoc convellet Rotula Autoris, peripheriam ad Diametrum in minore ratione videlicet* $3\frac{1}{7\frac{2}{3}} : 1$ *prodens? Hugenius & reliqui iterata investigatione idem invenerunt, & rationem periph. ad Diametrum numeris ad convergentiam cum vera ratione longius productis expresserunt. Horum omnium demonstrationes Autor convellat oportet, indicatis paralogismis: id quod nunquam faciet. Quod ad ejus Demonstrationem attinet: videat, quomodo probare possit, intersectiones ipsarum YX & NQ coincidere in idem K punctum Diametri AΦ. Cum enim hic de Demonstratione Geometrica quæstio sit & AB independenter a rotulatione, ut ait, consideretur, haud sufficiet provocare ad experimentum, & quod construendo figuram, ut præcipit, coincidere deprehensæ sint.*

JOSEPHI VERZALIÆ, CÆSENATIS

Tom. VIII Supplem. Sect. X. Pag. 441.

EPISTOLA *altera ad Geometriæ & Philosophiæ Professores atque Studiosos.*

NON me præteribat, *Eruditissimi Viri*, cum pro eo, ut illa declararem & demonstrarem, quæ superioribus litteris ad Vos datis sum complexus, ingressus sum hanc alteram Epistolam texere atque conscribere; fore, ut ea in varias, easque graves reprehensiones incurreret. Reprehendent *Amici*, qui ægre fortasse ferent, me concitatam anno ante maximi re momenti eorum expectationem tam negligenter explere, litteratorumque hominum studia novis ac recentibus semper movere; retinere nunquam. Objurgabunt *Æmuli*, qui cum ad hanc usque diem sperassent, se omnibus lætitiis incessuros; me, superiora, præcipuam de motu Doctrinam evertentia, sin minus subturpicula *Palinodia*, silentio certe ac oblivione revocantem videndo, inopinato cernentes, novis iisque majoribus *Mechanicam* scientiam pene omnem labefactantibus, insignioresque hujus temporis lucubrationes convellentibus, in publicum iterum prodeuntem; cum res ipsas adhuc sibi ignotas neque lubentes improbare possint, neque inviti probare debeant; consilium velut inanem ac futilem verborum ac pollicitationum tantum jactationem damnabunt. Arguent *Viri docti*, qui iniquissime patientur, nuntiis semper in dubium incertumque apud mediocriter in his studiis versatos revocari, nunquam demonstrationibus refutari ac argumentis refelli principia illa, quibus & omnes hactenus communiter usi sunt, & ipsi egregia celebrioraque inventa sua superstruxerunt; quæ cum ad hanc usque memoriam & summo honore, & maxima reverentia, non modo a *Professoribus* singulis, sed a cunctis Litteratorum hominum Ordinibus sint excepta, quis ferat, ea nunc nullius nominis ac loci homunculi dictis, atque sola autoritate elevari? Increpabunt postremo & *Indocti*, sub quo nomine nunc significo quosdam, non eos quidem omnium rerum ignaros, sed vulgaribus scientiis vel supra mediocritatem imbutos; atque *Geometricis* rebus tinctos quoque ac infectos; qui, cum vix, ac ne vix quidem argumentis, ac firmissimis rationibus, eo adduci possint, ut ea perdenda fateantur, quibus ali- Pag. 442.

quid

Tom.VIII Supplem. Sect. X. quid falsæ Choragium doctrinæ sibi compararunt; nedum sine obtrectatione ac contumelia nunc ferent; meris promissis sibi illarum scientiarum eripi fundamenta, quorum prædicatione & apud hebetes ac rudes studiorum existimatores doctrinæ & eruditionis famam sunt consecuti, & aliquem inter harum rerum Celebres Magistros locum sunt adepti. Adversus quos omnes, antequam Epistolæ argumentum expono, pauca dicere operæ pretium esse existimo. Quanquam *Amicis*, si qui sunt, qui cunctationem hanc nostram querantur, cum ii potius mea, quam causa sua doleant, habendæ immortales gratiæ sunt, quod tantopere de nostra existimatione laborent; nec non etiam atque etiam rogandi, ut desiderium hoc suum, quod diuturnum esse vix potest, leviter ferant; confirmo namque eis, fore, ut quicquid Pag. 443. moræ nunc interponitur, id Eruditis majori lucro nominisque mei Studiosis summæ voluptati aliquando sit. Qui vero hac nostra ingenii mediocritate, nostrisque qualibuscumque ad exornandas ac illustrandas scientias conatibus anguntur ac merent; ii profecto melius quieti, melius famæ, melius & gloriæ suæ consulerent atque prospicerent, si studium suum, suamque operam in res difficiles, non in vulgus modo ignotas, sed & hominibus eruditis obscuras, patefaciendas atque inveniendas conferrent. Magnus est, cum in re *Physica*, tum in *Mathematica* campus; patet omnibus hic aditus ad gloriam; multa sunt, quæ inclusa atque abdita latent in oculto; innumerabilia desiderantur adhuc & ignorantur; ad hæc eruenda, ac in apricum proferenda industriam suam convertant; in iis habemus omnes, ubi studium nostrum laudabiliter locemus, quod aliud scilicet comitabitur præmium, quam non honestum illud gaudium, illiberalisque illa voluptas, quæ ex aliorum lapsibus percipitur ab Invidis; qui ut quandoque, atque adeo sæpe, exultationis atque lætitiæ argumenta causasque nanciscantur; ut plurimum tamen, & tum præcipue, cum non plane stultorum hominum dicta atque pollicitationes, majus quoddam esse, quam inanes verborum jactationes, præter expectationem ac voluntatem suam intelligunt; & miserrime torquentur, & meritissimo dies noctesque cruciantur. Quod attinet ad *Viros doctos*; ii, ut accipere graviter non debent, Eruditorum vulgus, vel suorum inventorum pretio, erroribus exsolvi, ac præjudicatis opinionibus liberari; ita non video, cur hanc meam agendi rationem, ipsis fortasse argumentorum causa ingratam, perhonorificam tamen atque decoram, moleste ferre possint: nam ut omittam, quod hoc ipsum leviter aliorum judicium prætentare, cum sit animi sibi diffidentis, ac demonstrationes ipsas, quibus movetur, evidentissimas præ illorum argumenta-

tio-

ionibus, pro fallacibus atque incertis conclusiunculis habentis , ummam præ se fert adversus eorum lucubrationes reverentiam; uod sola rerum inventarum significatione contentus, illis absolu- im cogitata emendandi sua facultatem concesserim , atque ita , aximam meditationis hujus gloriæ partem reliquerim ; hoc ro, nonne & sua laude dignum est , & aliqua gratiæ parti- la est excipiendum ? *Semidoctis* vero iis , qui nullo alio bo- , quam maximæ hominum partis harum rerum ignoratione ; *Geometrarum* locum tenent, & quem *Professoris* gradum sunt cuti , diis hominibusque invitis obtinent ; (quando res eo est adducta ut major prope horum quam eruditorum ho- um ratio habenda sit) autor magnopere sum ut quam mi- possunt , non de his modo , quæ a me consilio , neque psis quærendo , neque ipsis aperiendo , occultantur atque itur, sed de illis , quæ omnibus patent ac sunt in prom- verba faciant ac temere loquantur, sic fortasse fiet, ut , magnificis atque gloriosis de rebus longissime ab earum igentia disjunctis prædicationibus atque sermonibus fa- opinionemque sunt consecuti ; eam apud aliquos sui stu- , quodque magis familiaris rei suæ interest , apud sim- ac infelices Auditores suos facilius tueantur ac servent . ro , *Viri* omnes *Geometriæ ac Philosophiæ Professores* at- diosi, qui tametsi, quæ vestra est erga scientiarum cul- nevolentia , aliquo forsitan amoris, nullo mecum ami- nculo estis conjuncti ; omnique æmulatione ac rivali- ui , atque ab imperitorum , ac harum rerum rudium juncti, spartam , quam illi vix tuentur, mirabiliter il- & genio laudabiliter vestro indulgetis; Vos, inquam , que etiam oro, ut consilium hoc meum, ab Eruditorum non alienum, æqui bonique consulatis; iisque de rebus, maximæ *Philosophiæ* partis , totius pene *Mechanicæ* , oris nominis inventorum eversio & pernicies agitur ; a aliis quoque meditandi ac cogitandi dare ; atque nus meas perveniat, si quid ipsi quoque invenerint , æquo animo patiamini.

Tom. VIII Supplem. Sect. X.

Pag. 444.

, nemo non novit , quantum afferat *Philosophiæ* quantum ruinæ , si *percussionis* corporum *Leges* ut ego quidem non opinor modo , sed quotidie que tam dilucide intelligo , ut mirer , tot *Viros do-* to nescio quonam impulsos , in ipso ea utendi itatem illam respuisse , cujus non Patres nostri mo- si in operibus suis semina sparserunt. Verum , ut iturum sit commemoratum *Philosophiæ* vulnus ;

Pag. 445.

Tom. VIII Supplem. Sect. X. numquam tamen tantum illud fuerit, quantum illud, quod omnis pene *Mechanica*, omnes fere Recentiorum lucubrationes suscipient; cum ostendero: Principium illud, quo uno illæ nituntur, non modo infirmum, sed falsum prorsus esse, loquor de *Motuum compositione*, qua fit, ut corpora, pluribus viribus eodem tempore in varias plagas acta, non eo, quo a singulis impelluntur, tendant, sed viam quandam mediam sequantur; quæ ubi duæ sunt vires, quarum altera alteri ad pares angulos occurrat, *Diagonium* esse, communiter *Geometræ* ac *Philosophi* ad hanc diem arbitrati sunt. Hac a Majoribus tradita, & a priscis usque *Geometriæ* temporibus ducta, usi sunt, quicumque in *Mechanicis* sunt versati: hac pleni sunt Antiquorum libri; referta Recentiorum opera; hanc prope unam his temporibus loquuntur, atque in ore habent *Indocti* juxta, atque *Docti* in circulis, disputationibus & sermonibus omnibus: hac posita demonstravit Vir insignis *Galilæus* noster, missilia in inani, a tormentorum ac machinarum viribus jaculata atque emissa, cursu suo ambitum vulgaris *Parabolæ* describere; ostendit Celeberrimus *Newton*, eadem in certæ crassitudinis pleno, definita lege resistente, curvam lineam peculiarem, cujus ipse simulacrum accuratissime scriptum sub oculis ponit, percurrere: huic, velut totius egregii sui Operis, *Philosophiæ naturalis Principia Mathematica* complectentis fundamento, bonam suorum inventorum partem superstruxit: hac virium, quas *Centrales* vocant, mensura, cum in inani, tum in pleno; hac navium velocitates; hac varii, quos variæ figuræ patiuntur, dum in pleno moventur renixus, sunt constituti; quæque sit illa ex eis, quæ omnium minimum sustinet, est definitum.

Errarunt ergo & sunt decepti Viri harum rerum Consultissimi, *Galilæus & Newton*; errarunt *Cartesius & Hugenius*, & omnes insignes illi Autores, qui harum & similium lucubrationum editione nominis sui gloria totum terrarum orbem impleverunt. Nosque (dicet aliquis) ex una tua assertione
Pag. 446. tot atque tantarum meditationum fructum, quem capere maximum possemus, amittemus; *Philosophiaque* pene omnis, & mixta, quam vocant, *Mathematica*, pristino spoliatæ atque orbatæ splendore jacebunt? credat hoc Judæus Apella. In præsens id credat, qui vult; ego neminem obtestor, neminem cogo; tantum moneo, illud recipio, extiturum aliquando tempus, cum ego vel ab invitissimis (si Viri supra commemorati non errarunt) erroris hujus vulgaris confessionem extorqueam. Sed quod est hoc Paradoxum? *Si non errarunt, confessionis errorem extorqueam?* quod mihi Paradoxum narratis? quod?

pu-

purum est hoc ac simplex enunciatum; quod eo pertinet, ut intelligatis, vel falsa esse principia illa, quæ præclarissimi illi Viri communiter usurparunt, atque firmissima esse evidentissime demonstrarunt; vel infirmam esse *Mutuum compositionem*, atque *paralogisticas* omnes meditationes illas, quæ ex ipsa ad hoc usque tempus tam unanimi *Geometrarum* consensu sunt ductæ. Verum amplius; doctrina de ponderibus funibus appensis, viribusque per eosdem in se vicissim agentibus, sin minus corrupta, ac eodem *Paralogismo* vitiata, certe ejus contagione sic est affecta, ut quamvis experientiis plane respondeat, non ab omni tamen falsæ ratiocinationis labe sit vacua. Quominus cum hæc, tum ea, quæ superiori epistola in lucem edidi, in præsens Vobis explicem, atque accurate demonstrem, non rationes modo supra commemoratæ, sed Opus illud, de quo ibi mentionem feci, impedimento est; quod duodecim ab hinc annis jam informatum, atque novis recentibusque semper intervenientibus rebus, ne falsa specie deciperent, diligenter examinandis, neve effluerent, in Adversaria mature conjiciendis, sexcenties intermissum; jure quodam suo aliquam tandem meditationum mearum partem, sibi postulat atque exigit; quod si absolvero, vel potius, simul ac absolvero (lubet enim ominis saltem causa, fausta omnia atque felicem cursum hac in re mihi polliceri) aggrediar ad ea digerenda atque exequenda, quæ de his argumentis schedis quibusdam solutis ad opportunius scribendi tempus consignavi, atque ea Vobiscum ingenue communicabo. Interea hæc habete: quantitatem (sic loquuntur *Geometræ*) divisam per nihilum, seu *Zero*; non posse, ut communis fert Recentiorum sententia, *Infinitum* quid designare, hæ duæ . $y : n \cdot dy$, & $y \cdot \overline{n+1} : \overline{n+1}$ apertissime docent; quæ sit *Ordinata*, *Subtangens*, ac *Tangens* in illis earum curvarum punctis, ubi mutantur in o : o; cum natura earum, de quibus *Section. IX. Part.* 1. *Infinit. Parvorum numer.* 164. *seq.* paulo melius percepta, tum quarundam aliarum accuratior contemplatio aliquando docebit. Quam vero imperite, quam inscite (ut inter tot celebria Nomina aliquid etiam puerile ponamus) humidorum, tum concretorum ac solidorum pressu confundatur *de Quadratur. Circul. & Hiperbol. per infinitas Hiperbol.* ac *Parabol. Part.* 1. *cap.* 3; nonnullos eosque insignes ac exercitatos in derivandis & deducendis aquis, fluminibusque arcendis & dirigendis Magistros, quilibet libellus *Hydrostatica* elementa demonstrans admonebit. *Serierumque* interminatarum natura, Viris Doctis nota tam & perspecta, atque a nobis jam pridem

Tom. VIII Supplem. Sect. X.

Pag. 447.

Tom. VIII Supplem. Sect. X. in commemorato Opere explicata, & luculenter exposita; suo aliquando Clariss. Autori declarabit, non infirmam modo, sed nullam esse vim eam, ex Nihilo, seu *Zero* dimidiam procreandi *unitatem*, quam justo prope Volumine, totque inanibus meditationibus, Infinito tribuere contendit. Valete, Cæsenæ Idibus Junii MDCCXXIV.

Pag. 465. Histoire de l'Academie Royale des Sciences,

Année MDCCXIX.

h. e.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM

Anni 1719, cum Commentariis Mathematicis & Physicis.

Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1723, 12 reg. Alph. 1 plag. 7 Tabb. æn. 27.

IN *Physica generali* primo loco occurrunt observationes luminis septentrionalis, quod d. 30 Martii post horam octavam vespertinam & d. 7 Aprilis post nonam apparuit. In prima observatione spectabatur sub forma columnæ igneæ 20 gradus supra horizontem elevatæ, horizonti parallelæ, ad intervallum 25 circiter aut 30 graduum extensæ, in extremitate orientali latitudine diametrum Solarem superantis, in occidentali vero in cuspidem desinentis & lumen Lunæ octavo a novilunii die obfuscantis, cœlo quamvis maxime sereno. Vix *Maraldus* aliquot scrupulorum secundorum intervallo contemplatus fuerat meteoron, cum in instanti dispareret, nec aliquod sui vestigium relinqueret. In altera observatione lumine non minus intenso fulgebat: sed columnæ verticales successive inde elevabantur, mox iterum disparentes. *De Mairan* de causa frigoris hiberni & caloris æstivi generali quædam meditatur. Non solum attendit ad diversi-
Pag. 466. tatem ictus radiorum hieme magis oblique Tellurem ferientium, quam æstate; sed insuper considerans lumen instar fluidi, *illud* divisum concipit in filamenta innumera, quorum plura feriunt

pla-

planum, si incidentia perpendicularis, quam ubi obliqua fuerit. Numerum igitur filamentorum perinde ac quantitatem ictus metitur per sinum anguli incidentiæ, adeoque utrumque simul per ejus quadratum. Provocat præterea ad umbras planorum diversimode inclinatorum: Quæ Telluris superficiem inæquabilem constituunt: constat enim, eas esse hieme longiores, quam æstate, atque adeo actionem Solis magis impedire illo, quam hoc tempore. Denique tertio observat, quod radii magis obliqui majorem atmosphæræ partem trajicere debeant: id quod in causa est, ut per reflexionem numerus eorum imminuatur. Quoniam vero hic non datur mensura quædam determinata, ut in principiis anterioribus, radiorum quantitatem dimidia sui parte minui hieme statuit, propterea quod in eclipsibus solaribus disci dimidia parte obscurata, nondum perceptibilem luminis defectum notavit. Neque etiam negligit dierum longitudinem æstivo tempore, & brumali diversam. Atque ex istis principiis calorem æstivum ad frigus hibernum æstimat ut *66* ad 1. *Jussieu* gypsum describit, cujus particulas instar parallelebipedorum per microscopium deprehendit, ubi eundem in pulverem redegerat. *De Reaumur* vespas contemplatur earumque cavas, ubi multa occurrunt, quæ rerum naturalium scrutatoribus oblectamento sunt. *De Ressons* bombardam palo alligatam globo plumbeo, sed absque pulvere pyrio, sclopetum vero minus pulvere pyrio, sed absque tomento oneravit. Orificium sclopeti ad lumen bombardæ orthogonaliter aptavit, cumque exploderet, globus ex bombarda majori impetu fremituque majori prosiliit, quam si vi pulveris pyrii in ipsa accensi propulsus fuisset. *Deslandes* refert, A. 1718 nocte intermedia inter 14 & 15 Aprilis in Britannia minori (quæ Galliæ provincia est) fulmen tetigisse 24 templa, in quibus campanæ pulsabantur, templis vicinis intactis, ubi campanæ silebant. D. *6* April. in mari *Atlantico* sub gradu latitudinis 45, longitudinis $322\frac{3}{4}$ pluvia arenosa ab hora decima vespertina usque ad primam pomeridianam diei sequentis continuata. Portionem hujus arenæ vulgaris, sed admodum minutæ ad Academiam Regiam Scientiarum misit *Feuillée*. Insula proxima a loco maris, qui hac pluvia infestabatur, 8 vel *9* milliaribus gallicis distat. Dimidio circiter milliari a portu *de Longoiran* vertex rupis, quæ ad 30 pedum altitudinem assurgebat, delapsus ossa animalium magna quantitate per vallem disseminavit. Quædam eorum erant petrefacta; Sed non satis patet, ad quas animantium species sint referenda. Latuerant in rupe sub vertice ad profunditatem 11 pedum. Quædam fragmenta igni vehementiori com-

missa

Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

Pag. 467.

Tom. VIII Supplem. Sect. XI. missa colorem Callaidis contrahebant. *De la Hire* junior post obitum parentis continuans observationes meteorologicas quantitatem aquæ pluvialis A. 1719 deprehendit $157\frac{3}{4}$ linearum seu digitorum 13, & lin. $1\frac{3}{4}$. Declinationem acus magneticæ $13\frac{1}{2}$ digitorum d. 30 & 31 Decembris A. 1718 observavit versus occasum; sed mox d. 7 Januar. A. 1719 observationem repetiit, nec ullam in declinatione mutationem advertit, in acu tamen 8 digitorum nonnisi 12 graduum 20 minutorum eandem notavit, etsi virtus magnetica utriusque eodem magnete fuisset exercitata. *Jussieu* describit præparationem Mercurii in fodinis Hispanicis *Almaden* dictis & morbos, quibus operarii obnoxii fiunt.

In *Anatomicis* cadavera aquis suffocatorum examinans multum aquæ in stomacho, nihil in intestinis, pauculum in pulmonibus reperit *Littre*. Inter casus adeo rariores refert exempla *Beckeri* in libro de submersorum morte sine pota aqua. Pauculum tamen aquæ, quod præsertim in pulmonibus continetur, mortis causam sufficientem minime ratus, eam in impeditam respirationem conjicit. Plures canes atque feles sub aquis suffocavit, & minorem quantitatem aquæ, quam ab hominibus, ab iis deglutitam vidit. *Reneaume* describit modum reparandi quasdam partes corporis humani mutilatas, veluti nasum, labia, aures. Inter veteres *Celsus*, *Galenus* & *Paulus Ægineta* praxeos hujus mentionem faciunt: sed inter recentiores primus de eodem plurimum perfecta scripsit *Taliacotius*, Pag. 468. Medicus Italus, circa finem seculi decimi quinti. Ita ex. gr. nasus renascitur ex carne musculi bicipitis in brachio ad ipsum religato per 14 fere dies, facta incisione in brachio & vulnere suppurato, ut inter particulam avulsam cicatricem contrahat. Operationem perficere studuit *Reneaume*, ut minori temporis spatio absolvatur. *Helvetius* systema triturationis oppugnaturus in structuram ventriculi inquisivit, quam plurimum a descriptione Anatomicorum differre observavit. Ubi œsophagus ventriculum ingreditur, duo notavit fibrarum plana, quæ orificium ambiunt instar duarum fasciarum sese mutuo intersecantium. In fundo ventriculi plures observavit fibrarum circularium fere & concentricarum fascias. Denique similes fere circa pylorum deprehendit, centrum tamen infra eam habentes fundo ventriculi propius, convexitate eundem fundum respiciente. Contra triturationem optime provocat ad pisciculos ex parte digestos in œsophago corvorum aquaticorum. *Rouhaut*, a *Sardiniæ* Rege *Augustam Taurinorum* vocatus ad munus Chirurgi primarii obeundum, ungues monstrosos mulierculæ pauperis de-

scri-

ſcribit, quorum longitudo 4½ digitorum. Imaginabatur ſibi ſe eſſe a dæmone obſeſſam, qui unguium inſolitum incrementum promoverit. Intra ulmum, hominis ſtaturam magnitudine adæquantem, trium circiter aut quatuor pedum intervallo a radice bufo repertus molis mediocris & macilentus, intra ſpatium ſuum arcte concluſus. Cum lignum finderetur, proſiliit. Arbor erat ſana & lignum admodum denſum, ita ut extus irrepere haud quaquam potuerit. Cum arbore natus intra eandem vixit, ejus ſucco nutritus & cum eadem crevit. *Juſſieu* ſiſtit puellam 7 vel 8 circiter annos natam, quæ clauſo ano fæces alvi per vulvam deponit. *Lemery* ex rationibus chymicis contra ſyſtema digeſtionis per triturationem argumentatur. Cum enim plantæ ſalibus fixis, animalia volatilibus abundent, vix quicquam fixi habentia; ſalia autem volatilia non gignantur niſi per fermentationem; per animantia, quæ plantis nutriuntur patere arbitratur, quod cibus digeratur non per triturationem, ſed per fermentationem. Virgo 24 annorum ab anno ætatis 16 continuo cum evacuatione ſanguinis menſtrui per triduum vocis uſum amittebat. Fracto tempore evacuationis menſtruæ, brachio & animo ad iram valde concitato omni propemodum vocis uſu prorſus privabatur: quem tribus elapſis a triſti caſu menſibus *Lemery* exemplo parentis infuſione vulnerariæ feliciter reſtituit. *Winslow* ab Illuſtriſſimo Præſide *Bignonio* excitatus ad examen mechanicæ articulationum, & motus membrorum extremorum corporis humani de muſculis ſcapulæ, & mechanicas cartilaginum ſemilunarium obſervationes communicat. Inquiſivit accuratius, quam hactenus factum, in modum, quo muſculi trapezius & ſerratus anticus major homoplatæ inſeruntur, & ex inſertione trapezii ſive cucularis demonſtrare conatur, quod omnes ipſius portiones conſpirent in ſcapulæ elevationem; ex inſertione vero ſerrati majoris, ejusque ſtructura prorſus ſingulari, ab Anatomicis hactenus non ſatis expenſa, quinam ſequatur uſus, alias ſe demonſtraturum pollicetur. Obſervavit muſculum ſerratum majorem ex tribus veluti portionibus componi, quarum duæ majores vulgo per fibrarum directiones diſtinguantur, tertia minori prorſus neglecta. Monet præterea, quæ ab Anatomicis de eodem in Tabulis annotantur, nonniſi unam ipſius portionem majorem concernere. Cartilagines ſemilunares uſum ſuum exercere in motu cruris ſingularem, cujus hactenus rationem non habuerunt Anatomici, & quem *rotationem cruris inflexi* appellat.

Tom. VIII. Supplem. Sect. XI.

Pag. 469.

In *Chymicis* hiſtoriam purgantium medicamentorum continuaturus *Boulduccus*, cucumeres agreſtes contemplatur. Mon-

ſtrat,

Tom. VII. Supplem. Sect. XI. ſtrat, vim eorum purgativam in partibus ſalinis conſiſtere, cum nonniſi his abundent, ſulphureis careant. Cum herba inter purgantia fortiora numeretur, decoctum ex radice leniter purgare reperit, præſertim ſi 24 aut 30 grana radicis jungantur cum quibuſdam granis Rhabarbaræ & ſalis abſinthii cum extracto juniperi. *Godofredus* facile ſuppeditat remedium arcendi vapores noxios vel ingratos in diſſolutionibus. Oleum ſcilicet menſtruo affunditur, quod eidem ſupernatat. Effervescentia minor, ſed major metalli quantitas diſſolvitur. *Lemery* docet, analyſes chymicas ordinarias minime nos deducere in cognitionem mixti. Etſi enim
Pag. 470. Academia Scientiarum ultra 1400 plantas hac ratione reſolverit, non aliud tamen ſibi inde profeciſſe viſa fuit, quam ut intellexerit, hac ratione ad interiorem mixti notitiam perveniri haud quaquam poſſe. Putat itaque, ut mixta cognoſcantur, ea tantummodo reſolvenda eſſe in minus mixta, quæ ipſorum loco pro principiis haberi queant. Methodum pollicetur analyſes nova ratione inſtituendi, veteribus magis exactas magisque fructuoſas. Etſi enim adhuc eædem aliquibus defectibus obnoxiæ ſint, defectus tamen non modo pauciores eſſe, quam in veteribus deprehenduntur, ſed etiam notos, ut in errorem deducere non poſſint. *Boulduccus* junior uſum Chacarillæ deſcribit, quam radicem Quinquinæ loco olim uſurpavit *Fagon*, cum hæc in Gallia rarior eſſet. *Apinum* illius infuſum primum adhibuiſſe in febribus epidemicis & catarrhalibus, eandem vero in ſubſtantia exhibuiſſe in febribus ordinariis. *Stahlium*, Archiatrum Regis Boruſſiæ, uſum ejus extendiſſe ad pleuritidem, peripneumoniam & morbos alios, cum viſcoſitates attenuet. *Boulduccus* uſum ejus expertus eſt in colica ventoſa, & in affectibus hyſtericis aut hypochondriacis. Eandem in ſubſtantia ſumtam hemorrhoides internas promovere, & in dyſenteria plurimum prodeſſe didicit. Roborat ventriculum, cum Hypecacuana & reliquæ plantæ emeticæ eundem debilitent.

In *Botanicis* ſuſpicatur *Marchant*, fieri poſſe, ut novæ naſcantur plantarum ſpecies. Etenim menſe Julio A. 17[illegible] in horto ſuo naſci vidit plantam, ſibi ac Botanicis ignotam, quæ usque ad finem Decembris ſubſtitit. Cum commode ad genus *Mercurialis* referri poſſet, eam *Mercurialem foliis capillaceis* nominavit. Anno ſequente menſe Aprili eodem in loco comparuerunt 6 plantæ aliæ, quarum quatuor erant priori ſimiles, duæ admodum differentes, ut novam ſpeciem commode conſtituerent, quam *Mercurialem foliis in varias & inæquales lacinias quaſi dilaceratis* nuncupavit. Plantæ hæ ſubſequentibus annis intra ſpatium 7 vel 8 pedum multiplicatæ fuerunt, etſi nullum ſemen in

iis

iis detegere potuerit. *Vaillant* characteres 14 generum plantarum & *Isnardus* duas novas plantas describit. Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

In *Geometricis* quadraturam geometricam fornicis singulari quadam ratione constructi dedit *Bernardus*, Architectus militaris Regius. *Varignonius* Geometriam communem novo quodam theoremate locupletavit, quod quandam cum theoremate *Pytagorico* affinitatem habet; sed sine multarum figurarum apparatu, cum plures casus diversos involvat, commode explicari nequit. *De Legny* nova ratione absque calculo infinitesimali ex data Tangente determinare docet arcum, ac inde per modum corollarii seriem *Leibnitianam* pro circulo deducit, quam praxi parum convenire *Ozanami* experientia probat, qui ultra trecentas operationes requiri didicit, antequam ratio diametri ad peripheriam ut 100 ad 314 elicitur. Monet autem, si tangens duodecimæ partis peripheriæ sumatur, qui $= \sqrt{\frac{1}{3}}$ posita diametro $= 2$, mira facilitate duobus diversis modis ope serierum exhibitarum circumferentiam circuli inveniri 3141. 5926. 5358. 9793. 2384. 6264. 3383. 2795. 0288. 4197. 1693. 9937. 5105. 8209. 7494. 4592. 3078. 1640. 6286. 2089. 9862. 8034. 8253. 4211. 7067. 9821. 4808. 6513. 2723. 0664. 7093. 8446 + & 8447 —. Demonstrationem calculi se alias daturum promittit. Bene autem observat, in magnis istiusmodi calculis non sufficere, ut constet, nos usos fuisse methodo accurata, sed requiri præterea, ut per consensum plurium methodorum calculi infallibilitas evincatur. Series, quas dedit, hæ sunt. Si radius circuli $= r$, tangens arcus quadrante minoris $= t$, erit arcus $= \frac{rr}{rr+1} + \frac{rr}{rr+4} + \frac{rr}{rr+9} + \frac{rr}{rr+16}$ &c. $+ \frac{rr}{rr+tt}$: sunt autem $rr+1$, $rr+4$, $rr+9$ &c. quadrata secantium in dato sectore arithmetice comprehensorum, supposita scilicet tangentis in partes æquales divisione. Hanc seriem deinde transformat in alteram $t - \frac{t}{3r^2} + \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^6}$ &c. ive $\frac{3r^2t^1 - 1t^3}{3r^2} + \frac{7r^2t^5 - 5t^7}{35r^6} + \frac{11r^2t^9 - 9t^{11}}{99r^6}$ &c. Prior transormatarum est Series *Leibnitiana*, unde quadraturam suam aritheticam deduxit, aut, si mavis, *Gregoriana*, cum *Jacobus Grerius* eam ante *Leibnitium* habuerit. Pag. 472.

In *Astronomicis* phænomenon singulare circa altitudines appantes astrorum detexit *Cassinus*, quod scilicet per telescopium

Tom. VIII Supplem. Sect. XI. observata videantur deprimi, dum ad Meridianum tendant; sed elevari, dum ab eodem elongantur. Contingit id in astris, quæ in Meridiano constituta inter zenith & æquatorem subsistunt. Phænomeni hujus necessitatem demonstraturus est *Cassinus* in amplo Opere, quod de Meridiana observatorii per totam Galliam ducta publici juris facere decrevit. Aliqua jam prælibavit *Fontenellius*. Inde nimirum consequitur, quod in positione tubi horizontali filum in foco intersecans verticale ad angulos rectos sit in plano horizontis, in elevatione autem tubi obliqua in plano circuli maximi sphæram mundanam oblique secantis. *Maraldus* varia annotavit phænomena circa stellam novam in balæna, quæ nunc apparet, nunc iterum disparet. Ab anno 1596, quo primum observata fuit, usque ad annum 1687 revolutionis unius quantitas 10 mensium 25 dierum deprehenditur; sed ab Ann. 1687 usque ad 1710 continuo crevit, ab Ann. 1710 iterum decrescit. Tempus apparitionis in singulis revolutionibus non est idem. Nimirum est 3 mensium & aliquot dierum, maximum 4½ mensium. A prima apparitione crescit, donec intervallo 15 vel 20 dierum ad maximam magnitudinem pervenerit, in qua per aliquod temporis spatium subsistit, deinde per 30 vel 40 dies decrescit, antequam evanescat. Maxima magnitudo non est in singulis revolutionibus eadem; sed intra terminos stellarum secundæ & quartæ magnitudinis continetur. Si ad majorem magnitudinem pervenit, tempus apparitionis longius est. *Cassinus* novam proponit methodum directe inveniendi ex anomalia media data anomaliam coæquatam sive æquationem orbis in hypothesi elliptica *Kepleri*. Sit ALB ellipsis, in qua Planeta incedit, centrum in C & in foco S Sol, CS eccentricitas, AIDB eccentricus ex centro C descriptus. Sit Planeta in L, & per L ducta IF ad axem AB perpendicularis. Sit denique AD anomalia

Pag. 473. Tab. I. Fig. 2. media, seu angulus ACD exprimat anomaliam mediam, quemadmodum ASI veram sive coæquatam. Per hypothesin *Kepleri* est sector ellipticus ASL ad ellipsin integram ut anomalia media AD ad tempus integræ revolutionis seu integram peripheriam eccentrici, consequenter ut sector ACD ad aream integri circuli eccentrici. Enimvero per naturam ellipseos sector ellipticus ASL ad ellipsin integram ut area ASI ad integrum circulum. Ergo ACD & ASI ad aream integri circuli eandem rationem habent, adeoque æquales sunt. Ablato igitur sectore communi ACI, erit SCI = DCI. Demittatur SE ad IC continuatam in E perpendicularis, erit ob DI. ½CI = SE. ½CI etiam DI = SE. Ducatur DO parallela ipsi EI, erit OS = DT = sinui DI, conse-

sequenter SO differentia inter sinum DT & ejus arcum DI. Quamdiu angulus DCI non excedit gradum unum cum dimidio, differentia ista dimidium secundi non superat, & hinc sumi potest SE=OE, hoc est, DT = DI & DS ipsi EI parallela, consequenter CDS = DCI. Datis in triangulo DCS cruribus DC & CS una cum angulo DCS anomaliæ mediæ ACD complemento, invenitur latus DS & angulus CDS seu DCI, qui ex ACD subductus relinquit ACI. Porro in triangulo CIS datis cruribus IC & CS una cum angulo ICS, complemento ipsius ACI modo inventi reperitur CIS, qui ex ACI subductus relinquit ASI. In triangulo rectangulo GCS ex natura ellipseos GS=GA & SC eccentricitas data, unde innotescit GC. Quamobrem cum sit HC : GC = IF : FL & IF ad FL ut tangens anguli ISF ad tangentem anguli LSF; erit ut HC ad GC ita tangens anguli ASI modo inventi ad tangentem anguli LSA seu anguli ad Solem, qui meritur anomaliam coæquatam. Ad facilitandum calculum construxit *Cassinus* Tabulam differentiarum SO inter arcum DI & sinum DT. Notandum vero, in theoria *Solis* angulum DCI numquam excedere gradum; in Venere 25', in Luna $2\frac{1}{2}$ gr. in Jove 2° 50', in Saturno 3° 15'; consequenter SO in Sole $\frac{1}{4}$, in Venere multo minor quam $\frac{1}{4}$, in Luna 3, in Jove 4, in Saturno 6 secunda numquam excedere: in Marte autem ad 30 secunda, in Mercurio ad 6 minuta assurgere. Societas Regia Anglicana experimento comprobavit, lumen ex vacuo ope antliæ pneumaticæ facto refringi in aerem. Academia Scientiarum A. 1700 per sua experimenta contrarium probabat. Enimvero *Delisle* junior experimentum cum omni circumspectione repetens ab Anglorum parte stare veritatem reperit. Quoniam vero refractio ex hoc vacuo in aerem minor refractione Astronomica; substantiam ætheream rariorem concludit, quam aerem in vacuo per antliam pneumaticam producto residuum. Refert *Fontenellius*, quæ Ann. 1717, 1718 & 1719 de maculis solaribus observata fuere, cumque his annis maculæ complures, sed sine ullo ordine digestæ, una comparuerint, hypothesis *Philippi de la Hire* rejicitur, qui earum originem solido Soli innatanti tribuerat, eminentiis irregularibus nunc ultra Solis superficiem emergentibus. *Delisle* junior describit constructionem Gnomonis ad dirigendum motum penduli in usum observationum astronomicarum, quo ipse huc usque feliciter usus. *Maraldus* confert observationes nonnullas astronomicas Equitis de *Louville* cum iis, quæ factæ sunt in observatorio Regio. Ex observationibus geodæticis deducitur differentia longitudinis inter observatorium Regium & do-

Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

Pag. 474.

 mum,

Tom. VIII Supplem. Sect. XI. Pag. 475.

mum, ubi observat de *Louville*, 22′ 51″, seu horaria unius minuti & triginta unius secundorum temporis. Est autem domus *Louvilliana* occidentalior observatorio Regio. Ex observationibus eclipsium circumjovialium differentiam eandem horariam deducit 1′ 31″ seu 1′ 32″, via geodætica & astronomica mire consentientibus. Monet autem *Maraldus*, per observationes in Observatorio Regio factas constare, quod Satellitis ♃ emersio per telescopium 23 pedum, quo usus est de *Lauville*, 7 vel 8 secundis citius appareat, quam per tubum 17 pedum, quo usi sunt in Observatorio Regio *Cassinus* & *Maraldus*. Quamobrem in comparandis observationibus hujus differentiæ rationem habet. Altitudinem poli in domo *Louvilliana* via geodætica reperit 47° 54′ 23″, supposita eadem in Observatorio Regio 48° 50′ 10″. *De Louville* novum describit instrumentum, quod ad ascensiones rectas stellarum facile & exacte observandas invenit. Componitur ex duobus telescopiis, altero horizontali fixo, altero verticali mobili, ut ad omnes altitudines meridianas aptari possit. *Delisle* junior d. 22 April. 1719 hor. 8. vesp. & d. 30 Octob. hor. 9 vesp. *Aldebaram* a Luna tectam observavit. *Cassinus* in Observatorio Regio d. 29 Aug. A. 1719 observavit eclipsin Lunæ. Initium fuit hor. 7 23′ 55″. Per telescopium 8 pedum hor. 8 56′ 26″ Luna tota eclipsata apparuit. Finis accidit hor. 9 41′ 10″. Maxima obscuratio hor. 8 32′ 32″ fuit 4 dig. 39 min. *Maraldus* observans eandem eclipsin, notavit hor. 7 minutis 20 ante eclipseos initium, penumbram jam magnam disci lunaris partem occupare. Hor. 7 21′ prope *Heraclidem* obscuritas insignis notata, hor. 7 23′ limbus Lunæ non amplius distingui potuit. Hor. 7 24′ 30″ initium eclipseos certum fuit. Hor. 8 14′ maximam obscurationem æstimavit 4 dig. 41′, sed hor. 8 22′ 30″ eandem adhuc quantitatem reperit. Finis accidit hor. 9 41′. Lunæ diameter per micrometrum paulo ante eclipsin deprehensa 30′ 30″.

In *Mechanicis* theoriam gravitatis motus ampliat *Varignonius* comparando celeritates corporis gravitate quomodocunque variabili in vacuo sive per lineas rectas, sive per lineas curvas quascunque ascendentium, vel descendentium. Casum aliquem jam expendit *Newtonus* in Principiis & post eundem suo quisque modo demonstrarunt *Joannes Bernoullius* atque *Hermannus*. Pag. 476. Sed ultra limites, intra quos ipsi perstiterunt, progreditur *Varignonius*. Hactenus torno inducere non licuit figuras polygonas, triangulares atque quadratas ob continuum torni motum: sed defectum hunc supplevit *de la Hire*, qui machinam eo fine excogitavit, ubi motus rotationis ad arbitrium sistitur, objectum tamdiu fixum detinetur, quamdiu opus fuerit.

In-

Inter elogia Sociorum, quibus hoc anno Academia Scientiarum orbata fuit, primo loco comparet elogium *Petri Remondi de Monmort*. Natus is est Parisiis d. 27 Oct. A. 1678, patre *Francisco Remondo*, stabuli Magistro, Domino de *Breviande*, & matre *Margaretha Ralle*. Ab illo studio Juris destinabatur, ut olim ad dignitatem civilem eveheretur, a quo tamen Noster abhorrebat. Parens cum esset severus & admodum imperiosus, filius vero jugi impatiens; hic juris civilis & paternæ domus pertæsus, in Angliam, & post pacem *Ryswicensem* in Bataviam, ac inde ulterius *Ratisbonam* in *Germaniam* se contulit, ubi patruus ipsius de *Chamois* in comitiis imperii Plenipotentiarium Regis *Galliarum* agebat. Incidebat subinde in Tractatum *Malebranchii* de inquirenda veritate, cujus systema avide amplexus sub finem anni 1699 in *Galliam* redibat. Vix duos menses *Parisiis* agebat, cum parens fatis cedens ingentem opum vim ipsi relinquebat. Sui igitur juris factus, autore *Malebranchio*, quem Magistrum, ducem & amicum intimum colebat, exercitiis pietatis sinceræ, Philosophiæ ac Mathesi se totum dedit, postquam *Carré* & *Guisnée* prima Geometriæ & Algebræ elementa ipsum edocuerant. A. 1700 in Angliam denuo profectus, *Newtonum* invisit. Socium adsciverat *Nicolium*, juvenem, cujus jam aliqui erant in Geometria profectus, & cum ipso per integros tres annos in studio Geometrico desudavit, donec ad ipsum calculum integralem penetrarent. Cum frater natu minor ecclesiasticam personam agere nollet, ipse eidem in Canonicatu *Parisiensium* successit. Suis sumtibus imprimi curavit libros aliorum, quos *Bibliopolæ* suis edere recusabant, veluti Applicationem Algebræ ad Geometriam *Guisnei*, vel qui ob raritatem commode haberi non poterant, veluti *Newtoni* Tractatum de quadraturis. Religiosarum ordini adscripsit virgines, quæ ob paupertatem vitam cælibem agere tenebantur. Circa finem A. 1704. emit prædium de *Montmort*, cumque ibi in vicinia degeret Ducissa d' *Angoulesme*, nurus *Caroli IX*, Principem invisens vidit ejus agnatam & filiam lustricam de *Romicourt*. Ejus amore captus Canonicatu sese abdicavit & A. 1706. in arce *Marevil* matrimonium cum eadem iniit, cum ante contractum sponte declarasset, quod 25000 aureorum hæreditatis paternæ consumsisset, quos scilicet maximam partem in pauperes erogaverat. Matrimonio contracto, vitam simplicem & solitariam continuans & applicatione Analyseos ad materiam ludorum tempus consumens, A. 1708. Tentamen analyseos in ludis fortunæ edidit, cujus nonnisi pauca specimina a *Paschalio* & *Hugenio* data probant: quæ enim *Bernoullius* reliquerat sub titulo *Artis conjectan-*

Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

Pag. 477.

Tom. VIII Supplem. Sect. XI. *jectandi*, nondum lucem publicam adspexerant. Cum *Nicolaus Bernoulli*, agnatus *Jacobi* atque *Johannis*, ex patrui opere posthumo MSc. de arte conjectandi ejusdem argumenti dulcedinem quandam percepisset, atque *Montmortium* Parisiis conveniret, hic eum secum in prædium suum abduxit, ubi per tres menses in solvendis problematibus ad hoc argumentum spectantibus tempus omne consumebant. Inciderunt in combinationes admodum complicatas & in series numerorum secundum certas conditiones formatas & ex infinitis terminis compositas, quarum theoria non modo in sublimiori Geometria curvarum, verum etiam in Arithmetica politica, qualem dedit *Petty* Anglus, locum habere possunt. Ægre tulit, quod in Anglia *Moivræus* ederet librum de mensura sortis, quem titulo suo erraffe judicabat, & A. 1714 novam dedit libri sui editionem multo auctiorem & commercio epistolico cum *Bernoulliis*, præsertim *Nicolao*, locupletatam. Præterea commercium epistolicum ipsi intercessit cum *Leibnitio*, *Hallejo*, *Tayloro*, *Craigio*, *Hermanno*, *Poleno*. Cum controversia de invento calculo differentiali & integrali inter *Newtonum* & *Leibnitium* oriretur, continuata post hujus mortem inter Anglos & *Joannem Bernoullium*; judicis subinde personam sustinuit inter adversas partes, quarum utrique erat amicus. A. 1715 tertia vice in Angliam
Pag. 478. excurrit, eclipsin Solis, quæ Londini totalis erat, observaturus: ubi in numerum sociorum receptus. Hoc tamen non obstante, impugnavit attractiones per *Cartesianismum* abolitas & ab *Anglis* resuscitatas. Multæ ipsi controversiæ ea de re intercesserunt cum *Tayloro*, amico singulari. Misit Londinum Tractatum prolixum & valde curiosum de Seriebus infinitis, quem *Taylorus* in Transactionibus A. 1717 imprimi curavit, additionibus quibusdam additis. Anno 1716 in Academiam Scientiarum Regiam receptus, aliud de simili argumento scriptum eidem destinaverat, sed A. 1719 negotiorum causa Lutetias Parisiorum veniens, variolis correptus, d. 7 Octobris vitam cum morte commutavit. Ab aliquo tempore in Historia Geometriæ conscribenda desudabat: sed labori immortuus eandem ad umbilicum perducere non potuit. Maluit rure degere, quam Parisiis, ne a meditationibus concatenatis distraheretur. Sæpius tamen testatus est *Malebranchius*, quod in musæo, ubi problematis intricatis enodandis incumbebat, filiolus ipsius discursitaverit, & instrumenta musica pulsata fuerint, attentione non impedita. Parisiis cum esset, eruditos advenas omni officiorum genere sibi devinxit. Ad iram erat pronus, imprimis quando meditationes interrumpebantur negotiorum domesticorum causa;

hoc tamen non obstante admodum lenis erat & iram aliquis pudor excipere solebat. Bonus erat herus, bonus amicus, bonus maritus, bonus pater omni ex parte. Tom. VIII. Supplem. Sect. XI.

Michael Rollius natus est *Amberti* in Arvernia inferiori d. 21 Aprilis A. 1652. Cum parens mercaturam exerceret, elementis Arithmeticæ tinctum in praxi Juris institui curabat a Notario & Procuratoribus, ut disceret, unde aliquando viveret. Sed hujus rei pertæsus, anno ætatis 23 Parisios venit, pueros artem bene scribendi edocturus. Arithmeticam cum excoleret, præter spem ac intentionem ad ipsam usque Algebram penetravit, quam ad palatum suum experiebatur. A. 1682, ætatis 30, solvit problema ab *Ozanamo* propositum: *invenire quatuor numeros ejus conditionis, ut differentia duorum quorumcunque trium priorum sit etiam quadratus*, longe ultra expectationem propositoris, qui adjecerat, minimos horum numerorum non paucioribus quam 50 notis constare. *Colbertus* ex obscuro protra- Pag. 479. xit *Rollium*, donoque remuneratus est solutionem, quod postea in stipendium fixum abiit. Totum igitur sese Algebræ dedit, tantosque in ea fecit progressus, ut A. 1685 in Academiam Scientiarum reciperetur. Equidem de *Louvois*, cujus filium in elementis Matheseos instituerat, ipsum admovebat stationi, quæ suppeditabat, unde commodius viveret: sed *Algebræ* dulcedine captus ad Academiam Scientiarum redibat, etsi esset res angusta domi. A. 1690 publicavit Tractatum de Algebra in 4, ubi nova methodo (quam vernacula *la methode des Cascades* appellat) æquationes determinatas omnium graduum resolvere docet. Anno sequente Demonstrationem istius methodi edidit, una cum duabus aliis methodis, quarum prima suppeditat media resolvendi easdem æquationes per Geometriam, & secunda media resolvendi plures quæstiones *Diophanti*, hactenus resolutionem non nactas. A. 1699 publicavit Methodos resolvendi quæstiones indeterminatas Algebræ. Prodibat tunc temporis *Hospitalii* Analysis infinite parvorum, quam oppugnare decreverat *Rollius*, nisi Academia Scientiarum silentium eidem imposuisset. Interim tamen animum inimicum prodidit adversus novum calculum *Leibnitii*, & simul Geometriam *Cartesii* in theoria de constructione æquationum impugnavit, hanc *Philippo de la Hire*, illum *Varignonio* & *Saurino* defendentibus. Algebram multa adhuc imperfectione laborare credidit, eamque latius extendi posse, quam vulgo sibi persuadent. Nova prorsus meditabatur elementa Algebræ; sed, quæ Academiæ obtulit specimina, obscuritate plena erant. A. 1703 apoplexia correptus, omne periculum feliciter evasit; sed decem post annos in paralysin incidit,

Tom. VIII Supplem. Sect. XI. cidit, ut in publicum prodire non posset. Obiit d. 8 Novembr. A. 1719, ætatis 68. Iis erat præditus moribus, qui comitari solent homines studiis nimium addictos & a commercio mundi alienos. Locum Geometræ stipendiarii a morte ejus obtinuit Vir Cl. *De Mairan*.

Bernhardus Renau d' Elisagaray natus est A. 1652 in *Bearnia*. Patri ejus erat res angusta domi cum liberorum multitudine conjuncta. *Colbertus du Terron* Præfectus *Rupefortii* (de *Rochefort*) eum quasi filii loco habuit in domo sua & in Mathesi institui curavit. Pauca legit Noster, plurimum meditatus, non in musæo, sed in præsentia aliorum. Plurimum delectatus *Malebranchii* Tractatu de inquirenda veritate. Cum in arte navigandi multum profecisset, commendatione Mæcenatis sui effectum est, ut Dn. de *Seignelai* A. 1679 ipsi procuraret munus apud Comitem de *Vermandois*, summum rei maritimæ in Gallia præfectum. Cum Rex constructionem navium meditaretur, & eo fine omnes navium Præfectos una cum architectis peritissimis *Parisios* evocaret; quatuor mensium consultationibus interfuit. Duæ autem prævaluerunt methodi, quarum alteram dedit *du Quesne*, ob rei maritimæ peritiam celebris, alteram *Reneau*, juvenis adhuc & fama carens. Nihilominus tamen *du Quesne*, præsente Rege, prærogativam ipsi tribuit. Jussit Rex, ut cum Dn. *de Seignelai*, Equite de *Tourville* & Dn. du *Quesne* filio in portus proficisceretur, executioni daturus, quæ ideis materialibus probaverant: ubi non modo architectos navales, verum etiam ipsorum filios instruebat, ut 15 vel 20 ætatis anno efficerent, ad quod alias vix 30 annorum experientia sufficiebat. A. 1680 bello inter *Algerienses* & *Gallos* exorto, novo consilio *Algerium* glandibus majoribus igniariis (quas *Bombas* vulgo vocant) ex navibus projiciendis petendum esse censens, eum in finem novum triremium genus excogitavit & munimentum fortissimum felici successu expugnavit, etsi ausum hunc inter ea referrent, quæ suavia somnia luxuriantium ingeniorum putantur. Invenit etiam novum mortariorum genus, ex quo ad majorem multo distantiam bombas projicere licet, quam ex ordinariis, nempe ex intervallo 1700. hexapedarum Gallicarum. Mortuo summo rei maritimæ Præfecto, a Rege obtinuit, ut missa re maritima in *Flandriam* abiret *Vaubanio* adjungendus. A. 1684 a Rege destinatus fuerat obsidioni *Lucemburgensi*: sed cum Dn. de *Seignelai* ejus opera indigeret in expeditione *Genuensi*, eidem interesse jussus. Urbe glandibus igniariis infestata, missus est in *Catalauniam*, ubi obsidionem munimenti *de Cadaquiers* direxit. Inde redux cum *Vaubanio* egit,

Pag. 480.

fines

fines *Flandriæ* & *Germaniæ* munituro, & A. 1688 cum eodem tribus in Germania obsidionibus interfuit, in quibus omnis periculi aleam ipse subibat, Rege vetante, ne *Vaubanius* eidem sese exponeret. Interea temporis Theoriam suam de manuaria nautica conscripsit, opus hactenus sine exemplo, eandemque A. 1689 publici juris fecit. *Hugenius* propositionem quandam libri fundamentalem condemnabat, *Malebranchio*, & *Joanne Bernoullio*, qui ex iis judicabat, quæ ipsi per literas significaverat *Hospitalius*, a partibus ipsius stantibus. Cum A. 1689 omni fere *Europæ Gallia* bellum indiceret, *Renau* defendit, *Galliam* solam sufficere adversus molimina maritima *Angliæ* ac *Belgii fœderati*, dissentientibusque aliis Regi persuasit. Cum eodem tempore plurima inventa nova ad rem maritimam perficiendam Regi exponeret, & per ideas materiales approbaret, votum in Consilio sanctiori rei maritimæ Præfectuum obtinuit & ejusdem rei inspectionem generalem, una cum autoritate docendi novas praxes, addito stipendio 12000 librarum. Sed antequam diploma expediretur, mortuo Domino de *Seignelai* successit Dn. de *Pontchartrain*: quamobrem *Renau*, novo huic Administro ignotus, missa re maritima, ad *Vaubanium* redire decreverat. Enimvero cum A. 1691 Præfecti rei maritimæ suas de bello istius anni ideas offerrent, Rex ex supremo rei maritimæ Præfecto Dn. de *Pontchartrain* quæsivit, ubinam esset ea, quam dederit *Renau*: & hac occasione ab eodem obtinuit, quod ipsi promiserat Dn. de *Seignelai*. Quamvis autem Rex ejus opera usus in militia navali, eadem tamen quoque usus est in terrestri. *Brestiæ* Duces copiarum navalium novas praxes cum docere intenderet, id parum honorificum sibi reputantes, restiterunt, quare Rex in nonnullos animadvertit, *Renavio* frustra intercedente. In obsidione *Namurci*, cui Rex ipse intererat, socias cum *Vaubanio* operas præstitit. Inde in mare excurrit, *Saumaclovium* servaturus, una cum 30 navibus, quæ post prælium navale se illuc receperant. Cum A. 1693, deliberationibus absolutis, consilium de bello maritimo Rex probasset, *Renau* ab eodem consultus suum denegavit suffragium, additis rationibus, quæ consilii mutationem persuaserunt, nec successu infelici. Cum navem *Brestiæ* constructam juxta propriam ideam adversus piratas Anglos probare constituisset, in duas incidit naves, quæ ex India orientali magnas divitias apportabant. Prælio navali feliciter peracto compos factus erat thesauri adamantum insignis, qui cum ipsi deberetur, retio ingenti permotus, quod quater millena millia aureorum perabat, eundem Regi obtulit, qui ipsi stipendium annuum 00 librarum assignabat, pro difficultate illorum temporum.

Tom. VIII Supplem. Sect. XI. Pag. 481.
Pag. 482.

Tom. VIII Supplem. Sect. XI. Res præclaras in America meditatus A. 1697, ob pestem ibi grassantem statim redire coactus, & secundum, quod meditabatur, iter morte *Caroli II.* Hispaniarum Regis, interruptum. Hinc ejus successor *Philippus V.* a Rege Christianissimo impetrabat, ut in *Hispaniam* mitteretur *Renau*, loca munita magni momenti, veluti *Gades*, firmaturus, quamvis sumtibus necessariis negatis nihil perficeret. A. 1702 navibus *Hispanicis* ex *America* reducibus, in portu *de Vigo* periclitantibus, 30 millena millia aureorum in conspectu quasi hostium inaudita dexteritate servavit, per omnem *Galliciam* conquisitis curribus ultra 4000, quibus illam argenti vim ex navibus exportatam imposuit, antequam hæ in hostium manus inciderent. Multa præclara & prorsus singularia præstitit A. 1704 in obsidione *Heracleæ*, quæ vulgo *Gibraltar* appellatur. Interesse quoque debebat obsidioni *Barcinonensi*: sed cum essent, qui ejus operam magis necessariam prædicarent in *Gadibus* muniendis, illuc sese contulit. Enimvero cum loco 200 millium aureorum, quæ promittebantur, ne obolum quidem ibidem reperiret, fidem suam apud mercatores interposuit, ut sumtus ad publicam utilitatem facerent. Postquam vero facultates suas exhausisset, nec ibi amplius subsistere posset, post continuos quinquennii labores & itinera, rebus omnibus, quas secum habebat, divenditis, ne deessent itineri sumtus, cum unico duplione in Galliam rediit. Et Rex quidem ipsi promittebat, quod servitia in *Hispania* præstita ita censeri debeant, ac si eadem in usum *Galliæ* impendisset. Sed ære alieno tantum non opprimebatur difficillimis istis temporibus, quibus poscere non licebat, quæ ipsi debebantur a pluribus annis. A. 1713 *Joannes Bernoulli*, manuaria nautica accuratius expensa, *Hugenii* adversus ipsum partes amplexus est & per literas contra ipsius propositionem fundamentalem disputavit. Controversiæ finem facturus edidit A.

Pag. 483. 1714 Tractatum de manuaria nautica: sed manus victas nondum dabat *Renau*, quod theoriam *Bernoullianam*, etsi *Renavianâ* magis complicatam, a vera tamen parum utique differre censeret. Inter hæc Ministris fere ac Regi ignotus esse cœpit. At cum *Melitenses* sibi a *Turcis* metuerent, magnus Equitum Magister a Rege Christianissimo petiit, ut *Renavium* defensorem insulæ mitteret. Illuc igitur abitum parabat, sperans fore, ut redux rei suæ familiaris statum Regi coram exponere posset. Enimvero metus *Melitensium* vanus fuerat, & Rex interea moriebatur. Tum Dux *Aurelianensis*, Regentis munere fungens, cui merita ipsius erant perspecta, eum ad dignitatem Consiliarii maritimi evexit, & ejus opera uti decreverat in capiendo experimento onerum juxta methodum *Vaubanianam* distribuendorum,

de

de qua alibi diximus in his Actis. Quoniam vero ab aliquo tempore retentione urinæ laborabat, Ann. 1719 mense Septembri aquæ calidæ haustu largiori remedium allaturus, in febrim, & urinæ retentione aucta, in hydropem incidit. Cumque contra mandatum Medicorum nimia aquæ quantitate continuo sese oppleret, die 20 Sept. A. 1719 vitam absque dolore & cum rationis usu finiit. Ann. 1699 in Academiam Scientiarum fuit receptus, Geometra fere a natura factus. Scripta *Malebranchii* contemtum eruditionis ipsi insinuaverant, nec otium nactus fuerat, ut de ea sibi comparanda cogitaret. Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

C. G. demonstratio Theorematis Fermatiani,

Nullum numerum triangularem præter I. esse quadrato-quadratum.

SCripsit olim Fermatius, in Epistola a Wallisio edita, se id demonstrare posse, demonstrationem vero suppressit, quapropter dignam existimavi quam investigarem. Fingatur (I.) Radix illius quadrato-quadrati $=ab$. ubi a. sit numerus integer. (II.) Quadro-quadrati a^4b^4, quotiens & divisor quicumque reduci poterunt ad ab^2. & a^3b^2. sed (III.) omnes numeri triangulares reduci possunt ad hanc formulam $x(2x+1)$ ubi x. est numerus integer quicumque, ergo illud quadrato-quadratum cui æqualis esset numerus triangularis, haberet divisorem $ab^2. = x$. & quotientem $a^3b^2 = 2x+1$. (IV.) ex prima æquatione colligitur $b^2 = \frac{x}{a}$; ex altera $b^2 = \frac{2x+1}{a^3}$. ergo $a^2 = \frac{2x+1}{x}$. Quoniam vero (V.) a^2. est numerus integer (per positionem primam) & $\frac{2x+1}{x}$ exhibere non potest numerum integrum, nisi fiat $x = \pm 1$. nec quadratum nisi ponatur $x = -1$. quo posito fit ipse numerus triangularis primus $=1$. patet hunc unicum esse quadrato-quadratum. Pag. 484.

Pæne superfluum est monere hanc demonstrationem extendi tum ad omnes series numerorum hujus formulæ $x(\pm 1 + ex + fx^2 + gx^3 + \&c.)$ ubi x. sit exponens terminorum; $e. f. g.$ &c. sint numeri integri vel o. (præter unicum casum, si omnes ponerentur $=0$. quo casu series ipsa transiret in $\pm x$) tum etiam ad excludendos numeros ulteriorum potestatum parium, ita, ut nul-

Tom. VIII Supplem. Sect. XI. nullus istarum serierum terminus excepto termino primo possit fieri quadrato-quadratus, nec sextæ nec decimæ nec ullius potestatis paris præter quadratam.

De triangularibus vero & hoc affirmari potest, si eorum quicumque = T. ponatur, T + 2. non esse quadratum; T + 3. non esse numerum potestatis quintæ; T. + 4. non esse numerum potestatis octavæ nec decimæ; T + 5. non esse quadratum; quibus multa similia addi possent, sed horum demonstrationes non ex eodem, quo superior illa, fonte derivantur, ut facile agnoscent qui naturam numerorum penitius scrutati fuerint.

JO. RIZZETI RESPONSIO

Ad G. FR. RICHTERUM, de Optica Newtoniana;

(*Vid. Act. Erud. Mens. Jan. 1724. p. 289 & supra, Sect. III, V, VII.*)

IN postremo Schediasmate, quod egregius Richterus de Optica Newtoniana Actis Lips. demandavit, plura sunt, quæ ad controversiam faciunt, & ut disputationi finem imponam, de his volui præstantissimos viros Regiæ Societatis Londinensis in epistola consulere. Alia quædam supervacanea videntur, quæ falsitate vel paralogismo laborant; & ut veritati in omnibus faveam, de his cum Adversario pro hac vice agere statui.

Pag. 485. 1. Licet objectorum inæqualiter distantium imagines nequeant in oculo, ob veterem refractionis legem, simul distinctæ exhiberi, eximius tamen Richterus eadem objecta uno oculorum actu simul distincta percipi vult. Hanc sententiam experimento confirmat; nam si aspicitur Luna, interposita quavis re, quæ sit paulo amplior capillo, ac exiguo intervallo ab oculo distans, Lunam refert ac simul rem interpositam uno obtutu distincte videri; quamvis in oculo imago distinguatur unius & confundatur alterius. Verum est ac nemini latet, quod, si in oculo imago unius distinctione donatur, imago alterius confusione inficitur; & falsum esse videtur, rem utramque uno obtutu apparere distinctam. Etenim inter Lunam & oculum filo ferreo interposito, dum acies in Lunam intenditur, filum confusum apparet, & maculæ in Luna aliqua distinctione perspicuæ: acie vero in filum conversa,

versa, hoc cernitur distinctum, & Luna magis quam antea confusa. Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

2. Licet res inæqualiter remotæ æqualiter inspiciantur distinctæ, ut extremitates virgæ *a*A, quarum una magis ab oculo quam altera distat, doctiss. tamen Richterus unius vel alterius imaginem in oculo vult ob veterem Refractionis legem confundi. Hanc sententiam confirmat calculo: incidentibus enim radiis punctorum *a*A ex humore aqueo in chrystallinum B*b*, & ex chrystallino in vitreum, si distantia fuerit *a*M $10\frac{5}{12}$, & AM 104 digitorum Rhinl. is elicit calculo distantias focorum, illius scilicet *em*, pertinentis ad punctum *a*, $\frac{3109}{14032}$, & alterius *em*, pertinentis ad punctum A, $\frac{13167}{72456}$ ejusdem digiti, & proinde ipsorum focorum differentiam *ce* ($\frac{1}{105}$ digit.) satis notabilem, ut in oculo confundatur imago unius aut alterius extremitatis virgæ; quamvis utraque simul pulchre discerni queat. Vid. Act. Er. Jan. 1724. Tab. I. Fig. 1.

Geminas virgæ extremitates, quarum una distat ab oculo $10\frac{5}{12}$, altera 104 dig. Rhinl. simul pulchre discerni posse, nescio an certe affirmandum sit; scio potius paralogismum olere calculum Richterianum, quo elicitur differentia focorum in casu proposito $\frac{1}{105}$ dig. Supponitur primum in calculo Richteriano, radios punctorum *a*, A, incidere ex humore aqueo in chrystallinum tanquam fluentes ex punctis *a*, A. Quia vero scimus, eos prius incidere ex aere in corneam, & ex hac in humorem aqueum, agnoscimus quoque ipsos a cornea & ab aqueo humore refractos incidere in chrystallinum, tanquam conspirantes ad duo quædam puncta axis A*e*, ultra *e* continuatæ. Nec dicendum est, nil referre, quod ipsi radii in chrystallinum incidant fluentes ex punctis *a*A, aut conspirantes ad duo puncta ultra *e*; ex aere enim in densiorem lentem B*b* radiantibus geminis punctis *a*, A, quorum imagines principaliter depingantur, illa sc. puncti *a* in *e*, & illa puncti A in *c*, si materia lentis in rariorem mutata, superius inducatur stratum materiæ densioris aere, & rarioris illa lentis, ita, ut maneat punctum *c*; adhibito calculo inveni, punctum *e* accedere ad punctum *c*. Supponuntur iterum in calculo Richteriano refractiones geminæ, alia ex aqueo in chrystallinum, altera ex chrystallino in vitreum. At quia scimus, chrystallinum compositum esse ex innumerabilibus stratis materiæ interius densioris semper atque densioris, innumerabiles quoque refractiones esse non ignoramus. Nec dicendum est, nil referre, quod sint refractiones geminæ vel plures; in lentem enim B*b* ex una eademque materia confectam radiantibus, ut prius, geminis punctis *a*, A, quorum imagines principaliter depingantur, hoc est illa puncti *a* in *e*, & illa puncti A in *c*, si materia lentis mutatur in densiorem interius & rariorem exte- Pag. 486.

Tom. VIII Supplem. Sect. XI. exterius, ita ut maneat punctum e, adhibito calculo inveni (ut alias memini) punctum c puncto e appropinquare. Paralogismum igitur ex duplici causa Richterianus calculus olet, & quia radii punctorum a, A, non incidunt in chrystallinum tanquam fluentes ex punctis a A, sed tanquam conspirantes ad duo axis puncta ultra e, & quia radiis in chrystallinum ingredientibus, & e chrystallino egredientibus, refractiones non geminæ sed innumerabiles fiunt. Unde intelligitur, differentiam focorum ex duplici causa esse minorem illa quam Adversarius ex suo calculo elicuit.

3. Huic suo calculo nimis confidenter insistens is addit, quod si punctorum variis coloribus dense expressorum inspiciatur copia, e perexiguo unius duorumve pedum intervallo, ac pilus Pag. 487. interponatur minus ab oculo distans; conversa ad hunc ipsum acie, libera ab obscuritate & confusione sentiantur ea puncta, quorum imagines is putat in oculo ita distinctas non esse, ut illam pili. Verum est ac cunctis patet, quod acie ad pilum conversa imagines punctorum nequeant ita distinctæ depingi ut illa pili; at falsum esse videtur, libera ab obscuritate & confusione puncta sentiri. His enim ab oculo distantibus intervallo duorum pedum, & pilo intervallo dimidii pedis, si oculus ad pilum intenditur, hic utique distinctus apparet, at punctorum colores confusione inficiuntur.

4. Cum dixerim, capillum per quæcunque prismata inspectum aut penitus ex oculo amitti, aut evidenter perturbatum exhiberi, negat hoc Nobiliss. Richterus contingere in illis pris- L.c.p.36. matibus, quorum superficies non majori angulo quam paucorum graduum ad se invicem inclinantur. Verum est, quod si prisma adhibetur, cujus angulus refringens est unius aut duorum graduum, vix levia quædam vestigia aberrantis luminis deteguntur. At absit consequentia, quam Adversarius deducit. In punctis (ait) b & L lens BbL convenit cum prismate adscripto bKL, in aliis punctis cum aliis prismatibus, in ipso vero axe Mm cum vitris parallelarum superficierum. Quapropter eam particulam capilli, quæ conspicitur per puncta lentis b & L, perinde ut per prisma bKL; quæ per puncta M & m, non secus quam per vitra parallelarum superficierum; quæ denique per puncta alia, etiam alio modo apparere fas est. Is putat, singulas objecti particulas inspici per singulas alias lentis particulas; unde dicuntur aberrationis immunes illæ objecti particulæ, quæ inspiciuntur per lentis particulas axi propinquas; illæ scilicet quæ refringuntur a prismatibus superficierum paralle-

lelitarum, vel ad se invicem inclinatarum sub angulo gradus unius vel dimidii. Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

Absit hic ratiocinandi modus; in oculum enim Bb radiante objecto quovis, non depinguntur singulorum punctorum imagines a singulis radiis per singula loca pupillæ transeuntibus, sed imago puncti cujuslibet depingitur ab omnibus radiis transeuntibus per totam superficiem pupillæ. Singula igitur objecti puncta non aspiciuntur per singulos radios, hoc est, per singula puncta pupillæ, sed punctum A, vel quodlibet aliud, aspicitur per omnes radios in totam pupillæ superficiem incidentes. Si de hoc Adversarius certior fieri vult, lucidum objectum inspiciens, exiguum foramen (tanquam unicum punctum) apponat cuilibet parti pupillæ; & cum videat, objectum semper in conspectu manere, inde colligat, universa puncta objecti per singula puncta pupillæ, oculo per foramen inspicienti apparere. Quod si ita est, manifeste patet, singula objecti puncta per universa pupillæ puncta oculo nudo videri. Cum iterum, oculo per foramen inspiciente, rem videat objectam lumine inopem, & oculo nudo illam videat lumine divitem, ab hoc confirmatum agnoscat, quod in primo casu per radios pauciores, hoc est, per exiguam partem pupillæ, & in secundo per plures, hoc est, per totam pupillam, singula objecti puncta inspiciantur. Ob id tamen eruditiss. Adversarius sua laude fraudandus non est; elisis enim difficultatibus, quas ille fecit, magis patet, quid sit de Optica Newtoniana sentiendum. Pag. 488.



G. FRID.

Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

G. FRID. RICHTERI

De Praecedente Schediasmate Rizzetiano Monitum.

Etiamnum suis dubiis contra Opticen Newtonianam inhaerens nobilissimus Italus, ad ea, quae ipsum novissime admonui, (*Act. Jan.* 1724.) nova plane ratione nunc respondet. *Divisis* enim argumentis meis bifariam, illa, quae imprimis ad rem facere opinatus est, in Epistola ad illustrem Societatem Regiam Londinensem, simul cum suis animadversionibus, exposuit, arbitrioque celeberrimae hujus Societatis controversiam ita subjecit nostram, ut, si forte rejectus vel condemnatus fuerit, sibi non defuturus, sed ad aliud tribunal provocaturus videatur. Cetera, quae in schediasmate meo supervacanea numeravit, hoc est, ut ipse interpretatur, quae *falsitate vel paralogismo laborare*, censuit, de iis agere mecum in praemisso scripto decrevit. Accepimus quidem ab Auctore etiam exemplum epistolae paullo ante laudatae, sed exhibere illam dubitavimus, cum quod longa est & pleraque complectitur jam alibi apposita, tum quod, quae coram tribunali Londinensi agi debent, nostris inserere Actis, praesertim ante pronuntiatam sententiam, insuper habemus. Et quamquam mihi proclive esset, ad omnia respondere, quae ibi sunt allata, satius tamen existimo, atque ad componendam litem opportunius, ut in sententia electi ab ipso adversario judicis sapientissimi acquiescam. Pauca saltim exempli caussa attingere liceat.

Pag. 489.

Cum demonstraverim, (*Act. Jan. p.* 297.) quid ita chartae bicoloris pars rubra magis quam coerulea attolli videatur, angulo refringente prismatis sursum converso, & tela candida substrata, etiamsi radii coerulei revera magis quam rubri refringantur, ut supposito pro tela candida panno nigro patet; nihil me demonstrasse, sed *principium petiisse* Nobiliss. Adversarius contendit: nam se invertere ratiocinium, eodemque modo demonstrare posse, quid ita chartae bicoloris partem coeruleam magis quam rubram attolli conspiciamus, substrato panno nigro, etiamsi radii rubri revera magis quam coerulei refringantur, ut supposita tela candida pro panno nigro patere videatur. Scilicet quid inter album atrumque intersit, fingit se nescire Vir & eruditus & opticarum rerum peritissimus. Nam si nigredo color plane nullus est, sed defectus coloris omnis, omniumque lucis radiorum, si proinde coloratus ille limbus, qui circa fines albi & nigri per pris-

prismata apparet, e solo albo nascitur, profecto ab alba charta KLMN, ad bicolorem applicata, afferri ejusmodi limbum posse, & charta vero vel re quavis nigra non modo nihil afferri posse, sed & obtecta albedine, si qua prius circumjecta fuit, omnem extinguendum limbum, inde ortum, & fines chartæ bicoloris puros plane atque illibatos relinquendos esse, constat. Tom. VIII Supplem. Sect. XI. Vid. Act. Jan. 1724 Tab. I. Fig. 2.

Dixi, (*p.* 295. *l.c.*) corpus opacum nec politum radios quaquaversum reflectere, qualescunque illi fuerint, & quacunque inclinatione inciderint: hoc enim & natura ipsa ejusmodi corporis, & differentia, quæ inter illud atque speculum intercedit, & communissima experientia, cum longe lateque tale corpus cerni possit, perspicue testatur, & præter Nobiliss. Adversarium nemo it infitias. At ille distinguendum ratus inter colores corporum permanentes, qui a lumine directo illustrantur, atque inter apparentes, qui a refracto producuntur, concedit, corpus scabrum & opacum, lumine directo illustratum, radios quaquaversus reflectere, ceterum in corporibus refracto lumine coloratis easdem valere leges dubitat. Sed, ut omittam, quæ de ipsa distinctione inter colores permanentes atque apparentes commemorari possent, quam longe & late cernitur pars quælibet parietis vel chartæ, alba & directo lumine collustrata, tam longe & late eandem, refracto per prisma lumine coloratam, videri certum est; & quæ causa efficit, ut directi luminis radii quaquaversus dispergantur, eadem neque illos, qui ante appulsum per prisma sunt refracti, ad æquos reddi flexus sinit. Interim dubitationem Viri optimi nihil miror; qui, ni dubitaret, victus esset. Pag. 490.

Aberrans stellarum lumen per telescopia meliora observatum satis accurate cum dogmate & calculo Newtoniano convenire, aliquoties admonitum est. Contra id novam & inprimis validam objectionem sibi reperisse videtur ingeniosus Adversarius. Negat enim, *considerasse Newtonum*, *quod lumen in casu proposito*, non ab uno vitro telescopii majore, quod *obiectivum* appellamus, sed *a lentibus saltem geminis*, *& postea ab oculi humoribus refringeretur*; ob eamque causam Illustris Viri calculum sine dubitatione *paralogisticum* pronuntiat. Sed ipse potius rem non satis attente consideravit Rizzetus. Nam cum stella per tubum astronomicum aspicitur, non sane per utrumque vitrum pari conditione spectatur. Vitrum *objectivum* imaginem stellæ circa focum exhibet; atque hanc imaginem per lentem oculo obversam intuemur. Jam si quid per vitrum non nimis globosum, hoc est, quod non nimis magnum sphæræ sit segmentum, e justo intervallo intuemur, aut nullam aut non numerandam luminis aberrationem observari, & experientia do-

Tom.VIII Supplem. Sect. XI. cet, & alibi a nobis (*p.* 296 *l. c.*) ratione demonstratum est. Ergo lumen aberrans, quod per telescopium satis exquisitum circa stellam animadvertitur, ad solum vitrum *objectivum*, quo imago repræsentatur, non ad *oculare*, per quod imaginem illam aspicimus, referendum esse patet: nam quod ad oculi humores attinet, eos sane interposito telescopio, non magis

Pag. 491. quam si nudi sint, vel efficere vel augere istam aberrationem fas est.

Sed vereor, ne, si plura ex literis Cl. Rizzeti ad Societatem Angl. afferam, parum stare promissis meis videar. Igitur ad alterum Autoris schediasma, quo mecum se acturum diserte profitetur, nunc accedo, singulis IV membris breviter & perspicue responsurus.

Ad memb. 1 & 3. Hic parum mentem & verba mea percepisse Virum doctissimum, vel inde constat, quod me statuere meminit, inspectis e perexiguo intervallo punctis coloratis, piloque interposito, & conversa ad eum acie, *libera* ab obscuritate & confusione puncta ista sentiri. Immo *vero plane* contra est: *non magis* illa puncta ab obscuritate libera sentiri dixi, (*p.* 291) quam camporum flores, quos ipse proposuerat. Nempe hæc mea est sententia: cum quæritur, an foci radiorum rubrorum ac cœruleorum inter se distent, hoc est, an aberratio luminis Newtoniana vera sit, experiendum tentandumque illud esse vitris majoribus, non minoribus, nedum nudis oculis. Quod ut re simillima confirmem, provoco ad focos radiorum, a punctis inæqualiter remotis advenientium, quos focos pariter inter se distare, non oculis nudis, sed vitris majoribus experiendum est. Si, interposito tali vitro, in tabula alba excipiuntur imagines duarum candelarum ardentium, quarum altera paucos saltem pedes longius a vitro distat quam altera, discrimen focorum luculentissime percipitur: nam ubi una imago distincta apparet, ibi alteram adeo confusam cernimus, ut nihil minus *quam imago* candelæ esse videatur. At nudis oculis utramque intueri, citra ejusmodi confusionem, satis clare licet. Concedit hoc Rizzetus in rebus quæ exiguo paucorum pedum intervallo a se invicem absunt, negat de iis, inter quas major est intercapedo: nam flores campi, ex intervallo XX circiter passuum, nudo oculo confusissimi apparent, inquit, si acies ad capillum dirigatur, qui campum inter & oculum locatus, uno circiter pede ab hoc remotus sit. Ego vero, ut demonstrem, id non tam majori distantiæ, quam potius multitudini ac varietati florum, intentoque oculorum actui, imputandum esse, duo affero experimenta: unum de punctis coloratis, quæ paucorum pedum intervallo ab oculo

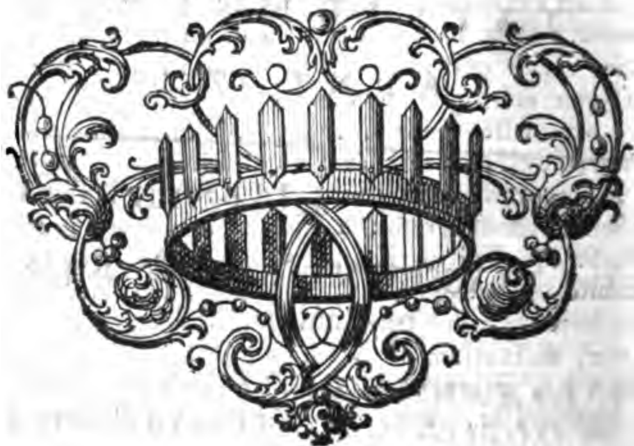
oculo piloque remota, propter varietatem intentamque in pilum aciem, non minus confusa apparent, quam camporum multo magis remoti flores: alterum de rebus simplicioribus, quæ quanquam X, XX, atque etiam longe plures passus inter se distant, tamen, propter illam simplicitatem minusque intentam oculorum vim, uno spectari obtutu sine confusione solent. Quis enim non experitur toto die, sive in conclavi sedeat, sive per plateas ambulet, sive in patentibus versetur campis, sive terrena intueatur, sive cœlum suspiciat, dummodo non affigat oculos ad certum punctum, se multas res, quantumvis inæqualiter distantes, uno visionis actu, prospicere satis clare ac distincte posse? Cum luna per fenestram, aut prope domum aliquam vicinam apparet, quis est, qui oculis integris, lunam, domum, fenestram, simul videre absque obscuritate & confusione nequeat? Quod si acies magno conatu in exiguam lunæ maculam, aut in domus fenestræve particulam intenditur, agnosco sane circumpositarum rerum obscuritatem quandam, sed ejusmodi obscuritatem, quæ a confusione imaginis, per lentem vitream majorem ultra vel citra justum focum exhibitæ, etiamnum satis differt. Tom. VIII Supplem. Sect. XI. Pag. 492.

Ad memb. 2. Hoc loco calculus meus nequicquam reprehenditur. Scio, radios per tunicam corneam itemque per humorem aqueum prius refringi, quam ad crystallinum perveniunt: sed hoc jure neglexisse videor, cum quod calculum nimis perplexum evitare sum conatus, tum quod illud egi, non ut spatiolum *ce* accuratissime definirem, (*pag.* 291,) sed ut saltem notabile esse commonstrarem; si nimirum eodem modo in oculo sese res habere, ut in vitris opticis, assumitur. Quod si ex intima natura oculorum, atque imprimis ex nova sua doctrina, de inæquali densitate humoris crystallini, demonstrare potest Vir præstantissimus, distantiam focorum *ce*, a distantia punctorum radiantium A & *a* exortam, usque adeo in oculis contrahi, ut vix amplius notabilis sit, facile id quidem patior, quanquam ipsam demonstrationem & calculum expecto, sed dubitandum non est, quin una opera demonstrare liceat, distantiam focorum, a diversa radiorum *refrangibilitate* ortam, æque contrahi; ac proinde nudos oculos, ad ostendendas illas focorum differentias, neutro casu, pro consuetis vitris opticis substituendos esse. l. c. Fig. 1. Pag. 493.

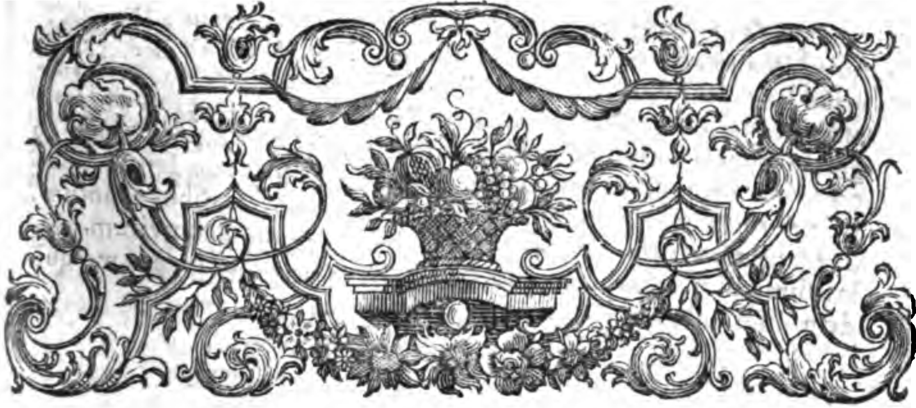
Ad memb. 4. Cum per simplex vitrum opticum res quælibet justo intervallo aspicitur, singulas istius rei particulas per singulas vitri particulas aspici certissimum est. Atqui si satis mea verba consideraffet Adversarius, nihil aliud me dicere (*p.*296) intellexisset. Non pertinet demonstratio, qua usus sum, ad lentem oculi crystallinam, sed ad lentem e vitro vulgari conflatam;

Tom.VIII Supplem. Sect. XI.

non pertinet ad lentem, cum circa focum ejus imago rei cujusque depingitur, sed cum per eam directe res spectatur. Depictis enim, vel in fundo oculi per humorem crystallinum, vel in tabula accommodata per lentem opticam, rerum imaginibus, imaginem puncti cujuslibet, non a radio quodam singulari, sed ab omnibus depingi radiis, qui a puncto illo in totam lentis superficiem illabuntur, mysterium est, ne quidem tyronibus ignotum. Sed aberrans nescio quod lumen fallere nonnunquam virum oculatissimum videtur. Atque hic controversiæ nostræ per me quidem finis esto.



EXCER-



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS ANNI 1725.

OBSERVATIO LUNARIS ECLIPSIS

Habita ULYSSIPONE in Palatio Regio die 1. Novembris 1724.

A PP. JOHANNE BAPTISTA CARBONE, & DOMINICO CAPASSO Soc. Jesu.



Bſervavimus hanc Eclipſin Teleſcopiis, altero quidem Pedum Pariſinorum 8, ſed clariſſimo, altero 10, ſed minus claro: utroque tamen lunares maculæ perfectiſſime diſcernebantur. Ad temporis dimenſionem uſi ſumus Horologio oſcillatorio, vulgo *Pendula*, ſatis exacto; pluribus ante diebus in ipſo obſervationis loco firmato, & quotidiano examine per meridianam lineam, ibidem a nobis jamdiu inventam, & pluries examinatam, ad medium Solis motum quam proxime reducto. Nocte

Act. Erud. An. 1725 M. Febr. Pag. 75.

Act. Erud. A. 1725. M. Febr. ctæ vero ipsius Eclipsis ter illud ad trutinam revocavimus, ut ejus a vero tempore discordiam deprehenderemus. Primo in transitu *Fomahantis* per Meridianum, Hor. 8 M. 17 Sec. 18. Secundo in transitu *Rigel* seu *Pedis Lucidi Orionis* Hor. 2 M. 35 Sec. 21. Tertio in transitu *Sirii* Hor. 4 M. 4 Sec. 40. (Ascensiones rectæ deductæ sunt ex Tabulis Hirianis.) Invenimus autem Horologium tardius incedere secundis tantum 7, quæ jam addita sunt momento Observationis mox apponendæ.

A Solis occasu usque ad mediam noctem nubes ac pluviæ cœlum nobis identidem adimebant. Ventus tamen sub horam 1 illud nobis satis clarum restituit, eoque usi sumus ad horam prope tertiam.

Temp. Ver. Hor.	′	″	
1	38	0	Penumbra incipit esse sensibilis.
1	41	0	fit spissior.
1	43	29	fit spississima.
1	47	45	Umbra incipit.
1	49	25	Discus Lunæ apparet deficiens.
2	0	16	Umbra pertingit ad *Aristarchum*.
2	0	39	pertingit ad *Platonem*.
2	1	10	*Aristarchus* totus in Umbra.
2	6	22	*Architas*
2	8	7	*Aristoteles*
2	0	29	*Pitheas*
2	11	28	*Galilæus*
2	13	22	Umbra ad litus Orientale *Maris Serenitatis*.
2	15	34	*Endymion* immergitur totus.
2	18	2	*Copernicus* incipit immergi.
2	20	7	totus in Umbra.
2	21	5	*Possidonius* incipit.
2	22	8	totus latet.
2	27	49	*Ricciolus* incipit.
2	31	56	Umbra pervenit ad *Grimaldum*.
2	34	37	Ad Litus Boreale *Maris Crisium*.
2	37	17	*Proclus* immergitur.
2	40	0	*Nubes supervenit, quæ Lunam omnino tegit, diuque videtur duratura.*
3	25	0	*Nubes discedit. Jam autem ex Umbra emerserunt* *Grimaldus* *Ricciolus* *Keplerus* *Galilæus.*

Pag. 76.

Ari-

Act. Erud. An. 1725. M. Febr.

Temp. Ver.			
Hor.	′	″	
3	29	2	*Aristarchus* emergit.
3	30	30	*Copernicus* incipit emergere.
3	31	34	totus extra Umbram.
3	39	18	*Pitheas* emergit.
3	47	46	*Timocharis*.
3	54	57	*Archimedes*.
3	57	18	*Plato* incipit emergere.
3	58	59	emergit totaliter.
4	2	0	*Nubecula iterum Lunæ aspectum nobis adimit*.
4	6	0	*Jam Luna restituitur*.
4	8	15	*Aristotelis* totalis emersio.
			Nubeculis identidem Lunam occupantibus reliquarum macularum emersiones exacte observari nequeunt.
4	20	36	Finis Eclipsis, *tardius fortasse visus ob tenuem vaporem interpositum*.
4	26	0	Desinit Penumbra spissior.
4	28	0	Desinit Penumbra sensibilis.

Peculiari profecto cura, ac ea qua fieri potuit diligentia Eclipsin hanc observare conati sumus; non modo ut nostri muneris partes pro modulo nostro impleremus, quippe Mathesi, ac præcipue Astronomicis observationibus hic addicti, verum etiam, ut Serenissimi Regis ingenio plenius, ut par erat, indulgeremus. Valde enim ipse in hujusmodi observationibus delectatur, ad easque perfecte instituendas, copiosam nobis Instrumentorum supellectilem, munificentia vere Regia, suppeditavit. Neque vero aut iisdem observationibus interesse; aut Observatorem se nobis identidem adjungere dedignatur; illud unice semper sollicitus, ne, vel minimum, a rectitudine aberretur. Hoc igitur acti stimulo nec diligentiæ pepercimus, nec labori, quo tanti Principis ingenio hæc nostra observatio responderet. Accessit & alia qua dudum tenebamur cura, novis, ac clarioribus confirmandi argumentis hujusce Urbis Longitudinem, vel certe ejusdem cum præcipuis Europæ Meridianis differentiam; itemque explorandi, an aliorum Tabulæ Astronomicæ, ad hunc Meridianum reductæ per inventas hactenus differentias, perfecte cœlo congruerent? Ex quo enim Ulyssiponem pervenimus, ubi jam alterum egimus annum, nulla contigerat Lunæ Eclipsis supra nostrum Horizontem conspicua. Duæ vero Solares, altera die 8 Decembris anni 1722, altera 22 Maii labentis anni, oppositis undique nubibus, observari nullatenus potuere. Jam autem repe- Pag. 77.

Act.Erud. An. 1725. M. Febr. petitis hoc biennio observationibus tum Immersionum, tum Emersionum intimi Jovis Satellitis, proxime deprehenderamus, saltem quoad minuta prima, differentiam inter hujusce Urbis, seu verius hujusce Regii Palatii, ac Regii Parisiensis Observatorii Meridianos: minuta nempe horaria 48. (Mox ubi recepimus observationes habitas in eodem Observatorio, deprehendere poterimus & secunda, quæ hic diligenter notavimus.) Hac igitur usi differentia præsentem Eclipsin supputavimus ex Tabulis Hirianis. Tum autem mihi, tum P. Dominico Capasso eadem quantitas, idemque pene temporis momentum pro Initio, Medio, ac Fine Eclipseos prodiit: mihi nempe Init. Hor. 1 m. 48 sec. 4, Medium, Hor. 3 m. 3 sec. 59, Finis, Hor. 4 m. 19 sec. 54, illi vero, Init. Hor. 1 m. 48 sec. 0, Med. Hor. 3 m. 3 sec. 58, Fin. Hor. 4 m. 19 sec. 56. Quantitas utrique Digit. 6 min. 53. Sufficiens proinde argumentum erat, quod recte Pag. 78. Tabulis uterque usus esset; atque illud unice expectandum, ut cœlum pariter supputationibus responderet. Quanquam ex nonnullis Ephemeridibus aliter futurum deducebatur. *At revera quam* proxime respondit (neglectis scilicet tantum secundis) ut ex ipsa patet observatione.

Fateor tamen, nec me multum fidere hujusmodi observationibus Lunarium Eclipsium, quod attinet ad secunda definienda. Adeo enim male terminata apparet terrestris Umbra, ut ejus, ac spissioris Penumbræ confinia illico discernere difficile admodum videatur. Hinc non abs re fore putaverim, nonnullas hic subtexere observationes Immersionum, atque Emersionum intimi Jovis Satellitis, ex iis, quæ præsertim hoc anno habuimus; nam multas præteriti anni in promptu non habeo. Duas tantum memini, & alibi etiam adnotata invenio, quibus scilicet usus est Clarifs. V. & Illustrifs. Dns. Franc. Blanchinus, ad determinandam differentiam inter Meridianos Ulyssiponensem ac Urbinensem. Has igitur tantum ex præterito anno subnectam.

Observationes Immersionum, ac Emersionum Intimi Jovis Satellitis, habitæ Ulyssipone in Palatio Regio, & in Collegio Divi Antonii Soc. JESU.

Act. Erud. An. 1725. M. Febr.

Regium Palatium, ac Collegium sunt in eodem omnino Meridiano. Omnes observationes habitæ sunt Telescopio palmor. rom. 30 Josephi Campani.

	H.	′	″
1723.			
Emersiones.			
Die 23. Julii	7	47	0
Die 7 Septembr.	8	21	48
1724.			
Immersiones.			
Die 8 Jun. *mane*	2	3	28
Die 15	3	56	27
Die 30	2	8	51
Emersiones.			
Die 2 Sept.	9	36	57
Die 9	11	34	26
Die 25	9	59	21
Die 4 Octob.	6	26	44
Die 18	10	21	20
Die 3 Novemb.	8	42	30

Histoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCXXI.

M. Mart. Pag. 107.

h. e.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM Anni 1721, cum Commentariis Mathematicis & Physicis ejusdem Anni.

Parisiis, ex typographia Regia, 1723, 4. Alph. 2 plag. 9 Tabb. æn. 17.

IN *Physica generali* inter petrefacta in Gallia reperta duo prorsus singularia producit in medium de *Jussieu*, granum scilicet arboris tristis, quæ nonnisi in insulis Canariis atque Indiis orientalibus efflorescit, in Itinerariis decantata, & maxillam piscis Sinensis. Probat *Fontenellius*, quod *Leibnitium* sensisse constat, historiam globi nostri terraquei deperditam aliquando ex istiusmodi fossilibus restitutum iri. D. 27 Febr. anni 1723 ab hora tertia pomeridiana usque ad quartam *Maraldus* quatuor parhelia obser-

Act.Erud. observavit & phænomenon observationibus *Lycosthenis*, *Hevelii*
An. 1725. atque *Zahnii* conforme deprehendit. Ceterum probat *Hugenia-*
M. Mart. *num* de eodem systema, *De Mairan* suspicatur, unum tantum
Pag. 108. esse parheliorum phænomenon; diversitatem vero inde oriri,
quod ex defectu materiæ refractivæ subinde tantum partes vi-
deantur. Idem *Maraldus* auroram borealem observavit aliquoties
anno 1720 mensibus Februario, Martio, Novembri atque Decem-
bri, & d. 17 Febr. anni 1721. Hoc phænomenon apparere arbitra-
tur, si plures anni sicci se mutuo consequantur, inductione obser-
vationum confisus. *De Reaumur* in genesin silicis inquirit, quo
ad excitandum ignem utimur. Cum silices inter lapides commu-
nes & in silicibus chrystallos repererit, eandem omnium lapi-
dum, quos in tria ista genera partitur, originem esse censet; di-
versitatem nonnisi ex accidente oriri. Distinctam *Succi lapidi-
fici* notionem exhibet, quem consistere statuit in sabulo quodam
subtilissimo aquæ permixto. Si particulæ hæ exiguæ successive
deponantur, oriri chrystallos. Sabulum istiusmodi posse formari
solo aquæ in lapides irruentis attritu. Quodsi succus lapidificus
sabulum atque arenam irretit, lapides nascuntur communes; si
vero lapides communes spongiosi succum lapidificum attrahant,
silices oriuntur. *De Mairan* perficit meditationes suas de causa
generali frigoris hiberni & caloris æstivi, quas in Commentariis
anni 1719 proposuit, dum accuratius determinare docet quanti-
tatem luminis ab atmosphæra intercepti pro diversa Solis altitudi-
ne. Idem describit varios silices, & repetitis ope hodometri ob-
servationibus didicit, passus in ascensu esse longiores, in descen-
su breviores, cujus rei rationem ex situ crurum in ascensu & de-
scensu diverso reddere conatur. D. 1 Junii seu ipso die Pente-
costes Sol instar Lunæ absque radiis visus Parisiis & in locis vici-
nis, aere licet sereno. *De Mairan* observavit, colorem cœli fuisse
obscurum, qualis nocte serena observatur. Quidam mane So-
lem viderant obscuratum, ita ut eclipsin pati ipsis videretur. Ob-
scuritas ejus diei similis ipsi apparuit cum ea, quam d. 12 Maji A.
1706 in eclipsi Solis totali notavit. *Cassinus* idem phænomenon
in Picardia eodem tempore vidit, & de *Louville* autor est, quod
Pag. 109. etiam visum fuerit Arvernis & Mediolani. Prostat de hoc phæ-
nomeno dissertatio non inelegans physico-historica Cl. *Thummigii*.
In Insula *S. Michaelis*, quæ est Acorum una, cum terræ motus
perciperetur, ad 28 circiter milliarium Gallicorum distantiam in-
ter eam & *Terceram* apparuit torrens ignis, qui duobus novis sco-
pulis ortum dedit. *Maraldus* quantitatem aquæ pluvialis A. 1720
reperit 17 digitorum & 2 linearum, & mense Septembri atque d. 2
Jan. 1721 declinationem acus magneticæ 13 graduum versus occa-
sum.

sum. *De Reaumur* de consiliis meditatur lignorum proventum augmentandi, cum etiam in Gallia metuant damna ex defectu. Act.Erud. An. 1723. M. Mart.

In *Anatomicis* tunicam internam intestinorum tenuium examinat *Helvetius* una cum nervosa & carnosa. Internam negat esse villosam; affirmat esse papillosam. Villos nonnullis visos esse papillas dissectas. In tunica carnosa præter fibras circulares deprehendit etiam longitudinales, sed valde tenues: quæ ratio, cur vulgo non fuerint animadversæ. Circulares quæ dicuntur, integram perimetrum non absolvunt, nec in se redeunt ad spiram accedentes. Membranam nervosam non ex fibris nervosis, sed tendineis esse contextam, oblique se mutuo intersecantibus. *Winslow* sistit puerum ex imaginatione matris absque oculis natum. Idem observationes aliquot circa mechanismum musculorum oculi, de iride & porositate tunicæ corneæ communicat.

In *Chymicis* alcali salis Armoniaci volatilius esse docet Lemery phlegmate sive aqua, immo spiritu vini; Salia autem volatilia alcali cum acido unita volatilitatis minorem gradum acquirere, ita ut volatilitati aquæ æqualis fiat, nec ipsa vi caloris nisi cum hoc elevari possint. Quodsi vero ab acido liberentur, eadem ante phlegma in forma sicca elevari. *Godofredus* junior salia plantarum essentialia sub examen revocat. Miram hic occurrere notat naturæ varietatem, cum sal essentiale non in integra planta, sed nunc in radice, nunc in cortice, nunc in floribus, nunc in fructibus reperiatur, immo ne in his quidem partibus integris, verum in aliis minoribus. Imprimis autem notatu dignum est, quod oleum essentiale, unde odor corporis pendet, perinde ac pinguedo in animalibus, vesiculis seu cellulis conclusum contineatur. Ut una operatione citra rectificationes iteratas sæpius idem obtineas, mixtum in spiritu vini menstruo minimum spatio macerari & deinde in balneo Mariæ destillari jubet. Reperit etiam, quæ hac methodo præparantur, per annos complures minime alterari. Pag. 110.

In *Botanicis* nova genera plantarum cum floribus compositis condit *Vaillant*, & aliud *Isnardus*, quod *Monosperma-Althæa* ab ipso appellatur.

In *Geometricis* problema Geometriæ practicæ seu stereometricum de investiganda capacitate navis solvere tentant *Varignonius* atque *de Mairan*. Cum figura navis geometrica non sit, ut soliditatem determinare posset *Varignonius*, navem ejus figuræ concipit, ut singulæ sectiones, sive horizontales, sive verticales, sint ellipses. *De Mairan* sub incudem revocat regulas usitatas & eam ceteris præfert, qua partis ab onere imposito submersæ duæ superficies horizontales in unam summam colligi jubentur, hujus dimidio ulterius per altitudinem partis immersæ multipli-

 cato.

Act. Erud. An. 1725. M. Mart. cato. Neque enim nisi partis immersæ ab onere imposito soliditas quæri solet. Consideratur autem ea in praxi communi instar pyramidis truncatæ, non attenta curvedine laterali, & ea æqualis sumitur prismati ejusdem altitudinis, cujus basis est medium arithmeticum inter bases pyramidis truncatæ: quod in rigore Geometrico non esse verum, notissimum est. Tandem tamen largitur, has aliasque difficultates non esse tanti momenti, ut praxis illa admodum commoda ideo sit rejicienda. Cum *Bouguierus* methodum *Varignonianam* & alteram a *Mairanio* probatam ad praxin transferret, illam $\frac{1}{71}$ hanc nonnisi $\frac{1}{104}$ a vero aberrare deprehendit.

In *Astronomicis* Venerem a Luna d. 31 Dec. A. 1720 eclipsatam observarunt *Cassinus* atque *Maraldus*. Eclipsis erat centralis & Lunæ ætas nonnisi duorum dierum. Venus emergens arcui lucido in medio insidebat, ut vulgus portentum judicaret. Contigit immersio h. 3 18′ 17″ & emersio h. 4 33′ 52″. Nullum sese prodidit atmosphæræ indicium. Cum eclipsis interdiu esset observanda, telescopium in Venerem directum ope machinæ parallacticæ a *Cassino* seniori ad observationes stellarum *diurnas* inventæ, quæ cum a *Cassino* juniore atque *Maraldo* fuerit perfecta, hic accurate describitur. Idem *Cassinus* theoriam parentis de motu librationis Lunæ uberius confirmat, quod is oriatur ex combinatione motus revolutionis circa Tellurem & motus vertiginis Pag. 111. circa proprium axem, qui intervallo 27 dierum & 5 horarum absolvatur, eodem scilicet tempore, quo Luna ad nodos restituitur. *De Louville* mutabilitatem eclipticæ, quam in his Actis operose adstruxit, novis observationibus confirmat. Nimirum cum eam A. 1716 deprehendisset 23° 28′ 24″, in Solstitio æstivo anni 1721 eam 3 scrupulis secundis imminutam invenit. Ex ipsius enim hypothesi intervallo unius seculi non nisi unico minuto mutatur. Quanta cum circumspectione ac scrupulositate altitudines meridianas observarit, ut ne in scrupulis secundis a veritate aberraret, cum cura exponit. *Cassinus* d. 24 Jul. A. 1721 præsente Rege observavit eclipsin Solis, sed tempestate minus favente. Hor. 7. min. 22 eclipsis erat digiti dimidii; sed min. 32 integri. *Delisle* senior jussu Regis composuit mappam Geographicam de expeditione Cyri, ut ipsi usui esset in lectione *Xenophontis*, ubi ea describitur. Multas reperit difficultates in contextu *Xenophontis*, quas enucleat. Inter eas notatu dignum est, quod stadia *Xenophontis* fere dimidia modernorum deprehenderit: reperit enim gradum cœlestem fere 1100 stadiorum *Xenophontis*, cum moderna 600 eidem sufficiant. Idem annotationes exhibet in mappam geographicam maris *Caspii*, quam Russorum Monarcha ad Academiam Scientiarum misit.

In *Mechanicis*, mensuram virium vivarum *Leibnitianam* impugnat de *Louville*, quod *Wolfius* eandem in cursu Mathematico adoptaverit, ne ipsius autoritate vires novas acquirat. Notum vero est, eandem quoque adoptasse *Joannem Bernoullium*, *Hermannum* & *Polenum*, ac nuperrime in eadem castra transiisse quoque *Gravesandium*, cum antea sententiæ communi subscripsisset. Neque vero *Bernoullius*, *Wolfius*, ceterique ex præjudicio autoritatis mensuram *Leibnitianam* receperunt. Etenim *Bernoullius* propriam invenit demonstrationem, quam in Elementis Mechanicæ exhibuit *Wolfius*: integram de virium æstimatione dissertationem conscripsit *Hermannus* & mensuram *Leibnitianam* ab objectionibus liberavit. *Polenus* per experimenta in veritatem theorematis *Leibnitiani* inquisivit & *Wolfius* demonstrationem invenit in motu æquabili, antequam ederet Elementa Matheseos universæ, quam jam A. 1710 cum *Leibnitio*, illustri Comite de *Herberstein*, *Hasia*, Professore nunc Wittebergensi, aliisque communicavit, sed quoniam eam ex genuinis Dynamicæ principiis deduxerat, postea Elementis suis inserere noluit, quod *Leibnitio* non commodum videretur, aliquam principiorum *Dynamicæ* partem ante in publicum proferri, quam ipsi ad *Dynamicam* condendam animum appellere liceret. Et sane ex *Dynamicæ* principiis facillime respondetur ad argumentum, quo *de Louville* impugnavit theorema *Leibnitianum*. Reducit enim ascensum gravium, juxta notissimum *Gallilæi* theorema, ad motum æquabilem, & in motu æquabili sumit, vires esse ut spatia eodem tempore percursa. Enimvero per principia *Dynamica* assumtum negatur. Licet enim vires sint in ascensu gravium ut altitudines, ad quas gravia ascendunt; in motu tamen æquabili sunt ut celeritates ad spatia applicatæ, corpore existente eodem. Alia enim est ratio virium, quæ ab effectu absorbentur; alia virium purarum, ubi vires ab effectu non absorbentur, sed eadem persistunt. In priori casu demonstrationem dederunt *Leibnitius* atque *Bernoullius*; in posteriori eandem repererat *Wolfius*, qui impetus seu facta ex massa in celeritatem ad spatia eodem tempore descripta applicaverat, propterea quod effectus puri sunt in ratione composita massarum & spatiorum, actiones autem in ratione composita effectuum & velocitatum. *Saulmon* in formulas generales motus corporum elasticorum inquirit & inter alia postliminio revocat theorema *Cartesianum* de eadem motus quantitate in universo conservata. Arbitratur enim, motum, qui in conflictu perditur quoad apparentiam, recipi a materia subtili elasticitatis causa & in ea conservari. Tractat etiam de theoria centri gravitatis communis duorum corporum in se mutuo impingentium. *De Reaumur* medelam describit, quam

Act. Erud. An. 1725. M. Mart.

Pag. 112.

Act.Erud. An. 1725. M. Mart. quam rhedæ attulit, ut per vias ordinariis angustiores & in orbitis admodum profundis absque difficultate vehi posset.

Mortuus est hoc anno *Marcus Renatus de Voyer de Paulmy d'Argenson*, natus *Venetiis*, d. 4 Novembr. A. 1652, patre *Renato de Voyer de Paulmy* Comite *d'Argenson*, qui Legati munere fungebatur. Patrono usus Comite de *Pontchartrain*, rationum adversarum Censore generali, ad dignitatem Magistri libellorum supplicum evectus & elapso triennio summa Reip. in urbe *Parisiorum* administratio A. 1697 curæ ipsius demandata. Muneri tam arduo maxima cum laude præfuit & præclaras animi dotes abunde prodidit. Pag. 113. Cum A. 1709 & 1710 annonæ caritas existeret, plebs injusta ira adversus ipsum exarsit, etsi omni modo calamitati huic medelam afferre studeret. Accidit itaque quodam die, ut in domo obsideretur, quam flammis feralibus tradere decreverat multitudo: at *Argensonius* imperterritus, foribus apertis plebem male sanam allocutus, turbas feliciter sedavit. Meruit hoc facto, ut ad dignitatem Consiliarii Status admitteretur. In incendiis semper primus adfuit, & quid fieri debeat, præcepit. Etsi publica urbis cura ipsi plurimum negotii facesseret, *hoc tamen* non obstante Rex aliis quoque negotiis majoris momenti eum quam sæpissime adhibuit. Quoniam ab ipsius imperio pendebant artifices & opifices, Academia, scientiarum, artium & opificiorum descriptionem molita, A. 1716 eum in numerum Sociorum honorariorum recepit. Mox regni Administrator eum negotiis maximi momenti admovit & tandem initio anni 1718 sigillorum custodem constituit & ærario regio summa cum potestate præfecit. Cum quædam ipsius consilia de ære alieno status diminuendo non probarentur & alia iisdem præferrentur, initio An. 1720 ærarium dimisit & mense Junio ejusdem anni consultum duxit, ut etiam Sigilla ex custodia sua redderet, quamvis gratia Principis minime exciderit. Obiit d. 8 Maji A. 1721, duos relinquens filios, alterum successorem in administranda re publica urbis, alterum vero Consiliarium Status & Præfectum *Malbodensem*, atque filiam unicam, nuptam *Colandio*, Mareschallo campi & commendatori Ordinis S. *Ludovici*.

Act. Erud. An. 1725. M. Junii. Pag. 267.

Histoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCXXII.

h. e.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM Anni 1722, cum Commentariis Mathematicis & Physicis ejusdem Anni.

Parisiis, ex typographia Regia, 1724, 4. *Alph.* 2. *Plag.* 19 *Tabb. æn.* 18.

IN *Physica generali Jussieu* cornua *Ammonis* (quæ sunt lapidum figuratorum species) cum nautilis comparat, atque ostendit, illa non esse nisi nautilos petrefactos. Plures nautilorum sunt species; plures etiam *Cornuum Ammonis*; trium similitudinem evolvit *Jussieu*. Nautili sunt in numero testaceorum in mari Indiæ obviorum. Quamobrem cum cornua *Ammonis* magno numero in Gallia, Anglia, Helvetia & Germania reperiantur, *Fontenellius* inde concludit, quod olim mare Indiæ obtexerit totam Europam. *De Reaumur* describit machinam *Greylianam*, qua incendium in conclavi subortum subito restinguitur, & experimentum Parisiis factum, cui ipsemet interfuit. Ejus mentionem jam fecimus in Actis A. 1724 p. 408 & hoc Anno p. 181 ex conjectura *Thummigiana* atque ex descriptione præsenti apparet, *Thummigium* in conjectando non fuisse infelicem. *Deslandes* mira narrat de inundatione arenosa in Britannia minori, quæ Galliæ provincia est. Etenim non procul a littoribus maris ab anno 1666 terra ad distantiam quatuor milliarium Gallicorum obtecta fuit sabulo, ita ut incolæ, quorum nunc ædes sepultæ sunt, nonnisi turrium fastigiis & fumariis hinc inde eminentibus, loca habitata relinquere fuerint coacti. Progreditur quotannis inundatio, & hodie nonnisi dimidii milliaris intervallo distat ab oppido *S. Pauli*, successu temporis tandem evacuando. Arenam valde subtilem magna copia & ingenti celeritate secum vehit Solanus & arctapeliotes ex vado, ubi arena accumulata ultra superficiem maris eminet. Idem *Deslandes* autor est, aquam dulcem, postquam putredine corrupta

Edit. Act. Pag. 268.

fuit

Act. Erud. An. 1725. M. Junii. fuit, mortuis vermibus, iterum fieri bonam. Dum altera vice corrumpitur, alia in eadem generari insecta; immo adhuc alia, ubi tertia corruptio accidit. Fieri autem posse, ut trium mensium intervallo aqua ter, immo quater corrumpatur. Impediri corruptionem & insectorum generationem, si dolia halitu sulphuris accensi inficiantur, vel aquæ spiritus vitrioli exigua quantitas affundatur. Ceterum ut aqua marina salubris fiat, eam non a sale, sed amaritudine purgandam esse censet. *De Mairan* meminit novæ ceræ speciei, quæ ex granis cujusdam arboris in India excoquitur. In terræ motu, de quo dictum Mense Martio p. 109, & qui contigit noctu inter 7 & 8 Decembris A. 1720, nova insula prodiit, quæ in distantia 7 vel 8 milliarium Gallicorum conspicitur; sed Mense Martio A. 1722 jam insigniter imminuta fuit. *De Malezieu* singulare prorsus vidit phænomenon trium Solium in eodem circulo verticali positorum & sese mutuo contingentium d. 24 Octobris A. 1722 Unus occidit post alterum, cumque tertius solus restaret, instar veri luminosus apparuit. Antequam occiderent, omnis *terra circumjecta* quasi ardere visa. *Maraldus* A. 1721 deprehendit quantitatem aquæ pluvialis 12 dig. 7$\frac{1}{4}$ lin. Idem d. 16 Octobr. A. 1721 & d. 4 Jan. 1722 observavit declinationem acus magneticæ 13° versus occidentem, ita ut intra biennium stationaria visa fuerit.

In *Anatomicis* novam morbi speciem describit *Petitus* sub nomine *carnificationis ossium*, quam pluribus observationibus confirmat. Ossa scilicet duritiem amittunt, fibris eorundem car-
Pag. 269. neis propemodum assimilatis. Notatu vero dignum est, quod ossa sæpius abierint in carnem, immutata prorsus cartilaginum substantia. *Morandus* observationes nonnullas de oculorum suffusione communicat. *Littre* casum singularem recenset, ubi uterus & difficultas respirandi eandem habuere causam. Vulgi opinione constat, soleas a carabis gigni. *Deslandes* cum insignem caraborum multitudinem in labro ligneo aqua marina pleno asservaret; tresdecim diebus elapsis octo vel decem soleas exiguas deprehendit. Repetito sæpius experimento, idem semper fuit eventus. Re tandem accuratius examinata, vidit ovula solearum inter pedes caraborum magno numero obvia, in quibus ope microscopii embryonem distinguere licuit: ut adeo carabi excludant ovula solearum. *Godofredus* commemorat menstrui sanguinis anno ætatis 40 ob fœtum tubarium defectum, qui tandem in massam irregularem excrevit & anno decimo quinto mortem intulit matri. *Fresier*, Architectus militaris Regius in insula S. *Dominici*, refert, natum ibidem fuisse vitulum, cui squamæ pilorum loco fuerint.

Fer-

Fertur esse effectus imaginationis vaccæ gravidæ metuentis sibi a crocodilo vaccis infesto. Denique *Lemery* autor est, virum Religiosum stato tempore per octo jam annos vomitus pati, materia excreta urinæ simili. A vomitu ingentem sentire dicitur in renibus dolorem. Ceterum A. 1722 *Helvetius* edidit *Ideam generalem œconomiæ animalis & observationes de variolis*, cujus argumentum *Fontenellius* recenset. In solis Commentariis extant duo schediasmata *Petiti*, Chirurgi, alterum de luxatione cruris; alterum de ruptura tendinis, cui *chordæ Achillis* est nomen. Ibidem quoque reperies observationes *Morandi* de hydatidibus & observationes miscellaneas *Winslowii*. Explicat hic ex principiis anatomicis, qui fieri potuerit, ut præstigiator per nares clavos adigeret & vas aqua plenum fune mediante inde suspensum teneret. Describit structuram cranii singularem & alia ad osteologiam spectantia. *Morandus* vero in cadavere militis reperit saccos membranosos pluribus visceribus infimi ventris annexos & hydatidibus innumeris plenos. Act Erud. An. 1725. M. Junii.

In *Chymicis* vegetationes artificiales expendit *Petitus*, Medicus, eas præsertim, quæ nihil metallici continent, sed tantum ex materiis salinis, sulphureis ac terreis fiunt. Usus est potissimum nitro depurato, crystallo minerali, sale Armoniaco, sale marino, sale de duobus seu sale ex capite mortuo aquæ fortis ex nitro & vitriolo paratæ extracto, & menstruis, aqua communi, vino, aqua calcis, variis spiritibus, subinde cum oleo Tartari per deliquium commixtis. *Godofredus* de imposturis Alchymistarum disserit, & *Fontenellius* omnem philosophiam hermeticam rejicit, negans, unquam metallum imperfectum, nedum aurum arte fuisse productum, vel radicaliter solutum. Prodiit A. 1722 liber, quem *de Reaumur* conscripsit, sub titulo Artis convertendi ferrum cusum in chalyben & artis emolliendi ferrum fusum, cujus argumentum prolixe recenset *Fontenellius*. Liber utilissimus, cum opera ex ferro longe minori sumtu parare doceat, quam vulgo fieri solet. Pag. 270.

In *Botanicis* Florem terræ seu cœli, quem *Magnolius* & *Tournefortius* primi inter plantas retulerunt, describit *de Reaumur*. *Godofredus* sibi videbatur reperisse radices, sed *de Reaumur* persuasus est, nullas dari. Historiam naturalem *Vagnillæ* exhibet *Jussieu*, quam obtinuit a *Partietio* Consule Gallo Gadibus in Hispania. Affertur enim ad nos ex America ab Hispanis, qui nomen indiderunt fructui. *Vaillantius* in condendis novis plantarum generibus pergit & stricturas quasdam in methodum *Tournefortii* edit.

In *Algebraicis* comparet integer Tractatus, quem *de Lagny* mo-

Act.Erud. An. 1725. M. Junii. desto titulo de Progressionibus arithmeticis omnium graduum in infinitum inscribit, cum in eodem agat de resolutione æquationum determinatarum omnium graduum, quem adeo isti in Historia substituit *Fontenellius*. Sumit autem *de Lagny* vocem progressionis arithmeticæ in latiori significatu, ita ut per eam denotetur numerorum series, quorum differentiæ vel primæ, vel secundæ, vel tertiæ, vel quartæ, vel quintæ &c. in infinitum sunt æquales. Et ex harum serierum indole deducit methodum suam extrahendi radicem ex æquationibus determinatis cujuscunque gradus. Promittit autem, se calculum integralem seu summatorium harum serierum alio tempore daturum & ad Geometriam applicaturum. Promittit etiam methodi suæ applicationem ad æquationes intricatissimas & compendia operationum.

Pag. 271. In *Geometricis* ultimum schediasma recensetur, quod *Varignonius* exhibuit Academiæ Scientiarum & in quo respondet Religioso cuidam Italo ante annos complures ipsum aggresso, quod cum recentioribus Geometris curvas instar polygonorum infinitorum laterum consideraret. *Saurinus* difficultatem examinat, quam olim *Parentius* contra isochronismum cycloidis movit & nuper *de Louville* renovavit. Nimirum 1 per principia Geometriæ recentioris arcus infinite parvus est chordæ æqualis & tempus mobilis per utramque viam æquale, & 2 arcus infinite parvus curvæ & circuli osculatoris sunt æquales & consequenter idem quoque tempus descensus per utrumque. 3 Secundum Galilæi systema tempus per diametrum circuli osculatoris dimidiæ cycloidis est duplum temporis per diametrum circuli generatoris, & 4 tempus per chordam infinite parvam, qua terminatur semicirculus, est æquale tempori per diametrum circuli. Denique 5 secundum *Hugenium* tempus per ultimum arcum infinite parvum cycloidis est ad tempus per diametrum circuli generatoris ut semiperipheria circuli ad diametrum, h. e. fere ut 3 ad 2. Ex harum propositionum collatione difficultatem deduxere *Parent* & *de Louville*: inferunt enim ex 4 propositionibus prioribus, tempus per arcum infinite parvum cycloidis esse duplum temporis per diametrum circuli generatoris, quod per propositionem *Hugenianam* est ad hoc ut 3 ad 2. *Saurinus* admittit errorem aliquem, sed qui nec a principiis pendet, unde *Galilæus* deduxit Chordarum circuli isochronismum, nec ab iis principiis, quorum ope *Hugenius* detexit arcuum Cycloidis isochronismum. Ostendit nimirum, etsi in Geometria recentiori arcus infinite parvi cycloidis & circuli osculatoris sibi mutuo substitui possint, perinde ac arcus infinite parvus circuli osculatoris ac ipsius chorda, tempus tamen per arcum infinite parvum

& ejus

& ejus chordam non esse idem. Etenim identitas arcus & chordæ infinite parvorum pendet inde, quod non differant nisi quantitate infinite parva secundi gradus, quæ respectu primi evanescit: quoniam vero vis verticalis, qua utrumque spatium percurritur, est quantitas infinite parva secundi gradus, ejus respectu differentia spatiorum secundi gradus non evanescit, ut adeo temporibus inæqualibus percurrantur. Notandum vero, quod non chorda, sed arcus minori tempore percurratur: id quod probare aggressus est *de Louville*, cum paradoxum videri possit ad curvam celerrimi descensus non attendentibus. Act. Erud. An. 1725. M. Junii. Pag. 272.

In *Astronomicis* parallaxin Martis methodo *Cassiniana* scrutatus est *Maraldus*, cum mense Augusto A. 1719 in oppositione cum Sole esset terræ proximus, non procul a Perihelio distans. Reperit autem parallaxin Martis 27 scrupulorum secundorum, unde sequitur parallaxis Solis horizontalis 10 secundorum, qualem *Cassinus* reperit A. 1672 & A. 1704, ubi eadem propemodum fuit Martis positio respectu terræ. Investigavit quoque in commoda positione Veneris parallaxin, cujus a parallaxi Solis differentiam reperit eadem methodo 33 scrupulorum secundorum, quanta ex parallaxi Martis ante determinata per famosam regulam *Kepleri* resultat. Quoniam hodie multi spe præmii amplissimi obtinendi ducti arduum in re nautica problema de determinanda maris longitudine solvere tentant, qui nec satis intelligunt, quid quæratur, principiorum Geometriæ & Astronomiæ prorsus ignari, *Cassinus* operæ pretium duxit de hoc problemate commentari. Argumentum scripti recenset *Fontenellius*. *De Malezieu* egregium observavit Stampis Tabularum Solarium *Cassini* cum cœlo consensum. Elevationem æquatoris in urbe ista reperit 41° 34′ 30″ & A. 1720 d. 21 Junii declinationem Eclypticæ maximam 23° 28′ 42″. *Cassinus* quædam monet de observationibus astronomicis, quas R. P. Feuillee, Mathematicus Regius, ad Academiam Regiam Scientiarum misit. Cum A. 1720 d. 5 Martii Venus a Luna occultaretur, per limbum illuminatum h. 11 18′ 25″ eclipsari cœpta, ante occultationem tota super disco Lunæ apparuit, miro refractionis effectu. Eidem causæ tribuendum, quod subinde, vere præsertim & autumno, matutino & vespertino tempore, montes *Corsicæ* insulæ in tractu Genuensi videantur, qui alio tempore quasi undis submersi disparent. Insulæ hujus situm geographicum determinat *Maraldus*. Idem d. 28 Jun. 1722 observavit eclipsin lunarem. Penumbra attigit limbum Lunæ orientalem 12 h. 1 s; initium eclipseos h. 12. 15′ erat adhuc dubium, sed h. 12. 16′. 20″ certum. Hor. 13. 22′ immersio totalis erat dubia; at hor. 13. 24′. 20″ certa. Color erat ruber in obscuratione totali: pars septentrionalis pau- Pag. 273.

Act.Erud. An. 1725. M. Junii. lo obscurior erat meridionali. Hor. 14. 25'. 48" emersio erat dubia; at h. 14. 27'. 38" initium emersionis certum. Hor. 15. 36'. 45" accidit finis totius eclipseos. Duratio obscurationis totalis seu mora Lunæ in umbra fuit 1 h. 3'. 18"; integræ vero eclipseos 3. h. 20' 25". *Cassinus* initium notavit h. 12. 16'. 37", immersionem totalem 13. h. 23'. 46", emersionis initium h. 14. 27' 20", finem h. 15. 35' 41". Iidem d. 8 Decembr. A. 1722, præsente Rege, Versaliis observarunt eclipsin Solis. Initium accidit h. 1. 42' 58", maxima obscuratio h. 2. 51'. 30", quæ erat dig. 6'. 12". Hor. 3. 44' 30" quantitas decrescentis erat 2 dig. 44". Mox cœlum nubibus tectum.

In *Mechanicis* de corporum reflexione tractat de *Mairan*. Prima parte dissertationis suæ agit de reflexione corporum in planum immotum impingentium. Quodsi corpus latere destituatur, nullam fore reflexionem, sed motum expirare debere, si directe impingat; mobile autem juxta planum, in quod impingit, progredi debet, si oblique impingat. Quodsi vero corpus fuerit elasticum, tum demum locum esse reflexioni, cum in impactu comprimatur & mox iterum figuræ pristinæ restituatur. *Si elasticum* oblique impingit, tum motum obliquum more recepto resolvit in duos simplices, quorum alter est verticalis, alter vero horizontalis. Horizontalem, cui planum sese minime opponit, invariatum agnoscit; verticalem vero mutari pro ratione impactus. Anguli incidentiæ & reflexionis æqualitatem pendere a duobus principiis, vi nempe horizontali constante & inalterabili, atque vi verticali per conflictum destructa & integra rursus restituta. Quodsi ista restitutio patiatur diminutionem vel augmentationem, rationem quoque anguli reflexionis ad angulum incidentiæ variari, atque adeo in natura rerum ob causas physicas vix unquam perfectam dari æqualitatem anguli incidentiæ & reflexionis. Differentiam omnem possibilem formulis algebraicis comprehendit *de Mairan*. Probat autem *Newtoni* placita, quod reflexio luminis a speculo non fiat a particulis speculi, sed a particulis atmosphæræ ipsum ambientis, quæ est eadem cum materia poros minimos replente. *Bon*, horologiopæus, ostendit Academiæ Scientiarum pendulum a se inventum, quod indicat tempus verum, diversum ab eo, quod A. 1717 dedit *de la Hire*. Utitur ea fini curva in se redeunte, quæ juxta tabulam æquationis horologii construitur, quotannis in Ephemeride jussu Academiæ Scientiarum edita sub titulo: *la Connoissance des temps* extantem. Pag. 274.

Mortui sunt hoc anno *Cupletus*, *Meryus* & *Varignonius*. Eorum primus *Claudius Antonius Couplet* natus est Parisiis d. 20 Aprilis 1642, patre *Antonio Couplet*, cive Parisiensi. Patre sic volente, Jurisprudentiæ studio sese tradidit & in numerum Advoca-

vocatorum receptus fuit. Sed mox hujus vitæ generis pertæsus, opera *Buboti*, Cosmographi & Architecti militaris regii, in Mathesi profecit, cujus agnatam cum 24 annos natus A. 1665 in uxorem duxisset, ejusdem commendatione in Academiam Scientiarum A. 1666 fundatam receptus est, habitationem commodam in Observatorio regio cum custodia machinarum nactus. A. 1670 Professionem Matheseos in equili majori regio a *Buboto* meruit, cumque illo tempore stupendi aquæductus fierent jussu Regis, in arte libellandi, quæ novam prorsus formam induebat, multum profecit. Maximum, quod perfecit, opus fuit, quod in Burgundiæ oppidum *Coulanges la vineuse*, fontibus destitutum, aquam ex fontibus scaturientem deduxerit A. 1705. Cum ex lacubus haurirent aquam, quibus exsiccatis, ejus tanta erat penuria, ut eam ex fonte, integro milliari Gallico ab oppido distante, arcessere tenerentur, maximo in incendiis dispendio, ad quæ restinguenda vinum flammæ ferali aliquando affundere coacti, & irrito prorsus successu aquæ in vicinia sæpissime fuissent quæsitæ; *Cupletus*, principiis suis confisus, quod intra viscera terræ ubivis sint venæ aquam versus declive deducentes, in solo sabuloso dissipandam, in glareoso & alio aquas sistente colligendam, aquas repertas in oppidum feliciissime deduxit, tanto incolarum gaudio, ut ad ejus adventum campanas fortissime pulsarent, maxima earum ob agitationem nimiam sede sua divulsa, & hymnum S. *Ambrosii* cantarent. Cupletus aliorum magis commodo, quam propriæ utilitati serviens, rationem aquarum inventarum candide exponebat, hanc inscriptionem meritus:

Non erat ante fluens populis sitientibus unda,
Ast dedit æternas arte Cupletus aquas.

Anno ætatis 79 apoplexia ipsi infesta & mox altera vice repetita paralysin in lingua & œsophago causata est. Morbo biennali enervatus A. 1722 d. 25 Julii ætatis 81 vitam cum morte commutavit. Fuit Academiæ Scientiarum Thesaurarius, in qua functione ipsi successit filius.

Joannes Mery natus est Vatani in Biturigum Provincia d. 6 Jan. A. 1645, patre *Joanne Mery*, Chirurgo. Cum ex studio literarum parum voluptatis perciperet, ad Chirurgiam animum applicuit & anno ætatis 18 Parisios venit, ut in nosocomio proficeret, ubi exercitiis diurnis minime contentus, clanculum cadavera noctu in lectum suum deportavit, ut ex eorum sectione proficeret. A. 1681, cum *Lamius*, Medicinæ Doctor, secundam editionem libri de anima sensitiva meditaretur, ab eo rogatus, auris descriptionem apposuit, mox Chirurgi Reginæ spartam nactus. A. 1683 *de Louvois* ipsum Chirurgum Superiorem militum invalidorum

Act. Erud. An. 1725. M. Junii.

Pag. 275.

dorum

Act. Erud. An. 1725. M. Junii. dorum constituit, & anno sequente mittebatur a Rege Galliarum in Lusitaniam, Rege Lusitanorum Chirurgum petente, qui conjugi ægrotæ succurreret: sed antequam is advolaret, expiraverat Regina. Nullis vero precibus se adduci passus, ut vel in Lusitania, vel in Hispania sedem suam figeret, in patriam mox rediit, ubi A. 1684 in Academiam Scientiarum receptus. A. 1692 jussu Regis in Angliam abiit; sed quænam fuerit itineris causa, nec conjux, nec liberi rescivere. A. 1700 Chirurgus primarius nosocomii factus, observationes exactas curæ cordique habebat, neglectis systematibus; parum enim curabat, cur hæc ita sint, non aliter. Musæum habuit Anatomicum instructissimum. Fulget in eo sceleton, ubi nervorum omnium ductus a primo fonte, usque ad extremitates comparent. Parum loquebatur de iis, quæ noverat, nec precibus exterorum adduci poterat, ut Anatomiam traderet. Varia ipsius schediasmata leguntur in Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum, de aere in pulmonibus, de iride oculi, de choroide, de nova nervi optici structura, de generatione animalis absque coitu, & inprimis de circulatione sanguinis *in fœtu, seu* de usu foraminis ovalis, in quo universam Anatomicorum cohortem
Pag. 276. sibi contradicentem insuper habuit. De hoc argumento A. 1700 peculiarem edidit Tractatum, cui subjunxit animadversiones in novam artem secandi lapides. Quemadmodum difficillimus erat in admittendis placitis alienis, ita pertinaciter inhærebat suis & in disputando non sibi temperabat a fervore. Dicitur vidisse valvulam *Eustachii* & glandulas *Cuperi* ante *Eustachium* & *Cuperum*: enimvero, judice *Fontenellio*, inventa relinquenda sunt iis, qui in publica possessione existunt. Obiit d. 3 Novembr. A. 1722, ætatis 77, relictis liberis sex. Per omnem vitam usus est amico fidelissimo *Varignonio*, & ultimos vitæ annos totos in exercitiis pietatis consumsit.

Petrus Varignonius natus est Cadomi in Normannia A. 1654, patre Architecto, cui fortuna erat valde mediocris. Artem *raditer* delineandi horologia Solaria a parente hauserat, & studio Theologico consecratus, cum apud Jesuitas Cadomenses Philosophiæ operam daret, forte fortuna in bibliopolio incidit in *Euclidem* & ejus lectionem anteposuit Philosophiæ scholasticæ, æterna incertitudine, perplexitate Sophistica & inutili, immo affectata subinde obscuritate laboranti. Geometriæ studio ad *Cartesii* opera deducebatur, unde ipsi multum luminis affundebatur, improbantibus parentibus studium, quod in iis evolvendis poneret, qui facile videbant, non esse libros ordinarios, quos tractarent commilitones. Ad Theologiam cum pedem promovisset, vetera studia non deponebat, sed sæpissime in classibus Philosophorum oppo-

nen-

mentis vice fungebatur. Commendabant opponentem argumentorum firmitas & vocis elatæ claritas. Firmam ea de causa amicitiam contraxit cum Abbate *S. Petri*, qui tunc in eodem collegio Philosophiæ operam navabat, & qui ipsum contubernalem sibi adsciscebat, addito 300 librarum stipendio annuo. Uterque Parisios venit A. 1686. Abbas potissimum ad mores hominum & principia regnandi, *Varignonius* vero ad Mathesin cogitationem omnem convertebat. Ipsorum sodalitio frequentissime fruebatur *Fontenellius* conterraneus. *Varignonius*, cum constitutione corporis esset robusta, continuis laboribus tempus consumebat, ita, ut lucubrationibus intentus sæpe miratus fuerit, jam alteram a nocte media elapsam esse horam. A. 1687 in publicum emisit Ideam novæ Mechanicæ, dedicatam Academiæ Scientiarum, de qua olim diximus in his Actis, cum applausu a Mathematicis excepta: & mox A. 1688 Geometræ locum in Academia Scientiarum & Professoris Matheseos in Collegio *Mazariniano* obtinuit. A. 1690 prodiere ipsius Conjecturæ novæ de gravitate, & Commentariis Academiæ Regiæ inserta sunt, quæ de motu analytice meditatus. Quæ enim de hoc argumento hactenus meditati fuerant alii, *Varignonius* formulis admodum generalibus complexus est, calculo *Leibnitiano* felicissime usus, quem plurimum excoluit. In Geometriæ historia valde versatus erat. Studiorum intemperantia morbum pertinacissimum sibi consciverat, ita ut sex mensium spatio vita periclitaretur & tribus annis integris languorem perennem perciperet. In symptomate febrili subinde sibi visus est ambulare in media sylva, ubi omnia arborum folia calculis algebraicis obsita. Illo tempore *Wallisii* spatia plusquam infinita refellere studuerat, quod scriptum ipso inscio in Commentariis evulgari curavit *Carré*. Omnibus exemplaribus Ideæ novæ Mechanicæ distractis, de amplo opere Mechanico edendo cogitabat; sed tempus eidem perficiendo non suppetebat, cujus non exiguam partem frustrabat commercium literarium cum eruditis, & quod plurimi cum exteri, tum indigenæ eum quotidie accederent. Pacis quamvis esset studiosissimus, Religiosus tamen Italus impugnabat principia, quibus more modernorum Geometrarum usus fuerat in tangentibus & angulo contactus curvarum determinandis. Et ex ejus responsione, quæ scriptorum ultimum est, quod Academiæ Scientiarum obtulit, relationem contexuit *Fontenellius* in Historia anni 1722. Duobus ultimis vitæ annis difficultate respirandi laboravit, & cum d. 22 Decembris A. 1722 lectionibus in Collegio *Mazariniano* vacasset, nocte sequente subita morte extinctus. Non vidit *Fontenellius* quenquam, qui conscientiæ suæ magis rationem habuerit, quam *Varignonius*, seu exactius

satis-

Act. Erud. An. 1725. M. Junii.

Pag. 277.

Act. Erud. An. 1725. M. Junii. satisfacere studuerit judicio mentis interno. MScripta legavit *Varignonius* amico suo *Fontenellio*, qui Mechanicæ editionem & commercium literarium una cum relatione de ceteris publice promittit.

Pag. 278. Notandum denique, sub finem Commentariorum comparere Scriptum a Societate Regia, quæ Montepessulano floret, ad Parisiensem missa, in quo *Senesius* continuat praxes Geometricas de soliditate fornicum determinanda, quarum pars prior subjuncta est Commentariis A. 1719.

Pag. 318.

DEMONSTRATIO CONSTRUCTIONIS

Editæ in Actis Lips. 1724 M. Jul. pro describenda Trajectoria reciproca, quæ inter omnes algebraicas possibiles sit simplicissima;

Autore JOH. BERNOULLI.

Constructionem, de qua hic agitur, anagrammati involutam dedi exeunte anno 1722 in litteris privatis Anonymo Anglo eam a me exigenti. Anagramma ipsum brevi post comparuit in Actis Lips. 1723 M. Febr. ejusdemque Evolutio in iisdem Actis 1724 M. Jul. ubi Demonstrationem Constructionis in peculiari Schediasmate me communicaturum promisi; animus nunc est datam liberare fidem.

Tab. I. Fig. 1. Sit in hac adjecta Figura super recta AL, Parabola cubicalis secunda semirectangula ABQ, cujus nempe abscissarum AO, AF, AL &c. quadrata sint ut cubi applicatarum OM, FB, LC &c. cum abscissis angulos semirectos constituentium. Ducta per verticem Parabolæ A recta AT perpendiculari ad applicatas: vocetur parameter $27a$; sumaturque in AT pars $AE = 2a$; per punctum E transiens applicata FB prolongetur ad P, ita ut BP sit $=$ BE: per B & P agantur RS & PQ parallelæ ipsi AT, quarum PQ occurrat Parabolæ in Q. Dico Parabolam hanc circa RS conversam, ut in situm priori contrarium veniat, se ipsam intra parallelas AT, PQ ultro citroque motam ad angulos rectos secare.

Demonstr. Accepta qualibet AG majori quam AE, quæ vocetur $(a+x)^3 : \frac{1}{2}aa$, aliaque AH minori quam AE, quæ dicatur $(a-x)^3 : \frac{1}{2}aa$, erunt ex Natura hujus Parabolæ (ob AL $=$ AG $+ 2$,

$AG\sqrt{2}$, & $AO = AH\sqrt{2}$) $LC^3 = 2AG^2 \times 27a = AG^2 \times 54a$, & $OM^3 = 2AH^2 \times 27a = AH^2 \times 54a$; adeoque $LC = \left(\frac{(a+x)^6}{\frac{1}{4}a^4} \times 54a \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{(a+x)^6}{a^3} + 216 \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{(a+x)^2}{a} \times 6 = \frac{6aa + 12ax + 6xx}{a}$, & ob eandem rationem $OM = \frac{6aa - 12ax + 6xx}{a}$ subductis GL & HO quæ sunt æquales ipsis AG & AH, remanebunt $GC = \frac{4a^3 + 6aax - 2x^3}{aa}$ & $HM = \frac{4a^3 - 6aax + 2x^3}{aa}$; Si jam porro subtrahatur EB, quæ est $= 4a$, ex GC, item HM ex EB, restabunt (ductis CD & MN parallelis ipsi AT) BD & BN quarum utraque æqualis erit $\frac{6aax - 2x^3}{aa}$; adeoque ipsæ BD & BN inter se æquales. Dematur nunc AE seu $2a$ ex AG seu $\frac{2a^3 + 6aax + 6axx + 2x^3}{aa}$, ut & AH seu $\frac{2a^3 - 6aax + 6axx - 2x^3}{aa}$ ex AE seu $2a$, ut habeantur EG vel $DC = \frac{6aax + 6axx + 2x^3}{aa}$, & EH vel $NM = \frac{6aax - 6axx + 2x^3}{aa}$. Differentientur nunc BD vel BN, nec non EG & EH, ut prodeant Dd vel Nn, hoc est, Cb vel $Me = \frac{6aadx - 6xxdx}{aa}$, atque $bc = \frac{6aadx + 12axdx + 6xxdx}{aa}$ & $em = \frac{6aadx - 12axdx + 6xxdx}{aa}$. Est autem $\frac{6aadx - 6xxdx}{aa}$ medium proportionale inter $\frac{6aadx + 12axdx + 6xxdx}{aa}$ & $\frac{6aadx - 12axdx + 6xxdx}{aa}$, nam liquet esse $aa + 2ax + xx \,.\, aa - xx :: a + x \,.\, a - x$, sicut etiam $aa - xx \,.\, aa - 2ax + xx :: a + x \,.\, a - x$. Hinc $Cb \times Me$ seu $\square Cb = bc \times em$, id quod est proprietas requisita pro trajectoriis reciprocis, ceu docui in Actis 1722 pag. 212 §. 3. Ex quo sequitur, Parabolam cubicalem secundam semirectangulam ABQ eandemque circa RS transpositam in situm inversum atque intra parallelas AT, PQ hinc inde motam seipsam ad angulos rectos constanter secare. Q. E. D.

Act. Erud. An. 1725. M. Julii. Pag. 319.

Act. Erud. An. 1725. M. Julii. Pag. 320.

Coroll. I.

Sumtis tam BD quam BN $=4a=$ BE; abeuntibus nimirum DC in PQ, & NM in EA: erit in puncto A angulus M me rectus, ideoque ejus complementum C*cb* evanescit in puncto Q; hoc est, ultima applicatarum DC quae est PQ tangit curvam in puncto Q. Id quod ex eo quoque patet, quia si BD $\left(\frac{6aax-2x^3}{aa}\right)$ ponatur $=$ *Maximo*, prodit $x=a$, quo valore substituto, habetur $\frac{6aax-2x^3}{aa}=4a=$ BE $=$ BP.

Coroll. II.

Si jam pariter in expressione ipsius EG vel DC quae est $\frac{6aax+6axx+2x^3}{aa}$ scribatur a pro x, habebitur ET vel PQ $=14a$, ipsaque EH vel NM $\left(\frac{6aax-6axx+2x^3}{aa}\right)$ abit in ipsam Ea $=2a$. Unde tota basis AT $=16a$, maximaque curvae altitudo TQ $=$ EP $=8a$, ita ut AT sit dupla ipsius TQ.

Scholium.

Geometris notum est, Parabolam cubicalem secundam constare duobus ramis seu cruribus se invicem tangentibus in vertice qui proin est *punctum reversionis*. Hinc nostra ABQ quae est semirectangula, habebit alterum ramum AX sesquirectangulum, cujus scilicet applicatae YX cum abscissis AY angulum constituunt obtusum AYX sesquirecto aequalem. Notetur autem, nonnisi arcum ABQ ex duobus contiguis BA, BQ conflatum in strictissimo problematis sensu satisfacere quaesito, utpote qui solus in situ inverso se ipsum ad angulos rectos decussat; continuata enim parabola versus V, attendenti patebit neque arcum QV, neque ramum AX ea proprietate gaudere, ut uterque se ipsum in situ inverso orthogonaliter trajiciat, sed id tantum evenire, ut alter alterum, hoc est, arcus AX inversus arcum QV, vel QV inversus ipsum AX in recto secet angulo. Ob hanc rationem dixi, Parabolam cubicalem semirectangulam tantum respondere conditioni praescriptae, excluso ramo altero AX sesquirectangulo, immo quoque excluso arcu QV ultra Q quan-

quantumvis protenso. Quod si jam applicatæ singulæ LC, FB, OM &c. inflectantur circa puncta G, E, H, &c. ita tamen ut omnes inter se maneant parallelæ, puncta C, B, M, &c. erunt ad aliam parabolam cubicalem secundam ABQ semper quidem acutangulam quia angulus ALG ad basin trianguli isoscelis AGL necessario est acutus. Inserviet vero tunc parabola ABQ pro quolibet intersectionis angulo obliquo, quippe qui constanter æqualis erit inflexionis angulo AGL ad arbitrium facto vel obtuso vel acuto; sicuti demonstravi in Actis 1722 pag. 217.

Act. Erud. An. 1725. M. Julii. Pag. 321.

Analysis ad Constructionem præcedentem ducens.

Dedi in Actis memoratis 1722 tres generalissimos solvendi modos, quibus inveniuntur Trajectoriæ reciprocæ infinitorum generum cum algebraicæ tum transcendentes, atque hæ sive per quadraturas sive per rectificationes curvarum algebraicarum construendæ. Duo priores illorum modorum dextre adhibiti subministrant inventionem simplicissimæ quam construxi ac demonstravi algebraicæ Trajectoriæ reciprocæ; id qua arte obtineatur per ambos illos modos, nunc quidem docebo.

Modus I. Ad primum quod attinet, consistit ille in condendis formulis, quarum quædam exempla concinnavi pag. 212 & 213, quarumque naturam & fabricam ibidem exposui; positis nimirum x & y pro coordinatis curvæ quæsitæ, assumtisque ipsius x duabus quibuscumque functionibus A & B, ejus indolis ut mutatis signis potestatum imparium ipsius x, functiones ipsæ in se invicem convertantur, hoc est, ut A mutetur in B atque B in A, ostendi æquationem $dy = \frac{A}{B}dx$ determinare aliquam ex curvis optatis. Cum vero difficile sit, ut ibidem jam monui pag. 213, eas ex ejusmodi functionibus A & B eligere, quæ inde emergentem formulam $\frac{A}{B}dx$ reddant integrabilem, manifestum est curvam hac ratione determinatam plerumque, si non semper, evadere transcendentem. Quamobrem lubet hic indicare, quo pacto fieri possit, ut assumpta tertia quadam functione G, æquatio oriatur integrabilis, exhibens proin curvam algebraicam.

Sit itaque G functio ipsius x, sed talis, ut contineat tantum potestates pares ejusdem; dico, si pro elementis coordinatarum sumantur Gdx & $\frac{A \times G}{B}dx$, fore curvam quæ hinc nascitur,

 etiam-

Act. Erud. An. 1725. M. Julii. Pag. 322. etiamnum ex desideratis unam, quod sic paucis demonstro. Quia enim mutato x affirmativo in negativum & vicissim mutabitur $\frac{A}{B}$ in $\frac{B}{A}$, ipsum vero G non mutabitur, quoniam non nisi dimensiones pares continet ex assumtione; unde captis (vid. Fig. I. pag. 212) utrinque in partes oppositas abscissis OL & OM $= \int G dx$, applicata LB $= \int \frac{A \times G}{B} dx$; erit altera applicata MD $= \int \frac{B \times G}{A} dx$. Est autem $\frac{A \times G}{B} dx \times \frac{B \times G}{A} dx = G \times G dx^2$, hoc est, $cB \times nd = \square Ll$. Curva igitur ADBC, per ea quæ a me demonstrata sunt p. 212 §§. 2 & 3 satisfacit problemati. Q. E. D.

Hinc ut curva ADBC fiat algebraica, nihil aliud faciendum, quam ut assumatur G talis, quæ producat integrabiles tam $G dx$ quam $\frac{A \times G}{B} dx$; id quod assumta fractione $\frac{A}{B}$ rationali infinitis modis exequi licet. En hunc facillimum: Pone $G = A \times B$, habebit utique G conditionem suppositam, si nempe A & B suas habuerint, quemadmodum attendenti sponte liquet; prodibit inde $G dx = A \times B \times dx$, & $\frac{A \times G}{B} dx = A \times A \times dx$ utrumque sane integrabile ob A & B functiones rationales & integras. Quare si abscissa OL fiat æqualis $\int A \times B \times dx$, & applicata LB $= \int A \times A \times dx$, resultabit curva ABC algebraica quæsito respondens. Nota, per x & $-x$ intelligi quamlibet partem indeterminatam ab O versus H, eandemque ab O versus G capiendam, ex qua formentur functiones A & B, atque ex his coordinatæ OL, LB vel OM, MD.

His ita præmissis, si investigare jam lubeat, quænam ex omnibus istis algebraicis sit simplicissima & cujus sit naturæ vel quam habeat æquationem coordinatis convenientem: eligatur ex formulis, quarum fabricam in Actis loco præmemorato docuimus, ea, quæ omnium est simplicissima, vel qua simplicior dari non potest; hæc autem, ceu patet, est ipsissima illa, quæ pag. 212 primum locum occupat $dy = \frac{a - x}{a + y} dx$, aut quod perinde est

Pag. 323. $dy = \frac{a + x}{a - x} dx$; ubi igitur $A = a + x$, & $B = a - x$; adeoque G seu $A \times B = aa - xx$: unde OL $= \int A \times B \times dx = aax - \frac{1}{3}x^3$, & LB $= \int A \times A \times dx = aax + axx + \frac{1}{3}x^3 + c^3$; adjicio constantem c^3, ut

moris

moris est in integrationibus, ad denotandam primam applicatam puncto O respondentem. Si vero magis arrideat, ut curva ABC transeat per O, negligi debet c^3, & sic accommodabitur ad figuram præsentem huic schediasmati adjectam, in qua punctum B initium est abscissarum; abscissæ ipsæ hinc inde æquales BD & BN, applicatæ DC & NM. Habebimus itaque curvam ABC algebraicam, cujus hæc est indoles, ut sumtis abscissis in utramque partem BD & BN $= aax - \frac{1}{3}x^3$, applicata DC sit $= aax + axx + \frac{1}{3}x^3$, altera per consequens NM $= aax - axx + \frac{1}{3}x^3$. Act. Erud. An. 1725. M. Julii.

Multiplicemus has quantitates per constantem $\frac{6}{aa}$, ut coordinatarum valores unius sint dimensionis, quo facto prodibit BD $=$ BN $= \frac{6aax - 2x^3}{aa}$, DC $= \frac{6aax + 6axx + 2a^3}{aa}$, & NM $= \frac{6aax - 6axx + 2x^3}{aa}$. Verum supra in Constructione demonstravimus, hanc proprietatem competere Parabolæ cubicali secundæ: atque ita hæc Parabola analytice deducta est ex formularum in Actis a nobis expositarum simplicissima, quod qua ratione fiat, ostendere hoc loco volebamus.

Modus II. Propero ad alteram Methodum ibidem p. 216 explicatam, ubi docui modum describendi trajectorias reciprocas transcendentes & algebraicas per rectificationes curvarum GEH (vid. Fig. IV in eadem pagina) arcus hinc inde similes & æquales ES, EM habentium. Ostendere nunc animus est, etiam per hanc methodum maxime generalem perveniri ad nostram parabolam cubicalem secundam, tanquam omnium trajectoriarum reciprocarum simplicissimam. Hunc in finem quæro ex omnibus curvis habentibus ab utroque axis EO latere ramos ESH, EMG similes & æquales eam, quæ primo sit algebraica & rectificabilis, secundo quæ sit, quoad fieri potest, infimi ordinis vel dimensionis respectu æquationis inter coordinatas, ac tandem tertio cujus arcus ES, EM cum abscissis correspondentibus relationem habeant infima possibili æquatione expressam. Pag. 324.

Ut tria ista requisita obtineam, concipio in præfata Fig. IV. ductam esse applicatam SL perpendicularem ad axem EO, atque inter abscissam EL, quam voco z, & applicatam SL, quam voco t, haberi hanc æquationem $t = \frac{1}{2-2n} a^n z^{1-n} - \frac{1}{2+2n} a^{-n} z^{1+n}$ (ubi per n intelligo quemcumque numerum fractum unitate minorem cujus numerator sit impar & denominator par) dico,

Act. Erud. An. 1725. M. Julii.

co, curvam hanc algebraicam constare ramis utrinque similibus & æqualibus, quod examinanti facile patet, ejus arcus esse rectificabiles, eosque habere ad abscissas relationem non magis compositam quam ipsæ applicatæ ad abscissas habent; erit enim ES vel EM $= \frac{1}{2-2n} a^n z^{1-n} + \frac{1}{2+2n} a^{-n} z^{1+n}$, quæ expressio ab ea qua applicata SL exprimitur non differt nisi signo quo afficitur secundus terminus. Ex omnibus igitur curvis ESH, hac æquatione determinatis, illa quæ simplicissima est respectu æquationis inter coordinatas, erit etiam simplicissima respectu relationis inter abscissas & arcus. Videndum adeoque est, quid pro n sumendum sit, ut prodeat æquatio inter t & z infimæ possibilis dimensionis; inferior autem dari non potest quam tertia, alias sectio conica foret rectificabilis. Velis ergo tertia: Pone $n = \frac{1}{2}$, atque obtinebis $t = a^{\frac{1}{2}} z^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} a^{-\frac{1}{2}} z^{\frac{3}{2}}$ seu $t = \sqrt{az} - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{z^3}{a}}$, quæ reducta dat $9att = z^3 - 6azz + 9aaz$ pro curva tertii ordinis ESH, cujus arcus ES $= \sqrt{az} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{z^3}{a}}$.

Ex hac ut eruas naturam Trajectoriæ reciprocæ AEC: ex puncto B demitte in axem EO perpendiculum BT; habebis abscissam ET $=$ EL $+$ LT $=$ EL $+$ SB $=$ EL $+$ ES $= z + \sqrt{az} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{z^3}{a}}$, & applicatam BT $=$ SL $= t = \sqrt{az} - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{z^3}{a}}$. Assume nunc quamlibet indeterminatam x atque fac, quod liberum est, $z = \frac{xx}{a}$; Pag. 325. orientur coordinatæ per x expressæ, scilicet abscissa ET $= \frac{xx}{a} + x + \frac{x^3}{3aa}$, & applicata BT $= x - \frac{x^3}{3aa}$, quibus in ordinem reductis, utriusque simul sextuplum sumendo, fit ET $= \frac{6aax + 6axx + 2x^3}{aa}$ & BT $= \frac{6aax - 2x^3}{a}$. Liquet ergo nunc iterum ex Constructione supra data & demonstrata, Trajectoriam simplicissimam algebraicam per secundam nostram methodum adinventam esse Parabolam Cubicalem secundam; nullo hic alio existente discrimine, quam quod coordinatæ permutentur, dum quas ibi vocavimus abscissas, hic applicatarum nomine veniunt ac vice versa.

Atque

Atque sic omni ex parte satisfactum jam puto Anonimo Anglo, quando non tantum exhibui, sed & demonstravi, quod a me tum exhibendum tum demonstrandum postulaverat. Vices nunc redditurus, permittente id talionis lege, quæro ab eo, ut det aliam Trajectoriam reciprocam algebraicam, quæ sit inter omnes quas invenire potest in ordine simplicitatis secunda, utque exhibeat æquationem inter coordinatas naturam curvæ quæsitæ exprimentem. Act.Erud. An. 1725. M. Julii.

De Sublingualibus Salivæ ductibus

Anonimi Epistola ad Actorum Eruditorum, quæ Lipsiæ publicantur, Autores.

TAbula III, quam vos adjunxistis Actis Eruditorum Mens. Julii Anni superioris MDCCXXIV ostensa mihi est ante aliquot hebdomadas a Juvenibus quibusdam nostratibus, Anatomiæ Studiosis, ut ex ipsas novos, ut ipsi dicebant, Glandularum Sublingualium Rivos cognoscerem. Quos cum in ea Tabula inspexissem, respondi, eosdem mihi videri, quos Celeberrimus Patavin. Anatomicus Primarius Jo. Bapt. Morgagnus jampridem in ultima Animadversione Adversariorum Anat. VI descripserit, ubi nimirum docuit, *multoties complura utrinque vascula*, & in hæc *ab exterioribus Sublingualium Glandularum lateribus* exeuntia, & *non magno a Glandulis intervallo Peculiari quodque osculo biantia* tum se *conspexisse*, tum *amicis præsertim Venetis ostendisse*, & *sæpius tenuiores setas* in ea oscula *immisisse*. Addidi: nullo alio Magistro, quam his ipsis, quæ memoriter retuleram, Morgagni verbis, rivos in illa tabula pictos, a me jampridem in lingua humana quæsitos, & satis superque esse conspectos. Verum Juvenes iidem, ut, quod mihi dixerant, tuerentur, Actorum nominati M. Julii pag. 292 & 293 confestim monstrarunt, ex quibus cognovi, a Tabulæ istius Autore totam illam Morgagni Animadversionem in aliam omnino partem trahi. Ego autem, quamvis mihi viderer posse, imo debere ita omnia Cl. Morgagni verba explicare, ut primæ illi, atque obviæ interpretationi, qua ego ipsa semper acceperam, non repugnarent; tamen, ut inutiles verborum controversias effugerem, tunc silui, præsertim cum viderem, aliam multo faciliorem, eandemque certissimam esse viam, hanc veritatem indagandi, quam miror alios non esse secutos. Pag. 326.

Act.Erud. An. 1725. M. Julii. cutos. Scilicet ad Amicos, quos in Italia habeo, literas dedi; ut non jam ex ipso Morgagno, sed ex altero Anatomico Patavino præsertim vero etiam ex aliquo eorum *Venetorum*, quibus a Morgagno olim, ut supra dictum est, sui ductus Sublinguales demonstrati sunt, quærerent, non modo quomodo ipsi Morgagni verba interpretarentur, verum etiam, idque præcipue, quænam revera solitus sit Morgagnus vascula Sublingualium Glandularum ostendere. Itaque intra breve tempus accepi duo Testimonia Celeberrimorum Virorum, quorum ut autographa apud me asservo, ita exempla fideliter exscripta, eodem, quo ad meas manus venerunt, ordine subjungo, ut non tantum mihi, sed etiam omnibus inservire possint, qui in Historia Anatomiæ verum amant & scire cupiunt. Æquitatis enim vestræ fore, non dubito, *hæc* in vestris Actis edere eadem fide, & candore, quo alienam in-
Pag. 399. terpretationem edidistis, ut ex utroque hoc, quod subdo, tam gravi, tam certo, tam claro, non opinationum, aut argumentorum, sed factorum, atque autopsiæ Testimonio, sublatis cunctis verborum & interpretationum tricis, planissime *intelligere* omnes queant, quis interpretando a vero aberra*verit*, & *quod* caput est, quis primus Veros Sublinguales Ductus non jam supposuerit, sed demonstraverit. Valete.

Testimonium primum.

Cum ineunte Anno MDCCVII Venetiis esset Illustrissimus D. Joan. Baptista Morgagnus, nunc in Patavino Gymnasio Primarius Anatomes Professor Celeberrimus, ac Præses, jam tum in ædibus Cl. Joannis Antonii Benevoli, repetitis ostensionibus, in ipsa inferiore linguæ humanæ facie plures utrinque ductus, tenuioribus immissis setis, luculentissime demonstravit ex *intima* Sublingualium Glandularum substantia vere prodeuntes. Quos ductus paulo post & in publico Theatro nos quoque ostendimus, conjecta in singulos tenui seta, & ut rem certissimam ab illo usque tempore nostri in Anatome Alumni cognovere. Neque suspicati unquam sumus, alios quam illos ipsos ductus descriptos esse a Præclarissimo Morgagno Adversf. Anatom. VI postrema Animadversione verbis illis: *multoties complura utrinque vascula &c.* D. Venetiis XVII Kal. Aprilis MDCCXXV.

JOANNES DOMINICUS SANTORINI,
Magistratus Excellentiss. Salutis Venetiarum
Proto-Medicus, & Publicus Anatom. Professor.

Testi-

Testimonium secundum.

Act. Erud. An. 1725. M. Julii.

Ab Illustrissimo & Sapientissimo Viro D. Joanne Baptista Morgagno, nostræ hujus Inclytæ Academiæ Anatomico Primario, & Præside, nunquam alia demonstrari vidi Sublingualium hominis Glandularum vasa excretoria, quam quæ a lateribus ipsarum externis, id est, non ab illis, quibus eæ Glandulæ sese mutuo spectant, sed ab illis, quibus spectant gingivas, in contiguam linguæ inferiorem faciem exeunt, & recta versus gingivas, sed per eandem linguæ faciem tendunt ita, ut in eadem linguæ facie, non magno emenso spatio, singula in osculum desinant, tenuiorem setam admittens. Nec mihi unquam, aut aliis, quod sciam, apud nos venit in mentem aliter accipere verba illa ejusdem Celeberrimi Autoris, quæ in fine VI Adversariorum leguntur: *multoties complura utrinque &c.* D. Patavii X Kal. Aprilis MDCCXXV. Pag. 328.

JOANNES BAPTISTA VULPIUS,
in Patavina Universitate Ordinarius
Professor Publicus Anatomiæ.

Respondet apud nos alius Anonymus.

Neque consultori Italo adstipulor, neque ad hac de re consultos accedo, qui eosdem se reperisse ductus, quos *Steno* & *Verbeyenius*, & post hos doctissimus *Morgagnus* viderat, confidenter asserunt, de nostri Autoris novis non solliciti. Sed quisquis est ille aliquot verborum Cl. Morgagni interpres, qui tam diversa non discernit, vereor, ne cum quadratis rotunda confundat: injurios autem nos in æquitatem tuam, Lector, fore credimus, si pluribus clarum facere contendimus, quod non ignorare te, debebamus confidere: de veris certe sublingualibus ductibus, recens in Germania a se inventis, te Autor plenius docet in Exercitatione, qua inventionis laudem meruit; sicut alii industriæ & in agendo dexteritatis testimonio non fraudandi erunt. Ductus autem suos ad latus versus gingivas excurrentes, ab aliis hactenus non visos, non admitti ante, quam clarius descripserint, conspiciendosque exhibuerint, eorum Autores non inique ferent.

Act. Erud. An. 1723. M. Aug. Pag. 363.

DE MONUMENTO PROPERTII POETÆ, Ut creditur, Hispelli in Umbria reperto,

Observatio critica ***FRANCISCI CAROLI CONRADI.***

NOn nudius tertius demum variis Italiæ, ac præsertim Umbriæ locis reperiri cœperunt vetusti lapides ad gentem Propertiam spectantes. Videas tales in *Gruteriano corpore p. DCCCXXV, 9. p. CMLII*, 4. Videas plures a *Thaddæo Donnola* in *patria Propertii* §. *CXX* exhibitos. Sunt, quod ad oculum patet, isti lapides libertorum libertarumque. Verum ipsius S. Aurelii Propertii, vatis illius teneri, blandi, facundi, Poetarum judicio, Romani Callimachi, quo se ipse nomine appellat, *sepulcralis* lapis ad nostram hanc ætatem obrutus tristibusque *antiquitatis reliquiis* sepultus jacere debuit. Mansit ejus detegendi gloria literatissimam Principem elegantemque Poetriam, *Theresiam Grilli, Pamphiliam*. Hæc enim tribus abhinc annis, nempe VII Idus Junii CIↃIↃCCXXII, in ædibus, quas Hispelli in Umbria possidet, augustioribus parietem funditus dirui jusserat. Inter diruendum effoditur marmor quadratum, sesquipedalem longitudinem paulum excedens, ad summum XIV pollices latum. Formam ejus & figuras, quas præfert, e *Diario Literatorum Italiæ, Tomo XXXV anni* 1723, *artic.* X, repræsentat Tab. IV Fig. 1. Non Itali solum, laudato modo Diarii loco, brevi lapidis explicatione facta, esse, qui Propertium Hispello oriundum ex eo probare velint, indicarunt, sed & ante jam docti *Trevoltienses*, *Mense Majo* 1723, præter luculentiorem hujus monumenti interpretationem, de patria Propertii, quaque probabilitate eam ex isto marmore asserere liceret, erudite differuerunt. Operæ pretium erit, in Germania quoque priscum, quo Itali tantopere lætantur, monumentum sub examen revocasse, liberumque de ejus valore tulisse judicium, quantum id fide aliena fieri potest, dum credendum est delineationis ab Italis datæ. Permultum interest sane, num animo ab opinione affectuque vacuo ad hujusmodi antiquitatis reliquias noviter repertas judicandas accesseris. Certe Italus ille, Hispellus fortasse civis, a quo lapidis descriptionem primum se nactos Trevoltienses scribunt, opinionem animo præsumtam manifesto pro-

Tab. I. Fig. 2.

prodit, affirmando, *ex ipsa lapidis forma, structura, ipsoque situ, quo positum invenerint, apparere, nemini alii, præterquam Propertio, eum olim statutum fuisse.* Act. Erud. An 1725. M. Aug.

Credite, me folium vobis recitare Sibyllæ!

Talia præfari, nec postea confirmare, sed in probatione deficere, est infirmitatem opinionis ab argumentis destitutæ profiteri, atque idcirco lectorum sensus simulata causæ suæ fiducia occupandos aggredi. Quid enim, quæso, forma lapidis structuraque singulare, aut insolitum, aut Poetæ proprium habet? Sexcentos similes, quadratos, etiam triangulari fronte tectos, aut fastigiatos describunt, passim quoque conspiciendos præbent monumentorum lapidumque veterum collectores. Nescio vero, an juvenile comatumque, sed imberbe caput, cui duplicis encarpi e floribus pomisque ornamenta impendent, magis Poetam, ne dicam Propertium, quam alium quenpiam juvenem exprimere, credendum sit. Nihil frequentius tali capitis humani figura, modo ipsum hominem lapide tectum, modo hominis Genium designante, inde mox virili, mox muliebri, persæpe juvenili, aliquando senili, in monumentis sepulcralibus occurrit. Nec mirum: *quippe, quod etiam in pluribus sepulturis unum religiosum efficit locum, in quo tanquam principale conditum est, caput est, unde, cujus imago sit, cognoscimus*, ut Jureconsultus ait. Pag. 365. Ornamenta floribus, frondibus, pomisve contexta constipataque multo ampliora vel apud *Boissardum* unum in variæ conditionis hominum monumentis potes offendere. Laurus forsan, aut hederæ, *doctarum præmia frontium*, possent Poetam indicare, non tales encarpi, non etiam simplex rosæ, aut alius cujusvis floris species, lapidum frontispiciis mediis adjici vulgo solita. At ingeniosæ illæ, an potius informes, monstri figuræ, utrinque flori inhiantes, haud temere appositæ videntur. Cuniculos ergo interpretatur Italus, eosque in caudas piscium desinentes. Scilicet has figuras ex Poetica fictione esse, inde Poetæ tumulum indicare, hariolari debes. Ipse hariolarer, modo ne similes, aut alias informes formas, rudi sculptoris ingenio enatas, in antiquis lapidibus subinde animadvertissem, etiam, cum nihil, præterquam spatium explendi & ornandi intentionem, subesse intelligerem. Ipse fortassis lapidarius ignarus fuit, quid monstri fingeret, dum anaglypha ista fecit. Adeo ignobile est artificium, ut & Hippocampos, vel aliud monstrum marinum, & capricorni, sive, ut *Manilius* alicubi vocat, *capripiscis*, vulgarem apud antiquos effigiem ac in monumentis passim conspicuam, possis credere. Facile enim Itali manus capitum formam ad speciem cuniculo-

Act. Erud. A. 1725. M. Aug.

rum delineando paulum inflexit. Sed agnoscamus etiam cuniculos. Nemo Poetarum eos in piscem desinentes finxit: nuspiam Poetarum symbolum perhibentur. Neque novi, quid sit illud, quod cuniculum Poetæ symbolum efficere possit, nisi forte, quod, ut *Martialis* ait,

Gaudet in effossis habitare cuniculus antris;

Poeta vero similiter antra & solitudinem amat, quia

Carmina secessum scribentis & otia quærunt.

Aut, si mavis, rationem a cuniculorum nota fœcunditate arcessam. Sed Poetarum fœcunda ingenia meliorem, quam ex leporum cognatis, imaginem volunt. Quandoquidem vero lapidis figuræ negligi potius, quam illustrari merentur, duplex magis inscriptio, diverso charactere efformata, curam intensiorem provocat. Prior superius insculpta est literis Romanis, quadratis,

Pag. 366. simplicioribus, &, nisi me omnia fallunt, antiquitatem tuentibus. Ut satis mirari nequeam, qua confidentia Italus potuerit inferiorem inscriptionem illi tanquam vetustiorem anteferre. Enimvero dicit, *superioris characteres sibi videri monstrosos, nimis crassos & informes; at inferiorem constare literis majusculis, rotundis & faberrimis, ut indicium præstantis artificis & elegantis seculi præbeant*. Quæ quam docte, quamque vere pronuntiata essent, modo elegantes literarum ductus in lapidibus argumentum essent majoris vetustatis! Qui lapides ab ævo primorum Cæsarum ad nostram ætatem extantes, ac subinde a doctis monumentorum veterum illustratoribus majori cum cura delineatos, qui nummos Augusti, aliosve illius seculi inspexerit, de literarum habitu testetur. At illis temporibus tumulatus Propertius: ut in ejus monumento non possis literas affabre insculptas & ad recentiorem elegantiam accedentes omnino requirere. Adde, quod formam literarum quadratam oblonga multo antiquiorem esse, & præterea literas duobus fulcris, sive lateribus constantes antiquitus utrinque crassas efformari consuevisse, (ut in superiori inscriptione, quamvis minus fideliter fortassis delineata, id licet animadvertere,) nemini dubium sit harum rerum paulum curioso. Qui itaque potuit fieri, ut inscriptionem literis oblongis, artificiosis, & uno latere, ut hodie solent, tenuioribus, exscriptam Italus præferret alteri, quam tot argumenta vetustati asserunt? Nimirum superior inscriptio est:

L. COMINIVS. L. F. LEM

L. Cominii L. F. nomen plus semel in priscis monumentis visitur.

tur. In lapide theatri, Volsiniis in Hetruria, apud *Gruterum* *p. CLXVIII*, 8, Act.Erud. An. 1725. M. Aug.

L. COMINIVS. L. F. A. N C. CANVLEIVS. L. F
T. TVLLIVS. T. F. KARVS L. HIRRIVS. L. F. LATINVS
IIII. VIR
THEATRVM. ET. PROSCAENIVM. DE. SVA
PECVNIA. FACIVNDVM. COERAVERVNT

Apud eundem *p. CCCXCIV*, 8, in tabula marmorea Anagniæ in D. Angeli æde:

L. COMINIO. L. F. L. N. PAL Pag. 367.
FIRMO. PR Q. AER. ET. ALIM
OPPIAE. SEX. ET. Ɔ. L. EVNOEAE

Perantiqua Cominiorum gens a *Cominis*, Italiæ populo, nomen indepta, ex qua & Postumus Cominius Cos. & L. Cominius Trib. militum apud *Livium*, C. Cominius Eques apud *Tacitum* memorantur. Nolim ergo credere, a recentioris ævi manu, & postquam Propertio jam factus esset lapis, Cominii nomen adscriptum esse. Quin potius L. Cominio primum, imo vero unice, positum, & pervetustum monumentum sepulcrale agnosco. Potest is ipse L. Cominius quatuorvir esse, quem in lapide theatri Volsiniensis modo vidimus, forsitan Hispelli sepultus: sed quod non affirmo. Potest L. Cominius ex tribu *Lemonia* fuisse, cui adscriptos Hispellates novi, nec demum ex hoc, verum ex aliis lapidibus Hispellensibus, ut, apud *Gruterum p. CCCLI*, 1,

ALFIVS. C. F. LEM. RVF. II. VIR. QVIN
COL. IVL. HISPELLI. ET. II. VIR
QVINQ. IN. MVNICIPIO. SVO. CASINI
C. ALFIVS. C. F. LEM. QVADRATVS. VIV
EQVO. PVBLICO. IN. HONORE. AED. EST. MORTVVS
ALFIA. C. F. MIMISIA. VXOR

& *p. CCCCLXXIV*, 6,

D. M.
C. TITIENO. C. F
LEM. FLACCO
SEVIRO. EQ. PVBL
AEDIL ------

Ergo mea quidem sententia lapis noster plane spectat ad L. Cominium, quisquis ille fuerit, nihil ad Propertium. Arguit id ipsa

Act.Erud. An. 1725. M. Aug. ipsa inscriptio altera, inferius, ut suspicor, ab impostoris manu seculo superiori adjecta. Sic enim habet:

SEXT. AUREL
PROPERT
SEX. F. LEM

Pag. 368. Ubi primum omnium prænomen Sexti admodum inscite exprimitur, ut quod vel una litera S, vel tribus, SEX. antiquitus scribebatur, idque ex *Probo*, & ex innumeris marmoribus notum est. Nunquam scriptum est, ut hic. SEXT. enim Sextilem mensem, aut sextum, adverbium, notat. Video idem hoc & Italum offendisse, qui ea causa illud consuetum: *Sic*, in ichnographia lapidis superscripsit, quasi notandum aliquid putet, quod non semper occurrat. Nec errore lapidarii, aut oscitantia postremam literam absurde additam existimaverim. Vulgaris adeo prænominis scribendi nota vel inscitissimis lapidariis obvia nimis usitataque fuit, quam ut in ea labi facile potuerint. Magis credibile est, impostorem, qui prisco lapidi ista incidi fecit, incautum fuisse, sicut in characterum forma adhibenda, ita in prænomine sculpendo. Illud quoque animadvertas, velim, nullum hic nomen integrum exscriptum esse, cum nomen Cominii superius integrum extet. Scilicet veritus est inflectere nomina, quo ipse quivis lector vel *Propertius*, vel *Propertii*, vel *Propertio*, ut lubet, interpretari queat: nec ausus est ipsam inscriptionem plane instruere velut testantem, quod Propertio positus esset lapis. Et hoc ipso iterum parum feliciter imitatus est antiquitatem, quæ in sepulcrorum titulis studiose causas exprimebat, quis posuisset, & ob quod meritum, quove affectu; præcipue vero, cui positum esset monumentum, aperte designabat: unde titulus pro causa apud Latinos Autores & Jureconsultos ponitur, imo Græcis αἰτία, qui Latinis titulus, appellatur: quæ tralatitia sunt. Jam cui probabile videatur, tumulo Poetæ tam inclyti, tam excellentis, cujus

---- tumefacta superbiit Umbria libris,
Umbria Romani patria Callimachi,

simplex nomen sine titulo, sine elogio, sine commemoratione Poetæ inscriptum esse? Quis non credat, Hispellates potius nullum facturos fuisse monumentum, quam hoc tam incelebre, in quo nec Poetam, nec municipem suum, si is fuit, prædicarent! Istud vero: LEM. sive tribu *Lemonia*, imitatione superioris inscriptionis, atque in primis hac fine, ut Propertius Hispello muni-

municeps vindicaretur, additum esse, quilibet odorabitur, qui non sit naris obesæ. Tuum jam, Lector, judicium esto, quantum vel forma, vel figuræ, vel inscriptiones lapidis ad asserendum Propertio lapidem faciant. Locum, situmve, quo repertus est, multum probare, ecquis admittat haud ignarus, quam alieno subinde loco antiqua monumenta hodie effodiantur, per tanta temporum intervalla, inter tot urbium operumque ac ædium ruinas loco mota, imo multa milliaria a curiosis & amatoribus transvecta? Erutus est lapis noster in fundamentis parietis in palatio Monaldino, quod olim Urbani possedisse perhibentur iidem, qui & villam tenuere Hispellensem, in qua rudera sunt vetustarum ædium, quas *domum Poetæ* Hispellates vulgo appellant: ut credibile sit, lapidem ex istis ruderibus primo effossum ab Urbanis in palatium suum translatum esse. Sed conjectura est, incerta traditione ac vulgi opinione subnixa: & *ædes Poetæ*, fortasse superiori proxime ætate alicujus vulgo appellatas, statim *Propertianas* affirmare, nimium ac temerarium utique est. Cum ista incerta incertæ vulgi opinioni adjecta noscantur, non perspicio, quid locus, ubi detectus lapis, ad ipsum Propertio vindicandum præstare debeat. Non enim nisi infirma suspicio est, de lapide ab Urbanis inter alios ex istis ruderibus lapides ad parietem in palatio exstruendum forte translato: & si de industria e ruinis iisdem, ut pro monumento Propertiano agnitum, transportatum ponas, quis sibi persuadeat, eum in fundamentis parietis iterum defossum & absconditum esse? Majorem veri speciem habet, ignaros dominos lapidi, ab auctore futuræ fabulæ isto loco clanculum defosso, parietem postea imposuisse. Et apertius dicam, quid non sine probabili ratione suspicer. *Thaddæus Donnola*, supra memoratus, J. C. Hispellas, omni pæne eruditionis suæ apparatu, omni opera contendit Propertium Hispellatem efficere. Sub finem Dissertationis *de patria Propertii* paucis agit de morte ac sepulcro ejus: cumque Romæ tumulatum *Crinitus*, *Textor* & *Zwingerus*, nescio unde, perhibeant, exin concludit: *Si igitur Propertii cineres in Urbe, recte & sepulcri monumentum. Verum*, subjicit, *quid si hic Hispelli mox aliæ de Propertio nanciscantur inscriptiones, aut eruta, vel effossa monumenta, excisa, aut illata proferantur, divulgentur?* Videtur hic aliquid subesse, nec temere talis de reperiendo forte monumento Propertii sepulcrali apud Hispellates prædictio proferri. Non injurius sim in manes Donnolæ, siquidem piæ fraudis, amore patriæ, & laboriosæ adeo suæ de patria Propertii commentationi autoritatem & confirmationem adjicien-

di

Act. Erud. An. 1725. M. Aug. Pag. 369.
Pag. 370.

Act.Erud. An.1725. M.Aug. di cupiditate, commissæ suspectum habeo, ut ipsum prisci marmoris in Propertianum monumentum transformandi, opportunoque loco defodiendi autorem, vel certe conscium fuisse credam. Non hodie primum hæc luditur apud Italos fabula, quam famosi olim falsarii, *Inghiramus*, *Cicarellus*, *Parisius de Grassis*, *Ann. Viterbiensis*, *Pompon. Lætus*, aliique monumentorum veterum fabricatores præiverunt. Ceterum conjecturæ afferri possunt variæ, quæ certe dubium reddant, Propertium vel in patria sua ædes villamve habuisse, vel in eam aliquando Roma reversum diem ibi supremum obiisse. Italum quidem Antiquarium si velis audire, de villa Propertii Hispellensi nullum est dubium. Nempe rudera illa *domus Poetæ*, quorum jam mentionem feci, & locum oleis consitum, haud longe a summa Hispelli porta S. Barbaræ distantem, vulgo a Poeta, per antonomasian a Propertio, judice *Donnola*, ad hæc usque tempora nuncupatum, eum inquam locum Italus, quocum mihi res est, ab ipso Propertio *affabre depictum* autumat, versu:

Scandentisque axis consurgit vertice murus.

Quasi hæc sit villæ, aut domus exacta descriptio. Sed jam notatus est ob tam commodam observationem ingeniosus homo doctis *Trevoltiensibus*. Quilibet enim, qui *Eleg. I. lib. IV* legerit, novit eo versu patriam Propertii urbem describi, nec ita quidem accurate, ut ab aliis Umbriæ locis dignosci queat, aut, ut ista descriptio uni Hispello conveniat. Atque eo ipso loco Poeta non sine animi mœrore ac lacrimis recordatur patriæ suæ, dum sub *Hori* mathematici persona bonorum paternorum proscriptionem, inde suam a teneris egestatem conqueritur his verbis:

Ossaque legisti, non illa ætate legenda,
Patris, & in tenues cogeris ipse lares.
Nam tua cum multi versarent rura juvenci,
Abstulit excultas pertica tristis opes.

Quodsi bona Propertii nondum adolescentis, patre, qui partes L. Antonii adversus Augustum secutus fuerat, interemto, proscripta sunt, ipsique inde egestas contracta est, quomodo potuit
Pag. 371. villam, aut domum in patria habere? nisi ab Augusto restitutas Poetæ gratioso, velis, quod tamen nulla prorsus conjectura sustinetur: quis enim credat, tam ingratum, tam indignum tanta gratia, tanto munere Propertium extitisse, ut ejus rei ne verbo quidem meminerit? Porro, cum dura, adeoque immitia fata ipsum patria exegissent, cum tristis adeo & injucunda sit ei patrii soli recordatio, non videtur rediisse in patriam, aut sedes ibi

velut

velut postliminio posuisse. Quod vero *Elegia XV. lib. II* de venatione scribit a se instituenda in finibus Umbriæ, Act. Erud. An. 1725. M. Aug.

Qua formosa suo Clitumnus flumina luco
Integit, & niveos abluit unda boves,

id nihil in contrarium facit. Nam rusticatum paulisper ab Urbe, ut solebant Romani, concessurus erat in amœnissimum illum tractum, ut amicam sequeretur. Sed parum de his latius deducendis in tanta obscuritate, tantoque historiæ defectu laboraverim. Neque me immittam disceptationi de patria Propertii, in qua nihil unquam definitum iri, sentio, cum nimium ambiguitate laborent tria illa loca, quibus Poeta natalem urbem describit tam vage ac incerte, ut variis ac disparibus omnino oppidis ista possint applicari. *Trevoltienses* accedunt sententiæ *Josephi Scaligeri* & *Jani Dousæ*, Propertium *Ameriæ* vindicantium. Huic enim oppido egregie apta esse illa:

Umbria te notis antiqua penatibus edit.
Mentior? an patriæ tangitur ora tuæ,
Qua nebulosa cavo rorat Mevania campo,
Et lacus æstivis intepet Umber aquis:
Scandentisque arcis consurgit vertice murus,
Murus ab ingenio notior ille tuo?

„ Nam *Ameriam* Mevaniæ vicinam & in colle sitam esse: Mevaniam ipsam vero intelligi non posse, cum in valle procumbat, „ *latis projecta in campis*, ut eam *Silius Italicus* describit: & „ Propertium satis clare de alia urbe, Mevaniæ campis contigua, „ & cujus muri in colle ascendant, loqui. „ Verum locus is diversas explicationes admittit, & in singulis versibus fluctuat lectio. Itaque quantumvis hæc incerta sint, id omnino certum est, monumento isto Hispellensi, etiamsi indubitate pro genuino Propertii monumento sepulcrali agnoscendum foret, nihil ulterius confirmari posse, quam eum Hispelli tumulatum esse; ad patriam vero probandam eundem lapidem nihil profecto conducere. Quid igitur probabit, tot argumentis ei fidem derogantibus? Pag. 372.

Act.Erud. An. 1725. M. Aug. Pag. 379.

OBSERVATIO MAGNÆ SOLIS ECLIPSEOS,

Quæ Ann. 1724 die Lunæ 22 Maji post mer. contigit,

Instituta Hildburghusæ a JO. WILH. WAGNER, in Patria ibidem nunc Professore, Regiæ Soc. Scient. Berolin. Membro, & olim Astronomo.

Denominatio Phasium Eclipticarum.	Tempora automati incorrecta.	Tempora ad Solem correcta.	Quantitas Phasium Eclipticarum.
A - - a	6 hor. 23′	6 hor. 20′	Initium
BB - - b	- - 25½	- - - 22½	½ Digit.
CC - - c	- - 27	- - - 24	1 Dig.
DD - - d	- - 32	- - - 29	2 Digg.
EE - - e	- - 37	- - - 34	3 & paulo plus
FF - - f	- - 40	- - - 37	4 Digg.
GG - - g	- - 45½	- - - 42½	5 - - -
HH - - h	- - 50	- - - 47	6 - - -
KK - - k	- - 55	- - - 52	7 - - -
LL - - l	6 hor. 59	- - - 56	8 - - -
MM - - m	7 hor. 2	6 hor. 59	9 - - -
NN - - n	- - 8	7 hor. 5	10 - - -
OO - - o	- - 11	- - - 8	10½ - - -
PP - - p	- - 14	- - - 11	11 Digg.
QQ - - q	- - 15½	- - - 12½	11 & paulo plus
RR - - r	- - 24	- - - 21	10 Digg.
SS - - s	tempore per	in curiam neglecto	8½
TT - - t	7 hor. 35	7 hor. 32	8 vel paulo minus
	39	circiter	7 Digg.
	7 hor. 50	circiter	Sol occidit.

Pag. 380. Tab. I. Fig. 3. Schema Phasium Eclipseos ☉ crescentium usque ad Q, & deinde aliquot decrescentium, vide in Figura 3. Ex pluribus Phasibus,

sibus, Diametri Lunæ ad Diametrum Solis ratio invenitur, ut Act.Erud.
147 ad 140, ex paucis contra ut 143, & ut 150 ad 140. Il- An. 1725.
la, quippe media & frequentiori, & hinc fortasse accuratiori, M. Aug.
hoc in Schemate usus sum. Maxima in obscuratione aer colorem simulabat cineritium, & magis, ac ante & post, erat frigidiusculus, lux autem diei superstes crepera, pallida vel glauca, legendæ tamen adhuc scripturæ, & rebus procul mediocriter discernendis sufficiens. Stellæ, præter Venerem seu Hesperum, nullæ apparebant, licet spectatores, visu quorum plurimi pollebant, in cœlum hinc inde oculorum aciem direxerint; ros non cadebat; hirundines in volatu quidem suo, sed ad terram magis demissæ, perseverabant. Circa phases decrescentes notandum, quod lucida residui Solis imago descripto in charta (qua, longe a Tubo optico, in camera obscura excipiebatur) disco, porro se non accommodaret, sed a circulo abhorrens, superius & inferius circa cornua (Lunulæ Solaris) se contraheret, quia Sol Horizonti appropinquans refractione, uti solet, ellipticam induere figuram cogebatur, quo & tandem vaporum striis implicato, neque Phases amplius, neque ipse occasus notari poterat. Huic observationi tempestas sat favit, nubibus plane pulsis, & cœlo admodum sereno. Ad determinanda Phasium momenta automato usus sum portatili, quod tempus solare tribus minutis anticipabat. In hujus Eclipseos observatione, quæ in arce, coram Serenissimis Juventutis Principibus quidem & pluribus personis aulæ illustribus & civitatis clarissimis facta est; a nemine tamen adjutus, sed mihi soli, qui hæc tractare sciebam, relictus, plures circumstantias, e. g. altitudines Solis & azimutha, Mercurii spiritusque vini in Tubulis Torricellianis ascensum & descensum & alia annotare non poteram, quæ vel Physicis vel Astronomis quomodocumque usui esse possent, nonnisi digitali quantitatis Phasium obscuratarum determinationi, & justæ arcus vel circumferentiæ umbræ sive Lunæ designationi, machinæque simul meæ, ne, quem ab initio monstrabat, verticalem mutaret, intentus. Quare cum angulus viæ Solis & Lunæ cum verticali continuo variet, & hinc non idem semper Solis, neque Lunæ punctum verticem respiciat, uti in chartæ disco, qui in eodem situ conservatur, punctum verticale idem permanet, fit, ut via Lunæ, quæ recta alias forte linea foret, vel parum ab ea recederet, in Schemate tamen in aliquam curvam degeneret. Pag. 381.

* * *

Act. Erud. An. 1725. M. Octob. Pag. 469. *Etsi supra Mense Martio hujus Anni p.* 114. *Cl.* Danielis Bernoulli *Explanationem notationum suarum Supplementis inserere constitueramus, attamen, cum illa in Sect. I Tom. IX Supplem. nuper edita locum invenire non potuerit, & altera Sectio diutius forte nobis differenda sit, operæ pretium nos facturos putavimus, si eam hoc loco Lectori exhiberemus.*

Pag. 470.

DANIELIS BERNOULLI

Explanatio Notationum suarum,

Quæ exstant Supplem. Tom. VIII Sect. II.

PRimum, quod obiter notavi in Riccatianis Animadversionibus, versatur circa æquationes (B) ac (D), *quas æquali fere facilitate* integrari observaveram, ac propterea vix conciliari posse verba Cl. Riccati, quibus posterioris integrationem *majus artificium postulare*, prioris vero *nullo negotio* absolvi asserit, atque hoc pacto fieri transmutationem formulæ (B) in alteram (D) quodammodo inutilem, utpote quam non alio instituit fine, quam ut posterioris integratio fieret magis ardua: utque annotationem meam suffulcirem, ostendi, quam facile sit æquationem differentialem secundi ordinis (D) ad simpliciter differentialem reducere. Quid vero in ista reductione desiderandum sit, prorsus ignoro, nec adeoque video, quo titulo, me actum, egisse, dicere queat Doctissimus Riccatus in sua appendice. Quod si ipse insignis Vir loco formulæ (D) aliam dedisset, sui integrationem densiori velo occultantem, non solum extra memoratam se positurus fuisset censuram, sed & simul melius ingeniosissimæ suæ methodi æquationum reducendarum præstantiam manifestaturus, hocque unicum fuit, quod desideravi, dum dicerem, *recte quidem asserit Ill. Riccatus, sæpissime difficulter methodo, quam vocant* a priori, *integrari, cujus integratio* a posteriori *nullo negotio exhiberi potest: sed exemplum, quo illud probare contendit, scopo, quem habet, non sat bene respondere videtur*: quæ verba non ita interpretanda velim, ut fecit Cl. Riccatus, quasi nimirum credidissem, scopum primarium ipsi fuisse, exemplo monstrare, quam difficile sit *a priori* integrare formulas, quarum integratio *a posteriori* constat; facile enim quilibet perspicere potest, Virum Acutissimum in animo habuisse,

buisse, ostendere, quomodo dignosci ab invicem queant æquationes differentiales secundi gradus, quæ pro sua reductione constantis positione opus habeant vel non habeant; optimeque instituto suo præcipuo defunctus est. Attamen hoc non impedit, quin digressionem illam, qua æquationi (B) aliam inducit formam, videatur eo fine fecisse, ut novam exhiberet formulam, veluti (D) majus integrationis artificium postulantem & cujus simul integratio *a posteriori* pateret: nec male hic applicantur verba ipsissima Clariss. Riccati: *dum syntheticæ viæ insistimus, eæ difficultates, de quibus sermo erit, vix occurrunt, quæ tamen evitari nequeunt, si problema aliquod proponatur secunda elementa involvens & analytica methodo procedendum sit.* Act. Erud. An. 1725. M. Octob. Pag. 471.

Non credidissem, hanc meam in Riccatianas Animadversiones annotationem, ipsum Riccatum parum vel nihil offendentem, tanta explicatione indigere, nec illam dignam existimassem, de qua vel verbulo mentionem moverem, nisi magnam partem Doct. Riccati appendicis in ipsius refutationem collineare vidissem.

Secunda mea notatio indicat errorem, quem ex inadvertentia in animadversiones Riccatianas irrepsisse, atque corrigi posse, dixi, si pro $1y$ scribatur ny, ubi per n intelligitur numerus, cujus logarithmus est unitas. Hic conqueritur Cl. Riccatus in appendice sua de mea sincera agendi ratione, inquiens, tales errores corrigendos esse, non notandos. Mihi sane videor id ipsum fecisse, quod desiderat; correxi enim errorem eundemque indicavi, non notavi, expressis innuens verbis, errorem irrepsisse *ex inadvertentia*; melius meo quidem judicio fecisset confitendo talem *inadvertentiam*, nec summis Viris ignominiosam, quam errorem attribuendo oscitantiæ in exscribendo; vix enim verisimile est, in eundem calami errorem bis incidere, atque dum se ab inadvertentia purgare conatur, obscuritatis se accusat: nam si loco unitatis scripsisset litteram c, definiendum fuisset, quid intellectum velit per litteram illam a novo introductam & mox aliam significationem accepturam, in sequentibus enim per c intelligit quantitatem quamcumque constantem.

Tertia mea in Doctissimi Riccati animadversiones notatio pertinet ad ipsius demonstrationem, qua ostendere sibi proposuit, formulam $-ddy = dy^z$ logarithmicam repræsentare. Nemini certe demonstrationem illam perlegenti suspicionem non movebit Cl. Riccatus, se in illa idipsum supposuisse, quod ostendere sibi proposuerat: unde mihi videor non absque ratione indicasse, latere petitionem principii in demonstratione Riccatiana.

Verum ipsa demonstrationis verba secundum Autoris mentem correcta transcribam; *remanet*, inquit Cl. Riccatus, $-ddy = dy^z$, Pag. 472.

Act. Erud. An. 1725. M. Octob. $= dy^2$, *vel* $- ddy$; $dy = dy$, *& integrando* log. $dx : dy = y$, *vel* $dx : dy = c^y$, *hoc est* $dx = c^y\, dy$, *& tandem* $dx : x = dy$, *quæ æquatio dat Logarithmicam vulgarem.*

In hujusmodi demonstrationibus, ni fallor, quælibet æquatio ita ex præcedenti deduci debet, ut deductionis principium sit simplex & omnibus obvium: hoc ipsum in memorata demonstratione egregie observatur; ubique enim talis inter duas proximas æquationes elucescit connexio, ut transformationis fundamentum simplicissimum sit atque vel primis tyronibus obvium. Quis itaque non eodem modo comparatas judicet duas ultimas æquationes $dx = c^y\, dy$ & $dx : x = dy$, atque credat, unica opus esse per se clara substitutione, ut ex priore habeatur formula posterior? Hoc autem si sit, necessario transformationis fundamentum est suppositio æqualitatis inter x & c^y; etenim diviso primo æquationis penultimæ membro per x & altero per c^y obtinetur æquatio posterior, unde manifeste ponitur $x = c^y$, quæ æquatio Logarithmicam repræsentat, adeo ut in Riccatiana demonstratione ad ipsum supponatur, quod est in quæstione.

Expositam meam notationem ut eluderet Riccatus, *quærit, quomodo hariolari potuerim, se ad deductionem processisse non nisi subrogando x pro c^y?* Hariolatione sane opus non est, ubi sola contemplatio demonstrationis sufficit: nisi enim longam multarum substitutionum concatenationem instituere velit, nunquam formulam $dx = c^y\, dy$ transire faciet in alteram $dx : x = dy$ absque petitione principii; talem vero transformationum seriem, si tanquam notam & obviam ponere velit tota demonstratione supersedere potuisset: nam longe magis obviam puto transitionem primæ formulæ in penultimam, quam hujus in ultimam. Vitio itaque petitionis principii si libera esset demonstratio, insigni defectu laboraret. Sed huic sive vitio sive defectui optime medetur Vir Eruditissimus in appendice sua, ubi demonstrat *identitatem* inter æquationes $dx = c^y\, dy$ & $dx : x = dy$, quam equidem demonstrationis partem male ante omissam esse (si modo, ut dicit, consulto omisit) ex eo constare potest, quod il-
Pag. 473. la sola multum excedat reliquum demonstrationis. Quod si forsan nimium & intempestivum brevitatis studium omissionis illius causa fuerit, potuisset eadem brevitate & iisdem fere verbis totam demonstrationem absolvere (nisi forsan Paternorum scriptorum allegationem fastidisset) hoc modo: *remanet* $- ddy = dy^2$, *vel* $- ddy : dy = dy$, *& integrando* log. $dx : dy = y$, *vel* $dx : dy = c^y$, *hoc est* $dx = c^y\, dy$, *& rursus integrando* $x = c^y$, (*est enim* $c^y\, dy = dc^y$, *vid. Act. Lips.* 1697 *p.* 291.) *quæ æquatio dat Logarithmicam ordinariam; vid. Act. cit. p.* 294.

Sed

Sed relictis his cum nimis trivialibus, tum parum ad analysis perfectionem contribuentibus, propero ad solutionem elegantissimi problematis Riccatiani, quam in Act. Lipf. promisi. Act. Erud. An. 1725. M. Octob.

SOLUTIO PROBLEMATIS RICCATIANI

Propositi in Act. Lipf. Suppl. Tom. VIII. p. 371.

PRoblema a Cl. Com. Jac. Riccato propositum paucis immutatum ad hanc simpliciorem formulam reduci potest (A) $ax^n dx + uu dx = b du$, in qua valores exponentis n determinandi sunt, ut succedat indeterminatarum separatio, & æquationis constructio per solas quadraturas. Solutioni sequentia duo Lemmata præmitto.

Lemma primum. Si formula (A) separationem indeterminatarum admittit in casu ($n = m$), admittet quoque in casu ($n = -m : \overline{m+1}$).

Demonst. Posita $u = y^{-1}$ & $du = -y^{-2}dy$, transit formula (A) in hanc aliam $ax^n dx + y^{-2}dx = -by^{-2}dy$, qua multiplicata per yy atque transpositis duobus primis terminis habetur $dx + ax^n yy dx = -bdy$ in qua ultima formula ponatur $x = s^{\overline{1:n+1}}$ & $dx = \frac{1}{n+1} s^{\overline{-n:n+1}} ds$ & habebitur $\frac{1}{n+1} s^{\overline{-n:n+1}} ds + \frac{a}{n+1} yyds = -bdy$, quæ formula cum similis sit formulæ (A) atque ex hac originem duxerit, manifestum est, quod si casus ($n = m$) reddat formulam (A) separabilem, alterum casum ($-n : \overline{n+1} = m$) seu ($n = -m : \overline{m+1}$) idem esse præstiturum. Q. E. D. Pag. 374.

Lemma secundum. Si formula (A) separationem indeterminatarum admittit in casu ($n = m$), admittet quoque in casu ($n = -m - 4$).

Demonstr. Posita $u = -bx^{-1} + x^{-2}y$, & $du = bx^{-2}dx - 2x^{-3}ydx + x^{-2}dy$, transit formula (A) in hanc aliam $ax^n dx + bbx^{-2}dx - 2bx^{-3}ydx + x^{-4}yydx = bbx^{-2}dx - 2dx^{-3}ydx + bx^{-2}dy$, seu $ax^n dx + x^{-4}yydx = bx^{-2}dy$, in qua, si multiplicetur quilibet terminus per xx, habetur $ax^{n+2}dx + x^{-2}yydx = bdy$; In hac posteriori formula ponatur $x = s^{-1}$ & $dx = -s^{-2}ds$, ut habeatur $-as^{-n-4}ds - yyds = bds$, quæ formula cum rursus similis sit formulæ (A), simulque hæc in illam transire possit, palam est, quod si formula (A) sepa-

Act.Erud. An. 1725. M.Octob. separationem indeterminatarum admittit in casu ($n=m$), eandem quoque separabilem fore in casu ($-n-4=m$) seu ($n=-m-4$) Q.E.D.

Præmissis hisce duobus Lemmatibus nullo negotio jam ipsa problematis solutio obtinetur. Considero hunc in finem, quod existente in formula (A) $n=o$, separatio indeterminatarum succedat dividendo tantum formulam per $a+uu$; primus itaque separabilitatis casus est ($n=o$) qui per Lemma secundum alium separabilitatis casum dat ($n=-4$), cujus ope per Lemma primum obtinetur iterum novus casus ($n=-\frac{4}{3}$), qui rursus per Lemm. sec. convertitur in ($n=-\frac{8}{3}$), & sic alternando applicationem Lemmatum duorum in infinitum semper novi deteguntur valores pro exponente n, qui omnes continentur in formula catholica $n=\frac{-4c}{2c\pm 1}$, ubi c significare potest quemcumque numerum integrum sive affirmativum, sive negativum. Q.E.I.

Apparet ex his, præsens problema Riccatianum esse curiosissimum, idemque habere præ reliquis quæstionibus in difficillima hac materia proponi solitis particularem elegantiam simul ac utilitatem; mirari proin subit, nullam hucusque in Act. Lips. solutionem hujus problematis comparuisse. Interim in solutione nostra quædam notanda veniunt.

Infinitos separabilitatis casus continet formula (A), nec tamen generalem suarum indeterminatarum separationem admittit, imo vix possibile reputo vel unum casum in formula nostra catholica non contentum eruere; si vero talis inveniri particulari
Pag. 475. quadam methodo posset, ille solus infinitos alios suppeditaret, non secus ac primus casus ($n=o$) infinitorum origo fuit.

Omnes separabilitatis casus a nobis determinati negativi sunt, atque angustos habent cancellos o & -4, quos numquam transgrediuntur; assumto autem numero c infinito, fit $n=-2$, adeo ut hisce vestigiis insistendo non nisi per infinitas substitutiones in formula (A) indeterminatas separare liceat, posita in illa $n=-2$, sed aliis methodis facillime id obtinetur. Si enim in formula $ax^{-2}dx+uudx=bdu$, ponatur $u=y^{-1}$ (ut in Lemm. 1) fit $ax^{-2}dx+y^{-2}dx=-by^{-2}dy$, in qua constat indeterminatas separationem admittere eo, quod in singulis terminis indeterminatæ eandem habent exponentium summam: imo casum ($n=-2$) reddere formulam (A) non solum separabilem, sed & integrabilem, Mathematicorum neminem fugit: altioris vero indaginis puto, integrationis methodum in reliquis separabilitatis casibus exhibere, quod problema solutionem admittere vix credidissem, nisi prius ex Fratre meo Nicolao intellexissem, se illius solutionis

nis compotem esse: excipiendus tamen est casus ($n=o$), in quo æquationis constructio dependet a quadratura circuli. Solutionem meam posterioris hujus problematis alia occasione communicabo, ne ipsi Cl. Riccato ultimam hanc problemati suo perfectionem dandi ansam & desiderium præripiam. Act. Erud. An. 1725. M. Octob.

SARCOCELES,

M. Nov. Pag. 492.

Seu totius membri genitalis tumoris vasti rarissimique in cadavere, Mense Junio 1725 secto, exemplum;

E Theatro Anatomico Lipsiensi communicavit D. AUGUSTINUS FRIDERICUS WALTHERUS, *Anatomiæ & Chirurgiæ Prof. Publ. h. t. Acad. Rector.*

RArissimum est, tumere scrotum, & simul reliquum genitale membrum crassum & ingens fieri, ut, paribus veluti passibus aucta, in enormem & vitiosam ponderis molem magnitudinemque vastam excrescant, sicuti in exemplo, quod mox commemorabimus, contigit. Omnium externa facies, & quæ intus comprehenduntur, nos in admirationem rapiunt. Etenim non insolitus est scroti tumor, qui oboritur, quoties, aut intestina decidunt, aut testis alteruter, durior majorque factus, vel ejus tumidiora vasa, illud grandius reddunt, aut caro fungosa in scroto subnascitur, aut ipsum aqua distenditur. Nonnunquam etiam flatu repletum fuisse, vel pinguedine intumuisse scrotum, alii animadverterunt. Quos tumores nomine pluribus communi ramices vel hernias vocamus; quarum eæ simplices dicuntur, ubi istorum singula, quæ protulimus, scrotum occupant: compositas vero appellare licet, si malo graviore, aut neglecto, aut diutius protracto, plura ac diversa hic congeruntur. Quorum exempla ex variis auctoribus collegit retulitque noster in concinnandis his Actis Collega a multis annis diligentissimus *D. Michael Ernestus Ettmullerus*, Prof. Publ. programmate anno 1723 in Dni Steinfeldi promotione edito; cujus occasione sarcocelen ob vastam tam scroti quam penis magnitudinem, longeque plura, commemoratione dignum tumorem recensuit. Homo eo tempore ægrotavit, cujus postea, mense Junio hujus anni demortui cadaver, ut pars male affecta publice demonstraretur, ad no-

 strum

Act.Erud. An.1725. M. Nov. strum Theatrum Anatomicum allatum fuit. Descriptionem ille sequentem dedit: „ Christianus Kettnig, ætatis 49 annorum, „ mense Julio superioris anni in Nosocomio Lipsiensi recipieba- „ tur, manuum opera hactenus panem lucratus, nunc ad quem- „ piam sustinendum laborem ob pravam corporis dispositionem, „ ineptus. Scrotum hic habet secundum omnes dimensiones ma- Pag. 493. „ gnum ad genua usque propendens, coloris naturalis, ubi vero „ femoribus adjacet, glabrum atque rubicundum, indolens in- „ terim atque durum. Testiculi ad latera in superiori parte la- „ tent, qui contrectati aut compressi doloris sensum excitant. „ Membrum virile ex medio loco scroti emergit itidem elonga- „ tum, durum atque tumidum. Tota distantia ab inguine ad præ- „ putii extremitatem unius ulnæ est, cum octava parte. Inguina „ naturaliter se habent, nullo tumore conspicua. Femora & pe- „ des sunt tumida, dura & circa genua & talos in rugas & sulcos „ complicata. Ceteroquin sanus degit omni dolore expers, opti- „ mo ciborum appetitu præditus, dum vero mingit, difficulter „ lotium profluit. „ Omnium formam, quæ ab *illo tempore* ad Tab. II. Fig. 1. usque mortem aliquantum commutata fuit, Fig. 1 *sistit*. Namque hoc temporis intervallo amplius intumuere pedes, & tam scroti, quam tumidi penis involucri sarcoma, majorem ambitum acquisivit, ipsum scrotum jam quinque digitis longius factum prominuit. Integri scroti ambitus maximus ulnæ cum tribus quartis in cadavere, at arte detersi, siccatique, duarum ulnarum, cum duobus digitis, magnitudo fuit. Ejus tumoris extremum a pubis osse remotum ulna distabat cum septem digitis. Superiori parte durior deprehendebatur; qua parte versus sinistram suram porrigebatur, foveæ, cum digito premeretur, diu non subsistebant. Eadem inferiore parte notabatur moles hæc tribus incisionibus, quarum una profundior, pro aliquo septi retracti vestigio accipi poterat, cujus tamen nulla supererat nota; ceterum vero plures inæqualitates, & minores rugæ, partesque a lotio esesæ & corruptæ hinc inde patebant. Neque vero testiculi, tumore submersi & absconditi, manibus contrectari poterant. Jam ingens spectari genitale membrum, plane dignum fuit. Namque hoc subjacente scroto haud mollius, longitudinem retulit pedis, & duorum digitorum, & quinque digitis extremis incurvum, & versus scrotum reflexum, tumens erat, præputium ultra modum expansum, rubens, ac inversum quasi visum est. Eminuere tubercula sulcis distincta, densissimisque seriebus posita, asperiora, rubicundo fœdoque adspectu Pag. 494. turgida, quo rugosum galli Indici caput imitabatur penis pars anterior. Ad hæc reliquus ambitus scabritie, fere sicut scroti su-

perficies, conspurcabatur. Hoc penis involucrum ubi crassissimum erat, in ambitu tredecim digitos confecit, quo sensim, aliqualiter tamen minore reddito, tandem in extremitate juglandis crassitiem habebat. Sub hac extremitate retracta, & velut freno suffulta, revulsaque, involucro resimo conspiciebatur foramen Fig. 1 A, quod minimum digitum admittebat, & catheterem intromissum ad urethram vesicamque ducebat.

Act.Erud. An. 1725. M. Novi

Sed amplius hæc, incidendo monstrum, observata sunt. Animadvertimus cutim triplo crassiorem naturali factam, inerti carnis moli adnatam, quæ pro varia mollitudine, quam in externo tumore notavimus, compacta duraque apparuit, insuper composita ex innumerabilibus cellulis loculisque, quibus, velut intra totidem sacculos membranaceos, spissus & gelatinosus continebatur humor; qualem etiam in tumore pedum, cute hinc inde incisa, observavimus. Proinde hoc tenace latice totum scrotum, & penis involucrum repletum deprehendimus, nec alias cavitates in isto invenimus, nisi eas, quibus testes, naturalibus multo majores, concluderentur, quos mole carnea a priore producta, non ordinato septo, distinctos vidimus. Vasa, quæ sanguinem & semen ad singulos vehunt, Fig. 2 A, & quæ musculo Cremastere B, ab istis hic separato, involvi solent, longitudinem naturalem parum superarunt; saltem paulo magis tumida ea visa fuerunt. Dexter testiculus post detractam tunicam vaginalem, ove anserino vix minor, & tribus partibus compositus apparuit, quarum superiorem maximamque capsa C efficiebat, quam albuginea testiculi tunica, quippe naturali crassior & tendineæ firmitudinis, formaverat, & ipsa humore plena erat livido, intra loculos contento, quales in malo citri corrupto putridoque conspiciuntur. Alteram hujus testiculi partem tophus D confecit, nisi superius cavus, & juglandi magnitudine haud impar fuit. Idem inter primam partem tertiamque E medius habebatur, infimam vero molliioremque morbosi testiculi partem, extrema parastatæ portio, & insigniter tumens constituebat, & intra hanc condebatur aliqua minorque capsa, intra quam perexiguum, quod de testiculo supererat, continebatur. Quam partem, & tubulos spermaticos evolutos, Fig. 3 A ostendit. Neque vero hæc exilis cavitas cum superiore insignioreque commune habuit; sed albuginea tunica juxta superficiem tophi intermedii eo deducta, teneriorque, se parastatæ insinuaverat, & corpus hoc efformaverat. Huic super incumbens veluti vasculosus parastatæ cortex B, cum arteria spermatica aere impleretur, procinus intumuit & vascula seminalia, cum incideretur, se prodiderunt. Cum sinistro autem testiculo saccum, fundo ejus

Tab. II. Fig. 2.

Pag. 495. Fig. 3.

Act. Erud. A. 1725. M. Nov.

appensum, membranaceum, & pellucentem extraximus, quem tunica vaginalis effecerat, hic duas libras seri, parum tincti, intra sinum suum receperat, capsæ adhærebat, sicut in dextro testiculo, formatæ; quæ hinc inde non nihil exesa humorem priori similem, loculosque perpaucos, tophum denique minorem scutiformem, & duobus foraminibus instructum, comprehendit. De cetero tubulorum spermaticorum, sive substantiæ testiculi, hic nullum superfuit vestigium, & parastatæ extremitas, hoc loco planior facta, topho adhærebat: vasa autem sanguifera aerem, per tubulum immissum, ad cavum, quod albuginea paraverat tunica, attulerunt. Hujus lateris vesicula seminalis semine corrupto, fusco, & viscoso replebatur, nec aerem admisit, qui per vas deferens eo pellebatur, nec in experimento facto, prope caput gallinaginis, ostium apparuit, per quod erumperet. At dextra seminalis vesicula hanc viam exitumque, cum similia tentaremus, monstravit, & tota flatu prompte intumuit. Tandem cum contemplaremur penem, naturalem ille retulit longitudinem, & glandis extremitas intra penis involucrum, tribus digitis altius recondita, *ipsum involucrum* resimum fecerat. Ad hæc penem solito tenuiorem observavimus, nec corpora nerveo spongiosa, ea facilitate, sicut in aliis fieri solet, inflari potuerunt. Ad reliqua quod attinet viscera, partes & cavitates, quæ in cadavere explorabantur, omnia illæsa videbantur, præter renem dextrum, qui gangrænæ notas, fortassis acceleratæ mortis causas, retulit.

Narravit homo, cum in vivis esset, & ægrotaret; malum ab erysipelate, has partes pedesque sæpius infestante, originem traxisse. Quæ, etsi non plane tophorum intra testiculos genitorum & reliquorum indicet rationem modumque; & quanquam nec nobis, quibus ignota hominis conditio, ex variis Medicorum hypothesibus, de rebus hic congestis, pluribus *disserere* placet; organi tamen totius, externique, ad contrahendum Sarcoma aptitudinem, saltem declarare, & quæ nobis, anatomen exercentibus, de præputio usu venerunt, adjicere licebit. Pag. 496. Ut adeo ad magnitudinem supra descriptam, pondusque librarum quadraginta, omnium tumor accederet, id tunicæ, quæ dartos audit, deberi profitemur, quæ cellulosa, laxa, flaccidaque est, & quasi luxuriat, nec solum in scroto subsistit, sed in utroque scroti latere veluti duplicata assurgit, septumque, quod sutura externa indicat, constituit, sicut *Rawius* ostendit. Hujus septi antica & superior pars penem amplectitur, & inde aliqua ejus fit productio, quæ inter ipsum ac involucrum progreditur. Cui proinde structuræ adscribendum esse putamus, quod data

occa-

occasione, similique, quam noster olim narravit, plures hic congerantur, asserventurque humores; ex quorum angulo & in aliis partibus locisque fieri tumores, quotidie experimur. Admirationem vero maximam in nostro cadavere promeruit præputii tumor: qui etsi admodum frequens in hydrope, phymosi, paraphymosi, aliisque vitiisque occurrat; tamen qui hic descriptus fuit, tam tetro fœdoque aspectu formaque, quam intus contentorum indole, ni fallimur, omnes hujus generis superabat, quos alii commemoraverunt. Hinc de sanorum præputio monere integrum ducimus, ipsum ad acquirendos tumores præ ceteris locis disponi. Etenim hoc glandis velum, tanquam cutis reflexa, interiore sua superficie lævius est, & sub corona glandi adnascitur. Ipsum, ubi sic duplicatum prostat, intra se continet peculiarem mollemque, & instar compressæ lanuginis, elasticam albidamque substantiam, quæ cum tunica cellulosa, quæ penem circumdat, equidem continua est, pluribus tamen modis ab ea differt. Hanc ita in adultorum cadaveribus demonstrare solemus, cum, juxta glandis coronam, præputium separamus, & postquam ex involucro penis extractus fuit, istam vaginam anteriori parte filo constringimus, aereque ex adversa parte immisso, eam implemus, ac tandem siccamus. Quæ hic notatur substantia, pollicem lata est, & præ sui copia totum replet præputium. Hinc sicut recens intra præputium in vivis ea reperitur, sua mollitudine egregie fovet glandem, affricatque coronam, & ut ita augeatur in congressu voluptas, apte locata prodest. Quæ proinde substantia & tegminis utilioris loco habetur, & sicut reliqua penis cellulosa tunica pinguedinis est expers, cujus nec scroti dartos est immunis. Interim aere inflata, alia apparet, quam tunica cellulosa, quæ etiam cum cute eo defertur, penemque investit; quam delineavit *Ruyschius* in Respons. ad Epist. Anat. 15. Qua occasione monere expedit, quod hujus figura 4 Tab. XIX, pro amplitudine cellulosi contextus ab eo delineata, equidem cum præputio, minime vero cum reliquo penis ambitu conveniat. In hoc enim tunica, quam diximus, longe tenuior est ista portione, quæ intra duplicatum præputium hæret, & in priore multo laxius compositæ cernuntur cellulæ, cum flatu intumescunt, ac replentur. Nascitur talis & uberior, in ipso præputio, & magis compacta, instar tomenti, e fibris elasticis congesti, se habet: cui similem nec in reliquo pudendo, nec in aliis corporis partibus arte anatomica præparare licet.

Act. Erud. An. 1725. M. Nov. Pag. 497.

Expli-

Act.Erud.
An. 1725.
M. Nov.

Explicatio Figurarum.

Figura 1 scrotum, membrum virile, rugas & sulcos circa genua & talos repræsentat.

A. Orificium Urethræ.

B. B. B. Membri Virilis involucrum resimum.

C. C. C. C. Rugæ & sulci circa genua & talos.

D. Scrotum.

E. E. E. E. Tuberculorum verrucosorum series.

Figura 2 Testiculum dextrum exhibet.

A. Vasa spermatica, a musculo cremastere separata, ad sinistrum testiculum tendentia.

B. Vasa spermatica musculo cremastere involuta ad dextrum testiculum decurrentia.

C. C. Capsula superior testiculi dextri humore livido plena.

D. Tophus.

E. Capsa inferior in Parastata.

Pag. 498. *Figura* 3 infimam testiculi dextri portionem sistit.

A. Vasa spermatica evoluta.

B. Extrema parastatæ portio.



EXCER-



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS ANNI 1726.

EXCERPTA EX LITERIS D. GEORGII FRANCI A FRANCKNEAU

P. P. Hafnia Ann. 1725 d. 9 Octobris

Ad D. MICHAELEM ERNESTUM ETTMULLERUM P. P. datis.



Ovam invenit machinam Johannes Heinricus Hefs, Chirurgus & Lithotomus apud nos famigeratissimus, pro calculo ex vesica tenaculorum loco extrahendo, quæ nullam vesicæ vim infert. Experimentum ejus factum est die 26 Septembris, me, alioque Medico, & quinque Chirurgis Provincialibus præsentibus, felici cum successu in juvene 28 annorum, qui bene quidem nunc degit, multum tamen materiæ sabulosæ ex renibus

Act. Erud. An. 1726. M. Jan. Pag. 42.

Act.Erud. An. 1726. M. Jan. nibus descendentis per vesicam quotidie excernit. Mitto hic iconem recens inventæ hujus machinæ, & calculi extracti, ut publico illa innotescat, & a peritis atque curiosis forsan emendetur & perfectior reddatur.

Explicatio Figurarum.

Tab. I. Fig. 1. Figura 1 machinam ipsam exhibet.

aa. vesica tenuis, quam undique ambit
bbbb. fasciola, per cujus
dddd. medium trajectus est
cc. bacillus ex spina ceti fabricatus.

Fig. 2. Figura 2 calculum extractum sistit.

M. April. Pag. 149.

SIGEBERTI HAVERCAMPI

DISSERTATIONES de Alexandri M. Numismate, quo quatuor summa Orbis terrarum Imperia continentur:

Ut & de Nummis contorniatis.

Lugduni Batavor. apud Janssonios van der Aa, 1722, 4. Alph. 1 Tabb. æn. 22.

NON dubitamus has dissertationes, qua argumenti dignitate, qua externo nitore, tabularumque insertarum artificio commendabiles, licet aliquando serius, in scenam producere, quippe ad id genus literarum spectantes, quod novitatis
Pag. 150. gratiam cito, amœnitatem vero vix unquam solet perdere. Excitavit diligentissimum Virum munificentia Illustrissimorum Academiæ Lugduno-Batavæ Curatorum, propter luculentam honorarii accessionem, ut in grati animi monumentum ederet doctas has lucubrationes. *Prior* explicat numisma illud abstrusum, quod præstantissimus antiquitatum & nummorum interpres *Carolus Patinus* ipse olim pro ænigmate agnovit, ejusque explicationem tanta aviditate exoptavit, ut ipsis antiquis nummis, quamvis maximi pretii, eandem fuerit compensaturus, id quod profitetur in *Thesauro Numismatum*, *pag.* 100 *edit. Amstelod.* Nos illud

illud numisma, quod *A.* 1684 in Actis nostris *p.* 37. jam conspiciendum dedimus, cum disquisitionem super eodem per epistolas inter Celeb. *Patinum* & Cl. *Eggelingium* agitatam, recenseremus, nunc iterum repræsentamus, divinationes doctissimi *Havercampi*, singula nummi mysteria aperta planaque sistentis, enarraturi. Toto igitur schemate ænigma exhibetur, summi istius in terris Imperii, per rapaces homines in quatuor illis decantatis Monarchiis violentissime quondam exerciti. *Nullum* ait Noster, *in hoc Numismate vel punctum est*, *quod non examussim in formidabilem istam quadret potestatem*. Ecce! in adversa nummi facie duo capita plane insolito habitu cum quatuor conjunctis pone cornibus, immanique oris hiatu, ad horrorem composita, Imperia duplicis orbis designant: Orientis quidem, caput dextro, velut honoratiore loco, positum, cum Chaldæorum & Persarum imperium sit antiquius: Occidentis vero & Europæorum Imperiorum symbolum est caput sinistro loco conspicuum, nudo capillo & ad frontem denso utrumque Græcæ & Romanæ Monarchiæ autorem referens: hac enim capilli forma & Alexander & Pompejus obveniunt. Similiter pileus iste, quo prius caput exornatum est, barbaricus, vetustissimum Asiæ populorum gestamen, Attidis & Ganymedis Phrygiorum, Regumque Parthicorum insigne noscitur. Distenti belluarum in morem prædam appetentium rictus docent, cuncta ab his Imperiis absorpta ac devorata fuisse: quatuor cornua vero ecquid aliud significant, quam quatuor summa Imperia sub tali specie jam olim Prophetæ Danieli per visionem divinitus ostensa? In aversa numismatis parte IV Monarchiæ adhuc manifestius portendi Nostro videntur, maxime propter quatuor animalia; cum totidem monstra, & alis instructa, & Monarchias pariter referentia, in Ezechielis atque Danielis vaticiniis describantur, quamvis hæc ipsa vultuum & corporum specie diversa fuerint. Etenim nec sine magna ratione sculptor hic singulis animalibus eandem Sphingis formam dedit, primo, ut ænigma hoc tractantium spectantiumque exerceret ingenia, deinde, ut indicaretur, Monarchias istas cuncta viribus suis inferiora comminuisse, haud secus ac Sphingis crudele monstrum infelices, ad ænigmata qui accesserint, conjectores unguibus dilaniasse fertur. Porro fluvii duo in alga procumbentes violentam regnorum, velut vi fluminis abreptorum, occupationem ab utriusque orbis potestate factam; aræ utrinque positæ divinos honores a Monarchis quæsitos indicant. Figura virilis, conspicua paludamento, lorica, clypeo, bipenni, ac potissimum galea pellicea, lupinum rictum (qui tamen apud Patinum in typo nummi

Act. Erud. An. 1726. M. April.

Tab. II. Fig. 1.

Pag. 151.

Act. Erud. An. 1726. M. April. haud extat) præferente, galea quidem iterum designat rapacitatem Monarcharum, toto vero habitu suo belli artes, robur laboremque exprimit; dum e contra muliebris figura stans, ac præter hastæ insigne prorsus inermis, lauream sedentis mulieris capiti imponens, Constantiam & pacis artes denotat, quibus præsertim Roma sibi Orbis terrarum imperium armis partum retinuit. Denique in ipsa figura muliebri sedente, qualis subinde Roma, atque imprimis Nova, in nummis exhibetur, summi Imperii summæque potestatis perfecta imago conspicitur. Hasta enim potentiæ, imo & divinitatis symbolum, paludamentum Imperii, modius in capite (quem Patinus pro turri agnoverat) Serapidis ornamentum, abundantiæ rerum omnium, gemmæ atque uniones in pectore & balteo, gloriæ divitiarumque insigne, quæ omnia ac singula in ista summa orbis imperia confluxere. Simillimum ad unguem huic numismati est alterum, quantum ad partem aversam, namque in *adversa* caput Alexandri M. visitur. Idque ad quatuor Monarchias itidem pertinere, autumat Noster & vultum Alexandri, *tanquam inter* Pag. 152. omnes orbis Monarchas longe illustrissimi, *merito præferre*. In hoc nummo signum illud ℞ quod in nummis contorniatis compluribus occurrit, atque in hoc juxta frontem Alexandri est, explicatu alias difficillimum, promtius explicari non posse, ait, quam si pro inclito Constantini M. Monogrammate ☧ accipiatur, ut designetur regnum Christi, quod omnes istas Monarchias loco deturbavit. Verum non dissimulat, interpretationi tali obesse, quod constans ubique numismatum delineatio & rei nummariæ peritorum testimonium aliam dant Monogrammatis formam: quare potius judicat, eo aut exprimi faustam illam & solemnem Populi Romani acclamationem, præcipue theatris & ludis consuetam: FELICITER & ΕΙΣ ΑΙΩΝΑΣ, quæ exprimatur in his nummis voce PERPETUO, cujus literæ initiales sint in isto Monogrammate; aut artificis notam esse, conjectatur. Subjicit his quinque adhuc numismata, in quorum priori antica caput Alexandrinum cum diademate, postica raptum Sabinarum; in secundo, pars una Alexandri caput exuviis leonis indutum, altera Alexandri Bucephalum domantis, & Philippi Macedonis ac Olympiadis, parentum admirantium, figuras; in tertio aversa solis quadrigas, cum inscriptione: SOLI INVICTO; in quarto adversa faciem Alexandri, aversa STEPHANUM, seu STEPHANAM Athletam victrici in curru stantem cum laurea pal-

palmaque nobili, exhibent. In quinto demum Noster iterum se Oedipum præstat. Conspicitur juvenis alatus rupi insidens, dextra uvam tenens, læva colligens vestem, quæ pectus tegit, sed post nates expansa est, inferioribus corporis omnino denudatis. Scilicet uva, & sublata, detecto inguine, vestis duo insigniora Alexandri M. vitia, ebrietatem & amoris intemperantiam, alæ vero, *Alexandrum volare potuisse*, (vid. Curt. *Lib. VII. cap.* 11) commonstrant, estque hæc effigies vel, ut Imperatores de magna fortuna æquabiliter ferenda, vel, ut Athletæ de fugienda ebrietate & Venere admonerentur, exsculpta. Aut etiam ab Alexandro Severo, Macedonis æmulo, in ære perenni expressum est, quod idem, teste *Lampridio*, in Alexandro condemnare fuit solitus. Cum vero omnia ista Alexandri Magni Numismata sint ex genere contorniatorum, hinc subnata Nostro *de nummis contorniatis* differendi occasio. Docet vero, non a civitate *Crotone*, ut quibusdam videtur, sed a circulo artificioso circuitum ambiente, appellatos esse; eum enim *tornum* esse dictum posterioribus temporibus, quemadmodum hodie *Contorno* Itali, *contour* Galli vocant. (vid. *Patin. Introduct. ad histor. numism. cap.* 18.) Recte Cl. *Morellius* in *specim. univ. rei nummar. ant.* maximi moduli nummos, qui additum habent circulum, plerumque ex metallo flavo a contorniatis discernendos esse. Hi tortilem atque contractiorem circulum, illi latissimum habent atque planum, ex diverso quandoque metallo. Contorniatis omnibus, postquam percussi essent, demum circulus est additus; & supersunt nonnulli, quibus deest tornus. Tempus & causam percussorum hujus generis nummorum, silentibus vetustis Scriptoribus, per conjecturas solum assequi licet. Videntur maximam partem sub iisdem Imperatoribus percussi, quorum vultus referunt. In usum Athleticum inventos fuisse, typi plerorumque, nomina & imagines Athletarum & equorum fere comprobant. Peculiaris eorum est fabrica; neque in ullo S.C. nota comparet. Barbaram quodammodo fabricam *Morellius* haud merito dixit, cum in quibusdam perfectius artificium noscatur. Idem, ob magnam omnium similitudinem, putat uno tempore conflatos omnes: male: dantur enim quam plurimi in postica nummi vix inter se discernendi, quos tamen diverso tempore percussos nemo dubitat. Nota ista ℞ ac ejus loco quandoque ramusculus, aut aliud signum, argenteis laminulis artificiose repleta, in plerisque occurrunt, eaque signa postea in memoriam Victoriæ ab ipsis Athletis impressa eo crediderim, quod satis multi sunt, in quibus nihil ejusmodi peculiaris notæ cernitur.

Act. Erud. An. 1726. M. April.

Pag. 153.

Act. Erud. An. 1726. M. April. Operæ pretium duxit Noster, *Patini* maxime judicio commotus, in unum fascem colligere omnes contorniatos a præstantioribus rei nummariæ Autoribus evulgatos, simul etiam nondum editos, qui ipsi obvenerunt, eorumque ænigmata singulari commentario illustrare, quem complectitur *Dissertatio altera*. Incipit a contorniatis *Neronis Imperat.* cujus ævo primum nata videntur ejus generis numismata, ut qui Princeps ludorum festivitati & aurigandi studio ad insaniam deditus fuisse traditur. Pag. 154. Et complures sequentium Imperatorum contorniati typos Neronianis exacte respondentes habent. Inter *octodecim* istius Imperatoris contorniatos Noster exhibet *tres* ad ipsa archetypa diligenter delineatos, quos tamen ob rudius artificium Constantini Magni tempore cusos & revocatos judicat, cum olim sub Nerone similes essent percussi. *Vespasiani* contorniatus *unus* cum venatione sistitur inter *Neronianos*, ob similitudinem cum alio nummo ibi repræsentato. Sequuntur contorniati *Trajani viginti atque unus*, ex quibus notabiles imprimis, qui inscriptionem habent: DIVO NERVÆ TRAJANO. Videntur enim in spectaculorum eorum memoriam *cusi*, *quæ teste Xiphilino lib. XV pag. 256, Parthica nominabantur, & Trajani ossibus in columna ipsius sepultis, per multos annos, quasi spectante eo, celebrata sunt. Antonini Bassiani sex* numismata excipiunt Tab. II. Fig. 2. *tria Alexandri Severi*, leonis spoliis Herculis in morem in nummis conspicui: is enim ornatus Principi famæ & virtutum Alexandri Macedonis æmulo convenire videbatur, cum & Herculem Alexander generis sui autorem secutus esset. Jam *Constantini Magni duo*, *Honorii tres* contorniati producuntur, ac demum *Placidii Valentiniani duo*, quorum *alter* qua magnitudine, qua figuris, Fig. 3. qua inscriptionibus longe singularis atque eximius apparet. In adversa parte est caput *Placidii Valentiniani*, peculiari diademate cinctum, ad pectus cum stola; a sinistris palmæ ramus, cum inscriptione: DN. PLA. VALENTINIANUS SPE. AVG. *Spectabilem Augustum* signari putat Noster, nisi forte literæ SPE. male pro consueto illo P.E expressæ sint. Aversa pars sistit organum hydraulicum majus, in cujus usum aquam hauriunt ministri duo, hinc inde stantes; a sinistris Terminum Solis radiatum appositum dixit Cl. *Bandurius*, sed Noster follem existimat, qui arculæ organi ventum immittat; inscriptio: PLACEA S. PETRI, ipsi suspecta videtur, & conjicit legendum esse: PETRONI PLACEAS, prout in alio numismate *Sallustii*, organum hydraulicum referente, inscriptum est. Sed post recensitos Imperatorum nummos *spicilegium* facit Noster additque numismata *Neronis quatuor* alia, ut videtur, reno-

renovata; *Severi duo*; *Alexandri Severi unum*; *Trajani quinque*; *Gordiani*, *Magnentii*, *Desiderii*, singulorum *unum*. Agmen claudunt nummi contorniati, in quibus *memoriæ & effigies Virorum doctorum*, *sive Autorum veterum* exstant. Repræsentantur hic, Princeps Poetarum, *Homerus*, 2 *Socrates*, 3 *Sallustius*, 4 *Terentius*, 5 iterum *Sallustius* satis barbare barbatus, cujus nummi aversa præfert personas togatas tres, quarum media organon, ut videtur, hydraulicum tenet, ad dextram stante tibicina, ad lævam viro se comiter inclinante. Putat ergo Noster, aut Clarissimum *Petronium Maximum* exprimi, qui *Placidio Valentiniano Aug.* offerat insigne hoc munus, aut esse artificem, qui *Petronio* inventum suum dedicet, tibicina artem suam damnante. Inscriptio est: PETRONI PLACEAS. 6 *Horatius* vultu juvenili decorus addito palmæ ramusculo & floris, seu stellæ signo, e Museo Nostri prodit. 7 *Idem Poeta* ætate provectior, nec sine ruga senili, 8 *Apulejus*, 9 *Apollonius Tyaneus* delineati visuntur. Denique Noster de usu contorniatorum numismatum & de tempore, quo percussa sunt, paucis addit, ea, non in usum monetæ, sed in memoriam ludorum Circensium facta esse. Circulum seu tornum, qui pleraque ambit, ad circum alludere, temporibus vero Constantinorum maximam partem illa, quæ hodie supersunt, procusa, vel revocata existimat. Conjecturas has diversis quidem nummis confirmat, de quibus plura dicere supersedemus. Enimvero, quæ supra e Dissertatione priori de IV Monarchiarum ænigmate, adeo ingeniose detecto, indicavimus, ad judicium de insolita prorsus doctissimi *Havercampi* vi divinatrice formandum, affatim sufficere lectoribus nostris poterunt.

Act. Erud. An. 1726. M. April. Pag. 155.

Tab. II. Fig. 4.

Fig. 5.



D. F.

Act. Erud. An. 1726. M. April.

D. F. C. C. ANNOTATA QUÆDAM

Ad easdem Cl. HAVERCAMPI Dissertationes,

Ac de numismate Alexandrino abstrusiore & de nummis quibusdam contorniatis aliis Conjecturæ.

Pag. 156. NOn equidem invideo, miror magis divinationes a Cl. *Havercampo*, tum de abstruso illo Alexandri numismate, tum de aliis nummis contorniatis, adeo ingeniose prolatas. Nolim ego me explicandis his ænigmatibus Oedipum offerre, nec tamen facile inducar ad credendum, quantumvis perplexa sint ista antiquitatis monumenta, latere in ipsis ejus generis mysteria, qualia quidem Vir doctus credidit. Sunt enim, si quid judico, a Romanorum ingeniis moreque, quem in nummorum figuris tenuere, prorsus aliena. Symbola quidem *Romanis nummis* familiaria & hieroglyphica nonnulla satis novi, eaque maximam partem in præstantissimo opere *de usu & præstantia numismatum* excellentissimus harum rerum interpres & judex, *Ezech. Spanhemius*, sigillatim enarravit: sed ænigmata vero adeo recondita, &, quod maximum, res ipsis Romanis olim ignoratas, velut quatuor orbis terrarum Monarchias earumque symbola sacra, figuris parum convenientibus obvolventia, nunquam ego ausim nummis Romanis affingere. Pleraque in nummis & inscriptionibus antiquis ænigmata nobis videntur, quæ suo quidem ævo aperta planaque fuerunt omnibus, nobis vero propter defectum historiæ, rituumque quorundam veterum cognitionem nondum satis excultam, admodum difficilia explicatu sunt atque exercendis conjectando ingeniis materiam præbent. Verum in conjecturis capiendis sectari oportet ingenium Romanis proprium moremque populi, quem in momentis rerum suarum publicis servavit, illam gravitatem priscam, & singularem antiquitatis observantiam, quæ figuras, formas, symbola, formulas, inscriptiones sive patriis, sive peregrinis sacris, magistratibus, officiis, rebus gestis, virtutibus, artibus, fœderibus, paci, bello, singulis denique rebus æterna celebritate dignis antiquitus assignatas custodite retinuit, nec Ægyptiacam rationem, ea, quæ ad doctrinam morum humanorum, aut ad artium disciplinas, vel ad historiam mundi spectant, hieroglyphicis exprimendi, maxime in nummis, unquam adscivit. Et quamvis nummorum, quos *contorniatos* vo-

vocant, ea sit conditio, ut maximam partem seculo in barbariem jam inclinato cusi, aut revocati, & ignobilius artificium & insolitas præ aliis Romanorum figuras multi referant: ego tamen & in his imitationem moris prisci ac sæpenumero publicorum nummorum repetitos typos invenio, ac in plerisque nihil abstrusi esse, nisi studio quæratur. In obscuris veterum monumentorum igitur multa circumspectione, varia sedulaque contemplatione opus est, atque figuræ, vel inscriptiones revocandæ sunt prius & examinandæ ad ritus nobis cognitos, ex quibus aliquid luminis nancisci posse videntur, antequam ad incognita provolemus, ipsique divinemus animo, quæ veteribus in mentem unquam venisse, posthac aliis ægre persuadere valeamus. Quodsi nulla antiquitatis cognitio ad monumentum aliquod lucem præstare videatur, desperato successu, satius crediderim divinationes antiquitatum & historiæ suffragio destitutas supprimere, suamque in conjectando tenuitatem profiteri, quod nec *Patinus* erubuit, quam harum literarum intelligentibus sese deridendum dare. Jam olim clarissimus reique nummariæ peritus Vir, *Joh. Henr. Eggelingius*, ad explicanda numismata illa Alexandri M. ut *Havercampus* vocat, *Patini* desiderio excitatus accesserat, datisque ad summum hunc Antiquarium literis nummos eos retulerat ad Neronem Imperatorem, cujus & figuram, & mores, & quævis huic Principi apprime familiaria obscuris istis adeo formis expressa credidit: quas quidem suspiciones a *Patino* erudite solicitatas alia epistola tueri ac ulterius adstruere, & omnem disquisitionem per epistolas agitatam postea evulgare nullus dubitavit. Et fateor sane quantumcunque dubiorum *Eggelingianis* suspicionibus obstet, ac licet numismatibus illis rectius inspectis parum conveniant, eas tamen ex antiquitate ac historia Romana depromtas eoque nomine non omnino improbandas esse. Luculenter de iisdem dictum est in Actis his A. 1684 p. 38, adjectis Celeberrimi *Felleri* olim nostri doctissimis conjecturis, quas hic loci repetere non vacat. Id e re erit memorasse, numismata hæc Alexandrina jam a B. *Fellero* tributa esse vel Caracallæ, vel Alexandro Severo, inclytis apud Historiæ Augustæ scriptores Magni Macedonis imitatoribus. Credo enim, ad alterutrum optima ratione hæc numismata referri. Alexandrum Severum *Lampridius* diserte testatur, *Alexandri figura nummos plurimos figurasse, & quidem electreos aliquantos, plurimos vero aureos*. Et quid vetat suspiciones, post variam antiquitatis Romanæ pensitationem horumque numismatum cum aliis collationem, meo ingenio subnatas exponere? etsi nolim tam arrogans videri, ut meliora sim doctiorum virorum conjectationibus

[Margin: Act. Erud. An. 1720. M. April. Pag. 157. — Pag. 158.]

bus

Act.Erud. bus in medium allaturus. En! *patet ingeniis campus*. Et quod
An. 1726. *Havercampo* licuit, mihi quoque integrum fore, puto. In num-
M. April. mi Alexandrini prioris adversa parte certo satis mihi videor personas duas Scenicas (quales & *Eggelingius*, licet admodum dubitanter, agnovit,) conspicari, unam virilem, alteram muliebrem. Nihil certe in his figuris, quod non personis Scenicorum Romanis exacte respondeat. Ora dum adspicis hiantia, recordare notissimi loci, quo *Lucianus* Tragœdum describit: *Tragœdus est homo, altis calceis, seu cothurnis incedens, larva super caput, vel frontem extante, ore hiante, non secus, ac si spectatores devorare vellet*. Hinc apud *Juvenalem*:

- - - - - personæ pallentis hiatum
In gremio matris pallescit rusticus infans.

Et *Martialis* de persona Germanica:

Sum figuli lusus, Rufi persona Batavi,
Quæ tu derides, hæc timet ora puer.

Cumque frontem animadvertis gibberam & prominentem, præsertim in persona virili, memineris apud *Nonium* extare verba *Varronis*; *Item, Tragici prodeunt capite gibbero, cum antiqua lege ad frontis superficies*. Quo respiciens & *Lucianus* larvam *super frontem* in Tragœdo *extare* dixit. In persona muliebri maxime conspicuus est ille capillamenti ornatus, altius super caput eminens, quem ὄγκον appellatum, & literæ Λ figuram habuisse, *Julius Pollux* scribit: ὄγκον δὲ ἐςι τὸ ὑπὲρ τὸ πρόσωπον ἀνέχον εἰς ὕψος λαμβδοειδὲς τῷ σχήματι. Certe figura istius fastigii clarius, quam in hoc nummo, exprimi vix potuisset, cui prorsus similem in inclyto marmore Apotheoseos Homericæ Tragœdia sustinet. Sed & spiras crinium contortas atque in altum exstructas satis distinctim licet agnoscere; nec magis obscuræ sunt quatuor plectæ, pone larvam muliebrem prominentes, itemque coma infra genas diffluens. *Is vero personæ muliebris ornatus non a theatro solum, sed e consueta*
Pag. 159. *prorsus feminarum comam in sublime struentium consuetudine apud Romanos desumtus est*, qua de *Juvenalis*:

- - - - - tot adhuc compagibus altum
Ædificat caput.

Alibi *suggestum comæ* vocat. De eodem more *Apulejus* Met. II: *Quid cum frequenti subole cumulat verticem, vel prolixa serie porrectus dorsa permanat?* Et *Tertullianus* de cultu feminar. *cap.* 7: *Affigitis nescio quas enormitates sutilium capillamentorum, nunc in* galeri *modum*, *quasi in* vaginam capitis *&* operculum verticis, *nunc in cervicem retro suggestum*. Quodsi personas *Terentianas* a literatissima Daceria e vetustis membranis repræsentatas

tas cum hoc numismate comparare velis, dic sodes, quid est in figuris adversæ partis, quod non exacte larvis istis theatralibus respondeat? invenies ibi & capillos fronti personæ virilis assutos, & oculos factitios, & reliqua, quæ modo descripsi. Apage igitur cum ænigmatibus horribilium Manducorum, Orientalis illius atque Occidentalis; apage cum quatuor cornibus, cum pileo Orientalium populorum gestamine! Vides enim genuinum personarum Romanis usitatarum habitum ornatumque. Sed, inquis, personæ quid in numismate? Et sane miror, præclarissimam *Spanhemii* industriam fugisse nummos, in quibus apparent personæ, qui licet numero sint exigui, observationem tamen & lucem merebantur. Sit impræsentiarum satis adduxisse nummum Neronis, in quo adversa caput Imperatoris laureatum, aversa hominem præfert, qui personam barbatam, mole satis enormem, ambabus manibus in altum extollit, quam Panos larvam esse, ac in nummo propter Lupercalia huic Deo sacra, Nerone præside celebrata, extare conjectat *Pedrusius*. Talis & Sileni persona cornuta barbataque in Catinensium nummis apud *Parutam*. Item nummus Pansæ a *Fulvio Ursino* & *Laur. Begero* aliisque exhibetur, in quo persona est, significans ludos scenicos a Pansa datos. Multiplex personarum apud Romanos usus, quo de satis constat, in triumphis, in ludis solemnibus, facit, ut neque in aliis nummis, neque in contorniatis, ludorum memoriæ causa percussis, signatas larvas demirer. Quid vero si peculiarem causam personarum in hoc numismate comparentium forte inveniamus? Contemplemur modo aversam nummi faciem. Eam vero vix quisquam antiquitatum peritus paulo diligentius inspexerit, quin illico in figura media sedente muliebri agnoscat Reginam Isin. Est in capite modius, solitum ejus Deæ ornamentum, abundantiæ & fœcunditatis symbolum; habitu comparet stolata, ipsi certe proprio, quo ejus, tanquam Lunæ, quacum idem credebatur Numen, occultatio, dum Solem, sequeretur, indicata fuit; sceptrum, quod læva gerit, sublataque dextra imperium ejus in sidera resque sublunares denotat. Idem plane habitus Isidis noscitur in nummo Smyrnæorum, qui ad hunc Mensem Tab. II fig. 10 spectantium oculis subjicitur, excepto, quod in hoc stans dextraque sceptrum gerens exhibetur. Sphinges autem quid quæso insoliti præferant, Deam origine Ægyptiam sustinentes, & quæ sub statua Isidis sedentis quoque visuntur apud *Boissartum* T. III n. 57? Et Isidem curru vectam a Sphingibus duabus nummus Juliani Imp. repræsentat apud *Patinum* Numm. Imp. ær. med. *p.* 482. Ad sinistram Reginæ cernitur figura muliebris capite turrito, hastam læva tenens, dextra lauream imponens capiti Deæ. Opti-

Act. Erud. An. 1726. M. April. | Pag. 160. | Tab. II. Fig. 10.

 Optime quidem laurea convenit Numini DOMINÆ VICTRICIS, ISIDIS VICTRICIS & TRIUMPHALIS, qualis in marmoribus antiquis passim celebratur. In Smyrnæorum nummo ei lauream porrigit Victoria. Sed nostro in numismate Victoriam e muliere turrigera angustioris formæ ego non effingam. Magis probabile, Deam Romam, aut Genium Urbis esse, Reginæ Isidi honores consecrantem. Ad dextram adstat figura virilis bipennem, Smyrnæorum insigne, quod & Patinus, & alii agnovere, & de quo tot ex nummis res certa est, gerens, eoque satis manifesto Isidis apud Smyrnæos cultum designans. Facile jam de aris utrinque positis affirmaverim, iis Romanum & Smyrnensem Deæ cultum indicari, & fluviorum in alga inferius procumbentium simulacra, alterum ad Tyberim, alterum vero ad Meletem fluvium Smyrnæorum, variis nummis, ut Homeri, apud *Patin.* Num. Imp. ær. med. *pag.* 9, & Neronis, apud *eund. pag.* 119, percelebrem, referri debere. De sacris vero Isidis Romam deportatis res notissima est,
Pag. 161. eaque & præcedentibus Imperatoribus Romanis, teste *Suetonio* in Domit. *cap.* 12, & *Lampridio* in Commodo, *cap.* 9, & maxime omnium Caracallæ cordi fuerunt, quem majori longe celebritate, quam antea factum erat, & reverentia Deæ cultus auxisse, adeo quidem, ut sacra Isidis prorsus Romam detulisse & videretur, & diceretur, *Spartianus* scribit in Caracalla, *cap.* 9. Quid ergo mirum, in hoc Alexandri Severi, aut fortasse ipsius Caracallæ numismate communia Romanis cum Smyrnæis facta Isidis sacra conspici? cujus communicationis & honoris eo nomine Smyrnæis in publico monumento designati causa, præter alia ejus urbis in populum Romanum officia, insigne meritum fuit Smyrnæorum, qui primi inter Asiæ populos templum *Urbis Romæ* erexerant, ideoque omnibus Asiæ civitatibus prælati templum Tiberii statuendum olim impetraverant: *Tacitus* An. IV, 56. Jam id memoria repetendum, in honorem Isidis primos ludos scenicos, celebres illos Megalenses, factos semperque continuatos esse, imo vero posteris temporibus pompam tanta schematum & personarum diversitate institui solitam fuisse, ut vix alia in solemni festivitate plura simulacra & commenta larvarum conspecta sint. Meretur hanc in rem scriptor ejusdem ætatis, cujus forte hic nummus, exaudiri, *Apulejus*, Met. XI. *Ecce*, inquit, *pompæ magnæ paullatim procedunt anteludia, votivis cujusque studiis exornata pulcherrime. Hic incinctus baltheo militem gerebat; illum succinctum chlamyde copides & venabula venatorem fecerant; alius soccis subauratis, indutus serica veste, mundoque pretioso, & adtextis capiti crinibus, incessu perfluo feminam mentiebatur: porro* alium

alium ocreis, scuto, galea, ferroque insignem e ludo putares gladiatorio procedere. Nec ille deerat, qui magistratum fascibus purpuraque luderet: nec qui pallio, baculoque, & baxeis, & hircino barbitio philosophum fingeret: nec qui diversis arundinibus alter aucupem cum visco, alter piscatorem cum hamo induceret. Ex his probabilem satis personarum in hactenus descripto numismate expressarum occasionem dilucere puto: quorum vero hominum vultus iisdem repræsententur, ut ego definiam, exigi nullo jure potest. Quodsi tamen personas Alexandri & Olympiadis, quorum capita simili positu in gemmis obveniunt, & quos in scenicis ludorum apparatibus isti Principes Alexandri Macedonis æmuli dubio procul non sine oblectamento singulari produxerunt, velis agnoscere, non intercedo. Neque obest deformitas illa & truculentia quædam in larvis his conspicua, cum ea vultuum forma in personis scenicis omnino usitata ac propter morem scenicum plane adhibenda fuerit. In altero numismate adverso personarum loco extat caput Alexandri, in quo Princeps ejus admirator fortassis ipse suos vultus effigurari voluit.

Act. Erud. An. 1726. M. April.

Pag. 162.

Signum autem illud ℞, & huic alteri nummo Alexandrino & aliis contorniatis adjectum, interpretor notam RESTITUTIONIS, ex literis R & E more artificum ita conjunctam, ut superior linea transversa literæ E fulcrum posterius in litera R omissum suppleat. Renovatos enim plerosque contorniatos esse, qui hodie supersunt, & artificium, quo procusi sunt, recentius satis manifesto prodit, & nummariæ rei periti testantur omnes, qui & *revocatos* fere eosdem appellare solent, quos alias *contorniatos* vocant. Novi quidem, aliam esse restitutionis notam in nummis per Trajanum aliosque Principes restitutis: sed in recentiori hoc numismatum genere eoque singulari facile novi quidquam & inusitati vel in hac etiam nota factum esse potuit. Nunc pergam, cum pace doctissimi *Havercampi*, ad alias ejus de nummis quibusdam contorniatis obscurioribus conjecturas, nec tamen omnes attingam, sed extantiores, & de quibus monere operæ pretium erit. Quam ob causam malit Vir Cl. *pag.39* in nummo septimo Alexandrino, qui aversus juvenem alatum rupi insidentem, uvam tenentem manu, veste ad pectus reducta, exhibet, ænigma quærere & symbolum vitiorum, quibus Macedo gloriam rerum gestarum obscuravit, tandem ibi deprehendere, quam Daciæ Genium in rupibus suis sedentem atque insigne alterum DACIÆ FRUGIFERÆ uvam dextra præferentem agnoscere, ego quidem non perspicio: alæ enim & vestis pectori juvenis addita, quæ in aliis Daciæ Genio signatis

Act. Erud. An. 1726. M. April. nummis haud observantur, formam Genii habitumque parum immutant. Inter numismata Neronis occurrit unum, in quo serpens est in gyros suos arrectus juxta arborem ad aram incensam accedens, qui prorsus similia duo inter Neronis & Trajani numismata sunt, nisi quod in ara ignis loco noscuntur in his postremis fruges. Neque in ullo eorum aliud mihi suspicari licet symbolum, præterquam Æsculapii, cujus sacra hic repræsentantur, addita lauru, qua & ipse coronatus effingi solebat, & quæ ipsum, tanquam ejus Patri sacra, optime decet: laurus vero in secundo Neroniano satis distincte expressa est. Quid quæso horum numismatum figuris cum angue Neronis fabuloso, ad quem *Havercampus* applicat? & quid, si hoc foret, idem typus in contorniato Trajani ac in nummo alio Alexandri Severi, ubi serpenti addita inscriptio: ΕΠΙΔΑΥΡΙΟΝ, quem illustrat *Spanhemius*, Differt. III. *oper. min. pag.* 183. Inter nummos Trajani est, in cujus aversa Trajanum designari credit specie Numinis marini, tanquam Neptunum Regem, indicio sceptri, quod gestet, & Delphini ad latus ei ludentis, *itemque* Tritonum, quos nudas istas figuras semiexstantes *ex aquis esse* existimat. Videtur ipsi Princeps Romanæ Reip. puppim, referentem se in mare, a scopulis longe impellere; tresque viros, qui in ipsa conspiciuntur navi, putat indicare triplicem Reip. ordinem, Senatorium, Militarem, Plebejum, qui omnes Trajanum ut Deum venerentur, maxime unus ad pronam navis sese devote inclinans. Hem! ego quidem virorum in navi renitentium gestus & vim a figura proram arripienti intentatam repellere conantium habitum facilius, (quippe & medius telum attollit,) quam venerabundorum gestus possum animadvertere. Equidem & ipse Vir doctus mutavit sententiam, postquam integriorem istius typi delineationem opportune nactus fuit, in *addendis* exhibitam, ubi expressissima imago Scyllæ, extante utero fœdatæ, *latrantibus inguina monstris*, navim manu trahentis, cui egregie aptatur descriptio *Virgiliana* Æneid. III v. 424:

Pag. 163.

Tab. II. Fig. 4.

Fig. 2.

At Scyllam cæcis cohibet spelunca latebris,
Ora exertantem & naves in saxa trahentem,
Prima hominis facies & pulchro corpore virgo,
Pube tenus, postrema immani corpore Pistrix,
Delphinum caudas utero commissa luporum.

Pag. 164. In hoc typo nemo non deprehendet manifesta naufragii imminentis indicia, tabulas hominesque navi excussos in fluctibus jam natantes, viros autem in puppi proraque adhuc stantes,

aver-

avertendo fatali discrimini totis viribus intentos atque occupatos. Adversa alium Principem præfert, Alexandrum Severum. Quid vero sentiendum de ratione hujus typi ad ludos Circenses spectantis reddita: *sicut periti nautæ esset flectere & circumagitare ratem, ne scopulis Scyllæ & Charybdis illuderetur, ita & aurigæ exercitati fuisse bene flectere, ne metam impingeret currus & ipse volveretur cum maximo periculo in terram, præmio, & quandoque membris & ipsa vita orbatus?* Certe figura Scyllæ non in solis contorniatis, sed & in aliis Romanorum nummis obvia est, ut in illo Sexti Pompeii, in quo *Maronianæ* descriptioni adeo consentanea visitur, ut illius nummi circa eadem tempora percussi interpres divinus Poeta extitisse videatur *Spanhemio* Diss. III *op. min. pag.* 228. Et *Tristanus* quoque singularem nummum Tarsensium eodem monstro signatum evulgavit. Elegans & spectabilis est nummus, in cujus aversa Bacchi triumphum, tot veterum monumentis inclytum, dilucidiorem spectare licet, quam in aliis contorniatis Trajani & Neronis. Quæ in area nummi inferiore sunt capita, quorum in medio uvæ botrus, se respicientia, *Havercampo* designant aut Orientem & Occidentem, ob uvarum nobile inventum a Baccho utrique Orbi subministratum, aut æternitatem Imperii Romani, aut ludos scenicos, ut larvæ dicendæ sint, non capita. Verum Occidens & Oriens non se adspicerent, quin occipitium potius obverterent; magis probabile, larvas esse, quæ ad Bacchi sacra & insignia pertinent, atque hinc uvæ rectissime apponuntur. Notum enim, in Bacchi celebritate larvas esse gestatas, quæ Penthei stragem significarent, & Baccho a scenicis jam emeritis suspensas fuisse personas. Omnino hic nummus comparari meretur cum elegantissimo sarcophago Hortano, in quo & personæ illæ, & alia in Orgiis Bacchicis celebria visuntur, cujus figuras & illustrationem dedimus in Actis Anni superioris *pag.* 63, ex Celeb. *Fontanini* Antiquitatibus Hortanis. Maximi moduli numisma Placidii Valentiniani dignum est longiori commentatione, quam qualem hæ paginæ admittunt. Bene se habet ad illam *Havercampi* suspicio, fortassis male scriptum esse in titulo Augusti: SPE pro consueto P. F. id est, *Placidiæ Filius*: sed & nomen *spectabilis* recte convenit Valentiniano, ut forma speciosa & venusto membrorum habitu imprimis *spectabili* dicto. In aversa posses legere PLATEA S. PETRI, ut *Camelus* exhibet in nummis Reginæ Christinæ. Constat, quam frequens sit in nummis & marmoribus literarum C & T permutatio. Nec organon hydraulicum tam accurate expressum est, ut puteus cancellis munitus, jussu Valentiniani Romæ fortassis in illa platea erectus, non possit videri. Certe non tibiæ, sed cancelli viden-

Act. Erud. An. 1726. M. April.

Tab. II. Fig. 6.

Fig. 3.

Pag. 165.

Act. Erud. An. 1726. M. April.

dentur puteo circumdati, & aqua prosiliens melius putto convenit, quam instrumento hydraulico, & homines cum perticis utrinque adstantes magis aquam exantlantibus, quam organon agitantibus similes apparent. In antlias publicas condemnatorum mentio fit apud *Suetonium* Tiber. *cap.* 51, & apud *Artemidorum I, cap.* 50. Terminus cum capite radiato vel Solis terminus, vel statua alicujus Sancti probabilius dicetur, quam follis: ecquid enim hydraulicæ machinæ, cui ventum aquæ ministrant, cum follibus? Sallustii nummus vultum Crispi barbatum typo prorsus absurdo exprimit, tristi morientium literarum indicio: aversa ejus pars adeo quidem abstrusa est, ut *Patinus*, qui ipsum olim possidebat, *explicare hunc, quam emisse durius esse*, fassus sit, Thes. numism. Ill. *Mauroceni pag.* 89, quo loco similem prorsus Crispi effigiem barbaram in contorniato sistit cum aversa, in qua SOL ORIENS in quadriga veluti triumphans cernitur. Minus hic ausim ego, quam in superioribus. Quodsi tamen libere profitendum sit, quid suspicer, vix puto, quidquam hujus nummi ad Petronium Maximum spectare. Neque *enim* ulla, præterquam ex nomine Petronii, conjectura *est*, *ea ætate* cusum fuisse, nec aliquid isti viro Consulari aptum ex epigraphe possis exsculpere, nisi *Havercampianam* explicationem velis amplecti & Imperatori, eximium munus, organon hydraulicon, acceptanti, affingere verba: PETRONI PLACEAS, quasi dicat: *Jucundus mihi sis, meritoque placeas, Petroni, muneris oblati nomine: Du magst mir ein Ehren-Mann seyn ec.* Bellulam, bellatulam inventionem! Mihi videtur inscriptio hæc plane similis esse illis: URSE VINCAS, EUTYMI VINCAS, quæ in Constantini M. & in Honorii contorniatis leguntur: & credo, fuisse Athletam quendam nobilem, nomine Petronium, quem voto & gratulatione prosequitur nummus, ut propter obtentam victoriam & in præsens & in posterum placeat. Quicquid illud rei est, quod figura media tenet, id autumo præmium esse, victori destinatum, atque tibicinem Circensem adstare laudes honorati ebuccinaturum, quem etiam in Trajani nummo agnosco velut gratulantem Athletæ, qui ibi nudus laurea palmaque nobili gestiens, seque magnifice efferens, comitatus alia persona togata, plane ut in Sallustiano nummo, exprimitur. (Vid. apud *Havercampum* in *addendis p.* 142 indigna satis ejus interpretatio.) Verum temperandum est ingenio calamoque, ne, dum ad duas annoto, tertia de contorniatis dissertatio evadat, cui certe non spicilegium, sed messem relictam sentio. Permulta enim elegantia & interpretem provocantia ejus generis numismata *Patinus* protulit in Thesauro Numism. Ill. *Mauroceni*, quorum ibi parca illustratione & brevi perfunctus est, quem

Tab. II. Fig. 4.

Pag. 166.

librum

librum certe *Havercampus* non inspexit. Et quam præstantes eosque numero haud paucos contorniatos asservat Serenissimi Ducis Saxo-Gothani FRIDERICI I. nummophilacium incomparabile! quos thesauros auspiciis Sapientissimi Principis sibi recludendos incredibili aviditate pridem exoptat orbis literatus. Ceterum de origine & usu numismatum contorniatorum eorumque forma diversa mallem dicta esse a Cl. *Havercampo*, non vulgaria ista, sed propiora magisque luculenta, qualia *Patinus* passim annotavit, quæque stimulum addunt, ut ipsi fortassis aliquando periclitemur ingenii vires, si Deus ad hæc magis otia fecerit. Act. Erud. An. 1726. M. April.

PARELII DUO

M. Maji. Pag. 223.

Cum parte Halonis Iridem inversam repræsentantis,

Die 7 Febr. Giessæ Hassorum observati a D. JO. MELCHIORE VERDRIES, Med. & Physic. P. P. O.

DIE septimo Februarii, hujus anni, acerrimum frigus, quod ante aliquot dies cœperat, magno rigore perdurabat: cœlum mane, oriente Sole, erat, ad sensum, serenum & illime, ventus borealis, mercurius in barometro eo altitudinis constitutus, ut cœlum serenum significaret & promitteret. Post horam nonam, cum negotiis gravioribus districtus mutatum aliquo modo cœli statum non perciperem, ab amico nuntium accipio, conspici in cœlo iridem. Mirabar nuntium & vix possibile credebam, eo cœli statu, qui adhuc videbatur serenus, in conspectum venire iridem. Interea actutum in locum me confero, ubi liberius prospicere cœlumque tueri possem, accurrit simul dictus modo amicus, & statim oculis nostris se sistit segmentum quoddam halonis iridis coloribus elegantibus atque satis distinctis conspicuum: crura versus regionem verticalem protendebantur, ut iris inversa videretur. Cœlum ea parte erat serenum, rariori tamen vapore albicante pellucido, ut videbatur, obductum. Cum vero eo loci processissem, ubi orientalem cœli plagam Solemque ipsum conspicere dabatur, elegantissimum oculis occurrebat phænomenon. Sol jam ad 17 gradus supra horizon- Tab. II. Fig. 2.

Act. Erud. An. 1726. M. Maji. zontem positus extraordinario & admirando fulgore mirum in modum exsplendescebat, magnaque & pulchre ex flavo albicante corona cinctus comparebat. Ad latera Solis, in ipsa illa corona, apparebat utrinque Parelius pulchre albicans & radians, ita ut corona in illo loco, ubi Parelii conspiciebantur, ab alia quasi secari videretur, quamvis circulum magnum horizonti parallelum, qui alias cum ejusmodi phænomenis observari solet, licet solicite & studiose quæsitum, observare non potuerim. Cœlum utcunque adhuc erat serenum, magnoque splendore oculorum aciem præstringente illisque officiente repletum, vapor tamen aut nebula rarior per aerem universum dispersa videbatur, quæ sub ipsa observatione, in forma lamellarum aut foliorum oblongorum, instar nivis, confestim decidebat, ut terra quasi nive vel pruina contegeretur, urgente simul frigore penetrantissimo. Cumque Solis radii liberius adhuc transirent & omnia collustrarent, totus aeris tractus, pulcherrimo spectaculo, non tantum mirum in modum illuminatus, sed innumeris radiantibus quasi Pag. 224. speculis refertus lumen intendebat & dispergebat. *Cum postea* locum altiorem conscenderem, ipsa phænomena *adhuc constanter* comparebant: observabam tamen vapores & nebulas per ventum Euro-Notum, qui vento Boreali, mane adhuc flanti, successerat, magna copia advehi totumque hemisphærium iisdem, inprimis circa horizontem, jam repletum, ut omnia circumcirca optica densitate valde obscurata apparerent: sicut & mercurius in Barometro jam ad decem fere lineas descenderat. Cum per aliquod temporis spatium phænomena intuerer, aerem, advectis successive densioribus vaporibus & nebulis, magis obscurari videbam, ita ut & Soles spurii, cumprimis circa limbum, rubicundum colorem exhiberent, corona vero segmentum halonis magis magisque diluerentur, donec post horam decimam, cœlo jam albicante nubium tractu obducto, omnia disparerent.

Ipsa phænomena, prout illa cum amicis aliisque pluribus concurrentibus hominibus conspexi atque delineavi, adjecta figura exhibet. Diametrum coronæ Solem cingentis 45 grad. deprehendi, unde Sole 17 grad. supra horizontem elevato, pars hujus coronæ inferior sub horizonte ortivo latebat. Supra coronam, ut figura commonstrat, halonis segmentum, iridis coloribus pulchre radians, in oculos incurrebat, ea plane tum magnitudinis tum distantiæ proportione, quam figura ostendit, sicut & ordo colorum iridis primariæ colorum ordinem imitabatur. Interior erat purpureo-cœruleus, hunc sequebatur viridis & hunc flavo-rubicundus.

Ex

Ex enarratis hisce, quæ hæc phænomena circumstabant conditionibus satis superque perspicitur, aerem tum temporis vaporibus & particulis glacialibus fuisse refertum; cum lamellæ & foliola glaciei per aerem volitantia & decidentia potuerint conspici. Illos vapores fuisse rariores, quamdiu scilicet phænomena conspici poterant, neque alte super invicem coacervatos; cum lucem copiose & abundanter transmiserint, serenitatem non interceperint & cœli colorem oculis non eripuerint. Fuisse quoque terræ propiores, cum nebulæ instar deciderint atque horizontem obscuraverint. De modo, quo secundum leges opticas illa phænomena fuerint producta, cuilibet judicium liberum esto.

Act. Erud. An. 1726. M. Maji.

PROBLEMA ARITHMO-TECHNICUM,

Pag. 225.

Arithmophilis ad dijudicandum, utrum illud pro possibili an impossibili solutu habendum sit,

Propositum a JOH. WILHELMO THEOD. LEICHNERO, Erffurtensi, Ph. M. & Dicast. Electoral. Erffurtens. Adv.-Ord.

SEx invenire numeros tales, ut si eorundem primo quicunque numerus integer pro lubitu assumitur; secundo autem dicti numeri pro lubitu assumti quadratum; tertio ejusdem cubus; quarto ejusdem biquadratum; quinto ejusdem surde-solidus & sexto tandem ejusdem Quadrati-Cubus multiplicetur, hisque productis in unam summam collectis illius pro lubitu assumti numeri Bisurdesolidus addatur, hæc posterior summa semper per 5040 *fit divisibilis*. Seu: *Invenire sex coefficientes numeros, qui in sequenti quantitate Algebraica:* $x^7 + ax^6 + bx^5 + cx^4 + dx^3 + ex^2 + fx$ *pro* a, b, c, d, e, f *substituti producant semper numerum per* 5040 *divisibilem, quemcunque numerum (ubique tamen eundem) pro* x *substituas.*

Cum nullus dubitem, plerosque & tantum non omnes, ipsos etiam Arithmo-technites hoc problema pro impossibili solutu esse habituros, operæ pretium duxi, idem publice proponere, certioresque Arithmophilos insuper facere, esse quendam qui non solum pro solutu possibili reputat, sed & ipsam solutionem intra non longum temporis spatium invenire spondet, si ii qui ejus impossibilitatem sibi nimium persuadent, præmium centum nummorum uncialium vicissim spondeant, quemadmodum

Act.Erud. An. 1726. M. Maji. reciproce ipse centum aureos Hungaricos iisdem se soluturum sancte promittit, si dictum problema stipulandum intra tempus solutum dare nequiverit. Rogatos igitur vult Arithmo-Dædalos, ut quam proxime mentem suam hoc super problemate declarare haud dedignentur, quod vel per literas privatas, enata occasione ad me supra nominatum deferendas, vel etiam, si ita lubet, publicas, his Actis inserendas, fieri poterit. Si autem fortean etiam alii nonnulli solutionem dare in se suscepturi sint,
Pag. 226. eos se dicti præmii ex æquo participes redditurum promittit, hac tamen conditione, ut si in solvendo problemate deficiat aliquis eorum, tantam mulctam, inter solventes ex æquo itidem dividendam, solvat, quantam pecuniæ partem alioquin accepturus fuisset. Quod si etiam impossibilitatis persuasi plus pecuniæ in casum solutionis offerant, semper duplum oblatæ pecuniæ in casu succumbentiæ rependendum in se recipit. Poterunt autem sat commode quamplures, qui impossibilitatis sunt persuasi, conjunctim ad solvendum in casu soluti problematis prædictum præmium se obstringere; uni enim vel duobus, tribus &c. *nimium procul* dubio id videbitur.

C. A. HAUSEN MATH. P. P.

Solutio problematis, modo propositi.

In casu proposito est $a=21$, $b=175$, $c=735$, $d=1624$, $=1764 f=720$; sit $x=2$ & x^7+ax^6 *&c.* fit $40320=5040\times8$. Sed etiam generaliter $x^m+ax^{m-1}+bx^{m-2}+cx^{m-3}\ldots\ldots+qx$ admittit coefficientes ejusmodi, ut summa dividi possit per $1\times2\times3\times4\ldots x^m$; Sit enim $m-1=A$, $m-2=B$, $m-3=C$, $m-4=D$. &c. & erit

$$a=A+B+C+D\,\&c.$$
$$b=AB+AC+AD+BC+BD+CD\,\&c.$$
$$c=ABC+ABD+ACD+BCD\,\&c.$$
$$d=ABCD+\&c. \qquad \&c.$$

Quibus valoribus substitutis divisio procedet. Sed hujusmodi problemata hodie nihil habent difficultatis, unde & demonstrationem omitto.

DE

Act. Erud. An. 1726. M. Junii. Pag. 275.

DE LUMINIS REFRACTIONE

Dissertatio Anti-Bernoulliana, qua luminis refracti Natura explicatur,

Autore JOH. RIZZETO.

CUm docuisset experientia, quod in transitu luminis ex uno in aliud diversæ resistentiæ medium sinus angulorum incidentiæ & refractionis sibi invicem in ratione constante respondeat, hunc Naturæ effectum plures Mathematici explicare ac demonstrare conati sunt. Nimirum ex una parte Cartesius, Herigonius & P. de Chales, ac ex altera Robervalius, Hugenius ac Newtonus. At summus Geometra, Joh. Bernoullius, singulorum explicationibus impugnatis, in Actis Lipf. Anni 1701 confidenter asseruit, *neminem illorum universalem applausum obtinuisse*. His accessere Fermatius, Snellius ac Leibnitius, qui positis sinibus dictorum angulorum inverse ut resistentiis mediorum, radium invenerunt ex puncto radiante ad punctum illustrandum via facillima pervenire. At vitio causarum finalium in hac quoque explicatione notato, denique Bernoullius conclusit, *nullum adbuc existere, qui demonstrationem dederit puram ac nullis objectionibus obnoxiam*. Causa finali facillime agendi rejecta, is tamen Canonem sumpsit, quo dicebatur ipsorum angulorum sinus esse reciproce inter se ut resistentias mediorum, & hunc utique demonstraturus, *nostram*, inquit, *dabimus explicationem, qua rigido Physico non minus quam accurato Mathematico satisfactum iri speramus*. Pag. 276.

Cum autem notassem, quod in transitu luminis ex aere in aquam sinus angulorum incidentiæ & refractionis, juxta observationes vulgo receptas, sunt inter se ut 4, 3, & per consequens resistentiæ aeris & aquæ, juxta Canonem Bernoullianum, ut 3, 4; fastidium faciebat, quod pendulis in aere & aqua oscillantibus Newtonus elicuit in Princ. Math. resistentias aeris & aquæ esse inter se ut 1 ad 800 vel 900. Quare nesciebam, quomodo posset (ut Autor speravit) rigido Physico satisfacere, quod esset proportio inter resistentias aeris & aquæ, ut 3, 4, tam diversa nimirum ab illa, quæ ex Newtonianis experimentis eliciebatur. Hinc suspicatus sum, Clariss. Autorem errasse; & quoniam is dicitur Canon principio Mechanico demonstra-

Act. Erud. An. 1726. M. Junii. tus, rem accuratius examinavi; cumque invenirem difficultatem, hanc in medium fero, ut, si confirmanda est, alia explicatio, quæ melius ad intentum faciat, sublato præjudicio, innotescat.

Tab. II. Fig. 12. *Sint duo media* (ita Bernoullius ait) *diversæ consistentiæ* ADC, BCD (Fig. 12), *punctum radians* A, *punctum illustrandum* B, *ad quod radius* Ae *pervenire debet per refractum* eB. *Quandoquidem radius* eB *tanta vi* (*ob legem actionis & reactionis*) *a resistentia medii* BCD *repellitur* aB *versus* e, *quanta radius resistentiam eandem superare conatur*; *Similiter radius* Ae *pari vi a resistentia medii* ABC *retunditur ab* e *versus* A, *quanta ipsi opus est ad eandem resistentiam superandam*, *scilicet ab* A *versus* e; *Hinc in puncto* e *fit conflictus secundum directiones* Be, Ae *duarum virium inæqualium & mediorum resistentiis proportionalium*.

Pag. 277. *Cum autem constet, duas vires inæquales in se mutuo libere agentes ad eum situm se componere, in quo earum momenta fiant æqualia, ut hoc modo provocetur æquilibrium; hoc itaque punctum* e *ita situm esse debet, ut vires illæ inæquales ad æqualitatem momentorum, nempe ad æquilibrium reducantur*.

Concipit ergo CD *ut virgam rigidam, quæ instar axis admittat verticillum* e, *sed ita tamen, ut lubricissime fluat: huic verticillo duos fingit funiculos alligatos* eAm, eBn *trochleas* A, B *superambientes, inque suis extremitatibus suspensa sustinentes duo pondera inæqualia* m, n, *ut ita verticillus* e *simul sollicitetur a duabus potentiis secundum directiones* eA, eB, *eodem plane modo, quo radios opticos punctum incidentiæ* e *viribus inæqualibus urgere dicit: hoc tantum discrimine, quod ibi potentiæ agant secundum directiones* Ae, Be *premendo, hic vero secundum contrarias* eA, eB *trahendo*.

Pag. 278. *Patet autem, perinde esse, sive prematur, sive trahatur, nam semper verum est, si duæ potentiæ æquilibrium inter se constituentes, singulæ prioribus suis directionibus in contrarias partes dirigantur, eas etiam postea equilibrium servare. Dicit itaque, verticillum* e *ad eum locum pertractum iri in virga* CD, *in quo ducta normali* IR *sinus anguli* AeR *repræsentantis angulum incidentiæ sit ad sinum anguli* BeI, *referentis angulum refractionis, in reciproca ratione potentiarum trahentium, quæ diaphanorum resistentias exprimunt*.

Si duæ potentiæ sollicitant verticillum *e* secundum directiones *e*A, *e*B trahendo, vel secundum contrarias A*e*, B*e* premendo; quod verticillus *e* in virga CD (ut æquilibrium procuretur) ad eum locum pertrahendus sit, in quo sinus anguli A*e*R

Act.Erud. An. 1726. M. Junii.

sit ad sinum anguli BeI in reciproca ratione potentiarum trahentium, vel prementium, hoc utique veritati consentire percepi; quare didici, quærendam non esse in principio mechanico, sed in ejus applicatione, difficultatem.

Ut hæc e latebris eruatur, propagetur radius in æthere, & ingressus in aerem, ex hoc transeat in aquam, ex medio nempe rariore in densius, & in hoc transitu refractionem subeat. Quum transit radius Ae per medium rarius ADC, ab hujus resistentia retunditur ab e versus A: perspicuum est autem, quod is agitur transitus, quia inest radio vis f, quæ impenditur in superanda ipsius medii resistentia, ac etiam perspicuum est, quod hæc vis f dirigitur ab A versus e, & ob legem actionis & reactionis æquatur resistentiæ ipsius medii ADC. Quare colligitur, hanc vim f illam esse, quæ ab Autore indicatur his verbis: *similiter radius* A e *pari vi a resistentia medii* ADC *retunditur ab* e *versus* A, *quanta ipsi opus est ad eandem resistentiam superandam, scilicet ab* A *versus* e.

Quum radius pervenit ad punctum *e*, aliam invenit vim, quæ magis repellit illam *a* B versus *e*, majorem nempe resistentiam medii densioris DCB. Ut igitur radius hanc majorem resistentiam superet, opus est illi vim majorem impendere, quæ proinde vocari potest $f+F$. Hoc posito patet hanc dirigi ab *e* versus B, & ob legem actionis & reactionis ipsam æquari resistentiæ ejus medii densioris, DCB, referri scilicet vim f ad illam partem resistentiæ ejus medii densioris, quæ æqualis est resistentiæ medii rarioris, & vim F ad excessum, quo resistentia medii densioris superat illam rarioris. Cum igitur manifestum sit, eam agere in sensu quoque contrario, scilicet *a* B versus *e*, concluditur itaque, eandem vim $f+F$ illam esse, quæ ab Autore significatur his aliis verbis: *Quandoquidem radius* e B *tanta vi a resistentia medii* BCD *repellitur* a B *versus* e, *quanta radius resistentiam eandem superare conatur*. Pag. 279.

His præmissis quærendum est, an vera consequentia sit, quam elicit Autor dicendo: *Hinc in puncto* e *fit conflictus secundum directiones* Ae, Be, *duarum virium inæqualium & mediorum resistentiis proportionalium*. Vires inæquales, & mediorum resistentiis proportionales, juxta mentem Autoris, procul dubio sunt f, $f+F$; videndum est igitur, an istæ sint, quarum conflictus fiat in puncto *e*, secundum directiones A*e*, B*e*. Si vis f, quæ impenditur in superanda resistentia medii rarioris ADC, esset tota illa vis *a*, qua radius propagatur in æthere, propagatio fieret in medio rariore usque ad punctum *e*, non autem in densiore ultra ipsum punctum *e*. Nam vis, cui pro-

Act. Erud. An. 1726. M. Junii.

pagatio tribuenda foret, inveniretur in casu medii rarioris, non autem in casu densioris. Si igitur radius in hoc etiam medio densiore propagatur, oportet, ut superata resistentia medii rarioris, pars tanta supersit ex vi *a*, quanta saltem sufficiat pro superanda quoque resistentia medii densioris. Hinc sequitur, quod illa vis (qua radio obnitendum est in puncto *e*, ut superet resistentiam hujus medii densioris) non est vis *f*, hoc enim illi opus est ad resistentiam medii rarioris superandam, sed vis *a-f*, ea nempe residua, quæ superest illi post resistentiam ipsius medii rarioris superatam. Quoniam hæc igitur vis *a-f* agit ea quoque ab A versus *e*; ex duabus igitur viribus, quarum conflictus fit in puncto *e*, secundum directiones A*e*, B*e*, illa, quæ agit ab A versus *e*, videtur esse non vis *f*, sed vis *a-f*. Iterum causa, qua refrangitur radius in transitu ex medio rariore in densius, procul dubio est excessus, quo resistentia medii densioris superat resistentiam rarioris, nam ea refractio est major, vel minor, vel nulla; prout major, vel minor, vel nullus est quoque hujusmodi excessus. Hinc sequitur, quod illa vis, qua medio densiori obnitendum est in puncto *e contra vim a-f*, non est tota vis *f*+F, quæ refertur ad totam ipsius medii densioris resistentiam; sed sola vix F relata ad excessum, quo resistentia medii densioris superat resistentiam rarioris. Quoniam igitur hæc ipsa vis F agit *a*B versus *e*, ex duabus igitur viribus, quarum conflictus fit in puncto *e* secundum directiones A*e*, B*e*, altera, quæ agit *a*B versus *e*, videtur non esse tota vis *f*+F, sed sola vis F.

Pag. 280.

Si igitur in refractione, quam patitur radius transiens ex aere in aquam, elicitur ex Canone Bernoulliano proportio inter resistentias aeris & aquæ ut 3, 4, tam diversa nimirum ab illa (ut 1 ad 800 vel 900,) quam Newtonus docet, hujus diversitatis ratio videtur manifestari. Nam in transitu radii ex aere in aquam Autor ex lege actionis & reactionis elicuit resistentias aeris & aquæ esse directe proportionales viribus, *quibus radio* opus est ad eas resistentias superandas. Et quoniam statuit, has vires in puncto incidentiæ obniti, ex suo mechanico principio collegit, easdem vires, & per consequens resistentias aeris & aquæ sinibus angulorum incidentiæ ac refractionis reciproce respondere. At quia videntur in puncto incidentiæ obniti ex una parte illa vis, quæ superest radio post aeris resistentiam superatam, & ex altera parte illa vis, quæ refertur ad excessum, quo resistentia aquæ superat resistentiam aeris; non autem obniti vires, quibus radio opus est ad superandas resistentias aeris & aquæ; has vires & per consequens horum mediorum resistentias sinibus illorum

rum angulorum reciproce respondere, perperam Autor (ni fallor) ex mechanico suo principio collegit. Act. Erud. An. 1726. M. Junii.

Explicatione refractionis Bernoulliana nutante, illæ quoque Fermatii, Snellii, & Leibnitii laborant; nam ex omnibus sequitur, sinus angulorum incidentiæ & refractionis resistentiis mediorum reciproce respondere; quod experientiæ adversatur, cum in transitu radii ex aere in aquam ratio inversa inter sinus angulorum incidentiæ & refractionis sit ut 3, 4, diversa nimirum ab illa (ut 1 ad 800 vel 900) in qua sunt resistentiæ mediorum. Reliquas omnes explicationes Bernoullius arguit falsitatis vel dubii, nec immerito illas Cartesii, Herigonii, ac Robervallii, elicitur enim ex duabus primis, refractionem in transitu radii ex rariore in densius faciendam esse non ad perpendicularem, sed a perpendiculari, & ex tertia colligitur esse in ratione constante non Sinus, sed Tangentes angulorum incidentiæ & refractionis, quæ omnia experientiæ repugnant. Nec arguit immerito illas etiam Hugenii & Newtoni; nam prima displicet illis, qui lumen in instanti propagari contendunt, ac secunda innititur vi attractivæ, quæ non exponitur, sed supponitur. Quod autem is omnia quoque condemnet, quæ leguntur in Mundo Mathematico P. de Chales, *quia videntur unice experientiæ accommodata, ita ut si de ea nondum constaret, pariter nihil certi ex illis a priori concludere liceret*, hoc nequeo quidem subscribere, nam potius aliqua ex iis ad propositum nostrum arbitror esse excolenda. Demonstrante laudato Autore, vel potius ea referente, quæ demonstrata fuerunt a P. Maignan, nempe in transitu radii ex uno in aliud medium sinus angulorum incidentiæ & refractionis esse inter se ut velocitates radii in mediis inæqualiter resistentibus, aliquid utique in demonstratione desideratur, at ex illa tamen explicatio refractionis videtur esse petenda. Pag. 281.

Ut omnia recte procedant, ab omni Hypothesi in primis abstinendum esse, & illud tantum, quod pro certo habetur, assumendum puto. Si corpus opacum corpori luminoso propius vel longius objicitur, lumen in objecto corpore apparet; quare patet, undique propagari luminosi corporis lumen, quo totum circumfusum spatium impletur. Si rursus fila Amiantina in foco Lentis Serenis. Ducis Aurelianensis verticali positione solaribus radiis exposita a luminis ictu dejiciuntur (Regia Academia Parisiorum in Historia Anni 1708 testante) inde colligitur, vim lumini in actu propagationis inesse. Si denique lumen transiens ex medio rariore in densius in actu propagationis eam subit, quam appellamus refractionem, certum est illud in hoc

tran-

Act.Erud. An.1726. M. Junii. transitu pati, medio densiore majorem difficultatem faciente; quam rariore: nisi enim hæc difficultas in causa foret, ratio non esset, qua foret ipsum de recto tramite deflectendum. Licet igitur ignoramus, qua lumen vi propagetur, an emanationis, an impulsus, an aliusmodi, pro certo tamen habemus, luminis propagationem fieri in mediis rarioribus faciliorem, & in Pag. 282. densioribus difficiliorem. Quare, si nomen displicet velocitatis, qua dicitur lumen per media resistentia ferri, illud utique repudiari non potest facilitatis, qua lumen per eadem media dicatur propagari. His positis Lex, quæ sequitur, demonstranda est, ex hac enim omnes refracti luminis proprietates fluere videntur.

Lumine ex medio rariore in aliud densius transeunte, sinus angulorum incidentiæ & refractionis sibi invicem directe respondent, ut facilitates, quibus lumen in iisdem mediis propagatur.

DEMONSTRATIO.

Tab. II. Fig. 13. Pag. 283. Ponatur (Fig. 13) radii cujuscunque sectio *per Axem ABCD*, cujus extrema linea BC: manifestum est, *puncta extrema* B, C pari facilitate propagari in medio rariore per rectas AB, DC. Dum autem ipsa linea BC incidit oblique ex rariore in superficiem CG medii densioris, huic primum occurrit, ac primum insinuatur punctum C, dum adhuc punctum B per medium rarius propagatur. Cum igitur majorem difficultatem offendat punctum C, quam punctum B, necesse est, ut ea puncta B, C propagentur per curvas BG, CF, dum enim punctum B propagatur facilius in medio rariore per arcum majorem BG, oportet, ut punctum C propagetur ægrius in medio densiore per arcum minorem CF. Cum tandem tota linea BC medium densius penetraverit, & acquisiverit positionem GF, manifeste patet, iterum pari facilitate propagari puncta extrema G, F per alias rectas GM, FO. His positis arcus BG, CF circulares esse P. de Chales affirmat, non autem demonstrat, & ideo, quæ deest, demonstratio adjungenda est.

Tempore infinitesimo acquirat linea BC positionem *ab*: si producatur recta BC ad partes *e*, hæc est normalis utrique curvæ, B*a*, C*b*; nam puncta extrema B, C propagantur in medio rariore per rectas AB, DC, quæ tangunt arcus B*a*, C*b* in punctis B, C, & quæ proinde normaliter insistunt rectæ B*e*. Iterum linea *ab* ea pariter producta ad partes *e* perpendicularis est ipsis curvis B*a*, C*b*; nam si medium rarius in spatio a*f*G, sicut alterum densius, resisteret, puncta extrema *a*, *b* per rectas propagarentur, quæ tangerent arcus B*a*, C*b* in punctis *a*, *b*, &

quæ

quæ proinde normaliter insisterent rectæ *ae*; quare patet, rectas *e*B, *ea* radios esse osculatores arcuum B*a*, C*b*. Act. Erud. An. 1726. M. Junii.

Si altero tempore infinitesimo, quod sit primo tempori æquale, acquirit linea *ab* positionem GF, hanc quoque rectam GF productam ad partes *e* simili modo ostendetur esse radium osculatorem arcuum *a*G, *b*F, quorum alter radius osculator est pariter ipsa recta *ae*.

Huic rectæ *ae* ulterius productæ ad partes *e* occurrat, si possibile est, recta GF (ipsa quoque producta) in altero puncto *g*: quoniam lumen propagatur tempore æquali in medio rariore per arcus B*a*, *a*G, & in densiore per arcus C*b*, *b*F, erit itaque B*a*, C*b* :: *a*G, *b*F. Sed *ag*, *bg* :: *a*G, *b*F, ob similitudinem sectorum *ga*G, *gb*F; ergo B*a*, C*b* :: *ag*, *bg*. Sed iterum B*a*, *cb* :: *ae*, *be*, ob similitudinem aliorum sectorum *e*B*a*, *ecb*; ergo *ag*, *bg* :: *ae*, *be*; & per consequens *ag*-*bg* (*ab*), *bg* :: *ae*-*be* (*ab*) *be*. Ex quo patet, esse *bg*, *be* inter se æquales. Cum igitur tres rectæ BC, *ab*, GF ulterius productæ concurrant in unum & idem punctum *e*, Mathematicis patet, esse BG, CF arcus circulorum, quorum semidiametri *e*B, *e*C. Pag. 284.

Ut his cognitis reliqua expediantur, satis est, demonstrationem P. de Chales ad simplicitatem excolere. Centro C, intervallo CG, descripto arcu GK, ac centro G, eodem intervallo GC, descripto arcu CL, sint rectæ GH, CI sinus ipsorum arcuum GK, CL, vel angulorum KCG, CGL. At ex punctis C, G ductis CN, GO perpendicularibus superficiei refringenti CG, cum anguli NCG, KCD sint recti, dempto communi angulo NCK, residuus angulus KCG est æqualis alteri NCD, qui est angulus incidentiæ: Et cum anguli MGL, OGC sint pariter recti, dempto communi angulo OGL, remanet angulus CGL æqualis alteri MGO, qui est angulus refractionis; quare rectæ GH, CI sinus angulorum incidentiæ & refractionis exponunt. At istæ rectæ inter se sunt, ut semidiametri *e*G (*e*B), *e*C ob similitudinem triangulorum *e*GH, *e*CI; ac istæ semidiametri *e*B, *e*C sunt inter se ut arcus GB, CF, ob similitudinem sectorum *e*BG, *e*CF, & tandem se habent isti arcus GB, CF ut facilitates, quibus lumen in mediis inæqualiter resistentibus propagatur; his itaque facilitatibus proportionales sunt illi sinus. Quod erat demonstrandum.

Dum radii extrema linea BC in transitu ex medio rariore in densius propagatur intra circulares arcus BG, CF, quamvis mutetur ipsa linea BC, hoc est, diameter radii, constans attamen est ratio ipsorum arcuum BG, CF, nam ipsi sunt ut facilitates, quibus lumen in mediis inæqualiter resistentibus propagatur. At sinus angulorum incidentiæ & refractionis in eadem

Act. Erud. A. 1726. M. Junii. Pag. 285.

proportione sunt; quamvis igitur diameter radii cujuscunque magnitudinis sit, finitæ vel infinitesimæ, in transitu tamen ex rariore in densius eidem angulo incidentiæ semper idem debet refractionis angulus convenire. Si quis igitur suspicatur, legem propositam (lumine ex uno in aliud medium transeunte) alterari a tremitu, vel a quolibet alio elemento, quod in collisionibus locum invenit; is consideret, esse talem diametrum radii, ut tanquam infinite parva, nisi mathematice, saltem physice sumi queat; & tamen ea omnia, quæ superius demonstrata sunt, constanter manere; non autem idem contingere aliis elementis, quæ in collisionibus locum inveniunt, facile enim percipiet, hæc omnia elementa in quantitatibus infinitesimis evanescere. Quare suspicione remota eam legem intelliget in casu proposito confirmari.

Denique addendum est, quod si in transitu ex medio rariore in densius mutatur facilitas, qua lumen propagatur in rariore; ob legem actionis & reactionis in eadem proportione mutatur etiam medii densioris resistentia, ac ita quoque mutatur facilitas, quam in superando medio densiore lumen amittit. Sumantur itaque datæ facilitates, nimirum F, qua propagatur lumen in rariore, & G qua propagatio fit in densiore: si facilitas F mutatur in quamlibet aliam f, ac quæratur eventus alterius facilitatis G, fingatur, hanc aliam mutari in alteram g. Quibus positis erit F, f :: F-G, f-g; ex qua deducitur F, G :: f, g; constans nimirum ratio, quam habet facilitas propagationis in densiore ad alteram facilitatem propagationis in rariore. Quælibet igitur sit finita vel infinita facilitas, qua propagatur lumen in rariore, sequitur, hanc semper esse diversam ab illa, qua propagatur in densiore, & huic diversitati sinus angulorum incidentiæ & refractionis juxta legem propositam respondere.

Cum igitur Bernoullius doceat, quod in transitu luminis ex uno in aliud medium sinus angulorum incidentiæ & refractionis sint reciproce inter se ut resistentiæ mediorum; nos autem, quod ipsorum angulorum sinus sint inter se directe ut facilitates, quibus lumen in mediis inæqualiter resistentibus propagatur; si demonstrationes consideramus, videtur illa Canonis Bernoulliani deficere, illa nostri inconcussa manere. Si vero in explicandis Phænomenis periculum facimus, videtur etiam Bernoullianus Canon ita a proposito discrepare, ut nullibi admitti possit,
Pag. 286.
noster autem ita ad intentum facere, ut nil ultra desiderandum ipse relinquat.

Quæ his subjecit Ill. Autor Phænomena, latius explicata, Supplem. T. IX. Sect. III. inseremus.

CON-

Act. Erud. An. 1726. M. Aug. Pag. 361.

CONSTRUCTIO LINEARUM ISOCHRONARUM

In medio quocunque resistente,

Auctore LEONHARDO EULERO, Basileensi.

NOtum est inter Geometras cycloidem ordinariam esse in medio non resistente isochronam seu tautochronam, vi gravitatis uniformiter versus centrum infinite distans tendente. In medio quoque pro simplici celeritatum ratione resistente, isochronam esse eandem cycloidem, ostendit Vir summus, Newtonus in principiis suis Philosophiæ Naturalis Lib. II. Prop. 26. Oppido autem miror, neminem adhuc quicquam de isochronis in aliis medii resistentis hypothesibus, non imaginariis, quemadmodum sunt hæ duæ dictæ, meditatum fuisse; cum tamen hæc egregia materia bene mereatur, quæ in scientiæ de motu corporum in medio resistente augmentum profundius examinetur. Ego, quæ hac in re inveni, quasque feliciter detexi curvas tautochronas in medio quomodocunque resistente, centro virium infinite distante & uniformiter attrahente, hic cum publico communicabo, ut orbi literario ansam præbeam, hanc materiam penitius perscrutandi. Pag. 362.

Ut igitur modum generalissimum hujusmodi lineas isochronas construendi tradam: resistat medium in ratione cujusvis functionis celeritatis, & pro hac amplissima hypothesi, sic construo isochronam.

Sit AB linea verticalis, seu normalis in planum horizontis; super hac, tanquam axe, describatur curva AND talis, ut, dictis abscissa AP x, huic applicata normali PN, z, & ipsius z functione quadam, Z, quæ eandem ad z habeat rationem, quam habet illa functio celeritatis, secundum quam fit resistentia, ad ipsam celeritatem, ut inquam fit $dx = zdz + Zdz$. Hac curva facta, construatur alia AMC, super eodem axe AB, ut, producta NP in M, sit portio curvæ AM æqualis applicatæ PN. Erit hæc curva CMA isochrona, corpus scilicet super ea, solo gravitatis nisu, descendens, in quocunque ejus puncto M descensum adorsum fuerit, semper æquali tempore ad punctum A perveniet. Tab. III. Fig. 1.

Ex hac constructione consequitur, curvas hasce habere alicubi in C cuspidem, & reverti in plagam, ex qua venerant, id quod accidere debet, ubi elementum applicatæ PM evanescit, elementum vero hoc æquatur $\sqrt{dz^2 - dx^2}$, ob AM = PN = z sed quia $dx =$

Act. Erud. An. 1726. M. Aug. $zdz + Zdz$, erit $\sqrt{dz^2 - dx^2} = dz\sqrt{1-(z+Z)^2}$ quod debet æquari ziphræ, erit ergo $z+Z=1$, ibi ergo est cuspis, ubi summa $z+Z$ æquatur unitati.

Hæc ergo curva eandem cum Cycloide habebit formam, habebit enim infinitos cuspides, & portiones cuspides constituentes omnes inter se similes & æquales, nam producta PM in m erit lege continuitatis PN = AMC − Cm, sed PN = AM ergo Cm = CM partes ergo AMC, FmC cuspidem C constituentes æquales erunt & similes. Proin ex constructione puncto F, puncto A respondenti, adnectetur portio similis, æqualis & similiter posita cum AMC. Sic quoque, curva CMA continuata, erit AB diameter, eandem ergo plane cum cycloide ordinaria habebit formam.

Ut applicemus hanc generalem constructionem ad hypotheses speciales; ponatur resistentia nulla, erit $Z=o$ ergo $dx = zdz$, i. e. $2x = zz$, unde curva AND erit parabola Apolloniana. Erit ergo isochrona AMC cyclois ordinaria, uti Hugenius jam demonstravit. Pag. 363.

Ponamus resistentiam celeritati proportionalem, erit $Z = z$, unde $dx = 2zdz$, i. e. $x = zz$, curva ergo AND erit denuo parabola, & consequenter isochrona rursus cyclois, quemadmodum Newtonus loco citato demonstravit.

Sit Resistentia ut quadratum celeritatis, quæ hypothesis locum habet in aere, aqua, omnibusque fere fluidis, erit $Z = azz$, unde $dx = zdz + azzdz$ ergo $x = \frac{1}{2}zz + \frac{1}{3}az^3$, ex qua curva, ut supra docui, construi poterit isochrona. Quantitas, a, eo major est accipienda, quo resistentia major est, semper nimirum proportionalis assumi debet quantitati resistentiæ.

Et hac ratione pro quavis hypothesi resistentiarum excogitabili isochrona, methodo hac generali, facile deduci poterit, gravitate uniformiter agente. Pro aliis autem gravitatis hypothesibus, in medio quoque utcunque resistente, etiam possideo methodum construendi isochronas, quam autem, ut & eorum, quæ hic proposui, analysin seu demonstrationem, in aliud opportunum tempus differo; proponens interim cultoribus scientiæ hujus de motu corporum in mediis resistentibus problema sequens, quod ab hac materia haud multum abludit.

Invenire lineam celerrimi descensus, seu brachystochronam in medio quomodocunque resistente, saltem in hypothesi gravitatis uniformi.

P. S. Non possum, quin indicem Anonymo illi Anglo, cui jam per aliquantum temporis cum Celeb. Johanne Bernoulli circa trajectorias reciprocas res est, me adinvenisse methodum ex quolibet linearum ordine, excepto secundo, adminimum

nimum unam determinandi curvam problemati illi de trajectoriis reciprocis satisfacientem, quam, uno elapso anno, revelaturus ero; quo Anglo illi non desit tempus trajectoriam reciprocam, quam inveniendam ipsi proposuit Cel. Bernoulli, simplicissimam post illam tertii ordinis, quam invenire potuerit, publice indicandi. Act.Erud. An. 1726. M. Aug.

ANDREÆ GÆRTNERI, Pag. 36.

In Aula Regis Polon. & Elect. Sax. Mechanici & modulorum Magistri,

Organum Astrodicticum globo cœlesti applicandum.

NObilis Mechanicus, nullique sui ordinis ingenio secundus, organum, de quo hic agitur, invenit ante plures annos; nobiscum vero figuras ejus communicavit, ad quarum ductum facilem totius negotii ideam dabimus. Sit HB globi, cui instrumentum applicandum, quadrans, & ad H & B concipiantur Tangentes maximum globi circulum, HI, IB, sibi in I ad rectos occursuræ. Ad quamvis distantiam IK a recta HI sit regula NO ipsi HI parallela. Huic regulæ affigatur arcus GB, quadrans FSL, cum fulcro arcuato DE & reliquis firmamentis, quæ in utraque figura comparent; sic ut compages tota superficiei globi commode possit imponi. Sit globus ad poli altitudinem, & temporis, quo utimur instrumento, momentum compositus; ipsique imponatur instrumentum, sic ut regula NO dirigatur ad Stellam quamvis, & NOB sit in plano verticali; idquod perpendiculum imminens peripheriæ in medio cavi limbi quadrantis incisæ, ostendet; & facile patet ex elementis, angulum X, quem perpendiculum facit, cum quadrantis radio FS, seu arcum ejus mensuram, id est, altitudinem sideris horizontalem æqualem fore ipsi BZ in Figura 3. Unde consequens est, extremum B stellam contingere in globi superficie, ad quam regula NO dirigebatur; eademque ratione, si extremitas B applicetur stellæ in globo datæ, & instrumentum circa B in globi superficie moveatur, donec perpendiculum immineat mediæ quadrantis cavitati, regulam NO directam iri ad stellam B, quæ proinde in cœlo a reliquis distinguetur. Tab.III. Fig. 2. Fig. 3. Fig.2.3.

Dum globum ad cœli situm pro temporis momento componit Inventor, ipsum movet circa unicum polum V; ne alter in hemis-

Act.Erud. An. 1726. M. Aug. misphærio superiore usui instrumenti obstet. Unde necessum habet globum Horizonti arcto immittere, quo fulciatur; cum fulcrum ad G, cui libere innititur, (quodque pro axe in globum inserto in Fig. 2. 3. non habendum) nequeat omnem in latera inclinationem Sphæræ impedire. Rogatus de Semicirculo CT, cum regula
Pag. 365. mobili AQ, respondit, hæc se non alio fine adjicere, quam ut earum stellarum, quas in Semicirculi plano tempore observationis hærere contingit, distantias metiatur; neque adeo ad Astrodicticum proprie pertinere. Hoc instrumentum, ut quilibet videt, inservire potest curiosis, quibus animus est proprio Marte sidera dignoscere in cœlo stellato, eoque nomine commendandum est. Ad usum autem Astronomicum machinæ parallacticæ faciunt.

OBSERVATIONES HABITÆ ULYSSIPONE,

Circa Primum Jovis Satellitem;

Auctore DOMINICO CAPASSO, Neapol. Soc. Jes.

Anno 1725.

Immers.	Temp. ver. corr.		
	Mor.	Min.	Sec.
Julii die 28 visus est mergi in umbra vera ♃ Telescopio satis perfecto, cujus longitudo palm. 30 Rom.	12	12	26.
Emers.			
Sept. die 12 visus est ab eadem umbra emergere, fortasse non satis exacte ob proximam ♃ cum ☉ ☌, quæ septem ante diebus contigerat.	15	0	19.
die 14 paulo clarius, & exactius. -	9	28	7.
die 21 satis clare - -	11	24	55.
Octob. die 23 - - -	8	11	10.
Novemb. die 8 nonnihil incerta, saltem quoad secunda ob aeris ex vento trepidationem	6	30	4.
die 15 exacte - -	8	24	50.
Decemb. die 8 - - -	8	32	40.
1726.			
Jan. die 9 non satis certa ob nimiam aeris claritatem a crepusc. - -	4	58	50.
die 16 satis clare - -	6	51	10.

OBSER-

Act. Erud. An. 1726. M. Aug.

OBSERVATIONES ASTRONOMICÆ

Ad elevationem Poli Ulyssipone inquirendam,

Eodem Auctore.

Hic tantum appono observationes habitas circa Solem Quadrante Astronomico, ac Sextante trium pedum Parisinorum. Postmodum mittam alias habitas Quadrante murali quinque pedum, tum circa Solem, tum etiam circa reliqua astra. Pag. 366.

Anno 1725.

Die 24 Novemb.

	°	′	″
Altitudo Limbi super. ☉ in Meridie Quadrante Astronomico observata.	30	56	20.
Refractio propria hujus altitudinis ex tabulis Cl. V. D. Edmundi Halleji.	0	1	28.
Altitudo correcta ejusdem Limbi	30	54	52.
Parallaxis ☉	0	0	4.
Altitudo vera Limbi Superioris ☉	30	54	56.
Semidiameter apparens ☉	0	16	18.
Altitudo vera Centri ☉	30	38	38.
Declinatio ☉ Australis	20	38	59.
Altitudo Æquatoris	51	17	37.
Complementum, seu Elevatio Poli	38	42	23.

Die 5 Decemb.

	°	′	″
Altitudo Limbi super. ☉ in Meridiano per Sextantem	29	8	10.
Refractio ex iisdem Tabulis	0	1	35.
Altitudo ejusdem Limbi correcta	29	6	35.
Parallaxis ☉	0	0	4.
Altitudo vera Limbi Super. ☉	29	6	39.
Semidiameter ☉	0	16	20.
Altitudo vera Centri ☉	28	50	19.
Declinatio ☉ Australis	22	27	7.
Altitudo Æquatoris.	51	17	26.
Complementum, seu Elevatio Poli	38	24	34.

Die

Act.Erud. An. 1726. M. Aug.

Die 6 Decemb.

	°	′	″
Altitudo Limbi super. ☉ in Meridie per Sextantem	29	1	0.
Refractio - -	0	1	36.
Altitudo correcta ejusdem Limbi - -	28	59	24.
Parallaxis - - - -	0	0	4.
Altitudo vera Limbi Super. ☉ - -	28	59	28.
Semidiameter ☉ - - -	0	16	21.
Altitudo vera Centri ☉ - -	28	43	07.
Declinatio ☉ Australis - -	22	34	24.
Altitudo Æquatoris - - -	51	17	31.
Complementum, seu Elevatio Poli. -	38	42	29.

Pag. 367.

Die 29 Decemb.

	°	′	″
Altitudo visa Limbi Super. ☉ Quadrante -	28	20	22.
Refractio - - - -	0	1	39.
Altitudo correcta ejusdem Limbi - -	28	18	43.
Parallaxis ☉ - - -	0	0	4.
Altitudo vera Limbi Super. ☉ - -	28	18	47.
Semidiam. ☉ - - -	0	16	21.
Altitudo vera Centri ☉ - -	28	2	26.
Declinatio ☉ Australis -	23	14	57.
Altitudo Æquatoris - - -	51	17	23.
Complementum, seu Elevatio Poli -	38	42	37.

1726.

Die 8 Januar.

	°	′	″
Altitudo visa Limbi infer. ☉ in Meridie -	28	47	10.
Refractio - - -	0	1	37.
Altitudo correcta ejusdem Limbi -	28	45	33.
Parallaxis ☉ - - - -	0	0	4.
Altitudo vera Limbi inferior. ☉ -	28	45	37.
Semidiam. ☉ - - -	0	16	21.
Altitudo vera Centri ☉ - -	29	1	58.
Declinatio Australis - - -	22	15	42.
Altitudo Æquatoris - - - -	51	17	40.
Compl. seu Elevatio Poli - - -	38	42	20.

Die

Die 9 Januarii duas Solis altitudines ante Meridiem, totidemque post Meridiem accuratissime deprehendimus, addita Sextanti vel exigua differentia, quæ ex diversa declinatione Solis refundi debuerat in ipsas pomeridianas altitudines ejusdem Solis, quo semper in verticalibus a Meridiano æquidistantibus deprehenderetur, simulque differentia horologii Oscillatorii a Meridie vero, collatis utrisque inter se observationibus, dignosceretur; in singulis enim diligenter adnotavimus momenta temporis ab eodem horologio indicata. Utræque vero observationes adeo consensere in eadem prædicti horologii differentia a tempore vero definienda, ut vix unæ ab alteris in unico secundo discreparint. Emendatis igitur observationum momentis juxta inventam differentiam, supputare licuit calculis Trigonometricis Elevationem Poli his tribus datis. Act. Erud. An. 1726. M. Aug. Pag. 368.

	° ′ ″
Altitudo vera Centri ☉ - -	20 36 18.
Ejusdem declinatio Australis ex Tab. Hirianis	22 8 11.
Tempus verum observatæ altitudinis -	9ʰ 37′ 26″.
Quibus cognitis ope trianguli obliquanguli, in quo dantur duo latera, & angulus iisdem comprehensus, invenitur Poli Elevatio -	° ′ ″ 38 42 24.
Ex secunda observatione matutina hæc tria quoque fiebant cognita.	
Altitudo vera Centri ☉ - -	° ′ ″ 23 25 47.
Declinatio ☉ ex Tabulis Hirianis -	22 8 10.
Tempus verum observatæ altitudinis -	10ʰ 4′ 41″.
Quibus cognitis ope ejusdem trianguli, invenitur Altitudo Poli Ulyssip. - -	° ′ ″ 38 42 25.

Ex duabus observationibus pomeridianis, cum eadem pene esset altitudo Solis, declinatio, & angulus circuli horarii cum Meridiano, eadem quoque resultare debuisset Altitudo Poli; ac proinde non opus erat novos calculos instituere.

Jam vero ex omnium observationum complexu inferre hactenus licet, Ulyssiponensis Urbis Latitudinem in Observatorio Regii Palatii, vel Collegii D. Antonii Magni, a quo non longe distat, esse 38° gr. 42′ min. pene 30″ secund. Secundorum enim certus numerus ab innumeris ac subtilioribus pendet experimentis; siquidem facile variantur vel ab inæqualibus refractionibus, quas experimur, aere diversimode affecto; vel etiam ab exiguo quantumvis Instrumentorum vitio, quod nec peritissimi Artificum in illis construendis vitare omnino possunt. Pag. 369.

Act. Erud. An. 1726. M. Nov. Pag. 517.

RARI,
ac prope inauditi ex utero Morbi Historia

Una cum necessariis Medicis animadversionibus, a
PETRO ANTONIO MICHELOTTO

Venetiis quarto Kalend. Quinctil. 1726 perscripta.

EX Utero potissimum fœminis diversa vehementiaque mala nasci, & experientia notum, & a Græciæ principe Medico Hippocrate animadversum est. Per diuturnæ & haud vulgaris nervorum in Splendidissima Muliere distensionis Observatio-
Pag. 518. nem cum Luca Schrockio, Celeberrimo hoc tempore Augustæ Vindelicorum Medico, & A. N. C. meritissimo *Præside*, *hos* ante quatuor annos communicavi. Impræsentiarum *insolitæ*, *pene incredibilis*, & nisi me amor negotii suscepti fallit, in omni Medicinæ parentum cum Græcorum, tum Arabum memoria inauditæ ex Vulva ægritudinis historiam legentibus sisto.

Judæa virgo duos & viginti annos nata, cui Riccam parentes Caravalci cognominati dixere nomen, hos ante quinque & viginti menses in morbum incidit suppressæ ex tristibus animi affectionibus menstruæ purgationis: inde primum angina, tum, interposito aliquo tempore, rheumatismo; deinde sinistri lateris dolore per hyemem correpta, sanguinis ex brachiis pedibusque detractione, aliisque idoneis medicamentis, a spectato, qui assidebat, Medico, Moyse Codeno, præscriptis, curatur. Manente vitio mensium suppressionis cum vehementi ventris *inflatione* mœroreque, crebro difficilique spiritu, concitatarum *arteriarum* pulsibus, continuisque musculorum ad brachia pertinentium sed exiguis tremoribus, medicamenta mulieribus hysterico morbo fere exanimatis præberi solita, & nominatim remedium, cui uterino elixiri nomen autor Crollius imposuit, data. Sub eo auxilio singultus, & cujuslibet generis, sive solidorum sive fluidorum alimentorum, vomitus exortus est: adversus quem medicamentorum tum opiatorum, tum stomachicorum usus cum frustraneus esset, quem modo laudabam, Medicus diffisus reliquis præsidiis, ad gelidas ex aqua, in qua modo subacidorum cerasorum, modo fragorum, modo Limoniorum malorum succus cum modica sachari portione solutus erat, potiones prudenter confugit:

git: quibus in stomachi resolutione, vomitum, neque calidis, neque anodynis remediis cedentem, conjunctum habente, a me quoque prospero successu non semel adhibitis, consecutus quidem est, ut Ægra & retinere & coquere cibos posset, non tamen ut reliqua mala remitterent: ad quæ ineunte autumno anni MDCCXXIV rerum omnium, sive cibi, sive potus, sive medicamenti speciem obtinentium, insigne fastidium, urinæ suppressio, inexpugnabilisque alvi adstrictio accessere. Eo tempore emollientia olea aliaque medicamenta ducendæ alvi causa in anum per clysterem infundebantur, quæ quum repellerentur, desperatis pene rebus, nutrientia quoque juscula ex capo, gallinaceis pullis & recentium ovorum vitellis in ultima intestina (ex quibus etiam lactea vasa oriri, non esse negandum, summus nostræ ætatis Professor J. B. Morgagnus apprime animadvertit) semel atque iterum de die injicere, tentatum est. Verum enim vero, sive postremo Coli tractu, & fortasse continuati etiam Recti magna parte, ob inclusorum flatuum copiam reliqua intestina comprimente, & peritonæum vehementius distendente (quod verosimilius hoc in casu mihi videtur) ad dextrum sinistrumve infimi ventris latus compulsis, atque ad id arcte appressis: sive illis ipsis intestinorum partibus ob valentissimas nervorum, ad thoracis ac ventris viscera pertinentium, quibus Ægra impræsentiarum quoque vexatur, distensiones maximopere contractis renitentibusque: neque reficientia, quæ dicebam, clysmata admitti poterant. Ita affectam, ita conflictatam nulla edendi aut bibendi, nulla mejendi, nulla dejiciendi cupido cepit: Sorbilia, calida tepentiave juscula, cujusvis generis vinum, gelidæ potiones etiam ex cioccolata, lac mistum cum sacharo vel frigidissimum: hæc, inquam, atque horum similia, aut ex toto in fastidio erant, aut reficiendarum virium causa, non ex appetitu, interdum assumpta, protinus reddebantur. Anni tempore verno acutissimo sinistri lateris dolore prehenditur: alii Medici ad consilium adhibiti sanguinem, ad eum levandum, pondo circiter unciarum trium ex respondente pede, jacenti, morbo longissimaque abstinentia confectæ mittere, non verentur: ipso dolore per istiusmodi anceps auxilii genus, sub quo vires haud multum admodum labefactari visæ sunt, sublato sanguinis paulum tussi ejicitur. Post hæc singultus, seu potius quidam vomendi conatus, per quem humor, colore subobscuro odoreque urinæ ad longum tempus in ischuria retentæ persimilis, sæpius evomebatur, subortus est; qui sine medicamentis brevi postea cessavit. Subsequente æstate, sive raptim mutatione morbi aliqua ex parte in contrarium facta, sive blandis assidentis Matris, alia atque alia pro cibo & potione

Act.Erud. An. 1726. M.Nov.

Pag. 519.

Act. Erud. An. 1726. M. Junii. Pag. 520. offerentis, monitis sollicitationibusque, tandem decumbens *Filia* commota, modo tenuem ex citreis malis aquam, modo liquorem ex subacidorum cerasorum cum melle ac vini spiritu, fermentato succo (*Wisna* vulgo hic appellatur) ad cochlearia aliquot haurire cœpit: atque cum his quidem liquoribus continuavit, donec ad medium circiter Octobrem anni proxime exacti, quo, constrictorio ventriculi motu sursum versus cum atri fere humoris vomitu reverso, nec cibos, nec potiones, nec remedia assumere poterat, perventum esset. Quum eam tum una cum curante Medico viderem, ut memoratum ventriculi motum *remedio liquidi* Helmontiani Laudani ex stillatitia citrei mali aqua ad septem octove guttas exhibere, & pergelidam ex capi succo, citrei mali corticis odore imbuto, certaque ratione cum sacharo misto, sorbitionem pro cibo offerre tentarent, suasi. Sed ne hæc quidem retinuit. Nihilominus tamen intra octo dies, quibus, mente jam turbata, brachia & crura inæqualiter dispergens, seque huc illuc violenter interdum convertens, modo obdormire, modo tristibus veluti exterrita imaginibus ejulare videbatur, *ventriculus* ex toto conquievit: atque ita quidem, ut *& aquam, & liquorem*, de quibus mentionem feci, continere octavo die posset: post quod tempus mentis quoque turbatio ac terrores remoti sunt, & ventris distensio, tametsi interim neque fæces, neque urina emitterentur, paululum imminui visa est. Silentio hic præterire non decet, duobus circiter mensibus, antequam admirandi hujus morbi historiam perscribere inciperem, Ægram & eodem lateris dolore denuo prehensam & ab eo, sanguine ad duas tresve uncias ex brachio dolenti lateri respondente extracto, cito liberatam esse. Verum hoc illud est præcipue scitu necessarium, ipsius Ægræ, quæ a Septembri mense MDCCXXIV in præsens tempus vitam sine omni quidem cibo, & menses decem sine omni fere potu transegit, corpus neque ex toto languere, nec notabiliter emarcescere: quanquam insignis seri sanguine tincti copia tum ex pede, tum ex brachio, summæ quoque cutis lymphæ ductibus, scalpello in sanguine mittendo laceratis, cicatriculisque (quarum ea in lævo brachio in profundum ulcus versa est) tardissime, forsitan ob malum corporis habitum, consolidatis, quotidie per longissimum tempus manaverit.

Facies impræsentiarum quoque colore est quidem fere natu-Pag. 521. rali prædita est; at vero eam cum reliquo corpore neque in modum, quemadmodum ante hos tres menses videbatur (distendente scilicet tunc aere, ex omnium pene corporis capillarium arteriarum cruore, animalium spirituum cuneolis, quam sanis hominibus esse debent, acutioribus pulso, atque muscularium fibrarum

rum interstitiis, invisibilibusque cutis foraminibus interclufo) naturaliter ali, cutis cum subjectis musculis ubique locorum, præterquam in abdomine, quæ aliquantum collapsa existit, clare ostendit: cuncti sensus, si unum tactum, qui una cum motu in dextro fœmore & crure hebes est, excipias, vigent; vigor animi nequaquam obtusus; supinum corpus semper, viribus musculorum prostratis, jacet; ventriculus præcordiaque cum reliqui imi ventris magna parte, & vehementer extensa sunt, & ad tactum leviter sonant; persistit quidem menstruorum, & urinæ suppressio, verum tamen nulla omnino urinariæ vesicæ intumescentia manu percipitur; venter ne spiritum quidem per inferiores partes reddit; neque cibi, neque potus cupiditas ne nunc quidem adest; attamen cremoris ex contusis dulcibus amygdalis cum aqua ex citreo malo expressi paulum sic affectam, a Matre assidue rogitatam, sollicitatamque ante hos undecim menses per diem noctemque, degustare cœpisse, idque nunc quoque continuare, certissimum est: nullus quidem sudor, præterquam in palmis manuum pedumque plantis, neque interdiu, neque noctu oritur: verum tamen oleagineam quandam materiam ex sebaceis universæ ferme cutis glandulis excerni, cum ex totius pene corporis graveolentia, tum præcipue ex unctuosa illa sorditie, quam suis indusiis inhærescere, Ægra hactenus se observasse, mihi retulit, certo constat: nullus fere ex naribus mucus; nulla pene ex ore saliva emittitur; difficillimus somnus est; corripit interdum quidam frigoris sensus; sæpe ventriculi, sæpius capitis dolor torquet; brachiorum, manuumque musculi in dextra præcipue parte continuo contremiscunt; crebra, difficilisque respiratio est: coagitantur semper cum corde arteriæ; tristitia sæpe quidem infestat; interdum tamen hilaritas adest; nutrientia autem clysmata in rectum intestinum injecta, ut protinus repelluntur, sic cujuscunque generis & alimenta & medicamenta vi deglutita ex templo etiamnum redduntur. Veruntamen illud ignorare non oportet, acidulæ aquæ ex Fonte Lælio Recobarii apportatæ cyathum unum alterumve, mense circiter, antequam huic historiæ finem imponerem, potui datum, ventriculum retinuisse, eoque tempore Ægram urinam obscuri coloris exigua (quod tamen & proxime præterito anno, quo ne guttam quidem illius mineralis aquæ assumpsit, non semel accidit) quantitate reddidisse.

Act. Erud. An. 1726. M. Nov.

Pag. 252.

Quod genus, quæ natura hujus morbi & per quas causas hic factus & auctus sit, ad ea, quæ hactenus retuli, acriter attendentibus animum haud difficulter admodum, ut opinor, innotescet. Lotii eorum, quæ per alvum sanis excedere consuerunt, sudoris, menstruarumque purgationum suppressio, na-

rium

Act. Erud. An. 1726. M. Nov.

rium muci, salivæ insigniter imminuta secretio, hæc, inquam, omnia in eorum morborum numerum, qui a fluidorum in nostro corpore, aut ex toto deficientibus, aut notabiliter decrescentibus cooriuntur separationibus, referendum esse, clare demonstrant; cœpisse vero a tristitia, & suppressis mensibus; artuum tremores, agitationes arteriarum, crebram difficilemque respirationem, distensionem ventris, insolitam abstinentiam, mentis motionem ejuscemodi malis accessisse; exanimari interdum Ægram, inde ad se redire; odoribus cum suavibus, tum fœdis lædi; conqueri modo de corde, modo de ventriculo, sæpe de capite; modo tristem, modo hilarem esse; interdum sopore premi, plerumque vigilare; dextro femore, dextroque crure resolutam interdum videri, inde se dextrorsum sinistrorsumque violenter convertere; varios appositos cibos potionesque summo fastidio habere; hæc, inquam, atque his similia, Virginem nostram vehementissime ex Vulva laborare, haud obscure indicant. Quod ad abditas continentesque istiusmodi morbi causas attinet: invisibilis fluidi ex cerebro ac cerebello euntis redeuntisque particulas in vehementes dissonosque motus a *primordiis morbi, una* cum nervis, tum ad exteriora, tum ad viscera, & ad uterum præcipue, finitimasque partes decurrentibus, repente actas esse, conjecerim. Increscente deinde paulatim morbo, continuantibusque nerveorum filamentorum, per thoracem ac ventrem discurrentium, contractionibus, separationum excretionumque naturales

Pag. 523.

leges ire cœpisse præcipites, donec ad omnium pene, qui in nostro corpore sunt, humorum suppressiones imminutasve secretiones perventum sit. Ad hæc ingenti aerearum particularum copia, animalium spirituum impetu, acredineque (quæ longam abstinentiam sequi consuevit) ex evanescentium arteriarum, ad ventriculum, intestina, jecur, splenem, uterum, peritonæum spectantium, arteriis reliqui corporis ob vehementes, in quas jam a morbi usque primordiis continenter aguntur, distractiones forsitan laxiorum: ex harum, inquam, arteriarum sanguine expulso, inque earum partium sinus ac cavitates nequaquam resistentes compulso, universum pene ventrem vehementer distensum, & ventriculum ad eam distensionem redactum esse, ut motiones ad famem excitandam, retinendos concoquendosque cibos pernecessarias, jam obire non possit. Porro ut ex memoratorum spirituum in cor, arterias, thoracis aliarumque partium musculos influxibus, quam naturaliter esse debent, celerioribus, velociores cordis & arteriarum motus, crebram difficilemque respirationem, musculorum tremores, continuasque pene vigilias enatas crediderim: sic inæquales vehementesque membrorum,

quas

quas una cum temporariis mentis commotionibus Ægram non semel hoc in morbo excepisse, ante retuli, agitationes ex dissimilibus præcipitibusque illorum ipsorum spirituum motibus exortas esse, existimarim. Sed illud potissimum objici mihi videor, qui fieri queat, ut juvenis hæc tam diu sine ullo omnino alimento vixerit, & solo liquoris, de quo supra memoratum est, potu vitam tot menses traxerit, ac etiamnum conservet. Quibus pro ingenii mei modulo respondeo; eam non multo secus ac viperas, in vitreis vasculis, vere, æstate atque autumno inclusas, seu potius terrestres cochleas, partem autumni totamque hyemem in testaceis operculis sine omni plane esca viventes vitam trahere, verisimillimum esse. Namque & continuo jacet in lectulo, & visibilium humorum pene nihil excernit. Emanare vero exigua corpuscula tum per invisibilia cutis foramina, tum per os ex pulmonibus, ut omnino negare non ausim, sic eorum corpusculorum, speciem vaporum habentium, haud multum admodum hoc in morbo extra corpus ferri, ex summæ tabis & sudoris in universa ferme cute absentia maxime probabile censeo. Quandoquidem itaque jacens haud insigniter extenuatur, paululum admodum movetur, & visibilium quidem fluidorum fere nihil, invisibilium vero pauxillum reddit, manifestum est, nec sanguinem, nec humores maximopere absumi: ac propterea ex villis, membranas, nervos, sanguinis aliorumque liquorum ductus musculosque constituentibus, mobilium particularum parum exhalare, atque per aera dispergi. Atqui assumendi cibi necessitas in universis animantium generibus ex villorum, memoratas partes compingentium, continua inanitione, notabilive continuo decedentium particularum naturales operationes, sive animales motus subsequi solita excretione dependet, Juvenem ergo, de qua hactenus retuli, in qua fortasse oleaginei quoque humoris in sebaceis universæ cutis glandulis, Celeberrimo animadvertente Morgagno, separari soliti aucta præter naturam crassities insensibilem (quemadmodum Medici loquuntur) transpirationem insigniter minuit, & jejunium septem amplius menses sustulisse, & pauco fluido alimento etiamnum sustineri, sine aliquo commento prodigii edisseri potest.

Act. Erud. An. 1728. M. Nov.
Pag. 524.

Ratione haud multum admodum dissimili, quemadmodum Præstantissima Virgo ex Patritia gente Foscarena, Patavii impræsentiarum in cœnobio D. Marci commorans, per triennium ferme (quod a Viris Amplissimis ejus Consanguineis accepi) tulerit abstinentiam: aliæque Virgines, quæ referentibus Fr. Citesio eruditissimoque Fortunio Liceto, plures annos nihil plane assumpsere, vitam traxerint, per rationes mechanicis similes exponi,

Act. Erud. An. 1726. M. Nov. poni, nedum enodate explicari posse complurium dierum mensiumve abstinentiæ, a Jos. Quercetano, R. Dodonæo, Valesio Tarantano, Henrico Sampsonio aliisque observatæ, causas mihi videtur.

Ex proposita historia, aliisque consimilibus, a modo allegatis Rei Medicæ Scriptoribus perscriptis, primum omnium constat: haud esse fabulam, homines interdum, mulieresque præsertim, quas uterus diutius male habet, a cujusque generis cibis & potionibus vi adversæ valetudinis abstinentes, non duos tantummodo, tres, pluresve dies, quemadmodum credebat Hippocrates
Pag. 525. Lib. de flatibus, verum etiam complures menses, annosque vitam ducere posse. Ex hoc illud deinde colligitur, nostræ Ægræ corpus (mirum dictu) pro ratione longitudinis abstinentiæ haudquaquam esse extenuatum: secus ac in Puellis a Citesio, Quercetano, & Sampsonio in Ephem. A. N. C. Decur. 1. An. III, & a Fort. Liceto in libr. de iis, qui diu vivunt sine alimento, productis, in quibus flaccescens abdomen cum arescentibus inclusis visceribus longissimo jejunio extenuatum & ad spinam collapsum observabatur. Veruntamen de Virgine quadam *Patavina*, *nostræ*, quod ad abstinentiæ tempus aliaque morbi symptomata spectat, haud multum admodum dissimili, ex Alexandro Vigontia Medico narrans ante laudatus Licetus, nequaquam eam tabidam, sed vivido colore præditam extitisse, ait.





EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS ANNI 1727.

OBSERVATIO PARELII SINGULARIS

Facta die 28 Augusti 1722 Germendorffii prope Berolinum

A GEORG. WILH. WEGNERO, Pastore ejus loci.



LEcta nuper in Actis Eruditorum Cel. Verdriesii duorum pareliorum observatio in mentem mihi revocavit phænomenon singulare, quod parelium etiam dixeris, quamvis a pareliis hactenus observatis plurimum differat. Act. Erud. An. 1727. M. Jan. Pag. 38.

Dies 28 Augusti A. 1722. erat pro ratione temporis calidus, cœlum serenum & nubeculis quibusdam albidis interspersum. Ventus flabat Borapeliotes. Hora circiter quinta vespertina atra quædam nubes (quæ in figura lit. A signata est) ab occidente oriebatur, quæ se tamen magis septentrionem quam austrum versus extendebat, & austrum versus in longam sed tenuem li- Tab. I. Fig. 1.

neam B desinebat, quæ etiam atri erat coloris. Hæc atra nubes tandem Solem jam inclinantem obtegebat. In via eram, & ab oriente versus occidentem domum properabam. Circa horam sextam tertia fere post quintam quadrante prope tenuem lineam atræ nubis B conspiciebatur alia nubes coloris albi C, quæ movebatur a Borea versus Africum, dum atra nubes stare & quiescere videbatur. In hac alba nube C imaginem Solis conspiciebam, ipso Sole ab atra nube tecto. Motus autem albæ nubis erat celerrimus, & antequam imago Solis in ea evanescebat, jam ultra atram lineam processerat, & quidem ita, ut cursus *ejus* esset supra atram lineam; quod exinde facile colligebam, quia *imago* Solis in nube ab inferiori atra nube sensim tegebatur, & sensim iterum apparebat. Imago Solis D erat rotunda, sed ipsum Solem magnitudine præter propter superabat dimidia. Colorata erat instar iridis.

Circumferentia exterior rubrum colorem ostendebat, quem flavus excipiebat, ceteri colores interiores haud facile dignoscebantur, quamvis a flavo distincti erant. Nubes alba C, cujus figura equidem irregularis antea erat, sicut *in schemate descripta* est, sensim se dilatabat versus Boream & Africum & tenuior evadebat, donec formam lineæ cujusdam aliquam latitudinem habentis indueret, vid. lit. E. Pro mutatione nubeculæ imago etiam Solis mutabatur. Figura rotunda mutabatur in Ellipticam, cujus axis brevior semper magis magisque decrescebat, longior autem augebatur, donec etiam in lineam desinebat, quæ tamen ab ipsa nube per aliquales colores adhuc distingui poterat. Nubecula alba in alias multas minores dispersa, imago etiam Solis disparuit, postquam phænomenon per horæ circiter quadrantem observaveram. Atra nubes A, quæ pluviam minari videbatur, circa vesperam demum etiam dispersa est. Elevatio ejus maxima supra horizontem hora sexta erat 20. grad. Circuli Horizontalis. Coronarum & arcuum, quæ *alias* conspiciuntur, nulla mihi apparuere vestigia, quamvis anxie quæsita: *sed* & apparere non potuisse, deinceps facile colligebam, quia conditio aeris & circumstantiarum id non ferebat.

Pag. 39.

PHI-

Act. Erud. An. 1727. M. Febr. Pag. 73.

PHILOSOPHIÆ NATURALIS

Principia Mathematica,

Auctore ISAACO NEWTONO,

Eq. Aur. Editio tertia aucta & emendata.

Londini, apud Guil. & Joh. Innys, 1726, 4, chart. aug. Alph. 3 plag. 2.

De nova hac editione operis sine pari, quam curavit *Henricus Pemberton* M. D. Vir, ipso *Newtono* judice, harum rerum peritissimus, ita præfatur Illustris Autor: *Nonnulla*, inquit, *in Libro secundo de resistentia mediorum paulo fusius explicantur quam antea, & adduntur experimenta nova de resistentia gravium, quæ cadunt in aere. In Libro tertio argumentum, quo lunam in orbe suo per gravitatem retineri probatur, paulo fusius exponitur, & novæ adduntur observationes de proportione diametrorum Jovis ad invicem a* D. Poundio *factæ. Adduntur etiam observationes aliquot Cometæ illius, qui anno* 1680 *apparuit, a* D. Kirchio *mense Novembri in Germania habitæ, quæ nuper ad manus nostras venerunt & quarum ope constat, quam prope orbes parabolici motibus Cometarum respondent. Et orbita Cometæ illius, computante* Hallejo, *paulo accuratius determinatur quam antea, idque in ellipsi. Et ostenditur, Cometam in hac orbita elliptica per novem cælorum signa non minus accurate cursum peregisse, quam solent planetæ in orbitis ellipticis per astronomiam definitis moveri. Orbis etiam Cometæ, qui anno* 1723 *apparuit, a* D. Bradlejo *Astronomiæ apud* Oxonienses *Professore computatus, adjicitur*. Quoniam singula, quæ a *Newtono* veniunt, attentionem eruditorum primi ordinis merentur; nostrarum partium esse existimavimus tertiæ quoque editionis memoriam conservare in his Actis, uti de prima satis dictum sit in Actis A. 1688 p. 25 seqq. & de secunda in Actis A. 1714 p. 225 & seqq. quæ in Batavia recusa fuit, una cum Viri summi Analysi per quantitatum series, fluxiones ac differentias, quam a *Gulielmo Jonesio* in lucem publicam protractam commendavimus in Actis A. 1712 p. 81 & seqq. Monet Vir perspicacissimus, resistentiam corporum sphæricorum in flui-

Act. Erud. An. 1727. M. Febr. Pag. 74. fluidis oriri partim ex tenacitate, partim ex frictione, partim ex densitate medii: illam, quæ oritur ex medii densitate, esse in duplicata ratione celeritatis, alteram, quæ oritur ex tenacitate fluidi, esse ut momentum temporis. Quamobrem cum ipse tantummodo prioris resistentiæ ex medii densitate ortæ rationem habuerit, aliis, quibus ulterius progredi libuerit ad motum corporum, quibus resistitur partim vi uniformi seu in ratione momentorum temporis, & partim in ratione duplicata velocitatis, immo ad motum quoque corporum, quibus resistitur partim uniformiter, partim in ratione velocitatis, & partim in ratione duplicata velocitatis, propositiones indicat, per quas aditum ad hanc speculationem patefecit, & quomodo iisdem sit utendum ad istum scopum, innuit. Experimenta nova de resistentia gravium, quæ cadunt in aere, A. 1719 mense Julio Cel. *Desagulierius* cepit, formando vesicas porcorum in orbem sphæricum ope sphæræ ligneæ concavæ ambientis, quam madefactæ implere cogebantur inflando aerem, & arefactas demittendo ab altiore loco in templi S. Pauli turri rotunda fornicata, nempe ab altitudine pedum 272, globo plumbeo duarum circiter librarum Romanarum una demisso & aliis in suprema parte templi tempora tota cadendi, aliis in terra differentiam temporum inter casum globi plumbei & casum vesicæ pendulorum ad dimidia minuta secunda oscillantium ope notantibus. Globus plumbeus cadebat tempore minutorum secundorum quatuor cum quadrante. Tempora, quibus vesicæ quinque post casum globi plumbei prima vice ciciderunt, erant $14\frac{3}{4}$, $12\frac{3}{4}$, $14\frac{5}{8}$, $17\frac{3}{4}$, $16\frac{7}{8}$ ser. sec. & secunda vice $14\frac{1}{2}$, $14\frac{2}{4}$, 14, 19 & $16\frac{3}{4}$. Tempora autem in summitate templi notata erant prima vice $19\frac{3}{6}$, $17\frac{3}{4}$, $18\frac{3}{4}$, $22\frac{1}{8}$ & $21\frac{5}{8}$, & secunda vice 19, $18\frac{5}{8}$, $18\frac{3}{8}$, 24 & $21\frac{1}{4}$ ser. sec. Vesicæ non semper recta cadebant, sed nonnunquam volitabant & hinc inde oscillabantur inter cadendum. Cadebant autem rectius vesica secunda & quarta prima vice & prima ac tertia secunda vice. Vesica quinta rugosa erat & per rugas suas nonnihil retardabatur. Demonstrat autem Vir summus egregium horum experimentorum cum theoria sua consensum. Scholion istud, quod *Leibnitium* tangit & cujus in Actis anni 1714 p. 126 mentio fit, nunc omittitur & ejus loco aliud comparet, in quo Autor exhibet excerptum ex epistola d. 10 Dec. 1672. ad *Collinium* data, quo eidem significavit, se habere methodum generalem, quæ se citra molestum ullum calculum extendat non modo ad ducendum tangentes ad quasvis curvas sive geometricas, sive mechanicas, vel quomodocunque rectas

Pag. 75.

lineas aliasve curvas respicientes, verum etiam ad resolvendum alia abstrusiora problemata de curvitatibus, areis, longitudinibus, centris gravitatis curvarum &c. neque ad solas restringatur æquationes illas, quæ quantitatibus surdis sunt immunes, & se hanc methodum intertexuisse alteri isti, quæ æquationum exegesin instituit, reducendo eas ad series infinitas. Regulis sic dictis philosophandi quartam adjicit, qua præcipitur, in philosophia experimentali propositiones ex phænomenis per inductionem collectas, non obstantibus contrariis hypothesibus, pro veris aut accurate, aut quam proxime haberi debere, donec alia occurrerint phænomena, per quæ aut accuratiores reddantur, aut exceptionibus obnoxiæ, addita ratione, ne argumentum inductionis tollatur per hypotheses. Elongationes satellitum Jovis & diametrum ejus Cl. *Pound* per micrometra ita determinavit. Elongatio maxima heliocentrica satellitis quarti in mediocri Jovis a terra distantia est 8′ 16″ circiter tertii 4′ 42″; secundi 2′ 56″ 47‴; primi 1′ 51″ 6‴. Diameter Jovis micrometro in telescopio 123 pedes longo sæpius capta semper minor prodiit quam 40″, nunquam minor quam 38″, sæpius 39″. Eadem diameter per transitum primi Satellitis per corpus Jovis in ejus mediocri a terra distantia $37\frac{1}{4}$, per transitum tertii $37\frac{1}{8}$ sec. ex tempore, quo umbra primi per illud transiit, 37″ circiter. Elongatio maxima Satellitis quarti Saturnini in telescopio *Hugeniano* 123 pedum prodiit semidiametrorum $8\frac{7}{10}$; Saturni diameter erat ad diametrum annuli ut 3 ad 7 & diameter annuli d. 28 & 29 Maji 1719 erat 43″, adeoque in mediocri Saturni a terra distantia diameter annuli 42″, diameter Saturni 18″. Monet, luce omni erratica rejecta, diametrum Saturni manere haud majorem quam 16″. Pondera corporum in diversos planetas ex recentissimis observationibus aliter definit, quam in editione secunda, eadem nempe in superficiebus Solis, Jovis, Saturni ac terræ esse asserit ut 10000, 943, 529, 435: atque hinc aliæ quoque prodeunt densitates planetarum, quam in editione altera. Ostendit, si ascendatur ad altitudinem milliarium ducentorum supra terram, aerem ibi rariorem fore quam ad superficiem terræ in ratione 75000000000000 ad 1 circiter, atque hinc concludit, Jovem in medio ejusdem densitatis tempore annorum 1000000 ex resistentia medii non amittere motus sui partem decimam centesimam millesimam. Ceterum non mirum, quod in sequentibus quoque propositionibus mutationem subierint numeri, cum ex antecedentibus deducantur sequentia. Motum vertiginis Lunæ statuit dierum 27 hor. 7 43′, ac inde deducit libra-

Act. Erud. An. 1727. M. Febr.

Pag. 76.

librationem in longitudinem, libratione in latitudinem a latitudine Lunæ & inclinatione axis ejus ad planum eclipticæ. Monet, *Mercatorem* in Astronomia sua initio anni 1676 edita hanc librationis lunaris theoriam exposuisse ex literis, quas ad ipsum dederit Noster. Rationes adducit, ob quas Satellites extimi Saturni atque Jovis simili motu circa axem suum revolvi videantur. Altitudinem terræ ad æquatorem nunc definit 19658600 pedum circiter & ad polos 19573000 pedum. *Poundus* telescopio 123 pedum & micrometro A. 1719 diametros Jovis ad invicem deprehendit d. 28 Jan. h. 6 ut 12 ad 11, d. 6 *Mart.* h. 7 ut $13\frac{3}{4}$ ad $12\frac{3}{4}$, d. 9 Mart. h. 7 ut $12\frac{2}{3}$ ad $11\frac{2}{3}$, d. 9 *April.* *h.* 9 ut $14\frac{1}{2}$ ad $13\frac{1}{2}$. Pondera quoque corporum in terræ regionibus diversis una cum quantitate gradus unius in Meridiano nunc paulo aliter determinat. Motum nodorum *J. Machin* Astron. Prof. Gresham. & *Henr. Pemberton* M. D. seorsim invenere alia ratione, quam *Newtonus*. Chartas prioris Principiis suis inseruit, concordes cum chartis alterius. Numeri in theoria Lunæ subinde quoque subierunt aliquam mutationem. Motus Cometæ annorum 1680 & 1681 a *Flamstedio observatus*, ex observationibus *Flamstedianis* correctus, ab *Hallejo* sistitur. Mittimus ea, quæ jam supra ipsis *Newtoni* verbis commemoravimus. Ceterum hæc editio anterioribus palmam præripit, non modo ob nitorem typorum & figurarum, verum etiam quod præter novas accessiones cum contextus, tum figuræ passim expertæ fuerint limam. Præfigitur quoque eidem effigies elegans Senis venerandi & tam eminentibus in Rempub. literariam meritis illustris.



JOAN-

Act. Erud. An. 1727. M. Martii. Pag. 136.

JOANNIS CHRISTOPHORI HARENBERGI R. G.

Observationes quædam Physicæ de Generatione lapidum figuratorum.

§. I.

SI varietatem lapidum intuemur, merito admiramur vastissimum Dei conditoris intellectum ac sapientiam, nam numerum fere omnem superant & nunquam non signis sat evidentibus inter sese differunt, adeo ut ob imminutionem in tantillas & tam innumerabiles particulas, quæ tamen prima ipsorum elementa nondum constituunt, totidem quasi mundos & pulcritudinis divinæ luculentissima vestigia præbeant. Ante ætatem nostram eruditi de quibusvis lapidibus non adeo fuere soliciti. Tandem vero Scheuchzeri, Rosini, Bruggemanni, Schroteri aliique prima Lithologias lineamenta duxerunt. De eo inter omnes constat, lapides alios esse informes, alios formam vel exprimentes vel æmulantes. Informes illi, exceptis silice & maximis aeri expositis petris, hodieque ex massa argillosa, limosave pultiformi, adjuvante aqua & lento igne concrescunt, eorumque genesin industria humana in fabricandis tegulis æmulatur. Lapis specularis, *Marienglas*, *Fraueneis*, de quo Lipsius ac Harduinus dubitant, an hodie notus sit, nostra quoque ætate crescit & lento calore plenius lucidiusque elaboratur intra terræ cavernas. Est in vicinia mea pagus *Erichshausen*, circiter mille passus ad meridiem distans, infra quem in colle quodam fodina lapidis specularis reperitur. Pag. 137. Reperi ipsemet inibi lapides speculares albos & repercussu lucis splendidos, in tenuissimas laminas fissiles, atque omnino ei descriptioni respondentes, quam Strabo, Plinius, Matthias Sylvaticus, Seneca, Olearius aliique tradiderunt. Præcipue memoratu dignum mihi visum est, quod in cavernæ remotissimo recessu materiam illam specularem tam tenuem, furvi coloris, deprehendi, ut compressu digitorum dividere ac friare eam potuerim. Ad ora collis valida bipenni lapidum quorundam moles curavi exscindendas, eosque, qui introrsum positi erant, minus lucentes magisque furvos esse animadverti. Anno tandem interjecto eodem redii, & eosdem furvos, signo a me notatos, candicantes & splendidos vidi. Ubi vero ex materia illa, quæ friari poterat, partem in conclavi tepido posui, eam sensim durescere & colo-

rem

Act. Erud. An. 1727. M. Nov.

rem illum minus furvum induere observavi, ut adeo de generatione lapidum specularium nullum superesse dubium videatur. Ad pagum comitatus Winzenburgensis *Memerhausen*, qui hinc (a *Gandersheim*) 4000 passus ad occasum situs est, præclari inveniuntur lapides speculares, collisque eis obsitus satis est magnus. Jam diu est, quum Vir generosus *de Konig* gypsum inde format, id ipsum affirmans, lapidem illum sensim generari. In lapide, unde calcem coquunt, eandem fieri formationem ac indurationem, satis in propatulo est. Nam sunt putei & fontes, qui reddunt aquas, in quibus igne excoctis inferius particulæ cinericeæ ac albicantes subsidunt, quæ invicem impositæ & copiosius aggregatæ in conclavi tepido sensim in grumos concrescunt, quibus multum calcis, parum nitri inest. Vidi inter Walkenridum ad Nord-husam & oppidulum *die Saxe*, haud procul a ruderibus arcis priscæ *Sachsenstein*, multos fornices minores ac majores, continenter sibi appositos, ex lapide calcis arcuatos, qui ibi frequentissimus est. Siquid ego judicando adsequi valeo, igni subterraneo ac terræ motu fornices illi in sublime expulsi sunt, ita ut alicubi fornix in sublimi medius disruptus appareat, alibi vero alter semicirculus in humum relapsus sit. Nisi lapides illi effectum istum adjuvissent, alibi quoque in viciniæ solo alius naturæ idem casus appareret, id quod tamen secus apparet. Quare indubie lapides illi largiter humectati, condensatione aeris ignem illis insitum nimis coarctante, ignem excitarunt quendam subterraneum, unde elater aeris auctus crustam superiorem levavit ac disrupit, solumque ipsum, mutuo fulcro & obstaculo renitente, in fornicum modum constitisse videtur. Incolæ vocant *Zwerchlöcher*, *antra nanorum*, uti quidem explicant. Mihi tamen fit veri-
Pag. 138. simile, subesse æquivocationem, siquidem Germanis *Zwerch* seu *Zwerg* notat & *nanum* & *transversum*.

§. II. De lapidum figuratorum generatione dicturus, nil, nisi quod ipse vidi, teneo & examinavi, proferam, tanta quidem fide, quanta a quoquam expeti potest. Nec dubito, fore multos, qui & eadem & plura in posterum observaturi sint, ne dicam, fortassis esse nonullos, qui hisce consentanea dudum deprehenderunt. Nam multæ mortalium observationes pereunt, ob vilitatem observatoris, qui sua pro more litteratis consueto cum aliis communicare non potest, vel ipse ea negligit, quæ observavit, quia inde nullam utilitatem redundantem perspicit. At quum nulla veritas est inutilis in sese, siquidem Deus ejus fons est & origo, lithologia usu suo non est privanda. Is usus huc usque plerisque visus est esse palmarius, quod ita copiosissimis documentis universalitatem & veritatem diluvii Noachitici compro-

probare possent. At nisi e divinioribus litteris illam veritatem antea habuissent cognitam, nunquam ex figuratis lapidibus *unicam*, & *universalem* eluvionem terræ collegissent. Nam qui commentitias exustiones & eluviones Stoicorum, theoriam quorundam Astronomorum Anglicorum de tellure, vel sententiam de diluvio non universali amplectuntur, illi demonstrationem illam pro solida reputare nequeunt. Ego quidem, quin diluvium Noachiticum fuerit universale, nullus dubito. At præterea nullas alias particulares eluviones, terrarum disruptiones, abrasiones, & alluviones exstitisse, infitiari non audeo. Viget diluvium Noachiticum sua veritate, licet nulla præterea ex lapidibus terræ accesserit comprobatio. Nam non est committendum, ut ex eis, quæ in utramque partem disputari queunt, vel longe secus, ac fingitur, sese habent, firma pro veritate divina petantur præsidia. Mihi certe nunquam probabile visum est, omnes figuratos lapides esse diluvii Noachitici reliquias, licet me nunquam viris doctissimis æquiparaverim, sed tenuiter satis de mea imbecillitate sentiam. Nam verisimile mihi apparuit, sapientiam *Dei præcipue* ex mutationibus terræ exsplendescere, qui optime humanam fragilitatem habet cognitam, intime gnarus, quotidiana, licet maxima & potentissima, nisi nova scenæ varietas accesserit, existant, sensim in animis hominum evilescere. Eandem sapientiam divinam in variis scenæ variegandæ adminiculis supra terram tantum non quotidie deprehendimus. Humanum genus quotidie novas recipit proles, & recens nati defunctorum supplent vicem. In animalium, arborum & fruticum genere, immo in ipsa maris abysso, patercam Deus voluit negotiosam & ad varietates & novitates tendentem. Undenam igitur in ipso regno minerali exularent generationes & formationes novæ, in ipsis lapidibus figuratis? Quis enim ignorat, margaritas, spongiam, & lapidem spongiæ ac alia hodieque generari? Appuli igitur animum ad lapides figuratos, ac in multis, quod ita esse suspicabar, generationem hodieque solitam satis superque observavi.

Act. Erud. An. 1727. M. Martii. Pag. 139.

§. III. Præcipue id mihi curæ fuit, ut ejusmodi signa animo præciperem, quæ nonnisi generationem illam designare poterant. Quare ita mecum statui, illud omne generari, quod in matrice sua informe adhuc, pusillum, mollissimum & facile in quasvis particulas dividuum deprehenditur, cinctum in vicinia ejusdem generis lapidibus cujusque magnitudinis, aliis aliqua parte nondum satis evolutis, aliis ad perfectiorem speciem, quamvis molles adhuc & conteri non nescii eidem sint, pergentibus, sat induratis & cohærentibus. Certius illud ipsum fore putavi,

 si mi-

Act.Erud. An. 1727. M. Junii. si minimos ejusmodi lapillos sua matrici adhuc inclusos in loco natali vel alibi positos observarem grandescere sensim, ac pleniorem longitudinem ac crassitudinem induere. Hoc enim *judicium intuitivo* par esse succurrebat. Tertium facile prævidi, me ægre tam fortunatum fore, ut multos ejusmodi lapides in matrice sua insertos & puellos vel pusiones adhuc teneros animadverterem: judicavi igitur, inesse aliquid posse figuræ, unde eluceret, an lapidis ejusmodi, an terræ circumstantis durities fuisset prior. Quidquid igitur fuit ante diluvium Noachiticum corpus durum, osseum, corneum & firmiter compactum, *illud ipsum* a circumstante solo limoso ac molli nequit distorqueri, dimidiari, imminui vel in figuram anomalam componi. At contra, ubi strochitæ, conchitæ, trochlitæ aliique in terra molliori latent, simulque sunt distorti, heic vel illic a figura sua dejecti, mutilati, fractique, adeo ut ipsi terræ circumstanti figuram cavitatis omnino impressisse sentiantur, omnino tum innotescit, corpus lapidis ipsum continere ejus vicissitudinis rationem. Quartum addidi signum, videlicet inde depromtum, ut observare intenderem, an lapis lapidem ita transiret & *perforaret, ut nonnisi* ita crevisse intelligeretur. Erat animus ad lapidum dissolutionem ac abrasiones ex attritu solitas observare, &, ubi de generatione constaret, in stamina prima ac semina eorum inquirere.

§. IV. Cornuum Ammonis heic circa Gandesiam mira est copia, at non unius generis. Species ad minimum triginta intra biennium collegi, pluresque superesse nondum mihi visas, haud invitus credo. Ex una tamen certæ speciei genesi proventus reliquorum & origo patescit. Incidi igitur, ab alio monitus rei ipsius ejusque studii imperito, in rivum, qui ab ortu Solis adoccasum septentrionalem e monte satis alto citra præfecturam *Wiszenburg*, ad 4000 admodum passus a me distantem, per varios anfractus labitur. Unda ejus cornua Ammonis, belemnitas, cochlitas, elaitas (*Olivensteine*,) lignum petrificatum & lapides rotunde longos pertusos propellit. Examinavi eam ipsam, cum fere exsiccatus esset amnis æstivo tempore, ad lancem pharmaceuticam & cubum ex lamellis metallicis compositum, gravioremque deprehendi, quam fluentes alias aquas. Caussa gravitatis indubie variat pro multitudine aquarum, siquidem ferri particulæ insunt aquæ, qua ideo fabri ferrarii pro durando ferro libentius utuntur. Inveni inibi globos terreos satis duros, qui, lapidibus aliis confracti, ferri venas ostenderunt. Cornua quoque Ammonis recens ibi nata plerumque in crusta extima splendent in modum orichalci, at materia illa eis tam tenuis inhæret, ut facillime possit abradi, nec in majoribus durioribusque cornibus deprehenditur.

Pag. 140.

tur. Reperi in undis ipsis partem ligni, quæ securis impulsu ex arbore decidit, uti aspectus cuivis facile prodit, satis gravem, in qua pori expleti sunt materia ejusmodi splendente ferrea, in signum satis certum, gravitatem illam & cum lapide similitudinem ortam esse ex particulis succi cujusdam Martialis ac ferrei. Cum hinc & inde ripam, gurgitem, vada, arenas pertentarem, in ripa & alicubi in ipso aquæ fundo inveni massam molliorem, cœruleam, ac pinguem, horizontaliter multo magis fissilem, ubi aliquanto tenacior ac lentior erat, quam ad verticem ac perpendiculum. *Inibi* inveni mirificam segetem illorum cornuum cujusque ætatis & molis. Nonnulla nonnisi curatissimo obtutu vel apposito microscopio videri poterant. Omnia in molli solo sunt mire mollia, & sua sponte sæpius in multa fragmina conlabuntur. Extrinsecus albicant, isque color signum est, cornu adesse minutissimum, si præter albicans ejusmodi punctum nil videris. In massa digitum longa & lata sæpius triginta cornua minima insunt. Inveni ibidem massam duram subrubicundam vix digito æquantem, minorisque crassitiei, in qua quatuordecim matrices cornuum ejusmodi & ultra decem cornua eminent, ac indubie alia inclusa tenentur. Eminet in eadem massa conchites cœruleus valde exiguus, satis tamen conspicuus, adhærens reliquis figuris. Sunt mihi etiam cornua, quorum alterum per alterius medium vel partem transadactum est, manifestissimo indicio, cornua illa generari. Selegi eadem mente locum in ripa, eumque probe pertentavi, diametros singulorum cornuum exiguorum determinatas inscripsi secundum ordinem situs chartæ, ac deinde eum post trimestre spatium revisens diametros inveni majores, ut quisque animadvertere idem posset. Minima quoque ac mollissima cornua aperui, ac in non uno, sed multis observavi eandem soli cœruleam ac pinguem materiam, qua ripa constat, quibus illa scindendi vestigia deerant, simulque animadvertere erat pronum, cornua, quo magis ad centrum in arctum coeant, nondum esse facta & expleta, si fuerint minima, ideoque ad centrum abesse gyri figuram & curatiorem evolutionem. Quo vero majora sunt illa cornua, eo elaboratiora ad centrum apparent. Sunt multa maxime exigua, in quibus partes illæ centro contiguæ adhuc desunt. Massæ partem satis magnam aliquando afferendam curavi, eamque inclusi vitro arctæ cervicis obturato, immista aquæ Martiæ particula, ex ratione paullo ante allata, uti incrementum coram intuerer. Nec illa spes me vano successu elusit, sed ita contigit eventus, uti illum antea suspicatus eram, & quidem intra quatuor menses. Operæ quoque pretium illud addidisse fuerit, aquam nivo soluta exuberantem ripam pulsare multaque

Act. Erud. An. 1727. M. Martii.

Pag. 141.

 dimovere cornuum particulas a reliquo corpore, siquidem pleraque in sua matrice constituta tam sunt mollia & dissipationi prona, ut ægre aliquod retineas integrum. Hæc est causa, cur multa cornuum vulgo inveniantur fragmenta. Mirabile visu est, senes horum lapidum juncturas sensim arcuatas laxare, uti spinam dorsi & inde divergentes utrinque costas facile pervidere possis. Multa quoque cornua guttis pluvialibus excavata & partim laxata teneo. Multa heic quoque in agris & fodinis terræ profundissimis inveniuntur, quæ multis olim revolutionibus fuere admodum lævigata, licet sint durissima. Malim heic corollarium meum dissimulare, quam ea proferre, quæ nonnullis non probantur. Præstat enim alicubi silere quam superstitioni ansam criminandi præbere. Sufficit in præsens, generationem & interitum cornuum Ammonis satis fuisse evictam. Posthac plenius in stamen & semen ipsum inquiram, ubi beneficio valentiorum microscopii exquisitissimi usu fuero instructus. Gradus incrementi & compositionis rationem magna ex parte jam perquisivi, sed ea quidem longiora & pluribus observationibus elimanda sunt.

§. V. Ea vero cornua, quæ circa *Gandesiam inveniuntur*, præcipue juxta cœnobium Brunshausen, pagos Gremsheim & Alten Gandersheim sunt triplo majora; coloris plerumque candidi, nullis punctulis in lateribus conspicua eminentibus, qualia in multis Winzenburgensibus, non tamen omnibus, deprehendo: nullis ramentis ferreis in extimo insignia: nec tam elatis & arctis striis eximia. Facile igitur patet, longe aliam horum esse sedem, quam tamen, studiosissime sciscitatus, detegere non potui. Inducor etiam facile, ut suspicer, quia cornua illa albicantia maxima per multa heic milliaria sparsim inveniuntur eluvionem quandam majorem in causa ejus dispersionis esse ponendam, siquidem abrasiones antea dictæ idem satis ostendunt. Proxime cornua omnia, quæ collegit SERENISSIMA ABBATISSA, PRINCEPS MEA CLEMENTISSIMA, & quæ ipsemet in promtu habeo, in certas classes referam. Pag. 142.

§. VI. In eisdem aquis Winzenburgensibus inveni concham inter cornua enatam, uti facile patet, nam alias quoque, quæ facile stilo in partes subtilissimas solvuntur ex eodem solo pingui fissili cœruleo reperi. Est locus ad Hildesiam dictus pagus Monachorum, seu potius *Monachorum campus*, haud procul a Pontificio Hanoveranæ jurisdictionis cœnobio *Marienrode*, ubi solum est ex limo flavo & arenis mixtis concoloribus compositum. Inibi inveniuntur pulcherrimæ conchæ & striatæ & læves, simplices & quoque duarum valvarum, quasi concha conchæ coi-

tus causa insideret. Habeo nonullas illarum, in quibus concha concham secat & per mediam transit, aliasque, quibus obstans lapillus plenius incrementum & viam evolutionis denegavit, ut inde plane appareant irregulares. Aliquas solvi spiritu acriori in solum illud flavum, unde constant, certissimo indicio, conchas illas fuisse natas ex illo solo. Idem claro obtutu in lævibus conchis patet cuivis. Ad cœnobium Brunshausen in lapidicinis obviæ sunt similes, sed cinericii & albentis coloris pro similitudine soli, quarum multæ ob impedimentum saxi appositi sunt admodum irregulares & striis vel extremitatibus alicubi coarctatis. Molles igitur fuerunt, nec tam duræ, ut lapis oppositus, simulque, eas fuisse generatas, apparet. Os in minimis illis conchis pars prima est, quæ clare apparet, ceteræ vero partes alicubi apparent imperfectæ, mutilæ & mancæ. Caput igitur ibi est punctum saliens, uti in cornibus Ammonis pars extrema. Act. Erud. An. 1727. M. Martii.

§. VII. Ita quoque stellæ marinæ ad ripas fluvii Leinæ procrescunt, uti ex eisdem indiciis colligo. Cochlitæ vero in buxi inferiori puncto crescere incipiunt. Partem limi flavi in examen hujus rei curate perspexi, & in eo, qualis ad Gandesiam obvius est, multos cochlitas deprehendi cujusque magnitudinis trium generum, exiguis nudum oculum fugientibus. Nonnisi in limi parte extima & Solis calori exposita proveniunt. Quare partem in eo loco exteriorem removi, ubi cochlitæ nulli apparebant, & elapsis duobus mensibus punctula alba prodierunt, quæ sensim Pag. 143. facta sunt majora. Alios cochlitas cinericii coloris, ubi adhuc erant molles, resolvi in soli, quod eos habet, particulas & colorem. Cochleæ sane vivæ domicilium sibi non formant, sed ejus involutio in ovi testa jam latet, in qua ea pars, quæ dein aperitur, sensim in exclusione concidit, extremitas vero quædam sensim apparet pro fundo ac centro domicilii, quod quotannis duabus striis ex lento humore cutis bestiæ confirmato prolongatur, uti superiori æstate observavi. Sapientia Dei clariorem omnino in nobis spargeret lucem, si in his protrahendis & observandis essemus diligentiores.

§. VIII. Belemnitæ & elaitæ crescunt quoque in aqua Winzenburgensi illa ex eodem cœruleo solo, eosque tam molles deprehendi in ejus ripa, ut præter figuram nil interesset. Belemnitæ Brunshusani non sunt cœrulei, sed gilvi ex furvo & splendido aliquid trahentes. Sunt mihi, in quibus novus & junior in medio jacet belemnita, ut inde facile colligam, belemnitam alterum generari in altero. Alicubi confricti odorem exhalant & contusi præbentur vaccis contra morbum, quem vocant *den Alp*, unde etiam *Alpesteine* dicuntur. Si Brunshusanis applica-

tur

Act. Erud. An. 1727. M. Martii.
tur lingua, tum retinetur & adstringitur; contusi verò præcipitantis sunt virtutis, uti in aceto inde mitigato observavi. Sunt qui contusum pulverem febri medicari asserunt, quia scilicet acorem præcipitant lentum, sed ejus rei experimentum haud feci.

§. IX. Trochitæ supersunt, quorum in lapicidinis Brunshusanis mira scatet copia. Novam plane de eis theoriam teneo. Nam lilia lapidea tria invenimus, affabre structa, quorum figuram proxime dabo, quorum extremitates exeunt superiori ex parte in trochitas & additas adstringentes claviculas acutas pro solo perforando. Inventionem primi & tertii debemus *VIRO ILLUSTRI, JOANNI ANTONIO KROL DE FREYEN*, qui mihi ansam suppeditavit audacter quærendi, & feliciter illam intortam & alicubi coarctatam inveniendi. Rosinus in Tract. de *Stella marina* vocat *rosam*, quam lilium voco, videturque omnino receptaculum ejus & insidentes aculeos non animadvertisse. In multis trochitis eadem acumina deprehendi. Calore Solis vel terræ accedente trochitæ illi solvuntur *in confinio rotarum*, sed, si fuerint molles, frangi *nequeunt, ut rotæ separentur*, tam arcte dentes inserti compaginationi. Multa sane eorum sunt genera. Aliquot observavi dentes solvisse, ex ea Pag. 144. parte, qua radii Solis inciderant, parte opposita firmiter conclusa. Unde vero illa lilia nascantur, rimari ob paucitatem & duritiem nondum potui. Unum tamen eorum mire a lapide circumstanti pressum est & in irregularitatem abiit, ut facile arbitrer, olim ea fuisse mollia ac dissipationi non cedentia. Sunt mihi complures lapides figurati, sed, quia illorum generationem ipse nec observavi nec fingere audeo, de eis heic tacere non insulsum erit. Id tamen dicendum est, in lapidum exteriorum crustis enatas esse lineas atras, ob pluviam incidentem, quæ arbusta & arbores repræsentant. Sed omnia ibi pendent a casu, quem lusum naturæ vocare possumus, qui in *causa* est, ut radii hoc alioque modo repercutiantur & inde color ille ater prodeat. Spero tamen fore, ut in hæc quoque sensim arcana, Optice in subsidium vocata, penetrem. Post hac dabo plura, ubi animadvertero, alios quoque observationes suas esse addituros & lithologiam adjuturos. Heic enim multa a cujusque patria & domicilio vel itineribus dependent.

DE

Act. Erud. An. 1727. M. Martii.

DE VETERI LAPIDE PORPHYRIO,

Notis Hieroglyphicis decorato.

EXhibemus Tibi, Lector, porphyrium lapidem durissimum, eadem, qua constat, forma repræsentatum, qui nunc in manibus est Viri illustris, *Casparis Sigismundi a Berbisdorff*, Domini in Kunheyde & Ruckertswyalda, Potentissimo Regi Poloniæ & Electori Saxoniæ a Consiliis Provocationum, & Canonici Numbergensis. In ejus altera facie, quæ plana, insculptæ sunt difficili labore notæ hieroglyphicæ, quas eruditis Antiquariis evolvendas proponimus, in altera, quæ convexa, nihil comparet præter circulos ex ingenio forte additos, ejusdem tamen cum notis illis antiquitatis. Nos de eo nihil addimus, nisi quod notamus, lapidem hunc ante paucos annos in Misnia nostra, prope ipsam urbem *Misenam*, sub muro veteris monasterii in pago Seidliz, cavitati cuidam insertum, probeque conservatum, fuisse inventum. Quodsi quis paulo sagacior ejus explicationem nobiscum communicaverit, eam Actis nostris quam primum inserere haud gravabimur.

Tab. I. Fig. 2. 3.



DANU-

Act. Erud. A. 1727. M. Julii. Pag. 289.

DANUBIUS PANNONICO-MYSICUS,

Observationibus Geographicis, Astronomicis, Hydrographicis, Historicis, Physicis, perlustratus,

Et in SEX TOMOS digestus, ab ALOYSIO FERD. COM. MARSILI, Socio Regiarum Societatum Parisiensis, Londinensis, Monspeliensis.

Hagæ Com. apud P. Gosse, R. Chr. Alberts, P. de Hondt.

Amstelod. apud Herm. Vytwerf & Franc. Changuion.

Ex Typographia & Iconographia Rutg. Christ. Alberts, 1726.

In forma maxima, const. 407 *foliis & 288* tabb. æneis majoribus.

Opus hoc loco exhibemus oppido magnificum atque excellens, cujus quidem Prodromum jam in Actis A. 1701 p. 84. (Edit. Act.) recensuimus; & quamvis ab Illustriss. Autore, propter adversa fata, quibus jam diu conflictatus, & tantum non oppressus est, prorsus ex voto perfici atque expoliri minime potuerit, tot tamen ac tam egregias res complectitur, ut universo orbi litterato rem factam gratissimam esse nihil dubitemus, quod tandem eo se adduci passus est Vir summus, ut illud e pulvere ac tenebris, in quibus plusquam viginti annos jacuit, extractum publicæ nunc luci exponeret. Cum jam alia singularis ejus ingenii & incredibilis solertiæ monumenta, quæ maximo cum applausu ab eruditis sunt excepta, in Actis nostris recensuerimus, longiori in præsentia procemio facile supersedere, statimque nos accingere ad tradendam laudatissimi operis œconomiam licet. Distributum illud est in *Tomos sex*; quorum primus *tribus Parti-* (Pag. 290.) *bus* absolvitur, Geographica, Astronomica, & Hydrographica. In *parte Geographica* primo quidem Tabulæ sive Mappæ viginti occurrunt; quarum una totum Danubium, cum fluviis, qui in eum se exonerant, complectitur: alia partem integram hujus amnis sistit, quæ inter montem Cætium sive *Kalenberg*, paullo supra Viennam, & inter Jantram fluvium, infra Nicopolim in Bulgaria, interjacet (hanc enim sibi potissimum illustrandam sumsit

sumsit Excellentissimus Comes noster:) reliquæ eandem partem, in minores tractus divisam quam distinctissime exhibent. Succincta deinde addita est totius Hungariæ, ejusque originis, provinciarum, limitum, & regiminis descriptio, cum Topographia Danubii, in qua de Danubii etymo, de Cætio monte, de regionibus & locis cum insignioribus tum etiam minus insignibus, circa partem hujus fluvii commemoratam sitis, de nationibus denique & insulis, in tractu isto reperiundis, accurate differitur. In *Parte Astronomica* observationes nonnullæ extant altitudinis fixarum & Solis meridianæ, Satellitum Jovis, Mercurii solem transeuntis, & phasium lunarium. Quas cum in lucem proferre Comes illustrissimus identidem dubitasset, inter castrorum quippe strepitus & militaria incommoda peractas, celeberrimus tamen *Cassinus* Senior, a quo se habitum loco filii commemorat, ipsi constanter autor fuit, eas ut haudquaquam aboleret, sed, etiamsi Danubiale opus typis non committeretur, separatim ederet, cum, quod nunquam constet, habitas in Pannonia fuisse hujusmodi observationes, tum, quod a milite, rebus omnibus ad earum perfectionem necessariis destituto, tantum expectari nequeat, quantum ab aliis majori commoditate gaudentibus. Rem non ingratam lectoribus nos facturos arbitramur, si ipsas observationes circa altitudines stellarum meridianas exhibeamus.

Act. Erud. An. 1727. M. Julii.

Et *VIENNÆ* quidem, die 17 April. A. 1696, cœlo sereno, observata est altitudo meridiana *Lucidæ in dorso Leonis* (Bayero δ) 63 g. 58 min. *caudæ Leonis* (Bayero β) 48°, 4′: die 20 ejusdem mensis, aere sereno sed flatibus irrequieto, altitudo merid. *Lucidæ in dorso* ♌ 63°, 59′, *caudæ* ♌ 58°, 4′: eodem die altitudo merid. minima stellæ *Polaris* (Bayero α) 45°, 53′: die 21, cœlo puro, flante Zephyro, altitudo merid. *Lucidæ in dorso* ♌ 63°, 58′, *caudæ* ♌ 58°, 6′, *Polaris* 45°, 53′. Pag. 291.

BUDÆ, die 27 Maji ejusdem anni, aere dispersis hinc inde nubeculis maculato, reperta altitudo merid. *spicæ virginis* (Bayero α) 33°, 2′; *Arcturi* (Bayero *Bootis* α) 36°, 26′; stellæ *Polaris* 45°, 6′. Ibidem, d. 27 Aug. anni commemorati, cœlo serenissimo, altitudo merid. *ultimæ in cauda serpentis* (Bayero θ) fuit 46°, 29′; *Lucidæ in cauda Aquilæ* (Bayero ζ) 56°, 4′; *Lucidæ in scapulis Aquilæ* (Bayero α) 50°, 43′. Die 28 ejusdem mensis, cœlo iterum sereno, *ult. in cauda serp.* 46°, 28′; *Lucida in cauda aquilæ* 56°, 5′. Die 29, aere etiamnum sereno, *ult. in cauda serp.* 46°, 29′; *Lucid. in cauda Aqu.* 56°, 0′; *Lucid. in scap. Aqu.* 50°, 44′.

BAIÆ, die 2 Jun. cœlo admodum sereno, fuit altitudo merid. *Arcturi* 64°, 40′; *Lancis libræ Austr.* (Bayero α) 29°, 9′; *Humeri Ursæ min.* (Bayero β) 60°, 44′. Die 6 ejusdem mensis, cœ-

Act. Erud. An. 1727. M. Julii.

lo sereno, fuit altitudo mer. *Arcturi* 64°, 38′; *Lancis libra Austr.* 29°, 6′; *Humeri Ursæ min.* 60°, 45′.

Ad CONFLUENTES DANUBII ET DRAVII, die 12. Jun. aere defæcatissimo, inventa fuit alt. merid. *Arcturi* 65°, 13′; *Humeri Ursæ min.* 60°, 11′; *manus sinistra Ophiuchi Bor.* (Bayero *Serpentarii* δ) 41°, 35′; *Lucidæ in collo serpentis* (Bayero α) 51°, 50′. Die 13 ejusdem mensis, aere ventoso & pluviosis nubibus inquinato, fuit alt. merid. *humeri Ursæ min.* 60°, 9′; *Lucid. in collo serp.* 51°, 49′. Die denique 14, cœlo nubibus maximam partem obvoluto, fuit alt. mer. *Arcturi* 65°, 13′.

SEGEDINI, d. 15 Jun. ejusdem anni, cœlo serenissimo, deprehensa fuit altitudo merid. *capitis Herculis* (Bayero α) 58°, 31′; *capitis Ophiuchi*, (Bayero *Serpentarii* α) 56°, 36′; *cordis Scorpii* (Bayero α) 18°, 7′. Die 4 Jul. cœlo itidem serenissimo, altitudo *capitis Herc.* 58°, 26′; *capitis Ophiuchi* 56°, 34′. die 9 ejusdem mensis, cœlo sereno, flante Circio, altitudo *cordis* ♏ 18°, 9′; *capitis Hercul.* 58°, 31′; *cap. Ophiuchi* 56°, 38′. Die 11, cœlo purissimo, flante Circio, *cap. Herc.* 58°, 33′; *cap. Ophiuchi* 56°, 34′. Die 12, cœlo purissimo, silentibus ventis, *cap. Oph.* 56°, 36′. *Denique d.* 13, Pag. 292. cœlo pulcherrimo, spirante leniter Nothapeliote, *cap. Herc.* 58°, 33′; *cap. Oph.* 56°, 35′.

In *Castris*, prope *TITUL*, in angulo confluxus Danubii & Tibisci citeriori positis, d. 18 Jul. cœlo sereno, observata est altitudo merid. *capitis Herc.* 59°, 27′, *capitis Ophiuchi* 57°, 29′. Die 20, aere ex hesterna pluvia impuritatis aliquid fovente, *cap. Herc.* 59°, 31′; *cap. Oph.* 57°, 32′; *manus Ophiuchi Austr.* (Bayero μ) 35°, 1′. Die 21, cœlo serenissimo, *cap. Herc.* 59°, 27′; *cap. Oph.* 57°, 31′; *Serpentis caudæ penult.* (Bayero η) 41°, 46′.

SOLNOCI, d. 9 Aug. cœlo sereno, inventa fuit alt. mer. *Lucidæ in cauda aquilæ* 56°, 19′. Die 10, nubibus undique dispersis, alt. mer. ejusdem stellæ iterum fuit 56°, 19′. Die 11, nubibus post imbrem largissimum relictis, altitudo ejusdem stellæ denuo reperta fuit 56°, 19′; *Lucid. in scap. Aquilæ* 50°, 58′.

AGRIÆ sive *Erlæ*, d. 18 Aug. cœlo nubiloso, altitudo *ultimæ in cauda serp.* definita fuit 45°, 56′; *Lucid. in cauda Aquilæ* 55°, 28′; *stellæ in extremitate alæ aquilæ sinistræ* (Bayero δ) 44°, 39′. Die 19, aere nubibus non plane vacuo, flante valide zephyro, *ult. in cauda serp.* 45°, 53′; *Lucid. in cauda aquilæ* 55°, 30′. Die 20, aere puro, *ult. in cauda serp.* 45°, 53′; *Lucid. in cauda aquilæ* 55°, 28′.

Ex collatione harum observationum, assumtis fixarum declinationibus ex Hevelio, supputavit Ill. Autor. *latitudinem sive Elevationem Poli VIENNÆ* 48°, 14′; *BUDÆ* 47°, 29′; *BAJÆ* 46°,

46°, 10'; ad *CONFL. DANUB. & DRAV.* 45°, 36'; *SEGEDINI* 46°, 16'; in *Castris* 54°, 20'; *SOLNOCI* 47°, 9'; *AGRIÆ* 48°, 0'.

Act. Erud. An. 1727. M. Julii Pag. 293.

Observatas altitudines merid. Solis sequens ostendit Tabula:

Nomina locorum.	Menses & dies.	Alt. merid. Gr.	min.	Nomina locorum.	Menses & dies.	Alt. merid. Gr.	min.
VIENNÆ	1696, Maji 10	59.	42	SEGEDINI.	1696, Jul. 4	66.	23
	15	60.	54		5	66	27
	16	61.	6	IN CASTRIS.	13	65.	27
	1697, Febr. 7	26.	46		19	65.	26
	23	32.	21		20	65.	13
	28	34.	14		21	65.	0
	Martii 1	34.	36		22	64.	47
BAIÆ.	1696, Jun. 3	66.	18	SOLNOCI.	25	64.	10
AD CONFLUX.	13	67.	42		Aug. 10	58.	10
	14	67.	44		11	57	48
SEGEDINI.	23	67.	10		12	57.	31
	24	67.	9	AGRIÆ.	13	57.	14
	25	67.	8		20	54.	11
	26	67.	4		21	53.	52
	27	67.	0	BUDÆ.	28	52.	0
	29	66.	54		29	51.	39

Situm satellitum Jovis & distantias eorundem a Jove, quas diversis in locis iterum ac sæpius observavit, & Schematismis etiam expressit Autor, itemque phases Lunares, quoad marginem potissimum, quo tunc crescebat vel decrescebat Luna, eleganter depictas, ne longi simus, prætereundas arbitramur. Observatio vero Mercurii Solem transeuntis, quam Viennæ, 1697, die 3 Novemb. st. n. mane, cœlo sereno, habuit Illustr. Comes noster, quamque jam alibi in peculiari descriptione latius expositam brevi saltim tabula hoc loco & schemate exhibet, omittenda non videtur. Ea est hujusmodi:

Tab. II. Fig. 1.

Act. Erud. An. 1727. M. Julii. Pag. 294.

Series Observationum.	Altitudo Solis, subtracta refractione juxta Ricciolum. Gr. Min.	Tempora ex altitudinibus supputata. Hor. Min. Sec.	Intervalla Temporum. Min. Sec.	Distantiæ ☿ a limbo ☉, in partibus, quarum radius est 10000.
1	8 49	8 12. 24		3070
			8—36	
2	9 58	8 21. 0		2625
			9—8	
3	11 11	8 30. 8		2300
			9—20	
4	12 23	8 39. 28		1850
			6—32	
5	13 11	8 46. 0		1550
			5—20	
6	13 50	8 51. 20		1350
			5—20	
7	14 26	8 56. 40		1100
			7—40	
8	15 22	9 4. 20		700
			2—20	
9	15 39	9 6. 40		550
			12—16	
10	17 0	9 18. 56		Exitus.

Igitur ex consequentia tabulæ;

	Hor.	Min.	Sec.
1 Mercurius superatis vaporibus notanter in oculos incurrens in Sole morabatur,	1.	6.	32
acto autem calculo ab ortu Solis,	2.	8.	53
2 Tota in disco solari mora erat	4.	44.	26
3 Egressus vero totalis contingebat	9.	18.	56

Et quidem

4 Circa gradum peripheriæ 77 1/2 numerando a Nadir.

Pag. 295. Meminit quidem Ill. Autor, in præfatione huic Parti præmissa, tabulæ declinationum quatuor diversarum acuum magneticarum, in diversis locis observatarum, quam addere in fine hujus ipsius Partis voluisse videtur; sed ea deest. Neque etiam satis nobis constat, an inter observationes hactenus commemoratas illæ omnes comprehendantur, quas statim post jacturam Belgradi, A. 1690, se aggredi constituisse asserit, misso ea re exercitato in his studiis Juvene, *Jo. Mullero*, cum Quadrante Astronomico orichalceo (cujus radius erat 2 1/2 ped. Noric.) in loca varia insigniora, ut ibi fixarum altitudines meridianas di-

metiretur. Sed nunc quidem ad *Partem tertiam*, sive *Hydrographicam*, nobis progrediendum est. Act. Erud. An. 1727. M. Julii.

Hic primum locum occupat Mappa Potamographica, in qua fluvii ac fluvioli nominatiores fere omnes, qui in Monarchia Hungariæ ad Danubium, sive immediate sive mediate, confluunt, lacus item ac paludes, idea generali repræsentantur. In hac mappa, quatuor lineis rectis, a montibus australibus ad septentrionales transversim ductis, totidem respondent in sequenti tabula sectiones sive *Profila* integrarum regionum, quibus ostenditur, quanta depressione Danubius aliique insigniores quidam fluvii, respectu unius lineæ horizontalis terrarumque & montium circumjacentium, alveo suo decurrant. Addita etiam est tabula synoptica fluviorum, qui a monte Cætio ad Jantram fl. in Danubium illabuntur, cum provinciis & locis ostiorum atque originum, itemque magnitudine eorundem. Sequitur de alveo Danubii, de diversis ejus solis ac ripis, nec non de variis secundum latitudinem hujus & aliorum majorum fluminum sectionibus; porro de diversis horizontibus in superficie aquarum Danubii, de constitutione paludum Danubialium, harumque cum paludibus Tibisci subterranea communicatione; denique de variis motibus, incrementis, decrementis, vorticibus, qualitatibus & misturis aquarum Danubii, de fontibus ad metallifodinas, & iis quæ sulphureovenenatæ creduntur, deque aquis thermalibus & balneorum circa Budam. Exempli gratia hoc loco tabulam exhibemus, varias declivitates superficiei Danubii, inter oppidum *Columbaz* & *Bunul* Inf. repræsentantem, ac duabus potissimum constantem partibus; quarum altera, sive superior, ostendit, quomodo aqua a tribus cataractis sustentata & de iisdem præcipitata, in majorem semper, respectu lineæ horizontalis AA, declivitatem delabatur; altera, sive inferior, ipsum Danubium, cum flexibus ejus naturalibus, & claudentes ac coarctantes eum montes; lineæ vero BBB, cataractarum in Danubio loca demonstrant. Ubi notandum, hanc nostram tabulam ex pluribus tabulis Illustr. Autoris contractam esse, scilicet ut uno obtutu aspici possint, quæ circa hæc Danubii loca imprimis notatu digna videntur. Tab. II. Pag. 296.

Exprimendam etiam curavimus, in adjecta figura secunda, sectionem aliquam Danubii, tempore depressionis aquarum, ut constitutio paludum intelligi exinde queat. In hac figura litterarum adjectarum sequens est explicatio: Tab. II. Fig. 2.

A. Horizon Danubii in magna excrescentia.

B. Elevatio ambarum riparum, nempe unius penes vivum decursus fluminis, alterius habentis paludem quæ eam separat a Danubio.

C. Al-

Act. Erud. An 1727. M. Julii.

C. Altitudo aquarum Danubii, tempore ipsarum depressionis.
D. Arundines palustres in solo, quod primum exsiccatur.
E. Foramina cancrorum. F. Terra nigra fœtida.
G. Terra cretacea mollis, per quam transeunt aquæ ad Danubium, per lacrimationes &
H. Canales, dictos *Fecb*.
I. notandum est pari modo eas lacrimationes fieri per planities, ad replendas paludes in iis existentes.
L. Terra cœrulea humida, per quam transit alter
M. Canalis major, qui defluit a lacu N.

Si aqua Danubii decresceret plusquam fit altitudo C, denuo alter canalis *Fecb* fieret, & sic usque ad finem profunditatis lacus, magnaque copia piscium periret, cum universali aeris infectione. Ceterum hujusmodi paludes, quippe satis amplæ, profundæ & frequentes, in causa sunt, tum ut illuvies Danubii in provinciis inferioribus non statim persentisci queant, (replendæ enim antea sunt paludes ;) tum ut amnis iste non adeo subitum aquarum decrementum patiatur, deficientibus nivibus ac pluviis; restituunt enim, quod abstulerant aquarum, *paludes*.

Pag. 297. Jam quod attinet ad velocitatem *Danubii*, ea variis locis, in superficie, in medio, & prope fundum, examinata est, idque ope quadrantis, in extremitate navis collocati & aquæ imminentis, ex cujus centro funem cum bolide demissum a vario undarum impetu varie propelli atque inclinari necesse fuit. Deprehensum autem est hac ratione, tam quoad profunditatem, *undas, quo viciniores sint fundo, eo agi velocius*, quam quoad diversas stationes (quibus, eadem fluminis latitudine, eædem observationes repetitæ sunt) *aquas, quo litoribus sint propiores, eo tardiori motu, citatissimo autem in media fluminis latitudine, defluere*: id quod clarius patet ex ipsis tabulis harum observationum, quæ in *Tomo sexto* reperiuntur.

Ex iis, quæ circa incrementum & decrementum Danubii experiri licuit, concludit Autor, *fontes ordinarium quoddam alimentum, sive per circulationes Oceani, sive aliunde per vias subterraneas, de grandi illa massa elementi aqua habere, illasque reservationes nivium ac pluviarum, quæ per occultos meatus inter saxa montium decurrant, alimentum illud augere potius quam dare*.

Et hactenus de *primo Tomo* magni hujus operis. *Altero* de Antiquitatibus Romanorum, in Pannonia, Dacia, Misia, & imprimis ad ripas Danubii, satis frequentibus copiose atque eruditissime tractatur. Harum Antiquitatum pleræque, judicio Illustriss. Autoris nostri, de Romanorum olim prudentia, tam in debellandis hostibus, & imperii sui limitibus proferendis, quam

his

his ipsis, circumspecta admodum & sollicita muniminum dispositione, contra illos defendendis, clarissime testantur. *Is*, inquit, *cui militiæ artibus instructo de his judicium ferre fas est, haud fieri potest quin hac videns demiretur summopere. Nec asserere refugiam, Cæsareos exercitus in iis habere quod addiscant, quod imitentur. Nec enim in hac parte Antiquitatem ita rudem ac simplicem existimemus, quin utplurimum non modo ad eum, ad quem seculi nostri prudentia extollitur, apicem pervenerit, sed etiam frequenter altius assurrexerit, & huic quodammodo facem prætulerit. Propria id nos docuit experientia, quandoquidem haud raro evenit, ut curæ nostræ faciendum aliquid extruendumque commissum fuerit, quod idem a Romanis olim fuisse præstitum, fidem vestigia faciebant.* Hæc Noster; qui deinceps, ut antiquitates illas recte a se Romanis adscribi doceat, id partim ex adjunctis inscriptionibus, partim ex conditis in illis locis numismatibus Romanis, ex ipso etiam ordine & constructione operum, aliisque argumentis demonstrat. Divisus autem est hic *Tomus* in *Partes duas*; quarum altera Antiquitates militares, altera miscellaneas complectitur. In priori Fortalitia, Valla, Aggeres, Castrametationes, & alia quæ huc referri possunt; in posteriori Inscriptiones, monumenta, ornamenta, lateres hieroglyphicis inscriptos, Metas, Scapos columnarum, & horum similia, reperire licet. Priorem partem ita rursus divisit Illustriss. Autor, ut primo, ad modum itinerarii, ea commemoret, quæ ad utramque ripam Danubii existunt, ipsique proxime adjacent; deinde mediterranea, quæ in continenti longius distant, tum cis Danubium tum etiam ultra. Inter hæc primas merentur, agger ille altissimus longissimusque, qui a Danubio ad Tibiscum ultra sex milliaria integra excurrens, angulum ab utriusque fluminis confluxu factum includit, *die Rœmer-Schantz* a militibus Cæsareis vulgo appellatus; & celeberrimæ Trajani pontis ruinæ, quæ secundum omnes circumstantias depictæ, & luculenta descriptione illustratæ exhibentur; nec non vestigia pontis lignei, a Constantino, multa milliaria infra pontem Trajani, constructi. Ultimum inter has antiquitates locum occupant diversa genera viarum, per descriptas provincias olim stratarum; de quibus, tum quod ad formam, tum etiam quod ad materiam pertinet, erudite ab Illustriss. Autore differitur.

Act. Erud. An. 1727. M. Julii.

Pag. 298.

Pergimus ad *Tomum Tertium Mineralogicum*, qui *octo Partes* habet. In *primo* de arenis, maxime Danubialibus, quæ partim pro limatura lapidum, partim etiam pro petrificationis quibusdam inchoamentis habeantur, de variis earum generibus, de magnitudine cum naturali tum per microscopium visa, de figura, colore, sapore, & proportione ad commixtum lutum; deinde

de

Act. Erud. An. 1727. M. Julii. Pag. 299. de ipsis quoque lapidibus, tam nobilioribus & quasi pretiosis, quam minus nobilibus atque arenosis, in hoc fluvio & prope illum obviis, deque eorum forma, duritie, & anatomia, exponitur. In *altera* tabulæ mineralographicæ ac metallographicæ, fodinas fere omnes Hungariæ, variasque earum sectiones luculentissime exhibentes, cum succinctis descriptionibus afferuntur. *Pars tertia* de organica montium structura, de cortice terreo, superpositis stratis, interstitiisque cum glutine illo humido atque arenoso, (dicto *Kluffi*) nec non de venis & lineis metallicis, harumque rerum situ & figura tractat. *Pars quarta*, *quæ est* de mineralibus mediis, tribus sectionibus absolvitur. Harum *una* de sale fossili communi agit; ubi sub finem annexa est descriptio aquæ salsæ amaræ, quæ scaturit in Transilvania, ad pedes collium vitibus refertorum. Neque vero salsedo & amaritudo hujus aquæ tantum affert admirationis, quantum alia ejus proprietas, ardendi, igne admoto. Hi mirabiles fontes sunt in sede Saxona, aut districtu *Megyes*, inter utrumque fluvium *Cocal* majorem & minorem. Distant $1\frac{1}{2}$ hora a territorio *Bastra*, suntque principium rivuli fluentis per vallem. *Solum collium & vallium* vitibus & frumentis fertile; collibus textura de marmore, nec sine Gypso: aqua nuncupatur a Saxonibus *Saltz-Wasser*, a Wallachis *aqua ardens*. Fons constat duobus receptaculis, majore & minore, per quæ exit aqua, quæ cursu 400 passuum immiscetur duobus aliis rivulis, qui scaturiunt a vivo silice. Receptaculum majus habet diametrum palmorum $3\frac{1}{2}$, & sua majori profunditate 6 palmos æquat: minus & diametro & profunditate palmos $1\frac{1}{2}$ æquat. Minori unum, majori duo sunt orificia, per quæ sine interruptione fit ebullitio, quæ perpendiculariter a fundo ad superficiem, cum stridore ascendit. Aqua limpida & tactu frigida est, sed nihil obstante universali gelu non erat conglaciata per tota receptacula, sed confluens deinde in rivulum succubuit vi glaciei. Dimidia hujus aquæ amphora, post evaporationem, in fundo vasis deposuit sal crassum amarum, quod projectum in accensos carbones nequaquam arsit. Affuso spiritu vitrioli nihil fermentationis observatum; per oleum Tartari vero exigua quædam detecta fuit conturbatio in aqua, unde orta est præcipitatio coloris albi: ex quo colligere licuit, acido potius quam alcalico accedere. Parvam facem e palea composuit Illustriss. Comes noster, qua accensa & superficiei fontis
Pag. 300. imposita, post aliquot momenta plures elevatæ fuerunt flammæ, æquantes longitudine digitum & crepitantes ad instar pulveris projecti in accensos carbones: post 4 aut 5 alias vibrationes evanue-

nuerunt & paullo post in conspectum rediere. In minori receptaculo experimentum promtius & facilius fuit, dum fax aquæ admota, atque etiam palmo uno cum dimidio distans, in causa fuit, ut surgerent descriptæ flammæ, quæ spatio 60 pulsus vibrationum perstiterunt, & admota rursus face pariter assurrexerunt. Experimenta hæc molitus fuit Autor mense Januario, magno frigore & multa nive rigente; qui cum tractaret facem paleæ, decideretque forte in terram modica palea accensa, continuo flamma surrexit & elevata fuit ultra digitum unum cum dimidio, perstititque 120 vibrationibus. Quo loco, remota diligenter nive, novum perexiguum in solo receptaculum detectum est. Quod cum ad latitudinem duarum unciarum per quadratum esset productum, ita ut aqua cum impetu ebulliens atque effluens appareret, tum igne rursus admoto, flamma quidem exorta, sed non diutius quam 40 vibrationibus perstitit. Quo experimento intellectum est, latitudinem receptaculi contrariam esse vi flammæ. Ceterum aqua, tempore descriptarum flammarum, nec augetur nec imminuitur, nec mutat naturalem frigoris gradum, *nec colorem*; nisi quod interdum spuma prope effluxum observata fuit, præsertim in majori receptaculo, cum ignis admoveretur. Flamma in aqua coloris est similis colori paleæ, & naturæ consistentis, quandoquidem & ipsa accendit alia corpora, quæ ei admoventur. Denique aqua extracta e suo receptaculo confestim ardendi virtute destituitur. Descriptionem fontis non dissimilis, in Polonia reperti, vide in Actis nostris A. 1684. Mens. Jul. p. 238. Sectio altera *Partis* hujus *quartæ* de corporibus agit petrefactis, atque imprimis de radicibus arborum prope ripas fluminis *Unnæ* in Croatia; quas radices crusta lapidea, ex granulis constante nonnihil mollibus, albis ac friabilibus, obductas ferme omnes, quin & ipsas arbores penitus aridas; fractisque earum nonnullis, substantiam ligneam absumtam notavit Autor, relicto duntaxat pulvere in tubulis petrificatis: id quod ex eo fieri arbitratur, quod undæ hujus fluminis, quantumvis aspectu limpidæ, multas minutiores arenulas, a saxis mollioribus, per quæ fluant, abrasas, ad arbores illas earumque radices & poros continuo deferre consueverint. Omissa sectione tertia de vitriolo, ad *quintam* hujus Tomi *Partem* progredimur, quæ rursus in Sectiones quatuor divisa est. In prima tractatur de lapidibus minus pretiosis majoribus mollibusque, Gypso, Amiantho, Talco; in altera de minoribus ac duris, Magnete, lapide Lazuli, Aetite, Saponario; in tertia de lapide pretioso majore, Crystallo, qui nihil esse aliud

Act. Erud. An. 1727. M. Julii.

Pag. 301.

Act.Erud. An.1727. M. Julii. docetur, quam ramificatio seu propagatio durissimi silicis *Quartz*, cujus puriores ac tenuiores partes, ubi interius in ipso silice aliquid vacui sortitæ sint, ibi tanquam in proprio nido concrescere, atque adeo in angulosas illas & acuminatas crystallos sese explicare soleant, sicut in adjecto schemate ostensum est, Tab. II. Fig. 3. ubi AAA exteriorem rudioremque silicis corticem designat, BBB interiorem ac magis candicantem, intra quem dum vacuum, sive spatium aliquod CCC nanciscitur silex, ibi vegetat crystallus, in angulosos apices DDD desinens, quam comitantur nonnunquam & ambiunt, tanquam tenerioris musci filamenta, fibræ purioris argenti EEE. In *quarta* denique sectione de lapidibus pretiosis minoribus, sive gemmis, de Granato, Hyacintho, Turcoide, Opalo, differit Illustr. Autor; quos quidem lapides, perinde ut crystallos, ex silice *Quartz* oriri, atque inde aquarum alluvionibus, vel etiam aliter divelli, coloribus autem diversis ab halitibus cinnabaris, vitrioli, & forsan auripigmenti, imbui existimat. *Pars sexta* sectiones habet duas: quarum altera est de metallis veris atque perfectis, auro & argento; altera de imperfectis, ære sive cupro & ferro. Aurum non modo in fodinis, sed & extra eas in fluminibus inter arenas, & annulorum specie circa arbusta & culmos triticeos, imo in acinis uvarum aliquando reperitur. De cupro notabile est, quod ferrum in illud transmutari videtur, ope aquæ, a magistris fodinarum *Cim*e*nt* nuncupatæ. Scaturit hæc aqua a certis fontibus, originem & cursum per cuprifodinas *Gerrn-Grund* vel *Neusol* habentibus. Purum inest vitriolum, ex quo alias notum, totam fere suam substantiam trahere cuprum. Colligi in fodinis aqua illa magno studio in receptacula quædam asservatoria solet, non alio fine, nisi ut laminæ ferreæ ipsis immersæ haud quidem patiantur ridendam illam vulgo Pag. 302. creditam transmutationem unius metalli in alterum, puta ferri in cuprum, sed ut ferri saltim auxilio (quod est cupri veluti magnes) habeatur segregatio particularum cuprearum, una cum aquis defluentium, & quæ facile ibi cum ferro societatem ineunt ipsique affiguntur. Porro in hac naturæ operatione sequentia observavit Illustr. Autor: laminæ ferreæ rubra aut lutea pellicula operiuntur, quæ 3, 4, vel etiam plurium hebdomadum spatio consolidatur, constans granulis subrotundis, & figuram illius ferri quod investit assumens; idcirco solent identidem artifices ferrum figuratum illi aquæ immergere ad curiosorum oblectamentum. Perfecta dicti corticis consolidatio non fit, donec ferrum fuerit penitus consumtum; etenim aqua ista, instar aquæ regiæ, permeat ferri fibras, & ferrum penitus solvit: qua fermentatione seu

solu-

ſolutione durante, incaſſum ſolida coagulatio expectatur: durat vero ea longius vel brevius, juxta majorem minoremve ferri diſſolvendi craſſitiem; nec lamina craſſitiem unius digiti æquans minus quam 6 vel 8 hebdomadas requirit. Porro obſervatum eſt, tacta illa cuticula, cum adhuc ferrum cum aquis iſtis fermenteſceret, eam ſtatim diſſiluiſſe, inſtar pulveris diſperſam, totumque opus perturbatum fuiſſe. Affuſo fluido alcalico ſuborta fermentatio in aqua; qua durante, quædam fruſtula concreverunt, & ſe ad fundum præcipitarunt: verum aqua ipſa, poſt demiſſum ſedimentum, alba evaſit, cujus etiam moles plus aut minus intumeſcebat, prout plus vel minus aciditatis ſortiebatur. Denique nec artificialem hujus humoris compoſitionem pertentare intermiſit Illuſtr. Comes. Aquam quippe ſimplicem in vaſe vitreo cum ferro ſociavit, & cum vitriolo e fodinis extracto, ubi aqua *cimenti* defluit: quo facto obſervavit, floccos ſeu metallicam lanuginem ferro adhæſiſſe, quoad analogiam atque effectus omnes antea expreſſos ſimilem. Aquarum hujuſce generis copia fluit etiam *intra viſcera fodinarum Deſelmnitz*, in Sepuſienſi Comitatu, quæ *ferro affuſæ ſimiliter* particulas cupreas deponunt: imo ibi major aquarum ubertas, viribus tamen minus potentium: id quod Autor tribuit negligentiæ tegendi locum illum, ubi eſt receptaculum aſſervatorium pro ferro immergendo, quandoquidem ſpirituoſiores Vitrioli particulæ aquis immiſtæ, uberius ac facilius evolant. Hinc quod in Newſoll tribus quatuorve hebdomadis, id hic loci non niſi trimeſtri ſpatio perficitur. De cetero nec iſtud prætermittendum, quod, ubi ferri aliqua pars non fuerit aquis illis obtecta, tunc cortex puri vitrioli, albi coloris, eam ſuperius involvere obſervatur, quia ſcilicet tenuiſſimi ac defæcatiores halitus vitriolici copioſe per ambientem aerem eo loco diſſeminati, dum in partem ferri aquis non obtectam impingunt, facile illi adhærent, & ſimul in formam cruſtæ colliguntur.

Act. Erud. An 1727. M. Julii.

Pag. 303.

Pars ſeptima hujus Tomi de metallis agit improprie ſic dictis ſive ſpuriis, de Bismuto ſeu Marchaſita argentea, Antimonio, & Minio ſeu Cinnabari nativa; de Mercurio item & plumbo, quod quidem in Hungaria invenitur, ſed propter mineræ paupertatem non effoditur. *Parte* denique *poſtrema* de ſeminio ac generatione metallorum ad hunc fere modum philoſophatur Excellentiſſimus Comes Marſili: Halitus, inquit, ſeu metallici ſpiritus, in montibus non tam facile perviis irretiti ſiſtuntur, in metallum progreſſu temporis coagulandi; quod fit auxiliante humore, argilloſæ terræ inſito, & magna ex parte communicato a

Act.Erud. An. 1727. M. Julii. pluviis, nec non ab aere vaporoso, poros terræ *Klufft* jugiter subeunte: quo sane humore, ope hujusmodi terræ aliquatenus præparato, indeque in lapides montium, retinentes metallicum spiritum, se insinuante, tandem halitus ac spiritus illi ita digeruntur atque coagulantur, ut metallum ipsum resultet. Et paullo post, quod vero halitus, inquit, seu metallicus spiritus in metallum denique digeratur, hoc valde comprobat aurum, metallorum omnium purissimum; siquidem hoc vel in puncta seu granula, vel in strata, ibi solum ordinaria naturæ lege coagulari cernimus, ubi durissimus habitat lapis, metallorum fossoribus *Quarz* appellatus; quoniam insignis volatilitas partium tenuissimarum, ad compagem auri necessariarum, satis retineri ac densari non potuisset, nisi densissimo hujusmodi silice terram istam, *Kluffe* dictam, circumambiente, & ita spiritui metallico apta vincula injiciente. Confirmationem dictis suggerit mons Juniperinus, prope civitatem *Alt-Sol*, ubi aurum non intra montem, sed supra terram, circa triticeos culmos atque arbusta interdum coagulatur in crassiuscula filamenta, spiralis aut parum absimi-
Pag. 304. lis figuræ; idque ob defectum, (ut Autor judicat) duriorum lapidum montem ipsum componentium, cum mons tantummodo lapidibus constet arenosis maximeque porosis, quemadmodum discere licuit ex fodina ab incolis aperta, spe inveniendi ingentes auri thesauros, qui radix essent aureorum corpusculorum supra terram se elevantium; veruntamen spe infeliciter frustrati non nisi purum vitriolum cum ferri frustulis ac talco invenerunt. Ceterum verisimile putat Vir illustrissimus, in ipso aere, superficiem hujus montis ambiente, licet nullum ibi sit *Quarz*, spiritus metallicos sistens, latere tamen aliquid, quod idem efficere valeat. Id autem quale sit, aliis inquirendum relinquit.

Nunc ad *quartum* & *quintum Tomum* hujus operis progrediendum esset, ubi pisces atque aves, in aquis Danubii, & circa eas, viventes sistuntur. Sed ne longi simus, lectores qui his rebus delectantur, ad ipsum incomparabilem Autorem ablegare, statimque ad *postremum Tomum* accedere constituimus. Comprehenduntur eo observationes miscellaneæ, quæ partim circa priora magis illustranda, partim etiam circa res plane novas versantur; quarum singulas si fusius tractasset Excellentissimus Comes noster, quod ipse quidem tot curis negotiisque vetantibus facere non potuit, compluribus adhuc Tomis augendum opus fuisset. Et primo quidem loco de veris Danubii fontibus disquirit, quos perperam vulgo in *Daneschinga* arce, paullo infra *Villin-*

lingen, assignari docet; quippe multo altius, prope *Brukelrein*, in summitate montis *Abnobæ*, nunc *Schwartz Wald* dicti, a se ipso repertos. Ceterum præter tabulas, quibus hanc rem luculenter ante oculos ponit, etiam aliam adjecit mappam, qua *Æni* fluminis origo, simul cum duplici illa Danubii origine (falsa scilicet seu Doneschingiana, & vera) exhibetur, ut ex utriusque comparatione cuilibet proclive sit judicare, *annon forte Ænus, qui satis longum decursus sui spatium emensus, tandem Danubio, æquali circiter cum hoc aquarum copia auctus, miscetur, fontes vero multo altiores habet* (nempe in excelso illo Helvetiæ monte *Septimo.*) *jure magis naturali pro ipso Danubio reputari possit*; ut adeo summitas montium totius Europæ maxima, omnes etiam maximos Europæ fluvios emitteret. Sequuntur Observationes quædam Anatomicæ, in Aquila potissimum, Onocrotalo, Husone & Lutra factæ, tabulisque æneis accurate atque elegantissime expressæ. Porro experimenta afferuntur, quibus velocitas Danubii ad pontem Petrowaradini, itemque velocitas Tibisci ad pagum *Sabbia* atque ad pontem *Betz*, ope Quadrantis, de quo supra dictum, explorata fuit. In majori profunditate Danubii, quæ loco commemorato 7 orgyas æquavit, deprehensa est velocitas superior 12, media 26, inferior 30 graduum; unde colligitur, tanti fluminis velocitatem paullo minus triplo majorem esse in inferiori quam superiori parte. In Tibisco, ad pontem *Betz*, ubi major profunditas sex orgyas æquavit, velocitas inferior superiorem sexies superare inventa est. Posthæc de varietate aquarum fluentium, stagnantium, putealium, mineralium, glacialium, pluvialium, thermalium, quæ multoties Danubio immiscentur, ea ratione agit Illustr. Autor noster, ut primo quidem experimenta ipsa compluribus tabulis exhibeat, ac deinde annotationes quasdam & conclusiones subnectat. In tabulis experimentorum, præter loca & tempora habitarum observationum, colores, sapores, odores, fermentationes, mutationesque post decoctionem, evaporationem ac destillationem, itemque pondera istarum aquarum quam curiosissime definit. Ex observationibus circa aquas fluviatiles factas colligit:

Act. Erud. An. 1727. M. Julii.

Pag. 305.

1. Nullam esse pejorem aqua Tibisci circa Segedinum, in ripa Septentrionali, utpote quæ odorem valde terreum reddebat, & saporem vitrosum, obscurique erat coloris: contra nullam meliorem esse aqua fluminis Marusii, circa *Makort*, in ripa quoque Septentrionali, utpote coloris clari columbini, nullius odoris, saporis optimi:

2. Advertit, aquas ripæ Septentrionalis (excepta illa Marusii

cir-

Act. Erud. An. 1727. M. Julii. circa *Makort*) esse impuriores ac deteriores meridionalibus. Meridionales autem & septentrionales nuncupantur aquæ fluviorum, respectu Danubii.

3. Annotat, nullas aquarum illarum, tam ripæ meridionalis quam Borealis fermentationem fecisse, affuso ipsis vel Alkali Tartari vel Acido Vitrioli, exceptis solum aquis ipsius Danubii circa Pag. 306. Viennam & Briam; quarum illa, saporis pinguiter amari, cum acido vitrioli visa est excitare parvulos globulos, hæc, saporis itidem pinguiter amari & terrei, cum Alkali Tartari *excitavit* quid simile albidæ nubi.

4. Observat, nullum dictarum aquarum sedimentum, evaporato humore, passum esse accensionem, ob inopiam fortasse particularum sulphurearum, vel quia hæ nimis a terrestribus obrutæ.

Ex præmissis circa aquas puteales experimentis concludit:

1. Eas, utpote omnes coloris clari, nullius odoris, saporis vero dulcis, longe meliores esse ac defæcatiores, quam vel aquas fluviatiles vel stagnantes ad ripas Danubii.

2. Observat, nullam istarum aquarum, *affuso acido vitrioli*, passam fuisse fermentationem sensibilem, at vero omnes, affuso Alkali Tartari, excitasse nubeculas albas, ad fundum descendentes; quod indicare videtur, particulas salium acidorum teneriores, seu spirituum hujus generis, delitescentes in ipsis.

3. Annotat, sedimentum hujusmodi aquarum, post evaporationem, nullam sensibilem flammam concipere, at fumare tamen, stridere, & pinguedinem ex se præbere. Quoad saporem vero, tametsi aqua putei ad Arborem viridem Budæ sit dulcissima, & dulcis etiam ad molendinum Bajæ, nihilominus prioris sedimentum saporem habet valde nitrosum, posterioris autem sapor quoque nitrosus est, sed non adeo intensus.

Ex observationibus circa aquam nivalem, ad *ripas Danubii* habitis, colligit:

1. Eam habere saporem acrem, linguam mordicantem (sedimento erat sapor cinerum) forsan a particulis nitro-salinis excitatum, quæ prius coagulationem nivis genuerunt.

2. Tam ipsam aquam, quam ejus sedimentum odorem nullum præbere; quod refundi possit in particularum sulphurearum defectum; quamvis sedimentum susciperet accensionem sine fumo, forsan quia non nisi particulas salino-nitrosas suggerebat.

3. Aquam illam, affuso sive Alkali Tartari, sive Acido Vitrioli, nullam excitasse fermentationem.

Cir-

Circa aquam glacialem Danubii observat, eam in multis quidem convenire cum aqua nivali, ceterum discrepare tum sapore, qui in aqua glaciali terreus Alkalicus vel amaricans fuit, tum quoad sedimentum, quod tentata accensione fumum ex se statim dedit, odoremque vini habuit. Porro ut aqua nivalis levior aqua pluvia, sic glacialis levior aquis omnibus reperta est. Act. Erud. An. 1727. M. Julii. Pag. 307.

Post observationes hactenus commemoratas sequitur catalogus satis copiosus plantarum, quæ circa Danubium, in nemoribus, insulis, collibus, aliisque finitimis locis sponte proveniunt, quasque, pro temporum ac graviorum munerum conditione, observare potuit Illustr. noster Marsilius. Hunc catalogum excipit brevis tractatio de Quadrupedibus ad ripas Danubii. Proximæ sunt observationes habitæ cum Barometris & Thermometris. Ubi primo quidem tabulæ exhibentur, quæ qualitatum aeris variationes, a mense Decembr. 1696 ad Augustum 1697, quam luculentissime repræsentant; ac deinde annotationes quædam subjiciuntur, minime profecto negligendæ: exempli causa, quod Mercurius in barometro meridionali, tota hyeme, & magna veris parte, nempe a mense Decemb. ad d. 8 Maji, semper altior, contra sub finem veris, & æstatis progressu, semper depressior fuit, quam in barometro septentrionali; quod, non quidem semper, at sæpius tamen accidit, ut Mercurius in uno atque eodem barometro plures attingeret gradus ante, quam post meridiem; quod identidem evenit, ut, crescentibus ante meridiem, & decrescentibus post meridiem graduum particulis, in barometro meridionali, eodem die in barometro septentrionali, plane contrario modo, particulæ istæ ante meridiem decrescerent, & crescerent post meridiem; quod barometrum singulis diebus, licet inter se aeris conditione similibus, hoc est, quibus singulis Sol splendebat, vel cœlum erat nubilum, vel ningebat &c. quod, inquam, barometrum, diebus illis similibus, similem altitudinem graduum minime servavit; quod interdum cœlo sereno altitudo barometri major fuit quam nubilo, & cadente nive, interdum plane contra; quod cum frigore intensissimo ac remisso non semper conjuncta fuit diversa altitudo Mercurii in barometro; quod in Thermometro orientali altitudo graduum semper major fuit quam in occidentali, habita in utroque eadem hora observatione; quod in thermometro meridionali, a die 23 Jan. ad diem 23 Martii, constanter altitudo graduum major observata fuit quam in septentrionali, cum postea contrarium usu veniret, atque altitudo illa major reperiretur in thermometro septentrionali quam meridionali; quod frigus intensen- Pag. 308.

ten-

tensissimum nec pendere a peculiari vento, nec absolute ab ullo vento compertum est, quanquam flante Africo fere semper in aere aut nullum frigus aut exiguum fuit; quod neque serenitas aut nubes, nec calor ipse in aere ambiente connexionem servavit cum particulari vento, imo nec absolute cum vento; ut alias hujus generis annotationes nunc prætereamus.

Sed & judicium nonnunquam suum interponit Excellentissimus Autor noster, de caussis observationum commemoratarum. Verbi gratia, de contraria excessuum altitudinis permutatione in Barometro meridionali ac septentrionali, ad hunc *modum sen*tentiam suam exponit: Cuinam causæ, inquit, sit tribuend*a ista* mutatio, mihi non videtur tam promtum statuere, nisi forsan variationi ortus Solis, in diurnis circumlationibus, quæ scilicet hyeme & post veris initia fiunt propius plagam meridionalem; unde hæc magis forsan a Sole alteratur, tuncque major est altitudo in Barometro meridionali, respectu septentrionalis; at vero appropinquante veris fine, & succedente æstivo tempore, tunc Solis exortus, diurna circulatione, fiunt magis prope plagam Borealem; unde hæc magis forsan a Sole alteratur, tuncque major evadit altitudo in septentrionali Barometro, respectu Meridionalis. Veruntamen admodum hæsitanter sint dicta; oportet enim animadvertere, an cetera bene consentiant.

Postremus in egregio hoc opere locus tributus est insectis; quorum alia sunt terrestria, quæ ad ripas Danubii & Tibisci reperiuntur, alia circa aquas vagantia, alia denique in ipsis aquis degentia. Horum omnium variæ species oculis exhibentur; nonnulla etiam, prout per microscopia apparuerunt, sunt delineata. Atque ex his universis satis superque constare arbitramur, quanta industria, eruditione, atque ingenio, quanto etiam ad posteritatem fructu, Illustriss. Autor res propositas pertractaverit.

J. C. S.

Act. Erud.
An. 1727.
M. Julii.

J. C. S. EXPLANATIO INSCRIPTIONIS
cujusdam veteris.

Nota est Inscriptio illa Bononiensis:

D. M.
ÆLIA LÆLIA CRISPIS
NEC VIR, NEC MULIER,
NEC ANDROGINA,
NEC PUELLA, NEC JUVENIS,
NEC ANUS,
NEC CASTA, NEC MERETRIX,
NEC PUDICA,
SED OMNIA,
SUBLATA
NEQUE FAME, NEQUE FERRO,
NEQUE VENENO, Pag. 333
SED OMNIBUS.
NEC COELO, NEC TERRIS,
NEC AQUIS,
SED UBIQUE IACET.
LUCIUS AGATHO PRISCIUS,
NEC MARITUS, NEC AMATOR,
NEC NECESSARIUS,
NEQUE MOERENS, NEQUE GAUDENS,
NEQUE FLENS,
HANC
NEC MOLEM, NEC PYRAMIDEM,
NEC SEPULCHRUM,
SED OMNIA,
SCIT, ET NESCIT, CUI POSUERIT.

II. Satis celebres sunt interpretationes Richardi Witii, Joannis Turrii, Francisci Scoti, Nicolai Barnaldi, Andreæ Nesmondii, Joannis Casperii Gevartii, Octavii Boldonii, Marci Zoerii Bockshornii, Fortunii Liceti, Ovidii Montalbani, Aldrovandi, Achillis Voltæ, Zachariæ Pontini, Caroli Cæsaris Malvasiæ, Heumanni, Francisci Mastrii, & multorum aliorum. Sed nihi-

Act.Erud. An. 1727. M. Julii. nihilominus novæ conjecturæ erit locus. III. Nos quidem nihil addubitamus, quin *Ælia Lælia Crispis* sit Ecclesia, qualis fere his in terris esse solet. Nam cœtus Christi, qui uno capite a Deo est ornatus & corporis Christi nomine honestatur, de sententia ipsius Pauli *nec vir est*, *nec mulier*, Galat. III, 28, sed ex viris tamen & mulieribus & puellis & juvenibus conjunctus. IV. Auctor inscriptionis fœminæ nomen dedit Ecclesiæ, quia sponsa Christi est Ecclesia. Casta tamen non est, nec pudica hæc sponsa, si veterem ejus conditionem spectes, & eam identidem propter imbecillitatem humanam a sponso desciscere memineris. Meretrix tamen *non* est, quia sponso reconciliata per ejus exuperantiam castitatis & honestatis condecoratur, ut ipsa quoque castissima esse videatur. V. Cœtus hujus membra alia aliis suppliciis excruciata occiderunt, & post mortem alia alibi suum sortita sunt locum. Nullum quidem mortis genus est, quod non alios Christianos alibi Pag. 334. sustulerit. Eorum autem corpora cum misere fuerint dilacerata & dispersa, *ubique* jacere vere dicuntur. VI. *Lucius Agatho Priscius* Autor hujus inscriptionis existimandus est, sive verum hoc ejus nomen fuit, sive commentitium. Dicitur autem nec *maritus* esse, nec *amator*. Maritum quidem ecclesiæ nemo se dixerit sanus. Neque magis amatorem se quisquam appellaverit. Cum enim ecclesiæ his in terris degentis membra multa sæpe sint peccatis contaminata, peccatis autem nemo non recte sit offensus & infestus: amatorem talium personarum nemo se temere profitebitur. VII. Idem Priscius nec *mœrere* nec *gaudere* nec *flere* dicitur. Cum enim singula cœtus Christiani membra vitæ rationibus mirifice discrepent: profecto nec amoris nec gaudii nec mœroris materia queunt esse promiscue. VIII. Monumentum autem quod cœtui illi Christiano posuerat autor, moles fuit pyramidis speciem quoquo modo imitata, quæ sepeliendi, item ut pyramides Ægyptiæ, locum daret. Magnifica quidem *moles illa* non fuit, si artem spectares: magnifica tamen satis, si situm ac naturam loci. Moles autem de operibus artis potiore quodam jure vulgo dici putatur. Multa quidem loca & opera ex alio atque alio loco considerata vel moles vel pyramides videantur, quæ ipsa tamen per se & aliis rursus e locis spectata nihil molis nec pyramidis habere videntur. IX. Et quia monumentum idem, cum hæc inscriptio confingebatur, nondum cadavera hominum sepulta continebat, & aliis item usibus sacratum erat, uti templa nostra fere sacrata sunt: fidenter sepulcrum esse negatur, quamvis etiam sepulcrum esset, & esse deberet. X. Sed Priscius cum nesciret, qui tandem forent ii, qui huc inferrentur aut mole illa uterentur, quan-

quanquam hominum usum facile prævidere poterat & eum ipse spectaverat: belle ait se & *scire* & *nescire* , *cui monumentum istud posuerit*. Scienter quidem loquitur tam inscienter, uti inscienter fecerat monumentum illud & scienter. XI. Neque vero quenquam offendi velim literis *D. M.* quæ gentilium monumenta tam crebro insigniunt. Certum est enim ex libris Fabretti, Gruteri & aliorum qui inscriptiones collegerunt, easdem a monumentis Christianorum non magis abesse solere. Et quoniam illæ *Deum Magnum* signare possunt, saltem in Christianorum monumentis cum unum signare debent, propterea quod religio illorum præter unum Deum nihil augusti nec summo honore digni agnoscit: non poterunt eæ hic certe in aliam sententiam detorqueri. XII. Nam quod caput causæ nostræ est, inscriptio hæc a Christianis profecta est, & eo quidem tempore proponi cœpit, cum jam dudum orbis terræ & præsertim etiam Italia religioni sibi duxisset, religionis non esse Christianæ. Insculpta est quoque templo, cui convenientissima erat & jure suo debita. Et quia *ecclesia* nomen jam eo tempore ad *templa* quoque adhæserat: Autori Inscriptionis utraque vocabuli hujus vis ante oculos obversata videtur. XIII. Ita igitur consilium quoque scriptoris perspectum nobis est & exploratum. Quando ergo nihil est totius inscriptionis, ad quod non quadret nostra interpretatio: eruditi judicent, satisne fecerimus operæ pretium.

Act. Erud. An. 1727. M. Julii.

Pag. 335.



 J.C.S.

Act. Erud. An. 1727. M. Aug. Pag. 379.

J. C. S. INTERPRETATIO NUMMI

Cujusdam veteris.

I. VAillantius in Numismatibus æreis Imperatorum, quæ in coloniis cusa sunt, Tomo I pag. 5 habet nummum, qui caput Julii Cæsaris ostentat, circumscriptis hisce literis: C. ARRI. A. F. C. AQ. C. JUL. T. ANC. In altera ejusdem nummi parte conspicitur aratrum circumfusis literis illis: *II VIR.* QUINQ. EX. D. D.

II Has literas Vir literatissimus ita interpretatus est: *Caio Arrio, Auli filio, Caio Aquilio, Caio Julio, Tito Ancbario, Duumviris quinquennalibus ex decreto Decurionum.*

II. Porro fatetur Vir eruditissimus, se nescire, cui tandem Coloniæ nummum hunc attribuat. Neque animadvertit, se peccare in eo, quod cum nummus Duumviros prædicet, ipse quatuor nobis obtrudat nomina, &, quod ei consequens est, quatuor viros.

III. Nos, bona literatorum venia, utramque nummi partem conjunctim ita legi malimus: *Caio Arrio, Auli filio, Caio Aquilio Duumviris quinquennalibus ex decreto Decurionum. Colonia Julia Togata Ancona.*

IV. Nam Anconam coloniæ nomine insignitam fuisse, diserte memoriæ prodidit Plinius Histor. Natur. lib. III cap. XIII.

V. Plura quæ ad nummi hujus interpretationem pertinent, proposuimus in *Monumentis ingeniorum* Tomo II p. 65.



LEON-

Act. Erud. An. 1727. M. Sept. Pag. 408.

LEONHARDI EULERI,

A. L. M. Methodus inveniendi Trajectorias reciprocas Algebraicas.

QUum temporis spatium, quod Anonymo illi Anglo ad aperiendam, quam invenire potuerit, trajectoriam algebraicam illam tertii ordinis sequentem, concesseram, elapsum sit, meam hujus quæstionis solutionem, una cum aliis insuper ad algebraicas trajectorias reciprocas pertinentibus inventis cum publico communicare constitui. Cum primum istud problema examinare atque de solutione ejus meditari animum subiit, præcipue eam, quam commendavit Celeb. D. Joh. Bernoullius, Præceptor meus hisce in rebus atque Patronus summe colendus, felegi viam per rectificationes curvarum; & strenuam, quantam potui, navavi operam in indagatione ejusmodi curvarum algebraicarum, quæ rectificari possent, ut exinde æquationes algebraicas pro trajectoriis reciprocis eruerem. Hoc in negotio occupatus, in istam incidi æquationem, $yy+\frac{2}{3}aa=a\sqrt[3]{axx}$, quæ est ad curvam, diametro & vertice in diametrum normali gaudentem, ac insuper rectificabilem. Ut itaque ex ista æquatio algebraica pro trajectoria reciproca inveniri possit, sit (Fig. 1.) MBM ista curva, ABP diameter & A initium abscissarum, ut scilicet AB sit, $a\sqrt{\frac{8}{27}}$, atque est AP $=x$. PM $=y$. Sit curva BM $=s$. & ex M ducatur diametro parallela MQ, occurrens lineæ AQ normali in diametrum in Q, assumaturque in ea MN $=$ BM erit N in trajectoria quæsita. Sit AQ $=t=y$, & QN $=z=x-s$. Tab. III. Fig. 1.

Pag. 409.

Est autem per æquationem $x=\frac{(yy+\frac{2}{3}aa)^{\frac{3}{2}}}{aa}$ ideoque $dx=\frac{3ydy\sqrt{yy+\frac{2}{3}aa}}{aa}$, ergo $ds^2=dx^2+dy^2=\frac{9y^4dy^2+6aayydy^2+a^4dy^2}{a^4}$, ergo $ds=\frac{3yydy+aady}{aa}$, consequenter $s=\frac{y^3}{aa}+y$ posito loco y, t, invenietur substituendo in ista æquatione $z=x-s$, pro x & s valores inventos, habebitur $z=$

(tt

Act. Erud. An. 1727. M. Sept. $\frac{(tt+\frac{2}{3}aa)^{\frac{3}{2}}}{aa} - t - \frac{t^3}{aa}$. Ergo $aaz + aat + t^3 = (tt+\frac{2}{3}aa)^{\frac{3}{2}}$ & reducendo ad rationalitatem reperietur ista æquatio pro trajectoria reciproca, $a^4zz + 2a^4tz + 2aat^3z = \frac{1}{3}a^4tt + \frac{8}{27}a^6$; quæ dividendo per aa reducitur ad hanc $aazz + 2aatz + 2t^3z = \frac{1}{3}aatt + \frac{8}{27}a^4$, seu ponendo $aa = \frac{3}{2}bb$, ad hanc, $12t^3z + 18bbtz + 9bbzz - 3bbtt - 4b^4 = 0$). Quæ est æquatio ad quarti ordinis curvam. Ad istam ergo æquationem perventum est ope rectificationis curvæ, quæ solutio proinde soli fortunæ esset adscribenda, nisi comperta mihi fuisset peculiaris *methodus inveniendi curvas algebraicas rectificabiles*, unde & æquatio illa, quam ad constructionem istius trajectoriæ reciprocæ selegeram, promanavit.

Postmodum vero problema istud inveniendarum trajectoriarum algebraicarum reciprocarum, ex immediata earum natura discutiens, in istam incidi æquationem, (Fig. 2) appellando
Tab. III. Fig. 2. AQ, x; QN, y. $dy = dx(x+\sqrt{xx+1})$ denotante, n, numero quocunque. Quæ æquatio, ut facile patet, *est ad trajectoriam reciprocam*, ponendo enim in expressione ipsius dy. pro x, $-x$. invenietur $dy = -dx(-x+\sqrt{xx+1})^n$. quæ duæ æquationes respective invicem ductæ dant $dy^2 = -dx^2$, id quod est de essentia trajectoriarum reciprocarum. Est autem ista æquatio $dy = dx(x+\sqrt{xx+1})^n$ generaliter integrabilis, exceptis duobus casibus, ubi n est vel 1 vel -1, quibus in casibus integratio dependet a logarithmis. Antequam vero integretur ista æqua-
Pag. 41. tio, monendum est, sive, n, sit affirmativum sive negativum, æquationem ad eandem esse curvam, una quippe obtinet, cum abscissæ AQ cis axem conversonis AB sumuntur, altera cum illæ trans AB accipiuntur. Conveniens scilicet deprehendetur hæc æquatio, $dy = dx(x+\sqrt{xx+1})^{-n}$ cum ista $dy = dx(-x+\sqrt{xx+1})^n$. Ideo vero istud præmoneo, ne quis substituendo pro, n, valores negativos, se problematis solutionem ulterius promovisse existimet. Integretur jam æquatio ista $dy = dx(x+\sqrt{xx+1})^n$ id quod facile fieri poterit ponendo $x+\sqrt{xx+1} = t$ ut habeatur $x = \frac{tt-1}{2t}$ & $dx = \frac{dt}{2} + \frac{dt}{2tt}$ ut adeo esset $2dy = t^n dt + t^{n-2}dt$. Quocirca erit $2y = \frac{1}{n+1}t^{n+1} + \frac{1}{n-1}t^{n-1}$ =

$= \frac{1}{n+1}(x+\sqrt{xx+1})^{n+1} + \frac{1}{n-1}(x+\sqrt{xx+1})^{n-1}$. Quæ æquatio generalis pro trajectoriis reciprocis ad casus speciales applicata suppeditat ex quolibet curvarum ordine, exceptis secundo & tertio, ad minimum unam trajectoriam reciprocam. Si enim pro n ponatur, Q. reperietur hæc quarti ordinis æquatio, conveniens cum jam inventa $12yx^3 + 18xy - 9yy + 3xx + 4 = 0$. Si substituatur loco n, 3, reperietur ista quinti ordinis trajectoria reciproca, $128yx^4 + 192yxx + 48y - 64yy - 8xx - 9 = 0$. Sit $n = 4$, reperietur ista sexti ordinis $720yx^5 + 1200yx^3 + 450yx - 225yy + 15xx + 16 = 0$. Si $n = 5$, reperietur æquatio septimi ordinis, & in genere quicunque numerus loco n substituatur curva inde generata erit ordinis $n+2$, si n sit numerus integer, sin vero sit fractus, $n+2$, reducitur ad fractionem in minimis terminis, & indicabit numerator fractionis ordinem curvæ inde natæ. Ex. gr. sit $n = \frac{1}{2}$ invenietur ista ordinis 5, cum sit $\frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$. $72yyx^3 - 81y^4 + 144x^4 - 216yyx - 96xx + 16 = 0$. Hinc itaque colligi potest, quot, beneficio istius æquationis generalis, ex quovis ordine trajectoriæ reciprocæ inveniri queant. Scilicet ex 4 unam, ex 5 duas, ex sexto unam, ex 7 tres, ex 8 duas, &c. Superest mihi præterea alia methodus inveniendi trajectorias reciprocas algebraicas, ex qua quidem difficilius æquationes pro illis eruuntur, verum hoc ea se commendare potest, quod sit universalis, & omnes, quotquot existunt, curvas satisfacientes algebraicas suppeditare queat. Est illa quidem affinis methodo per rectificationes, a Celeb. D. Joh. Bernoullio detectæ, & non difficulter exinde elicitur. Dependet scilicet ea ab inventione curvarum diametro & cuspide in vertice gaudentibus; quas curvas possibiles omnes cujusvis ordinis cum invenire in promtu sit, omnes trajectoriæ reciprocæ algebraicæ possibiles inde elicientur. Cum enim omnes trajectoriæ algebraicæ inveniri queant, ex curvis rectificabilibus diametro & vertice in diametrum perpendiculari præditis, ejusmodi vero curvæ omnes sint evolutæ totidem curvarum algebraicarum cuspidatarum & diametro instructarum, hinc quoque trajectoriæ reciprocæ reperientur, hoc nempe modo. (Fig. 3) Sit CAM curva ejusmodi cuspidata, AB ejus diameter, ducatur AQ eidem normalis, & sumtæ pro lubitu abscissæ AP ducatur respondens applicata PM, ducatur radius MS circuli osculantis curvam in M, erit punctum S in evoluta AS, eritque MS = curvæ AS. Si itaque radius MS circa centrum S moveatur in SN ita

Act. Erud. An. 1727. M. Sept.

Pag. 411.

Tab. III. Fig. 3.

Act.Erud. An. 1727. M. Sept. ita ut fiat diametro AB parallelus, erit punctum N in trajectoria reciproca, cujus axis conversionis erit linea AB. Sequenti vero modo æquatio pro ea reperietur, data æquatione ad curvam AM. Dicantur AP, x. PM, y. AQ, t, & QN, z. Sit brevitatis gratia $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$, invenietur instituto calculo, posito elemento dy. constante, quod sit AQ, $t = x + \frac{ds^2}{ddx}$ & QN, $z = y + \frac{ds^2 . \overline{ds - dx}}{dyddx}$ unde data relatione y ad x, reperiri poterit æquatio inter t & z, seu coordinatas trajectoriæ reciprocæ.

Sunt autem æquationes ad curvas ejusmodi cuspidatas ex quovis ordine sequentes. I. Ex ordine tertio, $\overline{a + by} . xx = y^3 + cy^2$. II. Ex ordine quarto, $ax^4 + \overline{b + cy + eyy} . xx = y^4 + fy^3 + gy^2$. Sunt scilicet in æquationibus generalissimis ad cujus-

Pag. 412. vis ordinis curvas omittendi sequentes termini. Primo illi termini in quibus continentur potentiæ ipsius x *imparium exponentium*. Secundo terminus in quo meræ constantes, & tertio terminus in quo y unius tantum est dimensionis. Cum autem ex istis æquationibus difficulter ad æquationes pro trajectoriis reciprocis perveniatur, etiamsi eæ admodum faciles atque simplices reperiantur, operæ pretium esset, si quis ad ulteriorem rei analyticæ promotionem, perpendat, quomodo minori negotio æquationes pro trajectoriis reciprocis, determinatis t & z in x & y, dataque insuper relatione inter x & z, erui possent, quomodo exterminata alterutra x vel y, altera quoque exterminanda sit, atque æquatio, quam nonnisi t & z una cum constantibus ingrediantur, inde elici possit.



ADDI-

Act. Erud. An. 1727. M. Octob. Pag. 472.

ADDITAMENTA AD OBSERVATIONES

De ductibus salivalibus sublingualium Glandularum,

Exercitatione de Lingua Humana, & in his Actis Mens. Jul. A. 1724 traditas;

Auctore AUGUSTINO FRIDERICO WALTHERO, Archiatro Regio, Anatomes & Chirurgiæ Professore Publico Lipsiensi.

IRrigant os atque linguam ductus, quos Exercitatione peculiari sic exposuimus, ut canalibus, qui ante innotuerunt, adjiceremus plures, quos *sublinguales* promunt glandulæ, quosve olim deteximus, cum describere plenius & enumerare suscepimus. Laborem inter inveniendum abbreviare solet eorundem orificiorum in tractu sub lingua positus, quem Exercitatione annotavimus; ac ipsa natura varias glandulas, variosque excretorios ductus impertivit, & nonnunquam omnes, aut saltem plurimi sine tædio temporisque dispendio investigantur; nec ægre mediocrem stylum aliquando admittunt. Quare ad observationes, quas de ductibus sublingualibus antehac conscripsimus, nunc addere liceat, quod sectionum usu & exercitio porro deprehendimus ac confirmavimus. Ab illo enim tempore permultorum publice sectorum cadaverum humanorum, pluriumque privatim inspectorum, ac linguarum quidem glandularumque connexarum examine cognovimus, admodum frequenter ex una *glandula* sublinguali quatuor provenire excretorios ductus, nec pauciores haberi: tamen interdum, & maxime in amplis ac elatis in ore glandulis singulis, eorum numerum uno alteroque augeri; quod ubi accidit, tum non positu, sed amplitudine ac longitudine plurimum variare ductus solent. Naturæ minime consuetum est, ad alterutrum & laterale linguæ in ore vinculum superaddere duos & solitis ampliores, aut ita aperiri in utroque latere numero dispares, quales hyeme anni præteriti vidimus, & ut illustretur de ductibus sublingualibus doctrina, nunc recensemus. Erant in cadavere senis, publice secto, admodum insignes sub lingua glandulæ. Quarum excretorios ductus cum Auditoribus demonstraremus, sine multo labore sex a parte sini-

Pag. 473.

Act. Erud. An. 1727. M. Octob.

ſtra, octo a dextra nec pares numero, omni quamvis adhibita diligentia invenire nobis dabatur. Ex his ſex anteriores ordine & poſitu in utroque latere ſatis inter ſe conveniebant; nihilominus ceteris conditionibus quodammodo diverſi: at a dextra apertos duos poſticos ductus, linguæque laterali vinculo vicinos, cum numerum excederent, & ab amplitudine *Warthoniani* ductus parum uterque abeſſet, ſtylumque digiti altitudine, nec ægre verſus maxillarem glandulam ferret, ideo noſtra inveſtigatione accurata digniſſimos hos exiſtimavimus; præſertim cum in permultis cadaveribus & a pluribus annis nullum ſublingualis glandulæ ductum cum maxillari glandula aut ejus excretorio ductu communicaſſe, experimentorum olim factorum memores, perſuaderemur. Quam ob rem ſtylis in hoſce canales illatis, ipſos & illæſos ab oſtiis ad inſertionum loca denudavimus, & totos plenius in conſpectum produximus. Ingrediebatur autem uterque inſignis baccæ uvæ inſtar craſſam, & tenuioris productionis glandulæ ſublingualis appendicem inconſuetam; quæ glandulæ maxillari, & reliquæ ſublinguali cum interjecta eſſet, nihilominus dimidio digito ab iſta finibus ſuis diſtabat; quanquam ambitu ſuo ſuperius contegeret ductum *Warthonianum*, merſum celluloſa radicis linguæ fauciumque membrana, quam exercitatione noſtra annotavimus. Hoc corpus glandulæ noſtræ appoſitum, & loco ſuperadditum, quo in aliis ſubjectis ea finiri conſuevit, & ubi loco conſimili ſiniſtra glandula deſinebat, mole duas tertias partes ponderis reliquæ glandulæ ferre videbatur. Nunc aerem per tubulum in utrumque immiſimus ductum, & modo anteriorem, modo poſteriorem appendicis partem inde ſuccuti & intumeſcere, more in aliis glandulis uſitato animadvertimus. Nec ſolum hi ductus ita diſtincti, ſicut & glanduloſum corpus, omnem aerem illatum in ſe continuerunt; ſed & ipſi varios liquores & mercurium vivum, quæ non ita multo poſt injecimus, prorſus concluſerunt. Idem erat experimentis eventus, ſive in ſitu nexuque hujus appendicis integro, ſive cum ea reclinata, & a nexu cum vicinis, maximeque cum *Warthoniano* ductu ſeparata eſſet, rerum periculum faceremus; quare nihil ex injectis nec ad maxillarem glandulam, nec ad *Warthonianum* ductum penetravit. Inſignior & erat, ſolitaque forma major hujus lateris maxillaris glandula. Etiam notabili ab hacce glandula globoſa intervallo, ad excretorium ductum accedebat mediocris magnitudinis ramus; qui, cum varia in truncum injiceremus, aliquid ex iis recipiebat. Et hoc obſervatu perrarum eſt, ac in ſtrumoſis ſæpius cognoſcitur. Nam mox pari modo alterum & oppoſiti lateris *Warthonianum* ductum exploravimus; & ipſum aliter ut experiremur, juxta papillam ligavimus:

Pag. 474.

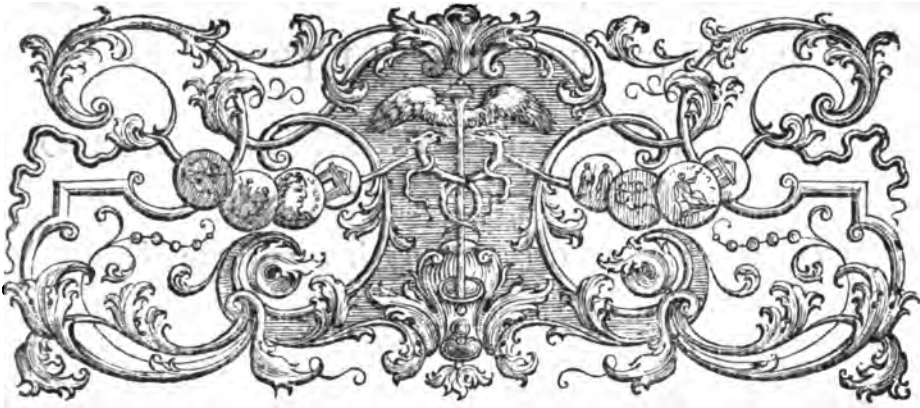
vimus: inde in altero ejus extremo & ad glandulæ corpus inciden- *Act. Erud. An. 1727. M. Octob.*
do ipsum aperuimus, loco, ubi is ordinarie in ramos dividitur, & glandula mergitur. Hinc tubulo ad incisionem applicato, aereque immisso, totum ductum & usque ad vinculum distendimus succussimusque: post infudimus aquam tinctam; tandem mercurium vivum injecimus; quæ cum moliremur, secus res cecidit, ac cum talia in altero ductu ante experiremur. Omnia enim, quæ sic repetitis vicibus illata fuerunt, ductus *Wartbonianus* prorsus servavit, & intra se continuit, sine eo, ut minor aliqua propago, aut, qui aliunde accederet ductus, sigillatim qui ad sublingualem glandulam pertineret, aliquid inde reciperet. Quæ modo retulimus experimenta, ea & ante anatomen illam sæpius, & pari cum successu tentavimus, maximeque cum in pluribus linguis humanis glandulisque connexis, ut insolitam esse communionem pateret, alios *Wartbonianos* ductus cera liquata injectaque plenos, alios Mercurio repletos, & ab omni commercio nexuque cum glandulis vasisque excretoriis sublingualibus aliisque ductibus liberos, in usum demonstrationum publicarum, asservandos curaremus. Hæc ita ad confirmandam amplificandamque de ductibus excretoriis distinctisque glandularum sublingualium doctrinam protulimus; quos ductus alii in brutis, & aliter ac nos egimus, demonstrarunt atque delinearunt, nonnulli obscure & obiter eos notaverunt. Nam cum *Stenone* aut cum *Verbeyeno* de hominis ductibus sub- Pag. 475.
lingualibus sentire, ex una parte falsum, ex altera ambiguum vexatumque est: " vascula sibi invicem parallela a lingua versus „ gingivas recedere, & sub intervallo digiti a dentibus ostiis suis „ per tunicam hiare"; imo ad hanc doctrinam addere perinde erit: " vascula ab exterioribus glandularum lateribus ad gingivas „ in transversum recedere, & non ita magno a glandulis inter- „ vallo peculiari quodque osculo hiare". Nam ista digiti intercapedo totam sublingualem glandulam complectitur, & medietatem linguæ in ore humano assequitur; ostiaque excretoriorum nostrorum verorumque ductuum ad dentes propius accedunt: contra, sub lingua levata glandula pro altitudinis suæ modo situque tantum admittere spatium omnino videtur, cum ea partim ad dentes & ad gingivas, partim ad maxillam inferiorem, ac omnium denique altitudinem accommodatur. Ut igitur clarior res fiat, discernimus glandulæ utriusque & oblique positæ latera. Nam pro externis lateribus merito habemus, quæ sub involucro oris condita cum sunt, maxillæ inferiori, nunc ampliori factæ, adnascuntur: at internis & superioribus suis lateribus, quidem in ore, tanquam angustiori spatio glandulæ prominent, linguæque sequuntur motum, & facile ad dentes assurgunt; si-

Act.Erud. An 1727. M.Octob. mul versus linguæ frenum excurrunt, ac, nonnihil hoc loco inflexæ, quasi angulum constituunt. Proinde hæc latera, *in ore* hominum distincta, nostrorum ductuum orificia videnda præbent; quæ ut explorentur in naturali omnium situ, atque in demortuorum linguis, ex ore resectis, id, inter alia, exercitatione citata docuimus. Unde tandem ab exterioribus glandularum lateribus ad gingivas in transversum quodque recedere sublinguale vasculum, & non ita magno a glandulis intervallo peculiari hiare osculo, quidem in brutis, icones testentur, quas *Steno* & *Diemerbrock* delinearunt. Ceterum ad obscuros in re Autores *Bourdonus* atque *Dionis*, imo inter antiquos *Oribasius* accedere possunt: sin hujus verba, ad nostram doctrinam accommodare, & interpretari utcunque quis voluerit; quando hic præ ceteris lib. 24 Collect. Medic. scribit: " Ad linguæ vinculum, utrinque ex obli„ quis partibus ora vasorum, quæ salivam excipientia dicuntur, „ invenies, in quæ descendere stylus posset. Initium ducunt hæc „ vasa ab radice linguæ, ubi ejusdem quoque glandulæ sunt.

Pag. 476. Quare minus evidentem paucorum opinionem reliqui Anatomici scriptores neglexerunt, doctrinamque amplexi fuerunt, in homine licet minus probatam, de singulo sublingualis glandulæ excretorio ductu *Rivini* & *Bartholini*, sive distincto, sive cum *Warthoniano* connexo: ut videre est apud *Ruyschium*, *Bidlooum*, *Munnickium*, *Taurium*, *Drackium*, *Welschium*, *Cheseldenium*, *Keilium*, *Heisterum*, *Noguesium*, & reliquos.



EXCER-



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS ANNI 1728.

SARDONYX

A novo Artifice triumpho Bacchi repræsentando aptatus.



UM fæpe in his Actis veterum reliquias conſpiciendas dederimus, lubet nunc novæ quoque & adhuc ſplendentis artis ſpecimen producere. Habes enim hic Sardonychem, juſta, qua conſtat, magnitudine repræſentatum, cujus ea pars quæ nullas monſtrat figuras, albi coloris eſt; cetera vero, quæ rubicundi vel ſubflavi ſunt coloris, figuris tam apte excogitatis deſtinavit Artifex, ut non incommode lapis exprimeret Triumphum Bacchi; quod tam facile omnibus patet, ut eo explicando ſuperſedere plane queamus.

Act.Erud. An. 1728. M. Jan. Pag. 6. Tab. A. 1726. Fig. 1.

Act. Erud. An. 1728. M. Jan. Pag. 40.

EXCERPTA EX LITERIS

Ad JOH. BURCH. MENCKENIUM datis a JO. FRID. WEIDLERO.

De observatione Eclipsis Solaris, instituta Wittebergæ die XV. Septembris Anni CIↃIↃCCXXVII.

DIE XV. Septembris proxime elapsi, quo Solis defectus contigit, primo mane Euronotus, (S. O) serenitatem cœli, qua integro & amplius mense antea fueramus gavisi, notabiliter turbare videbatur. Columna argenti vivi in barometro, quæ die XIV. Septembris altitudinem 27 digitorum & *6 linearum* pedis Parisiensis assecuta erat, die *XV. sesqui linea decreverat*, & sparsæ passim per cœlum nubeculæ exiguam videndæ eclipseos spem relinquebant. Verum paulo post horam septimam, invalescente Cauro, (N. W) nubes versus orientalem plagam ex voto nostro dispellebantur. Itaque ad observationem accurate faciendam me accinxi. Intuleram autem antecedentibus diebus in conclave ortum respiciens organa necessaria, nempe horologium oscillatorium, tripedali pendulo instructum, quod minuta prima & secunda indicat, & Telescopium Astronomicum longum 3 p. 7 dig. Parisi. cui camera obscura conformis longa 2 p. *6.* dig. adhæret. In fundo hujus cameræ obscuræ, super tabula vitrea, quæ tenui charta alba tegitur, orbis solaris, diametro 3 dig. 1 lin. ea facie, qua in *cœlo lucet*, foris inspectantibus exhibetur. Circulus Solis *imaginem* excipiens, quinque aliis concentricis, atque inter se distantibus, in duodecim digitos divisus erat. Nam cum duobus & dimidio pedibus tabula observationis a lente Telescopii ultima abesset, nullum intercedebat discrimen inter arcus peripheriæ sphæricæ, in quam egressi, ex foco lentis ocularis, tanquam ex centro, solares radii diffundebantur, & inter tangentes ejusdem peripheriæ, sive inter circulorum concentricorum, de quibus dixi, semidiametros. Et quamvis dedissem operam, ut horologii tempus, secundum observationes Solis meridianas, aliquot ante dies corrigeretur, tamen, cum translatio in locum & situm diversum, mutabilitatem quandam ipsi inferre videretur, statim

Pag. 41.

post

post absolutam eclipsis observationem, mensus sum duas Solis altitudines, ope quadrantis quinque pedum, in quo singulæ secundorum minutorum decades, rectis transversalibus distinguuntur. Et auxilio primæ altitudinis, 27 gr. 34 m. 30 sec. sive adhibita correctione Wurzelbaueriana, demptaque refractione 3 minutorum, 27 gr. 31 m. 30 sec. & positis insuper (1) distantia poli a zenita Witebergæ 38 gr. 8 m. 2) Loco Solis 21 gr. 45 m. Virginis, & inde declinatione Solis 39 gr. 17 m. 3) pro momento observationis, reperi, altitudini Solis modo commemoratæ respondere hor. 8 m. 50 sec. 47. Atque ita perspecto tempore vero, incrementa & decrementa defectus solaris sequentem in modum sese habent. Act.Erud. An. 1718. M. Jan.

		H.	′	″
Initium Eclipsis antemerid.		7.	18.	19
Phases crescentes	1 dig.	7.	23.	34
	2 digiti	7.	35.	24
	2½ dig.	7.	47.	19
Phases decrescentes	2½ dig.	7.	55.	4
	2 dig.	8.	7.	59
	1½ dig.	8.	13.	24
	1 dig.	8.	19.	54
	Finis.	8.	29.	51

Proportio semidiametrorum Solis & Lunæ erat circiter 157, 168. Favit serenum cœlum, quoad duravit observatio. Discus Lunæ, qua partem sub Sole visam, perfecto terminabatur circulo. Color intus niger, in margine cœruleus, tandem flavus in album Solis lumen desinebat, & Lunæ orbem ambiebat. Maculæ, uti hoc anno frequentissime sub sole apparuerunt, ita neque die defectus solaris defecerunt. Novem distincte conspeximus, quarum suprema versus occasum posita, circiter quadragesimam octavam diametri solaris partem capiebat. Sed hæc inter mediocres, quas hoc anno vidimus, locum tuetur.

DA-

Act. Erud. An. 1728. M. Mart. Pag. 101.

DANIELIS WILHELMI TRILLERI, M. D. Conjecturæ & Emendationes in Aretæum.

QUum nuper nitidiſſimam Aretæi Editionem *Oxonienſem* paullo attentius perluſtrarem, quædam mihi in *aliquot loca* dubia, obſcura & deſperata ſubnatæ ſunt inter legendum conjecturæ, quas hic cum Lectoribus harum rerum cupidis communicare placet. Nec mihi ſuccenſebit, ſpero, Cl. *Wigan*, modeſte ab ipſo nonnunquam diſſentienti. Sed quid plura? fiat ergo initium.

p. 5. Legitur: *ἐξήρανται γὰρ τάλλα ἀτὰρ καὶ τὰ ἄλλα διψαλέα ὄργανα σόμα σόμαχος*. Quid hæc ſibi velint, equidem prorſus ignoro, inquit Cl. *Wigan*. Putem ego legendum eſſe: *ἐξήρανται γὰρ τῇ ἀλέα*, *æſtu enim exaruerunt*. *ἀλέα* ſeu *ἀλέη*, *æſtus*, *in hoc ſignificatu* aliquoties apud Aretæum occurrit, item apud Homerum atque Hippocratem legitur.

36. Ἐρυγαὶ κακώδεες, βρομώδεες, ὡς ἐξ ἁλὸς ὀρυγμίη. Longe petita videtur Cl. *Wigan* hæc de alitu ex ſalinis, ut quidem vertit, Comparatio, mallet ergo, deleta voce ἁλὸς, legere ὀξυρεγμίη, voce Hippocrati familiari. Forſan tamen & ita ſanari poſſet locus: ὡς ἐξ ἁλὸς ἐρυγμοὶ, *quemadmodum ſunt ructus a maria*, aut, *quemadmodum ſunt ructus & vomendi conatus ex mari nauſeantium*. Certe res nota eſt. Vox ἅλς quoque utrumque ſignificatum admittit.

40. Ἐιδὲ ἐκτανύσαι βιᾶται, ὅκως ξύλα ἱκανὰ καταξέων τὰ μελεα βραχύτερα ἑωυτέων γίγνεται. Inſigne mendum his verbis ineſſe credit Clar. *Wigan*, nec injuria. Videtur tamen hoc modo illud poſſe tolli: ὅκως ξύλα ἱκανὰ καταδέων, h. e. *ſi quis idonea ligna*, i. e. aſſulas ad extendenda & firmanda membra luxata aut fracta Chirurgis conſuetas (νάρθηκας vocat Hippocr. de officin. Med. & *ferulas* Celſus) *ſubligaverit*, aut κάτω δέων, *infra ligaverit*, aut denique καταζευγνύων, *adjunxerit*. Senſus ſane ita clarus fit atque perſpicuus. Paulo ante legitur μέλεα κοῖλα, *membra cava*,

Pag. 102. ubi malim κυλλὰ, *curva*, ſequitur enim: ἐς μῆκος ἀποτίνεται; forſan tamen & illud ferendum. Nihil definio.

42. Ἕινεκεν αὐτῶν (ὀνύχων) ἐστι πόνος, ὥσπερ καὶ τὰ στερεά. Mendoſa hæc eſſe recte opinatur Cl. *W.* forſan ſic legendum fuerit:

rit: ὥσπερ κέρατα στερεῶν, *dolor unguium veluti cornua rigidorum*. Act. Erud.
Sensus quidem haud ineptus. An. 1728.
Κἢν μὲν εἴσω ῥέπῃ τὸ πύον, αἱ πλευραὶ τὰ ὀστέα καὶ χώραν M. Mart.
τὴν σφῶν αὐτέων φθίσιν ἔλεξα πρόσθεν ἑτέραν ἔμμεναι, συμβε- p. 43.
βῶσαν καὶ φύσιν. Hæc, prout jacent, nemo intelligit, ut ipse candide quoque fassus est Cl. *Wigan*. Hoc tamen modo sensus aliquis depravato huic loco reddi posse videtur: κἢν μὲν εἴσω ῥέπῃ, αἱ πλευραὶ τὰ ὀστέα (καὶ χώραν τῶν σφῶν αὐτέων φθίσιν ἔλεξα πρόσθεν ἑτέραν ἔμμεναι) συμβαίνουσι κατὰ φύσιν, hoc est, *si interiora versus vergat abscessus, costarum ossa (juxta quarum regionem phthisin illam alteram fore supra pronunciavi,) conjuncta manent secundum naturam suam*. Certe sensum hunc intendisse Aretæum, colligitur ex sequentibus: ἢν δὲ ἔξω ῥέπῃ διίστανται τὰ ὀστέα, & mox: ὅτε ἔνθα καὶ ἔνθα ἡ πλευρὰ παρωθέεται. Συμβαίνουσι vero hic significat *coalescunt*, *consentiunt*, item & *contingunt*, quomodo verbum συμβαίνειν usurpari notum est.

Γέροντες ἀπόφρικτοι ἁλόντες, ὅσον βραχείης ῥοπῆς ἐς δίνην 47.
θανάτου χρέος. Hæc sana esse nequeunt, inquit Cl. *Wigan*; mihi secus videtur. Interpungendus & vertendus locus: ἀπόφρικτοι ἁλόντες ὅσον βραχείης ῥοπῆς, ἐς δίνην θανάτου, χρέος *senes quum semel horrore correpti fuerint, tunc levi saltim momento ad mortis quietem opus est*. Sensus planissimus. Citius extinguuntur senes exsucci, ac alii vegeti & succi pleni.

Ἄπορον μὲν οὐ γίγνεται τὸν ὄγκον τε τὸν σκληρὸν ἵζον ἐς Σκίρ- 49.
ῥον ἱδρύεσθαι. Vitiata hæc esse putat Cl. Editor: mihi vero facile sanari posse locus videtur, legendo saltim ἵζοντα, & vertendo: *nullum quidem suboritur dubium, tumorem durum subsidentem in Scirrhum demum confirmari*, quod & jam in sua versione subolluisse Crassum monet Clariss. Maittairius, qui ipse mallet τὸν σκληρὸν, ut concordet nempe melius cum τῷ ἵζον, quod tamen non necesse. Imo & ἵζον cum τῷ ὄγκον jungi potest πρὸς τὸ σημαινόμενον, aut per ἀνακόλουθον figuram. ut βρέφος φέ- Pag. 103.
ροντα apud Anacr. od. III. Καρποὺς ἃ apud Lucian. in Amor. λόγος, ἐκεῖνο, apud Ælian. V. H. XII, 60; plura collegere Grot. ad Luc. XXII, Cleric. Art. Crit. P. II S. I C. 10, Perizon. ad Sanctii Minerv. p. 725, Voss. ad Catull. p. 296, imprimis vero Jensius in Lect. Lucian. L. II c. 4 & J. F. Gronov. ad Senec. L. IV de Benef. c. 32 p. 175.

Εὖτε τῶν παρεόντων ἕκαστον ὡς τὸ μηδὲν οὐκ ἐπιστρέφειν. Hæc 54.
se non intelligere jure conqueritur Cl. *Wigan*. Sed ita fortasse verba sint constituenda: εἰ δὲ τῶν παρ. ἕκας. ὡς τὸ μηδὲν οὐκ ἐπιστρέ-

 φει,

Act.Erud. An. 1728. M. Mart. φει, h. e. *si vero horum quid, quæ antea in usu fuerant, ceu penitus sublatum non revertitur*, sensu loco accommodatissimo. Τὸ μηδὲν εἶναι Græci dicunt de re plane sublata, inde οἱ μηδὲν ὄντες illis eleganter dicuntur mortui.

p. 61. Στρόφοι βαρέες ἀνέκλιστοι, τὸ γὰρ ἑλικοειδὲς ἔντερον, ἀνέλικτοι, *tortuosi*, legit Cl. *Wigan* ab ἀνελίσσω, quod tamen & alibi & apud ipsum Aretæum *evolvo* significat, unde ἀνέλικτον, *non tortuosum*. Crassus hic legisse videtur ἀνέκλειπτοι, vertit enim *tormina perseverantia*, ab ἀνεκλείπω; verum hanc vocem in Thesauro Stephani sine autoritate legi bene monet Cl. Maittaire, nec sensum quidquam hic juvat: ratio enim additur, cur involuta sint & tortuosa tormina, τὸ γὰρ ἑλικοειδὲς τὸ ἔντερον, *ipsum enim intestinum*, in quo scil. morantur & luctantur, *est tortuosum*. Mihi vix dubium est, quin legendum hic sit: στρόφοι ἀνακύλιστοι, ab ἀνακυλίω *tormina involuta, tortuosa*.

ibid. Αἴσθησις τῦ λίθυ ὁδοιπορέοντος ξυνῷ ὁμοβιαίῳ. Cl. Editor haud dubitat, quin Aretæus scripserit: ξυνὼ πόνῳ βιαίῳ. Concinna sane lectio; forsan tamen & scripserit: ξείνῳ οἴμῳ βιαίη, hoc sensu: *violenta est sensatio calculi insolita via iter facientis*, sive *a calculo iter faciente*. Οἶμος autem vox est poetica, Homerica imprimis, quales crebro Nostro placuisse ex omnibus fere paginis constat; accedit, ipsum Hippocratem eadem usum fuisse.

73. Καυκαλῶσαι τὴν ὑστέρην, de feminis loquitur Autor ex uteri prolapsu laborantibus. Vertit Cl. *Wigan*: *quasi a caule germinantem uterum*, quasi vox sit a καυλὸς, quum potius secundum

Pag. 104. analogiam derivanda esset a Καυκαλὶς, herbæ notæ specie. In Notis vero procul dubio legendum esse censet Κυρκανῶσαι, *uterum inversum habentes*, ex Hippocrate, Hesychio & Suida. Optime quidem ad sensum loci; paullo vero remotius a veteri scriptura. Malim igitur simplicissime: ἀναχαλῶσαι τὴν ὑστέρην, *uterum relaxatum habentes*.

75. Καὶ γὰρ ὅισι τῶν δὲ βδελικτέων ἡδονή. Locum insigniter corruptum pronunciat Cl. *Wigan*; nihil tamen tentat. Cl. Maittairius legere mavult ἑκατέρων, proxime quidem ad sensum; remotissime vero a priscis literarum δὲ βδελικτέων vestigiis, ut ipse fatetur. Tentabo interim: καὶ γὰρ ὅισι τοιῦτο δὲ μείλικτος ἡδονὴ, *tale enim* (frigus nempe aut calor,) *ipsis*, arthriticis, *suavissima est voluptas*; sive sic: καὶ γὰρ ὅισι μὲν τούτων ἓν ἀβδέλικτον, ὅισι δὲ μὴ, *etenim horum unum quibusdam gratum est, quibusdam vero non*. Et hoc alteri præfero.

78. Ἀφροδισίων ὁμῶν καὶ ἀπέπτων ἡ ἀνάδοσις. Priorem vocem

cem in σιτίων mutandam censet Cl. *Wigan*, optime. Malim vero: ἀπὸ σιτίων, quod melius adhuc repræsentat veterem scripturam ἀφροδισίων. Act. Erud. An. 1728. M. Mart.

Διὰ εἶδον κέγχρυ. διὰ ἀλῶν, acute legit Cl. *Wigan*, sed legi quoque haud inepte posset: διὰ κριθῶν, κέγχρυ, *per hordea, milium*, vel: διὰ κριθῶν καγχρύος, *per farinam tostam hordeaceam*. p. 103.

Τῇ ᾧ πλέονι πρὸς τοῖς δακτύλοις, καὶ μὴ ἐπ' ἀγκῶνι, τάμνοι τις αὐτέην. Haud recte hæc se habere manifestum est, inquit Cl. Editor. Facilis vero est emendatio: τί ὦν πλέον κ. λ. *quid igitur prope digitos magis, & non in cubito, eam venam inciderit?* 108.

Εἰς δέ τις ἀριθμὸς ἐπίκαιρος. Totam sententiam depravatam credit Cl. *Wigan* facili vero negotio eam restitui posse crediderim legendo: εἰς δέ τις ῥυσμὸς ἐπίκαιρος, *si vero unica figura, unica dispositio, unicum indicium fuerit periculosum*. ῥυσμὸς enim idem est ac θέσις, διάστασις, σχῆμα, τύπος, ut exponit Eustath. ad Dionys. Perieget. Conf. Menag. ad Diog. Laert. L. IX Segm. 47 p. 414: sæpius vox ista occurrit apud Autorem Libelli de Anatome inter Hippocratea relati, ad quem plura notavimus in *Specimine Hippocratico*. 112.

Πρόρθων ἀωδέων ἡδονῆς ῥιπίσι. Pro ἡδονῆς legendum suadet Cl. *Wigan*, ἡδέης, *lenibus*. Facilior vero lectio: ἑδανοῖς ῥιπίσι, *suavibus, voluptuanis flabellis*, voce Homerica Aretæo propria. Pag. 105. 14.

Ἐν ἥπατι τοῦ αἵματος ἡ γένεα, καὶ ἐς πᾶν ἔνθεν ἡ τοῦ - - - - ἀφεψή. Locus mutilus ex ingenio supplendus: Legi ergo sic posset: καὶ ἐς πᾶν σκῆνος ἔνθεν ἡ τοῦ αὐτοῦ (αἵματος) ἀπόπεμψις, *& in universum corpus exinde illius distributio*. Vel sic: καὶ ἐς πᾶν ἔντερον ἡ τοῦ αὐτοῦ ἀνάθρεψις, vel hoc modo: καὶ ἐς πᾶν ἔνθεν ἡ διάπεψιν, ut loquitur de Hepate Hippocrates: vel denique hunc in modum: καὶ ἐς πᾶν ἔνθεν ἡ τοῦ σκήνεος δίεξιν. Omnia hæc huc quadrare videntur, si subsequentia quidem consulantur. 118.

Χρὴ δὲ καὶ τοῖσι ἐπιθέτοισι διασκιδνάναι τὰ ἐν τῷ ἥπατι σήθεα. Quid hoc significet, nescio. Crassus, *quæ acervata sunt*, vertit. An σαθέντα vel συνελχθέντα? ita in Not. Cl. *Wigan*. Fortassis scripserit Aretæus σαθέα, ut dicitur ἀσαθέα & δυσαθέα, quod ipsum apud Nostrum occurrit. Verum quia nullum mihi adhuc notatum exemplum, ubi simplex σαθὴς ita fuerit usurpatum, mitto hanc conjecturam. Magis vero verisimile est, scripsisse Aretæum πλήθεα, a πλῆθος, quod nonnunquam idem esse solet ac πληθώρα, plenitudo, humorum ut & sanguinis redundantia ibid.

Act.Erud. An. 1728. M. Mart. tia atque infarctus. Ita enim Galenus πλῆθος esse ait πλεονεξίαν χυμῶν ἐν ὅλῳ τῷ σώματι συνισταμένην, *redundantem in toto corpore humorum consistentiam seu stagnationem*, vid. Foes. in Hipp. Oeconom. Haud ergo mihi amplius superest dubium, quin in Aretæo scribendum sit πλήθεα, imprimis quum πλήθεα & στήθεα vel apud ipsum Hippocratem aliquoties confundi inter se solere animadverterim.

p. 130. Τῇ ἐσχάτῃ καὶ δυνατωτάτῃ πάντων ἀγωγῇ. Mallet Cl. *Wigan* ἀρωγῇ, *auxilio*, voce Homerica & Nostro hinc familiari, acutissime quidem; vix tamen videtur necessum. ἀγωγὴ *hic* est *eductio*, *evacuans*, ut sæpe apud Hippocr. & Galen. vocat ergo Aretæus Elleborum jure ἐσχάτην καὶ δυνατωτάτην ἀγωγὴν, *ultimum & potentissimum evacuans*.

Pag. 106. 133. Εὔχαλον ἐν τούτοις τοῖσιν, ἠδὲ πεμμάτων ἄπεπτα καὶ ἄκνισσα καὶ κοῦφα. Manifeste corrupta hæc reputat Cl. *Wigan*. Nos sic tentavimus locum desperatum: εὔχυλον ἐν τούτοις ὀνήσει, ἠδὲ πεμμάτων κ. τ. λ. *præstat vero in his illud*, *quod bonum chylum generat*, *vel ex secundis mensis ea*, *quæ facile concoquuntur*. Commodior certe sensus huic loco reddi vix potest.

137. De Melancholia: ἐγκοτεῖ τε τῷ σκληρῷ ἑτέρων νοσημάτων τόκους. Hic ἐγκύει mavult Cl. *Wigan*, quia illam vocem nihil huic locum aptum significare invenit. Forsan tamen scripserit Aretæus: ἐγκοιτεῖ, a κοίτη, *cubile*, *coitus*, *seminis conceptio*, atque hic libertate poetica pro ἐγκύει usurpaverit.

Atque hæc fere sunt, quæ in Aretæo mihi emendanda & interpretanda visa sunt. Æquum nunc super his subitaneis mihi exposco judicium cum a Cl. *Wigan*; tum ab aliis literarum Græcarum amatoribus.



Act. Erud. An. 1728. M. Aug. Pag. 375.

JO. FRIDERICI WEIDLERI

Observatio conjunctionis Lunæ & Saturni, & auroræ borealis,

Quæ una eademque vespera post diem XXV Junii A. 1728 Vitembergæ contigerunt.

CONjunctionem Lunæ & Saturni contemplaturus primum dedi operam, ut tempus horologii oscillatorii, quod ad manus erat, quam correctissimum redderetur. Eum igitur in finem quadrante quinquepedali, cujus in his Actis Mense Januario h. a. p. 639 memini, altitudinem lucidæ aquilæ paulo ante observationem accurate mensus sum. Deinde per telescopium astronomicum sex pedes longum & micrometro instructum, adspexi Saturnum Lunæ jam propinquum, & capta aliquoties utriusque distantia, deprehendi minimam 1 m. 20 s. die 25 Junii hora 12 m. 39 s. 33. Transibat autem Saturnus supra Lunam, ita ut linea recta, per ipsum & Hevelii lacum nigrum minorem, qui juxta mare hyperboreum situs est, ducta, fere ad centrum Lunæ tendere videretur. Idem Saturnus per telescopium XXII pedes longum visus, annulum suum versus terram utrinque apertum gestabat.

Eadem vespera diei XXV Junii, hora XI, aurora quædam borealis maxime illustris effulsit. Scilicet sub septentrione conspiciebatur tractus quidam caliginosus, horizonti sub altitudine 6 circiter graduum incumbens. Atque hic jam monstri aliquid alere videbatur. Nam cœlum reliqua parte serenum nubibusque vacuum erat, & imprimis septentrionali horizonti vicina regio, tum perpetuam lucem, a Sole non alte infra finitorem condito acceptam, spargere debebat. Suspicioni nostræ eventus respondit, siquidem ex illis tenebris prodibant sub initium tres quatuorve in verticem porrectæ columnæ luminosæ, hisque lente progressis in ortum, mox novæ ab occasu succedebant. Hæ columnæ non erant ejusdem longitudinis & crassitiei. Quædam a sexto gradu altitudinis ad Zenith usque extendebantur, aliæ vix tertiam illius arcus partem percurrebant. Spissiores unum circiter gradum latæ erant. Circa horam XII magis versus occasum insolitum lumen vergebat. Hinc oriebantur arcus quidam lucidi expansi inter favonium (W) & cæciam (N. O.) Iidem quoque repentinas subibant mutationes, & modo longiores modo contractiores evadebant.

Pag. 376.

Non-

Act. Erud. An. 1728. M. Aug. Nonnullorum de repente discerptorum lumen undulatum, instar fluctuum aquæ ventis commotæ, in verticem provolvebatur. Tales undæ illam, quam dixi, cœli regionem aliquandiu tenebant, quandoque cum iisdem rectilinea fulgura permiscebantur, vel novi arcus inde contorquebantur. Maximus horum arcuum inter favonium & cæciam hora XII m. 15 expansus per ipsum Zenith ducebatur, verum etiam hic subito in undas luminosas diffundebatur. Neque minus memorabile erat phænomenon conspectum paulo ante horam XII. Nam plures columnæ lucidæ tenuiores in Zenith, tanquam ad centrum suum, undiquaque *confluebant*, etsi ipsum Zenith non penitus attingerent. Aer tota illa nocte perquam tranquillus erat, leni cæcia spirante. Motus materiæ lucentis fere continuus erat, & evanida lumina plerumque nova excipiebant. Copiosiora tamen circa horam XI & XII, quam post illud tempus observabantur. Ceterum hujus phænomeni descriptionem vel ideo publicandam putavi, quia nondum reperi, tam illustrem auroram borealem hactenus a quoquam æstate fuisse visam. Quæ enim ab aliis descriptæ sunt, quantum memini, omnes vere vel autumno apparuerunt.



M. Octob. Pag. 468.

D. MICHAELIS GOTTLIEB HANSCHII, Consil. Cæsarei,

Meditatio de Usu genuino omnium Modorum utilium in quatuor Figuris Syllogismorum regularium simplicium in invenienda veritate, qua simul Monita quædam,

Opus Logicum incomparabile WOLFIANUM, quod nuperrime Francofurti & Lipsiæ in 4 prodiit, concernentia, continentur.

1. CUm ex duobus Judiciis cognitis tertium elicimus, nobis antea incognitum: dicimur formare *Syllogismum*. 2. Ut autem Syllogismus *genuinum* fiat *inveniendi veritatem incognitam* Pag. 469. *ex veritatibus jam cognitis Medium*, opus est, ut *ordinem incogitando naturalem* in omni Syllogismo stricte observemus: inquirendo scilicet, quidnam cum assumta pro lubitu vel data aliqua voce, cujus distinctam habemus notionem, vel conveniat vel

non

non conveniat, &, invento hoc, ulterius inquirendo, quidnam cum invento illo vel consentiat, vel non consentiat, ut hoc posterius, mediante priori, de ipsa voce data vel affirmare vel negare possimus. 3. Vox illa, quæ rem significat, cui quidnam vel competat, vel non competat, inquirimus, in Syllogismo dicitur *Terminus minor*: id omne, quo mediante, intelligimus, quidnam cum voce illa vel consentiat, vel non consentiat, dicitur *Terminus medius*: id autem, quod voci vel competit, vel non competit, & in priori illo medio, cur voci vel competat, vel non competat, rationem sufficientem agnoscit, dicitur *Terminus Major*. Terminus Minor & Terminus Major etiam vocantur *Extrema*. Hinc fit, ut in omni Syllogismo ex *Termino Minore*, per *Terminum Medium*, inveniatur *Terminus Major*. 4. Ex tribus terminis Syllogismi, inter se combinatis, oriuntur in Syllogismo tres *Propositiones*. *Propositio minor* in Syllogismo dicitur Propositio illa, quæ ex termino minore & ex termino medio constat. *Propositio major* in Syllogismo dicitur illa Propositio, quæ constat ex termino majore & ex termino medio. *Conclusio* autem in Syllogismo vocatur Propositio illa, quæ ex termino minore, tanquam subjecto, & ex termino majore, tanquam prædicato suo, constat. Propositiones major atque minor etiam appellantur *Præmissæ*; & Syllogismus in ordine ad Præmissas, numerum binarium nec excedentes, nec ab eodem deficientes, vulgo *Syllogismus perfectus*, sed rectius *regularis* nominatur. In specie autem *Syllogismus regularis simplex* tum dicitur, cum Præmissæ & Conclusio sunt Propositiones absolutæ. Utut enim nulla cogitari possit Propositio, quæ non in hypothesin suam & thesin resolubilis, h. e. virtualiter conditionalis sit: illa tamen vulgo *Propositio absoluta* dicitur, in qua prædicatum, *sine conditione expressa*, de subjecto vel affirmatur, vel negatur. In Syllogismos regulares simplices resolvi possunt omnes Syllogismi irregulares, & Syllogismi regulares compositi. 5. Patet autem ex §. 3 in omni Syllogismo regulari simplici, per ordinem cogitandi naturalem, Propositionem minorem præcedere debere Propositionem majorem: & hunc ordinem analyticum inservire inventioni; vulgarem autem syntheticum inservire doctrinæ. 6. *Figura Syllogismi* in genere non est, nisi termini medii dispositio in præmissis cum termino minore & termino majore. 7. *Finis* autem *Figuræ* est infallibilis illatio veræ alicujus conclusionis & veris præmissis, per termini medii dispositionem cum extremis, in præmissis rite factam. 8. Si vera conclusio infallibiliter inferatur ex veris præmissis, per dispositionem aliquam termini medii in præmissis

Act. Erud. An. 1728. M. Octob. Pag. 470.

Act. Erud. An. 1728. M. Octob.

missis cum termino minore & termino majore: hic Figuræ cum fine suo, cujus gratia est, consensus est *Perfectio Figuræ*. 9. *Figura* adeo *perfecta* est Figura, quæ consentit cum fine Figuræ, propter quem est: & *Syllogismus* omnis *perfectus* est, cujus Figura perfecta est; sive sit Syllogismus regularis, sive irregularis, sive simplex sit, sive compositus. 10. Ex definitione *Perfectionis*, quam in Metaphysicis dedit Cl. *Christianus Wolfius*, patet, *Perfectionem Figuræ aliter definiri non posse*. 11. Sunt autem dispositiones termini medii in præmissis Syllogismi regularis simplicis cum termino minore & termino majore nonnisi quatuor possibiles: hinc nec plures Figuræ, quam quatuor, Syllogismorum regularium *simplicium* possibiles sunt. 12. Si terminus medius sit = * terminus minor = *m*, terminus major = M: erunt dispositiones termini medii cum extremis possibiles sequentes:

I.	II.	III.	IV.
* — M	M — *	* — M	M — *
m — *	*m* — *	* — *m*	* — *m*
m — M	*m* — M	*m* — M	m — M.

Dispositio prima, in qua terminus medius *est subjectum* Propositionis majoris & prædicatum Propos. minoris; *dicitur Figura prima*: Secunda dispositio, in qua terminus medius in præmissis locum occupat prædicati; dicitur *Figura secunda*: Dispositio tertia, in qua terminus medius in præmissis occupat locum subjecti; dicitur *Figura tertia*: quarta dispositio possibilis, in qua terminus medius est prædicatum Propositionis majoris, & subjectum Propositionis minoris; dicitur *Figura quarta*. Patet autem attendenti Figuram primam & tertiam convenire in Propo-
Pag. 471. sitione majore, & differre inter se in Propositione minore; eodemque modo se rem habere cum Figura secunda & quarta: Contra Figuram primam & secundam, item tertiam & quartam convenire in Propositione minore, & differre inter se in Propositione majore; Figuram autem primam & quartam, item secundam & tertiam in nulla Præmissarum inter se convenire. 13. *Modus Syllogismi regularis simplicis* est dispositio Propositionum absolutarum secundum affirmationem & negationem, universalitatem & particularitatem earundem, in qualibet Figura Syllogismi regularis simplicis. 14. Variationes propositionum absolutarum secundum affirmationem & negationem, universalitatem & particularitatem, *per leges combinatorias* sexaginta quatuor sunt possibiles; ex quibus tamen, *vi Regularum Syllogismi generalium*, quinquaginta tres *inutiles*; & undecim tantum *utiles* sunt. 15. Sit A, *signum universale affirmans*, E, *signum universale negans*,

gans, I, *signum particulare affirmans*, O, *signum particulare negans*: erunt *modi utiles* sequentes: Act. Erud. An. 1728. M. Octob.

A Classis I.	1AAA. 2AAI. 3AEE. 4AEO. 5AII. 6AOO.	6	
E Classis II.	7EAE. 8EAO. 9EIO.	3	
I Classis III.	10IAI.	1	
O Classis IV.	11OAO.	1	
		11.	

16. Ex hisce undecim modis utilibus Syllogismorum regularium simplicium sex obtinent in Figuris prima, secunda & tertia, quinque autem in Figura quarta. In Figura prima modi utiles sunt: ex Classe prima, 1, 2, 5, ex classe II*da*, 7, 8, 9, qui vocantur: BA*rb*A*r*A, BA*rb*A*r*I, DA*r*II, CE*l*A*r*E*nt*, CE*l*A*r*O*nt*, FE*r*IO. In Figura secunda sunt modi utiles, ex Classe prima, 3, 4, 6, ex Classe secunda, 7, 8, 9, qui vocantur: CA*m*E*str*E*s*, CA*m*E*str*O*s*, CE*s*A*r*E, CE*s*A*r*O, FE*st*I*n*O, BA*r*O*c*O. In Figura tertia sunt modi utiles, ex Classe prima, 2, 5, ex Classe secunda, 8, 9, ex Classe tertia, 10, & ex Classe quarta, 11. In Figura quarta, ex Classe prima, 3, 4, ex Classe secunda, 8, 9, ex Classe tertia, 10. 17. Sunt igitur in omnibus quatuor Figuris Syllogismorum regularium simplicium, *viginti tres modi utiles*:

Pag. 472.

Modus 1	*in sola Figura prima*,	1
2	in Figura prima & tertia,	2
3	in Figura secunda & quarta,	2
4	in Figura secunda & quarta,	2
5	in Figura prima & tertia,	2
6	*in sola Figura secunda*,	1
7	in Figura prima & secunda,	2
8	in omnibus quatuor Figuris,	4
9	in omnibus quatuor Figuris,	4
10	in Figura tertia & quarta,	2
11	*in sola Figura tertia*.	1
11		23.

18. Hinc patet, Figuras tres, primam, secundam & tertiam agnoscere modum sibi proprium, Figuram quartam nullum: item in sola prima Figura omnis generis conclusiones inferri posse, & proinde illam solam esse *Figuram universalem*, reliquas autem tantum esse *Figuras particulares*, quæ tamen, si eandem illationis infallibilitatem agnoscant cum prima, erunt Figuræ perfectæ, *per* §. 9. 19. Cum *finis Figuræ primæ* sit, non tantum infallibiliter, sed simul evidentissime omnis generis conclusiones veras ex veris præmissis inferre: *Perfectio Figuræ primæ* in specie est consensus dispositionis termini medii cum extremis, cum evidentia infallibilitatis

Act.Erud. An. 1728. M. Octob. maxima, respectu illationis & cum indifferentia conclusionum, respectu quantitatis & qualitatis, per §. 9. 20) *Regressus* fieri dicitur, si ex contradictorio consequentis inferatur contradictorium antecedentis. Ex. gr. *Si Deus est substantia necessaria, & omnis substantia necessaria est Ens a se: Deus est Ens a se.* Ergo etiam per *Regressum: Si Deus non est Ens a se:* vel *Deus non est substantia necessaria;* vel *non omnis substantia necessaria est Ens a se:* illud; *si omnis substantia necessaria est Ens a se:* hoc; *si Deus est substantia necessaria.* 21. Sit terminus major = D, terminus minor = B, terminus medius = C: erit Propositio major = DC, vel CD, Propositio minor = BC, vel CB, Conclusio = BD *per* §. 4. 22. Fiat Syllogismus in FErIO: ECD, IBC, OBD, erit per Regressum in CEsArE: ECD, ABD, EBC. 23. Fiat Syllogismus in CELArOnt: ECD, ABC, OBD, ergo est per Regressum in CEsArO: ECD, ABD, OBC. 24. Fiat Syllogismus in DArII: ACD, IBC, IBD, ergo etiam per Regressum in CAmEstrEs: ACD, EBD, EBC. 25. Fiat Syllogismus in BArbArI: ACD, ABC, IBD, ergo etiam per Regressum in CAmEstrOs: ACD, EBD, OBC. 26. Fiat Syllogismus in CElArEnt: ECD, ABC, EBD, ergo etiam per Regressum in FEstInO: ECD, IBD, OBC. 27. Fiat Syllogismus in BArbArA: ACD, ABC, ABD, ergo erit per Regressum in BArOcO: ACD, OBD, OBC. 28. Fiat Syllogismus in CElArOnt: ECD, ABC, OBD, ergo erit per Regressum in DArAptI: ABD, ABC, ICD. 29. Fiat Syllogismus in BArbArI: ACD, ABC, IBD, ergo etiam erit per Regressum in FElAptOn: EBD, ABC, OCD. 30. Fiat Syllogismus in CElArEnt: ECD, ABC, EBD, ergo etiam erit per Regressum in DIsAmIs: IBD, ABC, ICD. 31. Fiat Syllogismus in FErIO: ECD, IBC, OBD, ergo est per Regressum in DAtIsI: ABD, IBC, ICD. 32. Fiat Syllogismus in BArbArA: ACD, ABC, ABD, ergo per Regressum in BOcArdO: OBD, ABC, OCD. 33. Fiat Syllogismus in DArII: ACD, IBC, IBD, ergo per Regressum in FErIsOn: EBD, IBC, OCD. 34. Fiat Syllogismus in DArII: ACD, IBC, IBD, ergo in CAmEstrEs: ACD, EBD, EBC, *per* §. 24. Ergo in CAdEmEs: ACD, EDB, EBC. 35. Conversio autem hæc conclusionis demonstratur per Figuram secundam in CEsArE: EBD, ADD, EDB. 36. Fiat Syllogismus in BArbArI: ACD, ABC, IBD, ergo in CAmEstrOs: ACD, EBD, OBC, *per* §. 25. Ergo in CAdEmOs: ACD, EDB, OBC. 37. Fiat Syllogismus in DArII: ACD, IBC, IBD, ergo in FErIsOn: EBD, IBC, OCD, *per* §. 35. Ergo etiam in FEsIsO; EDB, IBC, OCD. 38. Fiat Syllogismus in BArbArI: ACD, ABC, IBD, ergo in FElAptOn: EBD, ABC, OCD, *per* §. 29. Ergo etiam in FEsApO: EDB, ABC, OCD.

Pag. 473.

OCD. 39. Fiat Syllogismus in CE*l*ArE*nt*: ECD, ABC, EBD, ergo in DI*s*A*m*I*s*: IBD, ABC, ICD, *per* §. 30. Ergo etiam in DI*g*A*m*I*s*: IDB, ABC, ICD. 40. Conversio autem Conclusionis demonstratur per Figuram tertiam in DA*t*I*s*I: ABB, IBD, IDB. 41. Quandoquidem sex modi Syllogismorum regularium simplicium Figuræ secundæ, per §§. 22-27 *inclus.* & sex modi Syllogismorum regularium simplicium Figuræ tertiæ, *per* §§. 28-33 *incl.* demonstrari possunt immediate: quinque autem modi Syllogismorum regularium simplicium Figuræ quartæ, *per* §§. 34-40 demonstrari possunt, mediante Figura secunda & tertia, ex sex modis possibilibus Figuræ primæ; & in sex modis figuræ primæ, nunquam ex veris præmissis falsa aliqua infertur conclusio, *per hypothesin*: nec in modis Figurarum reliquarum ex veris præmissis falsa aliqua infertur conclusio, *per naturam demonstrationis*. Quamobrem omnes quatuor dispositiones possibiles medii cum extremis consentiunt cum fine Figuræ, *per* §. 7. consequenter & ipsæ quatuor Figuræ consentiunt cum fine, cujus gratia sunt Figuræ *per* §. 6. Ergo omnes quatuor Figuræ Syllogismorum regularium simplicium sunt Figuræ perfectæ, *per* §. 9. 42. Sunt, qui modum sextum BA*l*A*m*I*s* in Figura quarta admittunt, & per DA*r*A*pt*I ex CE*l*A*r*O*nt* demonstrant. Verum apparet ex conversione, modum hunc non esse universalem, sed requirere Propositionem majorem universalem affirmantem simul & reciprocam, adeoque *Figuram quartam non agnoscere, nisi quinque modos*. 43. Cum consequentiæ hæ: ADB, ergo ABD, item ODB, ergo OBD, ex nulla Figura demonstrari possint: hinc Modi EAE, AAI, AII, AOO & OAO in quarta Figura sunt inutiles. 44. Cum demonstrari possit infallibilitas illationis omnium modorum utilium Figuræ secundæ tertiæ & quartæ ex figura prima, *per demonstrata*: nec reductione ad Figuram primam vulgari, nec substitutione etiam Propositionum æquipollentium opus est. 45. Ceterum negari nec potest, nec debet, dari casus, in quibus *magis naturaliter* in reliquis Figuris concludamus, quam in prima: ex. gr. in Figura tertia, si incidamus in medium singulare, quod tantum termino minori subjici possit. 46. Agnovit hoc *Joachimus Jungius* in Logica Hamburgensi *Lib. III c. X* §. 18, apud Cl. *Christianum Wolfium* in *Philosophia rationali Part. I Sect. IV cap. II.* §. 399 *p.* 325, & idem agnovisset etiam acutissimus *Wolfius*, si abstractam illam de Figuris & modis Syllogismorum regularium simplicium possibilibus doctrinam profundius fuisset meditatus, nec præjudicio locum aliquem dedisset, talia in spem futuræ oblivionis addisci. Nullum enim est dubium, quin pro ingenii & judicii sui felicitate idem expertus fuisset, quod asseveravit mihi Per-illustris & immortalium meritorum Philosophus

Act. Erud. An. 1728. M. Octob.

Pag. 474.

Act.Erud. An. 1728. M.Octob. Pag. 475. *G. G. Leibnitius*, cum quatuordecim abhinc annis una Viennæ essemus; se in Demonstrationibus Euclideis observasse, *quod Geometra omnibus quatuor Figuris & omnibus modis etiam utilibus in singulis Figuris pro re nata usus sit*. 47. Ex §. etiam 45 simul manifestum est, 1. *omnem Propositionem singularem virtualiter esse universalem*, 2. *Præmissas esse posse universales, existente conclusione particulari*, non contra, *Præmissarum una existente particulari, conclusionem posse esse universalem*. 48. Consequentia hæc: EDB, ergo EBD demonstrata est §. 35 in CE*s*A*r*E, & altera: IDB ergo IBD §. 40 in DA*tis*I. Similiter consequentia *hæc*: ADB, ergo IBD demonstratur in DA*r*A*pt*I: ADD, ADB ergo IBD. Consequentia hæc: EDB, ergo OBD demonstratur in FE*s*I*n*O: EDB, IBB, OBD. Dantur igitur casus naturalissime inferendi in Figuris secunda & tertia. 49. Modus IEO in nulla Figura per Regressum ad primam demonstrari potest, & in prima etiam inutilis est, utut in Regularum Syllogismi generalium nullam peccet. 50. Ut fiat manifestum, ordinem in cogitando naturalem ad Figuras Syllogismorum regularium simplicium se indifferenter habere: esto Propositio hæc particularis affirmans: *quoddam corpus durum est lapis*; invenienda ex assumto, vel ex dato termino minore, qui est *Corpus durum*. Si occasione termini minoris, sive assumti, sive dati, *per* §. 3, cujus in hoc casu etiam clara tantum ad inveniendum sufficit notio, recorder certæ cujusdam speciei corporum, quæ sunt dura, ex. gr. Adamantis, vel terminum minorem datum de specie *universaliter*, vel speciem de termino minore dato *particulariter* affirmare possum, *per* §. 48. Si jam, hujus medii interventu, recorder generis: vel genus de specie *universaliter*, vel speciem de genere *particulariter* affirmare possum, *per* §. 48. Omnibus autem in casibus etiam genus inventum de termino minore dato *particulariter* affirmo. Quod si speciem de termino minore dato *particulariter*, genus autem de specie *universaliter* affirmem, indeque deducam conclusionem, in qua terminus major de *termino* minore *particulariter* affirmatur: incognitum ex cognitis invenio per modum DA*r*II, in Figura prima. Unde simul patet, *cur Figura prima sit evidentissima*: quoniam in illa ordo inventionis termini medii ex termino minore, & termini majoris ex termino medio quam maxime est conspicuus, *per* §. 3. *Quoddam corpus durum est Adamas, Omnis Adamas est lapis*, E. *quoddam corpus durum est lapis*, h. e. ordine Præmissarum synthetico, per § 5, *Omnis Adamas* Pag. 476. *est lapis, quoddam corpus durum est Adamas*, E. *quoddam corpus durum est lapis*. Si autem terminum minorem de specie *universaliter*, & genus de specie etiam *universaliter* affirmo: eandem invenio conclusionem per modum DA*r*A*pt*I in Figura tertia: *Omnis*

Ada-

Adamas est corpus durum, *Omnis Adamas est lapis*, E. *quoddam corpus durum est lapis*, h. e. ordine Præmissarum synthetico, *per* §. 5, *Omnis Adamas est lapis*, *Omnis Adamas est corpus durum*, E. *quoddam corpus durum est lapis*. Si denique terminum minorem datum de specie *universaliter*; speciem autem de genere *particulariter* affirmo: eandem conclusionem incognitam infero per modum DIgAmIs in Figura quarta: *Omnis Adamas est corpus durum*, *Quidam lapis est Adamas*, E. *quoddam corpus durum est lapis*, h. e. ordine Præmissarum synthetico, *per* §. 5, *Quidam lapis est Adamas*, *Omnis Adamas est corpus durum*, E. *quoddam corpus durum est lapis*. 51. Quoties, occasione termini minoris dati, vel pro lubitu assumti, recordamur vel definitionis ejusdem, vel attributi alicujus necessarii: toties illud de termino minore, sive dato, sive assumto, *universaliter* affirmamus. Si porro, intuitu definitionis vel attributi necessarii termini minoris recordamur alterius rei, quæ vel definitio vel attributum necessarium est definitionis vel attributi prioris: toties etiam attributum posterius de attributo priore *universaliter* affirmamus, consequenter attributum etiam posterius, mediante attributo priori, de termino minore, vel *universaliter* vel *particulariter* affirmare possumus. In priori casu utimur modo inferendi, qui vocatur BArbArA, & omnium est evidentissimus atque perfectissimus: in posteriori autem illatio fit in modo BArbArI qui in priori modo continetur. 52. Quoties, occasione termini, minoris, sive assumti, sive dati, recordamur, vel definitionis ejusdem, vel attributi alicujus necessarii, &, intuitu, vel definitionis, vel attributi hujus necessarii termini minoris incidamus in attributum aliud, quod in priori, vel definitione, vel attributo necessario non continetur: toties attributum prius de termino minore *universaliter* affirmamus, & attributum posterius de attributo priori *universaliter* negamus, consequenter etiam attributum posterius de termino minore, mediante attributo priore, vel *universaliter* vel *particulariter* negamus. Quæ illatio in casu priori fieri dicitur in CElArEnt; in posteriori casu in CElArOnt, tanquam in modo, qui in priori continetur. 53. Quoties, occasione termini minoris, sive dati, sive pro lubitu assumti, incidimus in attributum, eidem contingenter competens: toties attributum illud de termino minore *particulariter* tantum affirmamus. Si jam, occasione hujus attributi, incidamus in aliud attributum, quod in attributo priori necessario continetur, illud de attributo priori *universaliter* affirmamus, & idem etiam, mediante attributo priori, de termino medio, sed *particulariter* tantum, affirmare possumus. Quæ illatio fieri dicitur in DArII. 54. Quoties, occasione termini minoris, sive dati, sive pro lubitu etiam assumti, incidimus in attributum aliquod, eidem contin-

Act. Erud. An. 1728. M. Octob.

Pag. 477.

tin-

Act. Erud. An. 1728. M. Octob. tingenter competens: toties attributum illud de termino minore *particulariter* tantum affirmamus. Quodsi, occasione hujus attributi, memoria nobis suggerat aliud attributum, quod in priori attributo necessario non continetur, illud de attributo priori *universaliter* negamus, & idem etiam attributum posterius, mediante priori, de termino minore, sed *particulariter* tantum negamus. Quæ illatio fieri dicitur in FErIo. 55. Quoties, vel dato, vel pro lubitu assumto, termino aliquo minore, recordamur alicujus attributi, rei alicui necessario convenientis: toties illud de signo rei, sive de termino minore, *universaliter* affirmamus. Quodsi, occasione hujus attributi, incidamus in vocem aliquam, cujus significatus attributo absolute repugnet, & attributum illud de voce illa *universaliter negemus*: eandem etiam vocem, vel *universaliter*, vel *particulariter* de re ipsa, sive ejusdem signo, quod est terminus minor, negamus, consequenter in priori casu in CEsArE; in casu autem posteriori in CEsArO concludimus. 56. Ponamus, nos, dato vel assumto termino aliquo minore, recordari alicujus attributi, necessario a re ipsa removendi. Quare illud de signo rei *universaliter* negamus. Jam, occasione illius attributi, *incidere possumus* in vocem, cujus significatus cum attributo illo absolute consentit. Affirmabimus igitur idem attributum *universaliter* de eadem voce, & consequenter vocem eandem etiam vel *universaliter*, vel minimum *particulariter* negabimus de termino minore. Qui modus inferendi dicitur CAmEstrEs in priori; CAmEstrOs autem in posteriori casu. 57. Quodsi, vel dato, vel etiam pro lubitu assumto termino aliquo minore, recordemur attributi alicujus, sed contingenter saltem rei, cujus terminus datus signum est, convenientis: Pag. 478. illud *particulariter* tantum de re affirmare possumus. Quodsi, hac occasione, incidamus in vocem aliquam, cujus significatus attributo absolute repugnat: attributum illud de voce hac *universaliter* negamus, adeoque eandem vocem etiam de re ipsa negamus, sed *particulariter* tantum, quæ illatio fieri dicitur in FEstInO. 58. Quod si, vel dato, vel assumto termino aliquo minore, recordemur attributi, contingenter rei non competentis, illud de re ipsa *particulariter* tantum negamus. Quod si, occasione hujus attributi, incidamus in vocem, cujus significatus *universaliter* consentit cum hoc attributo: attributum hoc de voce illa *universaliter* affirmamus, & vocem eandem postea, de re ipsa *particulariter* negamus. Quæ illatio fieri dicitur in BArOcO. 59. Quoties, occasione termini alicujus minoris, sive dati, sive assumti, incidimus in subjectum aliquod, de quo terminus minor *universaliter* prædicari potest, &, occasione hujus subjecti inventi, in attributum aliud, quod de eodem subjecto prædicari potest *universaliter*: toties etiam attributum

tum illud *particulariter* affirmare licet de termino minore; qui modus inferendi dicitur DArApsI. 60. Quoties, occasione termini alicujus minoris, sive dati, sive pro lubitu assumti, memoria nobis suggerit subjectum aliquod, quo de terminus minor *universaliter* est affirmandus, &, hujus iterum occasione, recordamur attributi, quod eidem subjecto necessario non competit: idem attributum de termino etiam minore *particulariter* negamus. Qui modus inferendi incognitum ex cognitis dicitur FElAptOn. 61. Quoties, occasione termini minoris, vel dati, vel assumti, incidimus in subjectum aliquod, cui res, minore termino denotata, necessario competit, &, hujus iterum occasione, in attributum, quod de eodem subjecto contingenter saltem prædicari potest: toties de subjecto illo terminum minorem *universaliter* & attributum *particulariter* affirmamus, consequenter idem attributum etiam de termino minore *particulariter* tantum affirmamus. Qui modus inferendi unum ex alio dicitur DIsAmIs. 62. Quoties, occasione termini minoris, sive dati, sive assumti, incidimus in subjectum aliquod, quo de terminus ille minor contingenter saltem affirmari potest, &, hujus postea occasione, in attributum, quod eidem subjecto necessario competit: toties de subjecto invento terminum minorem *particulariter*, & attributum de eodem subjecto *universaliter*, consequenter idem etiam attributum de termino minore *particulariter* affirmamus. Qui modus inferendi unum ex alio dicitur DAtisI. 63. Quoties, occasione termini minoris, vel dati, vel assumti, incidimus in subjectum aliquod, cui terminus minor necessario competit, & hujus postea occasione, in attributum, quod eidem subjecto saltem contingenter non competit: toties de subjecto illo invento terminum minorem *universaliter* affirmamus, & attributum de eodem subjecto, a nobis invento, *particulariter* negamus, consequenter idem attributum etiam de termino minore *particulariter* negamus; quæ illatio fieri dicitur in BOcArdO. 64. Quoties, occasione termini minoris, vel dati, vel assumti, memoria nobis suggerit, subjectum aliquod, cui terminus ille minor contingenter competit, & occasione hujus subjecti, attributum aliud, de eodem subjecto necessario removendum: toties terminum minorem de subjecto invento *particulariter* affirmamus, & de eodem attributum *universaliter* negamus, & proinde idem attributum etiam *particulariter* de termino minore negamus. Quæ illatio fieri dicitur in FErIsOn. 65. Si, occasione termini minoris, vel dati, vel assumti, incidamus in subjectum aliquod (definitionem, proprietatem rei) cui terminus minor necessario non competit, &, occasione hujus subjecti, in vocem, cujus definitio est ipsum subjectum termini minoris: terminum minorem de subjecto illo *universaliter*

ter

Act. Erud. An. 1728. M. Octob.

Pag. 479.

Act. Erud. An. 1728. M. Octob. *ter* negamus; de voce autem, cujus definitio ipsum est subjectum, idem subjectum *universaliter* affirmamus, adeoque vocem eandem etiam de termino minore, vel *universaliter* vel *particulariter* negamus. Quæ illatio fieri dicitur in casu quidem priori in CA*d*E*m*E*s*; in casu autem posteriori in CA*d*E*m*O*s*. Fit hoc, cum a *definito* regredimur ad *definitionem*, & a *definitione* ad *attributum*, quod necessario in definitione non continetur, atque hinc de eodem *attributo* negamus *definitum*. 66. Si, occasione termini minoris, sive datus sit, sive pro lubitu assumtus, incidamus in subjectum aliquod, cui terminus minor contingenter *competit*, &, occasione hujus subjecti, a nobis inventi, in vocem aliquam, sub qua subjectum prius necessario non continetur: terminum minorem de subjecto illo *particulariter* affirmamus, de voce autem altera idem subjectum *universaliter* negamus, adeoque vocem hanc de termino minore etiam *particulariter* negamus. Pag. 480. Quæ illatio fieri dicitur in FE*s*I*s*O; & obtinet, cum per Regressum a *definito* ad *proprietatem*, necessario definito repugnantem, ab hac autem ad *modum angustiorem*, qui *sub definito latiori* continetur, procedimus, atque hinc de *modo angustiori particulariter* negamus ipsum *definitum*. 67. Quoties terminus minor, sive datus sive assumtus, nobis in memoriam revocat subjectum aliquod, cui terminus minor *universaliter* competit, atque hoc subjectum iterum aliquid, quod in subjecto illo necessario non continetur: toties etiam id ipsum, quod in subjecto illo necessario non continebatur, *particulariter* de termino minore negamus. Quæ illatio unius ex alio fieri dicitur in FE*s*A*p*O. 68. Cum occasione termini minoris, sive sit datus, sive assumtus, memoria nobis suggerit subjectum aliquod, cui terminus ille minor *universaliter* competit, & intuitu hujus subjecti incidimus in vocem, de qua, tanquam latiori, subjectum, tanquam angustius, *particulariter* affirmari potest: etiam vocem hanc latiorem de termino minore *particulariter* affirmamus. Quæ illatio incogniti ex cognitis fieri dicitur in DI*g*A*m*I*s*; atque obtinet per Regressum, in casu, in quo *a genere* procedimus ad *speciem*, & a specie ad *attributum* speciei *universale*, atque hinc de *attributo* illo *particulariter* affirmamus *genus*. 69. Qui hac via analytica procedet, in illius potestate erit, ex assumtis pro lubitu terminis minoribus, invenire omnis generis Conclusiones in omnibus modis quatuor Figurarum Syllogismorum regularium simplicium utilibus. 70. Illud interim satis liquet ex antecedentibus, in singulis modis utilibus *servari ordinem cogitandi naturalem*, dum ex dato vel assumto *termino minore* deducitur *medius* & *per medium* invenitur *terminus major* de *minore* vel affirmandus vel negandus, *per* §. 3.

71.

71. Cum in Scientiis frequentiores sint Propositiones universales particularibus, & Propositiones universales affirmantes frequentiores Propositionibus universalibus negantibus: Figuræ primæ in Scientiis amplissimus est usus, secundæ & quartæ rarior, tertiæ rarissimus, per §. §. 11. 17. Tantum. Act.Erud. An. 1728. M.Octob.

C. W. MONITUM

M. Dec. Pag. 546.

De sua Philosophandi ratione,

Inserviens loco responsionis ad ea, quæ occasione operis sui Logici Nonnemo monuit in Actis Eruditorum anni præsentis p. 651.

CL. *Hanschius*, a quo *Hipparchum Kepleri*, in Actis Eruditorum A.1709 p. 142 Astronomis promissum, & omnia *Kepleriana* opera ex MSC. edenda per ea, quæ in Actis A.1714 p.246 significantur, expectamus, Logicæ quoddam ac Hygienes compendium sub titulo Medicinæ Mentis & Corporis hoc ipso anno edidit. Titulum a *Tschirnhusio* mutuatus est, in Logicæ autem compendio conscribendo ducem sibi elegit Logicam meam Germanicam, quinquies recusam, fatetur enim me primum praxin regularum artis inveniendi distinctius ostendisse. Etsi autem sæpissime verba Germanica nonnisi in Latina vertat; sunt tamen etiam nonnulla, quæ probare non possum, v. gr. dum omnem demonstrationem resolubilem esse ait in Soritem, ex meris propositionibus conditionalibus constantem, quarum primæ consequens est antecedens secundæ &c. quod non semper succedere, cum ex opere meo Logico manifestum est, ob allegatam ibidem rationem, tum re ipsa experimur, cum frequentiores sint casus, ubi resolutio ista non succedit, quam ubi eidem locus est. Ego in Logica Germanica tyronibus figuram primam sufficere judicaveram: in eo autem in diversa abit Cl. *Hanschius*, qui abstractam de figuris & modis possibilibus syllogismorum contemplationem compendio suo inseruit, propterea quod *Leibnitius* ipsi asseverasset, se in demonstrationibus *Euclideis* observasse, quod Geometra omnibus figuris quatuor & omnibus sex modis in singulis figuris usus sit. Vid. Medic. Ment. p. 62 & Acta Erudit. hujus anni loc. cit. Eandem doctrinam denuo proposuit in Actis Edit. Act.

Act. Erud. A. 1728. M. Dec. Eruditorum hujus anni p. 646 & seqq. novis accessionibus auctam, ad quas ipsi profuere lumina, quæ ex opere Latino Logico hausit. Dedit autem eam ex *Leibnitii* Arte combinatoria probl. 2 num. VI p. m. 13 & seqq. quam is valde juvenis composuerat, ægerrime ferens in Actis Eruditor. A. 1691 p. 261, 262 quod se inscio fuisset recusa, cum eam nec maturioribus suis cogitatis, Pag. 547. nec personæ suæ respondere judicaret. Neque etiam *Leibnitius* singularia ista de modis figurarum utilibus primus repererat; sed ea jam integro seculo ante docuerat *Joannes Hospinianus Steinanus*, Professor Organi Basileensis, in peculiari libello Basileæ A. 1560 edito, & in controversiis dialecticis A. 1576 post mortem ejus publicatis defensa. Ipse *Leibnitius* eum inventorem laudat modorum novorum *Barbari*, *Celaront*, *Cesaro*, *Camestros*, ab *Aristotele*, meo quidem judicio, recte neglectorum, cum sint compendia ratiocinandi, duobus syllogismis v. gr. in *Barbara* & *Darii* in unum contractis, quando quis in *Barbari* argumentatur, sponte sese offerentia in praxi, etsi non doceantur, nec inter syllogismorum simplicium modos referenda, *si quidem ii ex genuino fonte*, non vero ex combinatoria arte eruantur, quemadmodum fecit *Aristoteles*. Dum vero *Hanschius Leibnitii* de figuris & modis syllogismorum meditationem juvenilem Actis Eruditor. insertam reperit, p. 651 ægerrime fert, quod non eandem quoque operi meo Logico inseruerim & neglectæ abstractæ illius de figuris & modis syllogismorum possibilibus doctrinæ meditationi profundiori tribuit, quod non agnoverim cum *Jungio*, dari casus in quibus magis naturaliter concludatur in ceteris figuris, quam in prima, nec cum *Leibnitio* observaverim, *Euclidem* in demonstrationibus omnibus quatuor figuris & omnibus modis etiam utilibus in singulis figuris pro re nata usum. Ego mihi proposui exemplo *Euclidis* in Mathesi philosophiam omnem reducere ad notiones communes & claritatem conservare *maximam*, quantum fieri potest. Quid sibi velit ista ad notiones communes reductio, in philosophia prima proxime clarius docebo. Non igitur meum fuit in constituendis syllogismorum modis ad artem combinatoriam confugere; sed ad notionem communem, vi cujus in Logica naturali ratiocinamur & unde jam olim *Aristoteles* in Analyticorum libro primo modos syllogismorum atque figuras deduxit. Soli illi syllogismi, qui immediata dicti de omni & nullo applicatione constant, per se sunt evidentes, ceteri ab iisdem suam mutuantur evidentiam, nec admittuntur, nisi quatenus iisdem æquipollent. Illi autem sunt syllogismi primæ figuræ; ceteri sunt ceterarum. Atque eo sensu syllogismos in quatuor

tuor

tuor modis *Aristotelicis* primæ figuræ *maximæ naturales* voco, quod §. 380 Logicæ per id explico, quod proxime accedant ad dictum de omni & nullo. Syllogismos secundæ & tertiæ figuræ in numero crypticorum esse ostendi, & in Psychologia rationem ostensurus sum a priori, cur in hos syllogismos crypticos nonnunquam incidamus juxta dictum de omni & nullo ratiocinaturi, tanquam unicam ratiocinandi legem. *Jungius* nullibi dicit, nos magis naturaliter aliquid concludere in ceteris figuris, quam in prima; sed in secunda & tertia figura sæpe *naturali prædicatione* concludi ait, quod *præternaturali* in prima colligatur. Ostendi autem in illis ipsis exemplis, quæ dedit, id posse evitari, & monstravi, unde sit, quod syllogismum ad primam figuram reducenti nascantur propositiones formam contortam habentes, quæ tandem huc redeunt, quod minus naturaliter argumentemur, hoc est, a lege illa ratiocinationis universali, cujus ex natura hominis rationem redditurus sum a priori in Psychologia, recedamus. Ego nullibi negavi, Logica naturali utentes subinde incidere in syllogismos secundæ & tertiæ figuræ; sed rationem prorsus reddidi a priori ex ipsa hominis natura §. 399 sub finem, cur id fieri debeat. Quod tamen hoc non obstante iis carere possimus evidentiæ amantes, docui §. 401. Si aliqua conclusio in secunda & tertia figura inferri posset, quam in prima inferri absolute impossibile fuerat; eam ego absolute necessariam pronunciarem: sed cum talis nulla detur, sola omnino figura prima contentos esse posse etiamnum affirmo, qui unius rationis ope ejusque communis maximam in ratiocinando evidentiam conservare velint. In scientiis imprimis non multum esse posse usum figuræ secundæ & tertiæ, rationibus stabilivi (§. 40), quod etiam concedere tenetur ipse *Hanschius* num. 71. Dum vero asserit, autoritate *Leibnitii* fretus, *Euclidem* omnibus quatuor figuris & omnibus modis etiam utilibus in singulis usum esse; vellem ut exemplis idem docuisset: valde enim vereor, ne *Leibnitius*, idearum juvenilium non satis tenax, Cl. *Hanschio* dixerit ea, in quibus memoria eum fefellit. Ego non modo Geometriæ, sed alias quoque Matheseos demonstrationes, singulas vel centies ea ratione resolvi, quam docueram in ratione prælectionum, & in opere Logico Latino exemplis illustravi §. 551 & seqq. cum in docenda Mathesi analysin juxta naturalem cogitandi modum ita observem, ut ex conditione theorematis auditores veluti ipsimet prædicatum eruere sibi videantur; nunquam tamen mihi recurrendum fuit ad syllogismos secundæ vel tertiæ figuræ, nec syllogismis primæ contentus ad incitas redactus fui, ut admittere cogerer propo-

Act. Erud. An. 1728. M. Dec. Pag. 548.

Pag. 549.

Act. Erud. An. 1728. M. Dec. sitiones formam contortam habentes, quales præternaturales vocat *Jungius*. Ego de rebus practicis ex notionibus statuo, quas propria mihi praxis suggessit, & quas autoritati cuicunque præfero. Ego in philosophia, quam paro, non admitto propositiones nisi determinatas, in quibus prædicatum determinatur per notionem subjecti, atque istiusmodi inferendis destinari primam figuram, jam agnovit *Aristoteles* sub finem c. 4 lib. 4 Analyt. Immo plerumque sufficiunt modi universales Barbara & Celarent. Ego non ad ostentationem philosophor, sed ad utilitatem vitæ. Propositiones autem determinatæ in vita applicantur per modum Darii & Ferio, sumtis propositionibus singularibus, *in quibus de* subjecto prædicatur prædicatum commune pro particularibus, quemadmodum vulgo receptum & notioni dicti de omni & nullo, genuino doctrinæ de ratiocinatione lapidi Lydio, conforme est. Etsi autem Cl. *Hanschius*, secutus *Leibnitium* juvenem in Arte combinatoria, propositiones singulares promiscue omnes pro universalibus habeat; ego tamen nonnisi eo in casu propositiones proprias, in quibus prædicatum proprium est, pro universalibus agnosco, quo definitiones *locum tuentur: cum in* hoc casu resolutio propositionis propriæ in universalem dicto de omni & nullo conformiter fiat; §. 350 in ceteris, eodem invito, immo reclamante; in singularibus, quæ prædicatum commune habent, prorsus nugatoria evadet & id incommodi habet, quod propositio particularis ex duabus vel pluribus universalibus componatur, universalis autem ex universalibus infinitis, id quod ex mea propositionum analysi, quam in Philosophia prima exposui, ipsis oculis manifestum est. Ceterum ego parum moveor, sive *Leibnitiana* cogitata meis consentanea, sive difformia fuerint. Neque enim mihi propositum est *Leibnitianæ* philosophiæ Systema condere, cum ea, quæ dedit *Leibnitius*, tanto, quod mo-

Pag. 550. lior, operi de philosophia universa in Systema ordinatum & ad notiones communes reducenda, ut evidens & ad *vitam* utilis evadat, minime sufficiant: de Logica enim dedit perpauca in schediasmate Actorum Eruditorum; in Metaphysicis ea, quæ nondum mea facio omnia, & quorum nonnulla ex iis, quæ notionibus meis consona deprehendo, nonnisi ultra hypotheseos limites colloco penes me admodum arctos (v. §. 127, 128 *Discursus præliminaris*); in Physicis vel nulla, quæ alicujus momenti sunt, vel quæ tanquam juveniles ausus ad maturiorem ætatem provectus ipse rejecit; in Philosophia denique practica vix quicquam, quod usui esse possit, nisi forsan una vel altera notio in præfatione ad Jus Gentium Diplomaticum occurrat. Ego magna *Leib-*

nitii

nitii in scientiam merita veneror, non tamen instar idoli colo, Act. Erud. An 1728. M. Dec.
cum nulla penes me sit dicentis autoritas, qui nihil admitto, nisi quod notionibus meis conforme deprehendo, ita ut nec verbis *Leibnitianis* alium sensum tribuam, nisi quem notionibus meis congruum observo, de mente ejus genuina parum sollicitus, modo sim certus de veritate. Cumque non ad ostentationem, sed utilitatem philosophari me jam monuerim; non invideo aliis, quod perspicillis meis usi in iis, quæ obscurius dicuntur a *Leibnitio*, videant, quæ absque iis videre nequeunt, utut non agnoscentes, mihi magis profuisse mea ad mentem *Leibnitii*, cum quo de philosophicis rebus me nunquam contulisse sub finem vitæ in epistola aliqua ad *Reimondum* ipse fatetur, perspiciendam, quam dicta a *Leibnitio* ad mea invenienda. Quamobrem me parum moveat, quod Vir quidam doctus in his Actis asseruerit, *Leibnitium* fuisse confessum, quemadmodum ipsi videtur, serio, omnia, quæ de rebus Metaphysicis in Theodicea tradidit, esse lusum ingenii. Sint enim *Leibnitio* lusus ingenii verba, quæ ab eodem adopto: aut igitur alium eisdem tribuit, quam ego, sensum, aut, si eundem tribuit, ludendo dicit verum. Cum ego rationibus meis stare soleam, id me parum anxium tenet, num alter iisdem verbis sensum tribuerit a veritate abhorrentem, aut num ludendo dixerit verum, quod ego rationibus meis convictus tanquam verum admitto. Nec invideo aliis, quod alta videant, adeoque in superficie hæreant; sufficit mihi, si profunda videam atque adeo ad intimas rerum rationes penetrem. Quem Pag. 551.
argumentis extrinsecis tribuam locum, in opere logico demonstravi §. 1007: mihi in intrinsecis acquiescere placet. Neque ego litem alii unquam intendam, quod diversa a meis defendat, ita ut nec Cl. *Hanschio* respondissem, nisi judicis autoritatem sibi sumsisset in mea, & Collectoribus Actorum Eruditorum visum fuisset ejus monita recensioni operis mei subjungere. Quod denique attinet ad perfectionem figurarum; neminem latet, *Aristotelem* non contemnendis rationibus usum, solam figuram primam perfectam statuisse, ceteras imperfectas lib. I Analyt. c. 4 & 5. Ego non invita notione perfectionis generali, quam in Metaphysicis dedi, definitione nominali *figuram perfectam* dico §. 400 *Log.* in qua omnes propositiones inferri possunt; *imperfectam* vero, in qua non omnes inferuntur, neque enim eodem modo illam applico, quo *Hanschius* in suo schediasmate, ubi de plurium entium inter se collatorum perfectione contenditur. Naturalem cogitandi modum, cujus ego primus notionem distinctam dedi, æque in figuris ceteris, ac in

pri-

prima non observari, in Psychologia ostendam, ubi omnium ratiocinandi modorum rationem a priori ex facultatibus mentis daturus sum, rigide observato discrimine, quod inter cognitionem intuitivam & symbolicam intercedit. Nolo igitur proferre, quæ nimis concise dicta sufficienter intelligi nequeunt, cum non minus claritatem, quam ordinem & evidentiam conservare soleam in philosophando. Id unice addo, me non capere, quod afferat Cl. *Hanschius*, quomodo prodesse debeat ad agnoscendum factum *Euclidis* abstracta de figuris syllogismorum eorumque modis doctrina, per quam modorum vi artis *combinatoriæ* factam determinationem intelligit, cum sufficiat *nosse syllogismorum modos*, sive eos quis mecum ex notione communi dicti de omni & nullo, sive cum *Hospiniano*, *Leibnitio* juvene & Autore Artis cogitandi vi artis combinatoriæ eruat, sive eos saltem ex libello aliquo logico non attenta eorum ratione nude sibi cognitos reddat. Sed meum non est litigare de lana caprina, nec conveniens hic litigiis istiusmodi locus est.



EXCER-



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS ANNI 1729.

NOVA STEGANOGRAPHIA IMPERCEPTIBILIS,

Ab ALEXANDRO MARCELLO, Patritio Veneto, Mathesiphilo,

Anno 1718. *adinventa*.



Uam utilis, ac æstimabilis sit Ars occulte scribendi, non tam Principibus, Classium Ducibus, Legatis, ministris, quam aliis gravia tractantibus, satis superque innotescit. Sed quamvis veteres, ac recentiores Mathematici non parum variis ingeniosis inventis laboraverint, a pluribus tamen imperfectionibus Steganographiam emendare non potuere. Quamobrem huic mirabili, ac optatæ rei *Alexander Marcellus*, Patritius Venetus, Mathesiphilus, attente incumbens, novam Steganographiam imperceptibilem, quæ longe reliquas antecellit, excogitavit, & Act.Erud. An. 1729. M. Jan. Pag. 38.

ab

Act.Erud. An. 1728. M. Aug. ab omnibus ceterarum difficultatibus expurgatam, quamplurimis doctissimis Viris A. 1718 proposuit.

Prima difficultas est. Ut artificium non sit visibile, veluti in illis Trithemii, Cardani, & ceterorum; ne epistola arcani suspicione facile intercipiatur.

Secunda. Quod Clavis non sit limitata, & semper eadem; ne ab aliquo forte inventa, ejus usus facile dignoscatur; imo, ut simili modo pluribus occulte scribendo, etiam ipsi, quibus eadem Clavis tradita fuerit, intelligere nequeant.

Pag. 39. *Tertia*. Ut scribendi, & legendi modus nimis *operosus non* sit; ne multum temporis, atque laboris in utroque impendatur.

Quarta. Quod secretum a nullo quantumvis acuto ac subtili ingenio per artem (vulgo Contracifra) percipi, nec investigari possit.

His ergo numeris omnibus hæc nova Steganographia absolutissima prodit, utpote ceterarum omnium occultissima, universalissima, facillima, & prorsus imperceptibilis; nam trium solummodo punctorum usu, diversimode supra *qualiscunque epistolæ* literas quocumque idiomate exaratæ, *liquore aliquo invisibili* signatorum, facillime, ac imperscrutabiliter absolvitur, & legitur: ita ut tali novo lucubratissimo artificio, innumeris, nedum centenis millibus, verum etiam millionum millionibus personarum, eadem semper variata Clavi quæcumque secreta communicare licuerit; imo & quaque variata Clavi plusquam quadraginta mille diversis modis uti poterimus; & quod præstantissimum est, si cujuscunque alterius Steganographiæ Clavis ad aliorum manus casu perveniat; vel cito, vel saltem facile legendi secreti modum invenient; sed novæ hujus Steganographiæ arcana Clavi apud aliquem casu inventa, nihil de ejus usu, quacumque excogitabili via, vel arte percipi, neque investigari poterit. L. D. O. M.

Exemplum, in quo puncta, quæ sunt visibilia, in Epistola invisibilia esse debent.

Optata Epistola tua ad me nudius tertius pervenit illa quidem magnopere lætatus sum; nam me non tam de optima tua valetudine, quam de summa tua erga me benevolentia certiorem fecit &c.

Puncta

Puncta significant:

VIVAT CHRISTIANVS WOLFIVS.

Act. Erud. An. 1729. M. Jan. Pag. 40.

Arcana Auctori Clavis tantummodo nota,
Aut nulli, aut fido solum pandetur Amico.

OBSERVATIONES METEOROLOGICÆ,

Habitæ Lipsiæ, A. 1728, a G. F. R.

PArtem hic exhibeo Diarii meteorologici, qua Observationes continentur, superiori anno a me factæ. Equidem normam Diarii, quam Cl. *Jurinus*, in Actorum nostrorum Suppl. T. VIII Sect. IX, præscripsit, sequi in plerisque conatus sum; quapropter & Calendarium Julianum, sive *stylum veterem* usurpavi, & altitudinem hydrargyri in barometro digitis Londinensibus, partibusque eorum *decimalibus* expressi, nec vim venti sensu æstimatam numeris persequi neglexi. Ceterum, ut chartæ spatium lucrifacerem, duas vel tres uniuscujusque diei observationes in unam congessi lineam, ita ut horarum singulis diebus adscriptarum prima matutina, altera ipsa meridiana, tertia denique vespertina intelligenda sit; quibus totidem deinde hydrargyri in barometro altitudines respondent. Diem XXV Nov. & I Decemb. quorum altero minimam, altero maximam hoc anno altitudinem habuit hydrargyrum, asterisco (*) in margine notavi. Reliqua non possunt difficilia esse interpretatu. Thermoscopii itemque pluviæ collectæ altitudinem omisi: alteram, quod ejus observandæ opportunitate destitutus essem; alteram, quod thermoscopiis & meis & plerisque adhuc usitatis parum confido: quorum accuratius conficiendorum ac dividendorum novam methodum, a me excogitatam, propediem fortassis eruditorum judicio exponam. Nunc de præcipuis quibusdam procellis ac tempestatibus, in ipso Diario breviter annotatis, addendum aliquid censeo.

Die XI. Jul. st. v. mane cœlum serenum: circa meridiem nubes quædam apparent non nimis densæ, quas paullo post tempestas excipit, cum tantilla pluvia & paucis tonitruis, vix ultra dimidiam horam perdurans. Tangitur fulmine Collegium Academiæ nostræ Paulinum, læsis quibusdam hominibus, & occisa muliere, sed Pag. 41.

absque incendio. Hydrargyrum barometri a dig. 29, 53 descendit ad dig. 29, 50, circa vesperam priorem altitudinis gradum recuperans. *Die VI. Aug.* mane cœlum serenum, mox nubilum & opacum, ingravescente Favonio (W) imprimis circa horam III. & IV. pomeridianam. Sequitur hora VII. copiosa pluvia, cum multis ac gravibus tonitruis, delapso interim hydrargyro a dig. 29, 78 ad 29, 53, nec prius quam sub noctem denuo ac paullulum ascendente. *Die XXVI. Aug.* ante meridiem aliquantulum pluit: meridie cœlum serenius, fluctuante hydrargyro, & modo ascendente tantillum, modo descendente. Hora prima p. m. procella cooritur, cum magna vi pluviæ & venti Favonii, sed sine notabili barometri mutatione. Sub vesperam rursus cœlum serenum, remittente vento & jam in Noto-Zephyrum (SW) mutato. Hydrargyrum a dig. 29, 71 ad 29, 65 descendit. Post horam VIII. pari vi redit procella, ac deinceps iterum serenum fit cœlum, hydrargyro ascendente. *Die II Sept.* varia cœli facies, modo serena modo nubila, cum æstu notabili; mediocriter flante vento, partim Noto-Zephyro (SW) partim Noto (S). Hydrargyrum a dig. 29, 98 ad 29, 87 *delabitur.* Sub vesperam vero, & imprimis post horam IX, gravis & fœdissima ingruit tempestas, nonnunquam quidem remittens, sed mox novas vires sumens, totaque nocte ad multum diem, cum plurimis fulguribus, tonitruis, imbribus & procellis, perdurans. Quo toto tempore hydrargyrum magis magisque (ad dig. 29, 63 usque) descendere non intermittit, finita tempestate, circa h. VII matut. paullatim iterum ascendens. *Die IV Sept.* ventus Noto-Zephyrus: mane sol splendet inter nubeculas: deinceps cœlum nubilum. Hora VI pomerid. procella & nimbus. Hydrargyrum a dig. 29, 71 ad 29, 53 delapsum rursus attolli sub noctem incipit. *Die XIX. & XX. Decemb.* qui postremi hujus anni *st. n.* intensissimum frigus; hydrargyro thermometri mei *nonam* fere partem illius altitudinis habente, quæ inter *gradum* summi frigoris, a nive cum sale mixta oriundi, & inter gradum maximi caloris, ab aqua bulliente efficiendi, intercedit. Atque hæc ad præsens sufficiant.

Pars

Pars Diarii Meteorologici Lipsiensis, ad Ann. 1728.

Dies & hora St. V.	*Barometrum*	*Ventus.*		*Tempestas.*
Feb. XXIX — 12 —	30 — 10 —	W. S W.	2	pluvia & squalida.
Mart. I — — 10	29 — — 77	S. SO.	1	serena & frigidior.
II 6 — 5	59 — 49	SO. SW.	1.2	serena, subnubila.
III 6 — —	79 — —	W.	1	serena, nubila.
IV 6 — 10	81 — 73	W.	2 (*nocte* 3)	humida & nocte pluvia.
V 6 — 10	73 — 76	W.	1	pluvia.
VI 6 — 10	82 — 73	W.	1	nubila.
VII 6 — 10	82 — 65	W.	2	serena.
VIII 6.12 —	44.29 —	SW. W.	3	nubila.
IX 6 — 10	35 — 44	W.	2	nubila, serenior.
X 6.12.10	55.61.77	W.	1	serena, *circa merid.* nubila cum nive.
XI 6 — 10	93 — 73	O.	1	serena & frig. (*corona magna circa* ☾)
XII 6 — 10	65 — 69	OSO. S	1	serena, subnubila.
XIII 6 — 10	69 — 66	O.	1	nubila.
XIV 6 — 10	68 — 73	S.	1	serena & calida.
XV. 6 — 10	69 — 73	S. O.	1	serena.
XVI 6 — 10	77 — 81	SW.	1	subnubila & temperata.
XVII 6 — 10	81 — 74	S. W.	1	pluvia.
XIIX 6 — 10	65 — 65	SW.	1	nubila, serenior.
XIX 6 — 10	65 — 32	SW.	1	nubila, serenior.
XX 6 — 10	24 — 38	SW. W.	1	nubila.
XXI 6 — 10	28 — 08	S.	2 (*p.merid.* 3.)	serena, *p. merid.* pluvia.
XXII 6.12.10	27.36.47	SW. W.	4 (*vesp.* 2)	serena, nubila.
XXIII 6	49 — —	WSW.	2	serena.
— — —	— — —	— — —		— — —
Iul. II 6 — —	82 — —	SSO. SSW.	1	serena, nubila.
III 6 — 10	86 — 88	WNW.	2	serena.
IV 6 — 10	88 — 86	W.	3	nubila.
V 6 — —	84 — —	W.	3	nubila, serenior.
VI 6 — 10	86 — 85	W.	3	plerumque nubila.
VII 6 — 10	88 — 73	W.	1	serena.
VIII 6 — 10	71 — 62	NW. NO. N.	3	serena, subnubila.
IX 6 — 10	62 — 62	NW. W. SW.	1	pluvia.
X 6 — 10	55 — 53	S. SW. W.	4	nubila, pl. serena.
XI 6.12.10	53.55.55	SW.	2	serena, pluvia cum tonitru *h.*12.
XII 6.12.10	57.59.58	W.	1	plerumque nubila.
XIII 6.12.10	62.65.68	W.	2	serena, pler. nubila.
XIV 6.12.10	68.64.62	SW. W.	3	plerumque serena.

Dies & horæ.	*Barometrum*	*Ventus.*	*Tempeſtas.*
Iul. XV. 6—10	29.62 - 60	SW. W. 3	pl. nubila, ſerenior.
XVI 6.12.10	59.49.39	SW. S. 1	pluvia, ſerena.
XVII 6—4	33 - 30	SW.SW. 1 (*h. IV. p.m.* 4)	varia cum tonitru longinquo.
XIIX 6.12.10	47.55.63	SW. 1.2	pluvia, ſerena, pluvia.
XIX 6—10	69 - 74	SSW. 2	pler. ſerena.
XX 6—11	75 - 74	S. 1	varia.
XXI 6—10	69 - 65	S. SW. 1	pler. nubila.
XXII 6—10	55 - 69	SW.S.W. 2 (*nocte* 3.4)	varia.
XXIII 6—10	81 - 77	W.SW. 2	varia.
XXIV 6—10	70 - 73	W. 2.1	pler. ſerena.
XXV 6——	73 - -	SW. W. 1	pler. nubila.
XXVI 6—10	77 - 63	W.SW. 1	pl. ſerena & calida.
XXVII 6—10	69 - 82	W. 1	nubila cum tonitru, ſerenior.
XXIIX 6—10	80 - 61	SW. 1.2	ſerena, pluvia (*h.* 10. *p. m.*)
XXIX 6—10	80 - 88	W. 2	ſerena.
XXX 6—10	82 - 71	OW. 1	pl. ſerena & fervida.
XXXI 6—10	77 - 97	W. 1	nubila & opaca.
Aug. I 6—10	30.10 - 10	SW. 2	ſerena.
II 6—10	10 - 19	SW. W. 3	varia.
III 6—10	22 - 16	SW.N. 1	ſerena.
IV 6.12.10	10.05.01	NO. SW. W. 1.2	pl. ſerena & calida.
V 6—10	29.98 - 83	W.SW. 1	ſerena, nubila.
VI 6—7	78 - 53	SW.W 2. (*h. III, IV,* 3)	varia cum tonitru, (*h.* 7 *p. m.*)
VII 6—10	71 - 82	W. 4	varia & turbida.
VIII 6—10	89 - 94	W. 3	varia.
IX 6—10	96 - 95	W. 3	varia cum remiſſo calore.
X 6—10	93 - 95	W.NS. 2	pl. nubila, ſerenior.
XI 6—10	95 - 88	SW. W. 2	pl. nubila & pluvia.
XII 6—10	84 - 88	W. NO. 1	pl. ſerena.
XIII 6—10	84 - 75	SW. NW. 1	ſerena, nubila.
XIV 6—10	63 - 57	SO. NO. SW. 2	ſubnubila, ſerena.
XV 6—10	57 - 68	W. S. 1	ſerena, *nubila & pluvia*.
XVI 6.12—	68.71 -	W. N. W. 1	pl. nubila & ſubſerena.
XVII 6.12.5	68.64.59	W. NW. 1	ſubcalida & pluvia c. tonitru (*h.*5.*p.*)
XVIII 6—4	53 - 48	W. NW. W. 1	nebuloſa & opaca c. tonitru (*h.*4.*p.*)
XIX. 6.12.10	63.71.75	W. NW. 3	humida, ſubſerena.
XX 6—10	73 - 65	SW. 2	nubila pl. ſerena.
XXI 6.12.10	63.57.39	S. 3	nubila, ſerena, nubila.
XXII 6.12.10	35.45.57	SW.W. 3 (*circ. mer.* 4)	varia & turbulenta.
XXIII 6—10	41 - 53	SW. 2.3	pluvia & turbulenta.

Dies

Dies & Horæ.	*Barometrum*	*Ventus.*	*Tempestas.*
Aug. XXIV 6.12.10	29.71.78.71	SW. W. 2	ſerena.
XXV 6—10	63 - 71	S. W. SW. 2	ſubnubila & calida, ſerena.
XXVI 6.12.8	71.70.65	SW. W. 3.4	pl. nubila & nimboſa(*h.*1.& 8.*p.m.*)
XXVII 6—10	64 - 68	SW. W. 2	ſerena ſubnubila.
XXIIX 6.12.10	64.59.45	S. SW. 3 (*noctе* 4)	ſerena, nubila & pluvia.
XXIX 6.12.10	38.52.83	SW. W. 2	nimboſa, ſerenior.
XXX 6—10	30. 00 - 08	W. 2	ſerena.
XXXI 6.12.8	08.05.00	SW. S. SO. 1	ſerena & calida ſubnubila.
Sept. I 6—10	29. 97 - 98	SW. 1	ſerena & calida ſubnubila.
II 6.12.11	98.94.79	SW. 2 (*noctе* 4)	ſubſerena, fœda cum tonitru(*noctе*)
III 6.12.10	63.79.88	W. 3	pluvia cum tonitru(*mane*); ſerenior.
IV 6—6	71 - 53	SW. 2.4	ſubſerena, nub. & nimboſa(*h.*6.*p.m.*)
V 6.12.10	62.67.69	SW. W. 2	pluvia, ſubſerena.
VI 6.12.10	65.63.46	SW. 2.3	pl. ſerena, ſubnubila.
VII 6—10	50 - 60	SW. 1	ſerena, nubila & ſubfrigida.
VIII 6—10	59 - 62	S. NO. 1	pl. nubila & ſubfrigida.
IX 6.12.10	71.80.89	SSW. W. 1	ſerena & frigida.
X 6—10	91 - 96	SW. NW. 2	nebuloſa, ſerena, frigida.
XI 6.12.—	98.97 -	N. NO. 2	nubila & frigida.
XII 7—10	93 - 89	NO. 1	nebuloſa, pl. nubila & pluvia.
XIII 7.12.10	73.65.51	NO. 1	pluvia, nubila & temperata.
XIV 7—10	49 - 53	O. SW. 1	nubila, ſerenior.
XV 7—10	59 - 53	SW. 1	nebuloſa, ſerena.
XVI 7——	51 - -	NO. SW. 1	nebuloſa, ſubſerena.
— — —	— — —	— — — —	— — —
Oct. VII 8—10	24 - 05	SSO. 2	nubila, ſubſerena.
VIII 8.12.10	11.19.27	SW. 2.3	nubila & pluvia, ſerenior.
IX 8.12.10	24.15.08	SO. 2.3	ſerena, ſubnubila.
X 8.12—	24.31 -	SW. 3	ſerena, ſubnubila.
XI 8—10	11 - 36	SW. 4	ſerena, ſubnubila.
XII 8—10	48 - 51	SW. 3	ſerena, ſubnubila.
XIII 8—10	53 - 40	SW. 2	pl. nubila & pluvia.
XIV 8—10	30 - 44	S. 1	varia.
XV 8—10	60 - 89	SW. 1	pl. nubila & opaca.
XVI 8—10	98 - 99	SW. 1	pluvia.
XVII 8——	97 - -	NO. 1	ſubnubila, ſerena & pulchra.
XIIX 8——	89 - 84	NO. 1	ſerena & ſubfrigida.
XIX 8.12.00	84 - 92	NO. 2	pl. ſerena & ſubfrigida.
XX 8——	95 - -	NO. 1	ſerena & frigida.
XXI 8—10	95 - 90	NO. 1	ſubnubila & frigida, ſerenior.

Dies

Dies & Horæ.	Barometrum	Ventus.		Tempeſtas.
Oct. XXII 8-10	29. 89 - 93	NO.	2. 3	ſerena, frigida.
XXIII 8-10	91 - 97	NO.	2	ſubſerena & frigida.
XXIV 8-10	30. 01 - 4	NO.	2	pl. ſerena & frigida.
XXV 8- -	04 - -	NO. O.	2	ſerena & frigida.
XXVI 8.12.10	29. 80.73.61	O. SO.	1	nubila, ſubſerena.
XXVII 8-10	55 - 51	SO.	1	ſerena & frigida, ſubnubila.
XXVIII 8 - -	49 - -	S. SW	1	nubila, pluvia, cum remiſſo frigore.
XXIX 8-10	31 - 62	S. SW	1	nubila, pluvia, ſerenior.
XXX 8.12.10	53.49.58	S. SW	1	opaca & nimboſa.
XXXI 8 - -	60 - -	S. SW	1. 2	nubila, pulchra & temperata.
Nov. I 8.12 -	62. 53 -	SSW. 2 (ſub noctem 3.4)		pl. nubila.
II 8.12.10	49.53.71	SW. W.	3.4	varia & turbulenta.
III 8-10	66 - 89	SW.	1	nebuloſa, pluvia, ſerenior.
IV 8 - -	93 - -	SW. S.	1	opaca & pluvia.
V 8 - -	30. 01 - -	S.	1	nubila, ſerenior.
VI 8-10	29. 80 - 99	SO.S.SW.	1	pler. ſerena.
VII 8-10	99 - 75	S.	1	nebuloſa, pl. ſerena.
VIII 8-10	58 - 36	SW.	2 (nocte 4)	pluvia ſqualida & turbulenta.
IX 8- 7	19 - 04	SW.	3	varia & turbida.
X 8.12.10	14.22.39	SW. W.	3	pl. nubila.
XI 8.12.10	59.65.71	W.	2	nubila cum tantilla nive.
XII 8-10	72 - 74	W.	1	pl. nubila, pluvia.
XIII 8 - -	92 - -	NNO. NNW.	1	pl. ſerena & frigida.
XIV 8- 7	30.04 - 00	W.	2	varia & frigida cum nive.
XV 8-10	29.96 - 93	SSO. SSW.	1	nubila & frigida.
XVI 8-4	89 - 81	S. SO.	1	ſerena & frigida.
XVII 8-10	66 - 68	SSO. SSW.	1	pl. ſerena & perquam frigida.
XVIII 8-10	73 - 62	S. SSW.	1	ſerena, ſubnubila.
XIX 8.12.10	39.30.10	NO.	1	pler. ſerena.
XX 8-10	08 - 05	S. SO.	1	pl. nubila cum nive, perfrigida.
XXI 8-4	06 - 13	NW. WS.	2	pl. nubila & perfrigida.
XXII 8-10	38 - 58	W.	1	nubila, ſubſerena, perfrigida.
XXIII 8-10	54 - 57	SW.	1	nubila & frigida, ſerenior.
XXIV 8.12.10	28.19.6	NO.	1	ſerena, frigida, nubila cum nive.
*XXV 8.12.10	28.77.78.79	SW.S.SSO.	1	ſerena cum remiſſo frigore, nubila.
XXVI 8-10	78 - 84	SSO.S.	2	nubila, ſubſerena, tepida.
XXVII 8 - -	98 - -	W.	1	ſubnebuloſa, ſerena, nubila.
XXIIX 8.12.10	29.30.40.55	SW.	1	nubila, ſerena.
XXIX -12.10	- 71 81	SW.	1	ſubnubila.
XXX 8.12.10	30.01.06.24	W. SW.	1	nebuloſa, opaca & frigidior.

Dies & Hora.		Barometrum	Ventus.		Tempestas.
Dec. I	10.12.10	30. 30. 28.26	S. SSO.	1	serena & frigida. *
II	8.12.6	19.14.01	S. SO.	1	serena & perfrigida.
IV	8.12.9	29. 58. 56.57	S.	1	pl. serena & remissior, subhumida.
XIIX	9 - -	40 - -	SW.	1	nubila, serena & frigida.
XIX	9 - 10	31 - 20	NO. S.	1	serena, summe frigida.
XX	9 - -	18 - -	SW. W.	1	nebulosa, frigidissima, remissior.



DE ÆSTIMANDIS VIRIBUS CORPORUM

M. Febr. Pag. 70.

Juxta quadrata celeritatum, Schediasma:

Autore G. F. RICHTERO.

QUanquam plurimum apud me valuerunt demonstrationes & experientiæ, partim ab ipso *Leibnitio*, partim etiam ab aliis Viris Clarissimis, *Hermanno*, *Poleno*, *Gravesandio*, iterum iterumque allatæ, ad ostendendum, vires corporum juxta quadrata celeritatum æstimari debere; atque etiam a me ipso, in Novis litterariis, A. 1723 apud nos publicatis, ad demonstrationem illam responsum est, quam, in Diario *Trevoltino*, contra doctrinam Leibnitianam nectere fategit Cl. *Louvillius*; tamen nescio quid dubii atque hæsitationis ad hoc usque tempus in mente mea reliquum fuisse fateor, cui nunc demum finem attulit nova demonstratio, ab incomparabili Mathematico, *Jo. Bernoullio*, in tractatu de legibus communicationis motus proposita, atque inde in Acta nostra (*Mense Novemb. anni superioris, p. 513*) translata: adeo plana ac perspicua, nulli ut erroris suspicioni superfit locus: adeo facilis ac simplex, ut eam nemini adhuc in mentem venisse jure mirari Vir summus videatur. Quam cum studiose pertentarem, num qua ratione labefactare possem, ea occurrerunt, quibus etiam magis veritatem asserti, demonstrationemque Bernoullianam, vel Bernoullianæ simillimam, non modo ad obliquos illos, sed & ad quosvis directos corporum concursus, haud difficulter applicari posse, intelligerem. Atque horum nonnulla nunc paucis exponere decrevi. Primum igitur ad hunc modum sum ratiocinatus: si corpus aliquod *a*, perfecte elasticum, in aliud quiescens & pariter elasticum A ita directe incurrat, ut post conflictum utrumque corpus ad contrarias partes æquali celeritate fera-

Edit. Act.

Act.Erud. feratur, posse methodo Bernoulliana colligi, quæ sit etiam *hoc*
An. 1729. casu virium & celeritatum proportio. Reperi autem, *massam*
M. Febr. corporis A triplo majorem assumi debere, quam massam corporis *a*. Deinde sic esse subducendum calculum deprehendi: Incurrente corpore *a* perfecte elastico, velocitate quacumque, in corpus A quiescens, pariter elasticum, & triplo majus, reflectetur post conflictum corpus *a* cum velocitate prioris dimidia; & corpus A, cum pari velocitate, juxta directionem, quam antea habuit
Pag. 71. corpus *a*, progredietur. Ergo, cum celeritates amborum corporum jam sint æquales, vires erunt ut massæ; hoc *est*, *vis corporis* A triplo major erit quam vis corporis *a*. Reliqua igitur erit corpori *a* de illa vi quam initio habuit pars quarta, sed de celeritate pars dimidia. Ergo vis corporis *a* ante conflictum ad vim ejusdem post conflictum se habet ut quadratum velocitatis prioris ad quadratum velocitatis posterioris. Q. E. D. Jam cum viderem, id unum & Bernoullianæ & meæ demonstrationi opponi posse, quod nimis sint angustæ, quippe ad certos duntaxat casus pertinentes, ulterius progrediendum ratus, demonstrationem reperi plane generalem, qua simul & *nostra confirmari*, & penitus destrui contraria sententia videtur. Ea est hujusmodi: Juxta quam hypothesin, de æstimandis corporum viribus, summa virium post concursum æqualis semper reperitur summæ virium ante concursum, (causa scilicet effectui) ea pro vera est habenda: Juxta nostram autem hypothesin res ita se habere deprehenditur; juxta alteram sive vulgarem non item: Nostra igitur vera judicanda est hypothesis, altera falsa. Priorem propositionem a nemine in dubium vocatum iri arbitror, saltim quod pertinet ad corpo-
Tab. I. ra perfecte elastica, de quibus nunc potissimum sermo est. Alte-
Fig. 1. ram sic demonstro: Si duo corpora quæcunque, velocitatibus quibuscumque, AD = V & aD = *u*, in puncto D concurrant, *sitque* C commune utriusque corporis centrum gravitatis, & *illud* corpus dicatur *a* (sive majorem habeat massam sive *minorem*) ad cujus partes motus centri gravitatis dirigitur, alterum dicatur A, ac denique CD vocetur *p*; erit $AC = \frac{aV + au}{A + a}$ $aC = \frac{AV + Au}{A + a}$ $CD = AD - AC = aC - aD = V - \frac{aV + au}{A + a} = \frac{AV + Au}{A + a} - u = \frac{AV - au}{A + a} = p$. Quibus ita constitutis ac denominatis:

I. *Si vires sunt ut quadrata celeritatum*, erit	II. *Si vires sunt ut ipsæ celeritates*, erit
Vis A ante conflictum $= AV^2$	Vis A ante conflictum $= AV$,
Vis *a* ante conflictum $= au^2$	Vis *a* ante conflictum $= au$.
Summa $AV^2 + au^2$	*Summa* $AV + au$.

Vis

Vis A post confl. $= A(V - 2p)^2$ $= AV^2 - 4AVp + 4App$,	Vis A post confl. $= A(V - 2p)$ $= AV - 2Ap$,
Vis a post confl. $= a(u + 2p)^2$ $= au^2 + 4aup + 4app$.	Vis a post confl. $= a(u + 2p)$ $= au + 2ap$.
Summa, $AV^2 - 4AVp + 4App + au^2 + 4aup + 4app = AV^2 + au^2$.	*Summa*, $AV + au - 2Ap + 2ap$.
Nam $4aup + 4app = 4AVp - 4App$, quia $p = \frac{AV - au}{A + a}$	Sed $2Ap$ nunquam $= 2ap$, nisi si $A = a$, vel si p evanescit.
Ergo summa virium ante conflictum = summæ virium post conflictum: Q. E. D.	Ergo summa virium ante conflictum major vel minor quam summa virium post conflictum: quod absurdum. Ergo hæc hypothesis falsa. Q. E. D.

Act. Erud. An. 1729. M. Febr. Pag. 72.

Quod vires post conflictum, juxta utramque hypothesin recte computaverim, nemo harum rerum peritus non agnoscet. Est enim celeritas corporis a post conflictum $= u + 2p$, & celeritas corporis A, cum contraria directione, $= V - 2p$ (aut, si $2p$ major quam V, cum eadem directione $= 2p - V$). Quod si corpora, non ad partes contrarias, sed ad easdem mota, velocitatibus Ad & ad, in puncto aliquo d concurrant, erit $AC = a\frac{V - au}{A + a}$, $aC = \frac{AV - Au}{A + a}$, $Cd = p = \frac{AV + au}{A + a}$. Reliquisque ut antea comparatis, erit vis a post conflictum, juxta nostram hypothesin, $= a(2p - u)^2 = au^2 - 4aup + 4app$. Hinc summa virium A & a post conflictum $= AV^2 + au^2 - 4AVp + 4App - 4aup + 4app$ $= AV^2 + au^2$, ut prius. Nam, hoc casu, $4AVp - 4App$ $= 4app - 4aup$. Jam calculum eundem ad corpora etiam non elastica applicaturus, summæ virium post conflictum addendam esse summam virium ipso conflictu destructarum perspexi. Id enim inter se differunt corpora elastica & non elastica, quod in his semper per conflictum aboletur aliqua pars virium & motus; in illis non item: quamvis aliter summo *Leibnitio* visum fuisse videatur. Porro eas per conflictum consumi vires certum est, quas contra se mutuo *agendo* & *reagendo* impendunt corpora non elastica, & quibus proinde virium *relativarum* nomen tribuendum censeo. Harum autem quantitatem virium non est difficile computare, si consideres, illas semper easdem esse, quæ-

Pag. 73.

Act. Erud. An. 1729. M. Febr. cunque fuerint vires absolutæ, dummodo massæ corporum, & celeritas relativa, quam exponit recta A*a* (hoc est, summa celeritatum absolutarum in motibus contrariis; vel differentia, in motibus ad easdem partes) non mutentur. Quoniam enim, concurrentibus corporibus non elasticis A & *a*, celeritatibus absolutis AC & *a*C in ipso centro gravitatis C, post conflictum omnis vis & motus cessat, sequitur ut hoc casu vires relativæ & absolutæ æquales sint. Ergo, in quocunque puncto D concurrant corpora, vires eorum relativæ semper erunt tantæ, quantæ forent vires absolutæ, si concursus fieret in ipso puncto C. Quibus observatis, ceterisque ut supra se habentibus:

I. *Si vires sunt ut quadrata celeritatum*, erunt

Vires $A+a$ ante confl. $= AV^2 + au^2$

Vires $A+a$ post confl. $= App + app$.

Vires relativæ per confl. absumtæ $= A(V-p)^2 + a(u+p)^2 = AV^2 - 2AVp + Ap^2 + au^2 + 2aup + 2app$.

E. *Summa* virium post conflictum reliquarum & in ipso conflictu destructarum $= AV^2 - 2AVp + 2App + au^2 + 2aup + 2app = AV^2 + au^2$. Nam $2aup + 2app = 2AVp - 2App$, quia $p = \frac{AV - au}{A+a}$. Itaque patet hujus hypotheseos veritas.

II. *Si vires sunt ut ipsæ celeritates*, erunt

Vires $A+a$ ante conflictum $AV + au$.

Vires $A+a$ post conflictum $= Ap + ap$.

Vires *relativæ conflictu perditæ* $= A(V-p) + a(u+p) = AV - Ap + au + ap$.

E. *Summa* virium post conflictum reliquarum & in ipso conflictu perditarum $= AV + 2ap + au$.

Sed $2ap = \frac{2AVa - 2a^2u}{A+a}$ nnnquam $= o$, nisi si $AV = au$, sive si p evanescit. Ergo rursus apparet, hanc hypothesin *falsam* esse.

Pag. 74. Addam huic demonstrationi aliam, methodo de *maximis & minimis* innixam, quam perinde ut priorem etiam atque etiam ab iis omnibus considerari velim, qui alteram hypothesin etiamnum amplectuntur. Quoniam concurrentibus corporibus non elasticis A & *a* in puncto quovis alio quam C, verbi causa in D, semper post conflictum aliquid virium & motus restat, sequitur, ut summa virium absolutarum constanter major sit, si concursus fiat in aliquo puncto D, quam si fiat in ipso centro gravitatis C, ubi vires absolutæ æquales sunt viribus relativis per confli-

ctum

ctum absumendis. Jam $A \times AC^2 + a \times aC^2$ minima est inter omnes quantitates $A \times AD^2 + a \times aD^2$; sed $A \times AC$ haudquaquam minima est inter omnes quantitates $A \times AD + a \times aD$. Ergo vires non juxta ipsas celeritates, sed juxta earum quadrata æstimandæ sunt. Act.Erud. An. 1729. M. Febr.

Coronidis loco illud adhuc notare licet, in corporibus elastica virtute destitutis, non, si vires directe oppositæ sint æquales, sed potius si habeant proportionem inversam massarum, seu si summa virium absolutarum æqualis sit summæ virium relativarum, istas vires se invicem sustinere ac consumere; nec porro *actiones* & *reactiones* corporum æquales esse, nisi etiam massæ fuerint æquales. Est enim *actio* corporis A ad *reactionem* corporis *a*, ut $A \times AC^2$ ad $a \times aC^2$, hoc est, ut $\frac{Aa^2V^2 + 2Aa^2Vu + Aa^2u^2}{(A+a)^2}$ ad $\frac{A^2aV^2 + 2A^2aVu + A^2au^2}{(A+a)^2}$, hoc est, ut $a(V+u)^2$ ad $A(V+u)^2$, hoc est, ut a ad A, sive in ratione reciproca massarum: quod vereor ne plerisque ingens paradoxum videatur. Sed ratio & experientia sic statuere jubent. Loquor vero de *actionibus* & *reactionibus* corporum *concurrentium*, & quidem libere atque in spatio vacuo concurrentium; non autem de actionibus corporum, quæ alia trahunt vel premunt, vi continuo repetita, & resistentiæ pariter repetitæ æquali. Horum enim aliam esse rationem non arduum est ostendere. De cetero leges ac regulas, quæ observari in corporum concursibus solent, jam inde ab aliquo tempore, non minus sine axiomate illo, de æqualitate *actionis* & *reactionis*, quam sine principio de vi *inertiæ* (nam & hanc non satis probare possum) tradere ac demonstrare meis auditoribus consuevi.

Act. Erud.
An. 1729.
M. Junii.
Pag. 255.

EPISTOLA J. G. G. H. M. P.

Ad J. B. M. De nova Steganographia.

VIdi nuper novam Alexandri Marcelli Steganographiam, in Act. Erud. A. 1729, M. Jan. p. 663 665. De qua, *quid* ſentiam, paucis indicabo, clavem, qua arcanum pandant, *omnibus* porrigam, & iis, quorum intereſt, offeram meliora. Perſonis ſummorum virorum artem ſcribendi occulte, utilem eſſe ac æſtimabilem, largior manibus ambabus, nec repugnavero, ſi quis eam dixerit neceſſariam. Fatendum quoque eſt, inventa, quæ hactenus adſpexerunt lucem, imperfectionibus laborare haud exiguis. Lubens præterea calculum addo quatuor iſtis præceptis: quod artificium debeat eſſe ab omni ſuſpicione remotum; clavis univerſalis, ſimpliciſſima & *innumeris apta variationibus*; modus ſcribendi & legendi facilis; ſecretum denique inſolubile. Illud vero mihi haud quaquam perſuadere poſſum, Marcelli Cryptographiam *omnibus bis numeris abſolutiſſimam*, nedum *novam*, dici poſſe, niſi meliorem induat faciem. Liquores jam pridem varios commendavere, Porta, Schwenterus, Schottus,
Pag. 256. ut taceam alios; ſed proditores ſunt arcanorum, comparent enim ſtatim, vel ſi chartam luci obvertas, vel igni admoveas, vel aqua illinias. Accedit, quod difficilem reddant ſcripturam pariter atque lectionem. Num ubique locorum ad manus erit liquor ejusmodi? quid, ſi viſum puncta nonnulla effugiant? Secretum detegi poſſe, & clavem non eſſe *imperceptibilem*, res ipſa loquitur. En tibi illam, cum toto arcano:

Clavis adulterina.

	1	2	3	4	5	6	7	8
·	x	q	d	a	t	k	g	n
:	y	r	e	b	u	l	h	o
⁝	w	ſ	f	c	z	m	i	p

Literarum numerus epiſtolæ liberæ indicat columnas; puncta vero, ſive ſuperna, ſive inferna, elementa notant columnarum.

Act.Erud. An. 1729. M. Junii.

Literæ Epist.	*Columnæ Clavis.*	*Puncta Clavis.*	*Literæ communis anguli.*
Optat-	5	:	V
a episto-	7	⋮	i
la tua	5	:	u
ad me	4	.	a
nudiu-	5	.	t
s ter-	4	⋮	C
tius per-	7	:	h
ve-	2	:	r
nit illa	7	⋮	i
qu-	2	⋮	ſ
idem m-	5	.	t
agnopere	7	⋮	i
læta-	4	.	a
tus ſum na-	8	.	n
m me no-	5	:	u
n t-	2	⋮	s
a	1	⋮	W
m de optim-	8	:	o
a tua va-	6	:	l
let-	3	⋮	f
udine qu-	7	⋮	i
am de ſ-	5	:	u
um.	2	⋮	s

Pag. 257.

Obſervabis in Actis duos errores, typographi alterum, alterum ipſius autoris, quos evitavi. Ni me plane omnia fallunt, ſimile quidpiam habet Friderici, in ſua Cryptographia, quam olim perluſtrare mihi licuit. Laborat, quod ultimo loco monere debui, inventum Marcelli hoc notabili defectu, quod prolixiores poſtulet literas, quoties arcanum paucis vocabulis abſolvi haud poteſt. Reſtat, ut exponam, quos ego modos invenerim meliores. Sunt eorum bene multi, & numerum ſexagenarium ſuperant; non ta-

Act. Erud. An. 1729. M. Junii. tamen ejusdem omnes generis & pretii. Novi equidem modos, sed non adeo multos, qui omnibus satis faciant regulis exacte; suppetunt alii, ad potiora momenta quadrantes; nec desunt viliores. Omnes autem ingeniosi, jucundi, atque ita comparati sunt, ut brevi temporis spatio, vel per literas, vel melius viva voce, explicari & addisci queant. Omnes etiam per Artem Combinatoriam infinitas fere induunt formas. Nonnulli hoc insuper peculiare habent, quod ad duos pluresve simul scribatur, & neutri alterius arcanum suboleat, nedum innotescat. Et, quod mirabile dictu, inveni Steganographiam ipso arcano argumento breviorem, vel ut clarius eloquar: Secretum evolutum Pag. 258. plures, e.g. VI, involutum vero pauciores, puta tres aut quatuor tantum lineas complectitur. Constitueram apud me, exemplis fidem facere dictis, at enim vero, cum literis æri insculptis ad hanc rem opus sit, illud effectum dare prohibeor. Sufficiat itaque, unicum saltem & quidem simpliciorem modum indicasse: da mihi Symphoniam aliquam, Notis, quas vocant, Musicis exaratam, & permitte, ut describam, *continebit illa deinceps*, sine ulla suspicione aut mutatione Notarum & concentus, arcanum in quacunque lingua libuerit, quod amicus clavium particeps facile deteget, utut artis musicæ plane sit expers atque ignarus. Si quis forte cupiat, ut artes meas Steganographicas qualescunque, quibus multos impendi annos, aperiam, literas ad eundem Clarissimum amicum, qui has Tibi transmisit, poterit ablegare.



D. J. Z. P.

Act. Erud. An. 1729. M. Aug. Pag. 347.

D. J. Z. P. RELATIO

De Machinis Chirurgicis novissime inventis.

CUm nuper quidam instrumenti chirurgici apparatus ad nos delatus fuit, artis medicæ peritis non ingratum fore existimavimus, si machinas novas Tab. II. delineatas exhiberemus.

Fig. 1. est ferramentum, ex terebello & duabus laminis dentatis compositum, quo caput fœtus in utero relictum commode comprehendi & evelli potest. Nota est artificiosa machina a *Mauriceau de morbis gravidarum Tom. I. p. 365.* descripta, qua & totum fœtum in utero extinctum educere jubet. *Le tire tête de Mauriceau. Petrus Amandus in novis de arte obstetricandi Observationibus p. 237*, caput in partu difficili avulsum reticulo involvere & educere tentavit; tacemus laminas incurvas *Palfyni a Celeberr. Heistero* in *Chirurg. Tab. XXV* delineatas. Nostrum vero ferramentum omnibus præferendum esse videtur. (a) Est terebellum cochlea (b) movendum, quod inter laminas dentatas retrahitur occultaturque, & ut cuicunque capitis ossi altius infigatur, protenditur. Laminæ illæ dentatæ (c) mobiles sunt, & cum arcu (d) cardinibus seu axibus (e) cohærent; quorum opera laminæ terebello retracto ad se adduci, & melius per uteri ora capiti fœtus admoveri queunt. Infixo vero terebello, explicantur laminæ, iisdemque annulo mobili (f) firmatis, prehenditur caput, & manu, quæ arcum arripit, extrahitur. Hanc machinam debemus ingenio Cl. Dn. D. Friedii, qui apud Argentoratenses, autoritate publica, artem obstetricandi docet & exercet. Tab. II. Fig. 1.

Fig. 2. exhibet lanceolam ancipitem, cujus mucro globulo munitus est. Peridonea est dilatandis vulneribus pectoris. Illam jam olim nobis demonstravit Argentoratensis chirurgus artis suæ peritissimus *Le Maire*, quem illius etiam Syringotomi, quem Cl. *Bassius* descripsit, autorem esse cognovimus. In anevrysmatis chirurgia, quando icta arteria liganda est, habent chirurgi, quod sibi a novo ejus vulnere caveant. Hinc plures, quando fila cerata trajiciunt, acu inversa, obverso ejus foramine illud faciunt. Acum obtusam a *Pareo* bel *Petito* inventam delineavit *Garengeot de ferramentis chirurgicis Tom. I p. 223.* Ingeniosissimus Fig. 2. Pag. 348.

Act.Erud. An. 1729. M. Aug. mus & celebris apud Parisienses chirurgus *le Dran*, nosocomii, cui a caritate nomen est, *la charité* præpositus, acubus peculiarem in modum incurvatis, ut eo firmius utriusque manus
Tab. II. Fig. 3 & 4. digitis prehendi possint, utitur. Omnibus tamen præferenda videtur acus argentea major Cl. *Petiti*. Hujus pars inferior (g) ita exacuta est, ne latera plus quam par est scindant. Media pars elatior crassiorque pertusa est, & foramine
Fig. 5. (h) satis amplo fila ligandæ arteriæ dicata excipit. Pars summa incurva manubrium præbet. (i) Hujus acus latiori cuspide incisa arteria, quæ alias non sine summa difficultate ab adjacente nervo aliisque partibus secando separatur, quam *primum* dissectis integumentis in conspectum prodit, allevatur, & acu in oppositum adacta, ab adsitis partibus divellitur, filis vero subductis, retracta acu, opportunum spatium relinquitur, quo illa explicari, & arteriæ in utraque parte constringendæ accommodari queant.

Idem laudatus *le Dran* novum invenit herniotomum, incidendo annulo musculi abdominis obliqui externi idoneum. Notum est chirurgos huc usque usos fuisse *specillo sulcato & scalpello*. Specillo addiderunt lamellam, ut *commode deprimerent* intestina. *Petitus* adhibet Scalpellum lima, non cote cultellatum mucrone globosum. Alii extollunt scalpellum absconditum elatere movendum, *le bistoury caché*, quod & alii lamella inferius muniunt. His omnibus tamen vix impediri potuit, quo minus scalpellorum acies, intestina, quæ flatu vel fecibus distenta in chirurgia herniarum erumpunt, attingeret & sauciaret. Minima vero intestinorum vulnera periculosissima esse constat.
Fig. 6. Pag. 349. Novus herniotomus Fig. 6, in eo convenit cum jam dicto, quod cultellus in cannula argentea reconditus hæret, elatere movetur, & quod lamella, (k) qua intestina coercentur, instructus est. Quando vero elater (l) digito comprimitur, cultelli (m) acies, non cuspis emergit, quæ semper extremæ cannulæ (n) inhæret. Existimamus hoc scalpellum optimam securitatem præstare herniotomis. Idem *le Dran* novum catheterem, interius cavum, exterius sulcatum, quo in sequiori sexu & lotium educi & via sterni potest forcipi, qua calculus extrahitur, nobiscum communicavit. Ægrum lithotomiæ subjiciendum, non fasciis, sed certis ligulis firmat; quæ omnia tamen delineari haud curavimus.

Addimus inventum chirurgi Hafniensis Jo. Henrici Hessii, cujus jam A. MDCCXXVI, Mense Januario mentio in his Actis facta fuit. Ille observans in lithotomia, majori apparatu exer-

exercenda, urethræ vulnus forcipibus nimium distendi, fibras dilacerari, & sic perniciosissimam sæpe inflammationem concitari, novam & tractabiliorem machinam meditatus est, qua calculus extrahi posset. Fig. 7 prensorium est, (vocat transsennam, *eine Schlinge*,) fundæ in modum ex teneriori vesica complicatum, cujus oræ & tergum fascia sericea cincta circumsutaque sunt, quæ fascia ad utrumque latus (o) multum prominet. Inferior ora duplicata bacillum tenue ex spina ceti (p) continet. Huic bacillo ad (q) crena insculpta est, ut illa maxime parte inflecti possit. Hanc fundam in dicta crena compositam intorquet in vesicæ vulnus, illamque digito explicat, & tandem, ut calculum prehendat, breviorem bacilli partem dextra attrahit. Quo vero calculus in fundam delabatur, abdomen leniter comprimendum suadet. Hoc instrumento laudatus chirurgus A. MDCCXXV, calculum satis magnum feliciter extraxit, fatetur tamen se reliquos, nam plures in vesica hærebant, forcipe eduxisse, quia prensorium sanguine & urina madidum nimisque emollitum fuerat. Frequentiori experientia hujus machinæ usus stabiliendus est, in his tamen, quæ ad salutem humanam attinent, optima voluntas laudem meretur.

Act. Erud. An. 1729. M. Aug. Tab. II. Fig. 7.

JO. FRIDERICI WEIDLERI

M. Octob. Pag. 443.

Observatio Eclipsis lunæ totalis

Facta Vitembergæ Saxonum, mane diei IX Augusti A. 1729, Telescopio Astronomico VI pedum Gallicorum.

	H.	M.	S.
Initium sub Grimaldo, 9 Aug. temp. ver. vulg.	0,	13	30
Umbra attingit Galileum	-	3,	45
- - - Aristarchum	-	6,	0
- - - Keplerum	-	11,	0
Postea nubes tegunt lunam, albæ quidem & raræ, quæ tamen minorum macularum conspectum, & observationem appulsus umbræ ad easdem impediebant. Hora 0, m. 40 dissipatis nonnihil nubibus, portio lunæ umbræ immersa colorem			

Act. Erud.
An. 1729.
M. Octob.

	H.	M.	S.
lorem referebat rufum, sed tanta caligine permistum, ut non nisi maculæ majores dignoscerentur. Minores omnes erant absconditæ. Umbræ peripheria hispidosa & inæquabilis cernebatur.			
Novem digitos obscuratos reticulo filari reperi	–	44,	30
Decem digitos mensus sum - -	–	48,	30
Mare Crisium dimidium occultatur - -	–	54,	0
M. Crisium totum in umbram immergitur -	–	57,	0
Immersio totalis, inter Langrenum & M. Crisium.	1,	1,	0
Umbra clarior versus occasum, obscurior versus ortum spectatur. Partem disci lunæ verticalem, umbræ portio caliginosior, fumo densiori non absimilis hora 1 m. 21 tenuit, donec circa eclipsis medium, hora 2, eadem prope centrum disci lunæ hæreret. Et quamdiu durabat obscuratio totalis, luna instar prunæ rubuit.			
Emersio dubia sub Grimaldo - -	2,	39,	0
Emersionis initium certum - - -	–	40,	30
Incipit emergere Galileus - - -	–	43,	30
- - - Aristarchus -	–	45,	0
- - - Keplerus - -	–	49,	0
- - - Copernicus - -	–	54,	45
- - - Plato - - -	–	55,	30
- - - Digit. IV - - -	–	58,	15
- - - Timocharis -	3,	1,	30
- - - Digit. V - - -	–	2,	30
- - - Manilius - - -	–	4,	0
- - - Digit. VI - - -	–	7,	30
Pag. 444. Totus Tycho emergit - - -	–	8,	30
Incipit emergere Menelaus - - -	–	10,	30
- - - Plinius - - -	–	13,	0
- - - Cleomedes - -	–	18,	0
M. Crisium & una M. Nectaris emergere incipit	–	23,	30
M. Nectaris totum emergit - - -	–	29,	0
M. Crisium totum emergit - - -	–	31,	30
Incipit emergere Langrenus - -	–	34,	30
Finis dubius - - -	–	38,	30
Finis certus, umbra exeunte inter Langrenum & Petavium - - -	–	40,	0

Dura-

	H. M. S.
Duravit igitur deliquium - - - -	3, 39, 30
Mora lunæ intra umbram - - -	1, 39, 30
Duratio ab initio ad immersionem -	-- 59, 30
Duratio ab emersione ad finem - -	0, 59, 30
Medium - - -	1, 51, 15

Numeros indicavi summa fide. Temporis emendatio pluribus ante & post eclipsin diebus facta. Quoniam autem in ædibus meis intra urbem, ob humilem lunæ situm, eclipsin contemplari haud poteram, contuli me in villam meam suburbanam, ubi liberrime, a principio usque ad finem, raro spectaculo jucunde frui datum fuit. Interim cum horologium oscillatorium ex Museo eodem mecum portare nollem, ne periculo erroris, qui in specula Parisiensi plurimis experimentis detectus est, teste *Hireo* de Usu tabul. Ludovic. p. 102, me exponerem, adhibui in ipsa observatione horologium parvum exploratæ virtutis Londinense, idemque cum oscillatorio correcto, ante & post eclipsin diligenter comparavi. Atque eam ob causam, non nisi dimidiam vel tertiam partem minutiæ unius temporis, superioribus numeris significare licuit.



Act. Erud. An. 1729. M. Nov. Pag. 500.

JOANNIS FREDRICI SCHREIBER,

Doctoris Medici,

Idea distincta quorumdam Medicinæ principiorum.

MEdicinam nondum comitatur illa utilitas, *quæ scientiæ* Medicæ deesse nunquam posset: sed & deficit adhuc Medicinam certitudo. Systema in Medicina frustra adhuc quæsiveris: recte formatæ definitiones, omnimode determinatæ propositiones, earumdemque demonstrationes, quarum ideam ab Euclideis, & extra Mathesin, a Wolfianis attento abstrahere licet; proh magno detrimento! a Medicina exulant. Manum ergo tanto operi admovendam decrevi: quin & admovi jam, multum expertus, quanto constet labore, veri nominis condere scientiam. Dedi specimen actionis corpor*is humani, omni demon*stratæ modo, in scriptione Academica *de lacrymis & fletu*, quæ cum nonnullis admodum placuerit, illis nec systema displiciturum spero. Constat plerisque, accuratam fabricæ corporis humani descriptionem quoque fundamentum præbere debere scientiæ Medicæ: illa ergo determinata sit necessum est in iis partibus, unde plurimum dependet. Sic; dixi in memorata scriptione *de fletu*, cur origini nervi intercostalis mihi ibidem attendendum non fuerit: quia nempe cum quinto pari non cohæret. Idque asserui, *Eustachii Albini*, propriasque quasdam observationes secutus: plerique, a quinto & sexto pari simul oriri illum, affirmarunt: alius vero insignis Anatomicus mihi persuadere voluit, illum plerumque a solo quinto pari nasci. Ea est Anatomicorum inconstantia; unde tam sæpe dubia redditur Medicina. Ego vero originem illius nervi accurate determinatam summi momenti rem habeo in ἀνθρωπολογίᾳ. Quare omnes, quibus inspiciundorum cadaverum copia est, oro ac obtestor, ut in illam originem curatius inquirant.

Pag. 501. Jam ergo quam proxime a me exspectari volo *Elementorum Medicinæ, more Geometrarum demonstratorum*, Tomum primum: quæ innitentur observationibus & experimentis Anatomicis, secundum genuinæ Logicæ præcepta formatis: unde judicia intuitiva formabuntur, ut & discursiva, omnimode determinata, & in eo rigore demonstrata, quem delineavit merito suo Illustris *Wolfius* in admirabili opere Logico. Quin & constabit, omnem pro-

propositionum Medicarum certitudinem ultimo pendere a primis entium notionibus; nam & constitutum nobis, omnes demonstrationes usque in notiones & propositiones ontologicas, quas Ill. *Wolfius* in immortali Ontologiæ opere stabilivit, resolvere. Verum, ubi tantum perficio opus, admodum verendum, ne alii, methodi Geometrarum nescii, pro confusis habeant, quæ ego summo digesta ordine censeo. His vero autor suasorque sum, ut Logicæ præceptis animos suos prius imbuant, antequam nostra legere decreverint. Alii mirabuntur, ubi omnis Medicinæ institutiones duabus partibus, ἀνθρωπολογία & θεραπευτική, absolvi viderint. Atque his distinctam quandam quorundam Medicinæ principiorum ideam communicare decrevi. Medicinam definivi per scientiam eorum, quæ per corpus humanum possibilia sunt. Quæ definitio sufficiet a fastu suo revocandis Medicis. Vis corporis humani mihi est vis totalis; quæ nempe viribus omnium corporis partium æqualis est. Sanitatem hinc definio per vim corporis humani integram. Quin & inde liquet, sanitatem partis cujusdam esse illius vim integram. Quodsi vero, in parte quadam, vi partis illius major oriatur resistentia; aderit illi parti morbus: eoque ipso minuetur vis corporis humani. Est ergo morbus vis corporis humani imminuta seu labefactata. Enimvero vires partium corporis humani a vi quadam alia primario dependent: id quod suo loco evictum dabo: illam vocabo *vim principem*, quæ mihi est vis, sine qua reliquarum virium actio intelligi nequit. Nempe vires illæ reliquæ per principem demum fiunt vires: absque illa tantum habentur pro facultatibus. Quum jam vires partium C.H. dupliciter infringi possint: vel a resistentia quacunque, in parte ipsa nata: vel quia a vi principe non animantur, ut sic loquar; (nam per se sunt mortuæ, & per principem demum fiunt vivæ:) hinc & duplex datur morbi genus: particularis & universalis. In hoc impeditur vis princeps. Quin & facile prævidetur, qua ratione ex priore nasci possit posterior. Mors est destructio vis principis. Sint enim licet vires omnes partium destructæ, quæ vere ad continuationem vis principis non concurrunt: tamen erit adhuc vita: sed minima. Vitam minimam ergo definio per continuationem vis principis. Vi vero corporis humani vigente, adest vita maxima, vel perfectissima, id est, sanitas. Pergamus ad Medicinæ partium definitiones. Scientia eorum, quæ per corpus humanum sanum assumta & applicata externa possibilia sunt, quorum vis vi corporis humani minor est; vocatur φυσιολογία. Qui definiunt per scientiam corporis humani sani, incomplete definiunt. Nam non potes scire possibilia per corpus humanum sanum: nisi cognita ante actione ingesto-

Act. Erud. An. 1729. M. Nov.

Pag. 502.

Act. Erud. An. 1729. M. Nov.

ftorum ac applicatorum quorumvis externorum in corpus humanum fanum. Scientia eorum quæ per corpus humanum, five fanum, five ægrum, & externa quæcunque, five ingefta, five applicata quomodocunque poffibilia funt; quorum vis vim partis cujusdam vincit: vocatur παθολογία. In παθολογία ergo debet explicari, quo modo fanum corpus a caufis quibusdam determinatis fieri poffit ægrum: & fecundo, qua ratione ex uno morbo, accedentibus quibusdam externis, nafci queat alius morbus. Quin & inde fluit: recte tractatam φυσιολογίαν & παθολογίαν niti anatomia & actione ingeftorum vel applicatorum externorum in corpus cognita. Σημειωτικὴ eft fcientia ex notis quibusdam cognitis ignotam rationem fanitatis vel morbi determinandi. Enimvero cum notæ fint rebus intrinfecæ: etiam illæ quæ ftatum corporis fani vel ægri aperiunt, per folas quasdam corporis fani vel ægri poffibilitates determinabuntur: ut conftat ex Logicis: ergo σημειωτικὴ utique in φυσιολογία & παθολογία pertractari debet. Atque hæc eft ratio: quare nec nos fingularem illis notis vel fignis vindicabimus fcientiam. Scientia eorum, quæ per corpus humanum, ingefta ac *applicata externa*, *ab intelli*-

Pag. 503. *gente* determinata, poffibilia funt; nuncupatur Θεραπευτικὴ. Atque hæc generalis definitio & ὑγιεινὴν includit, fi in definitione corpus humanum fanum effe ponas; fi ægrum, definiifti Θεραπευτικὴν ftricte fic dictam. Dico; ab intelligente determinata effe affumenda & applicanda quæcunque: namque non poffunt diftincte intelligi felices ὑγιεινῆς & Θεραπευτικῆς fucceffus: nifi determinatæ ante fuerint actiones generales remediorum, victus ceterorumque externorum in corpus humanum vel fanum vel ægrum: quæ dein in quovis quæfito cafu fpecialius determinandæ erunt. Si placet & remedia diftinguere: habebitur φαρμακευτικὴ, χειρουργικὴ, διαιτητικὴ &c. Sicque omnis Medicina tandem abfolvitur φυσιολογία, παθολογία & Θεραπευτικὴ. Verum enim vero elementa mea Medicinæ conftituent ἀνθροπολογία & Θεραπευτικὴ, quarum prior φυσιολογίαν & παθολογίαν ubique connexas fiftet. Cur vero binas hasce fcientias in unam compingam, hanc accipe caufam: quia παθολογία, feparatim tradita, fola generalia morborum complecti poteft. Dedi jam olim exempla a mufculorum convulfione petita: unde patuit, in cognofcenda fpeciatim omnium mufculorum convulfione, Medico ad fpecialiffimam φυσιολογίαν mufculorum recurrendum effe, ut, fi e. g. fit declarandum, num ore, a morbo mufculorum claufo, levantes inferiorem maxillam vel aliquis eorum fint convulfi; an vero biventer fit paralyticus? Memoravi in præ-

fatio-

fatione ad *Douglass descriptionem comparatam musculorum C.H. & quadrupedis*, musculorum actiones non prius intellectum iri, quam si trahentur in cadavere in omnem situm possibilem successive disposito. Inde deduxi, quosdam musculos in diverso situ diversas actiones edere: sic bicipitem internum cubiti, prona manu, hanc primo supinare. Hinc jam porro concludo, a convulsione unius musculi in diversis corporis situbus diversos apparere posse effectus, quos imprudens Medicus a duobus vel pluribus musculis convulsis derivabit. Nam convulsorum musculorum motus semper sunt inter se, ut actiones naturales illorum musculorum. Annon ergo præstat, παθολογίαν jungere physiologiæ? Attende ultimo antagonismo musculorum. Constat; illi curatissime attendendum esse in musculorum contusionibus, paralysibus, in vulneribus & fracturis ossium, ubi determinata quædam medela requiritur vel determinatus quidam situs ab intelligente Medico ægro est commendandus, nempe ille, in quo antagonista agere nequit. Sed dixi in Præfatione citata summum *παράδοξον*, quod me *ipsum adhuc dum* exercet; eidem musculo *in alio situ alium* esse antagonistam: sicque hæcce meditatio in priorem redit. Ea ratione noscitur, cur Winslow ægros in lecto decumbentes, quibus hypogastrica sectio facta est, propria capitis elevatione prohibeat, eique aliam a ministro quodam factam substituat? Ut enim sterno-mastoidæi agant, punctum fixum in osse pectoris requiritur: hoc vero efficiunt recti & pyramidales abdominis. Horum autem actio curationem vulneratæ vesicæ urinariæ impedit. Quare nobis eadem semper hac de re perstabit sententia: & rectissime idem perspexit Ill. *Wolfius*.

Act. Erud. An 1729. M. Nov. Pag. 504.

A L E-

Act. Erud. An. 1729. M. Julii. Pag. 328.

ALEXII CLAIRAUT, PARISINI,

Determinatio Curvæ cujusdam differentialis, cujus constructio simplicitate cum simplicissimis certat.

Tab. I. Fig. 2. Pag. 329.

„ DAto positione plano AB & puncto C, a quo incipit funiculus longitudinis datæ CGOM, a pondere M super „ rota DIG datæ magnitudinis extensus: Dico, punctum M „ in extremitate funiculi, vel intra pondus, utcumque assumptum, rota super plano AB incidente, ferri in curva differentiali MM„. Sit CA perpendicularis *in planum* AB, & per rotæ centrum D ducatur EP *parallela ad AB*, *dabuntur* magnitudine OB, PB & inde PO; item ob OM sibi semper parallelam dabitur PH, DP, & arcus HO. Fiat EK = DP & dabitur K positione, a quo computatæ abscissæ erunt KP, ordinatis PM. Est vero ex generationis conditionibus PM = CGM — CG — GO — OP. Jam ex D sit DI perpendicularis ad EP & ex G contactu extremo parallela GS ad EP, ac GF in eandem EP perpendiculariter cadat, & jungantur CD, GD. Sint etiam $KP = x$ $PM = y$ $CE = a$ $DH = b$ $GC = z$ $OH = r$ $OP = i$ $JG = v$ $HOGJ = q$ & funiculi CGOM longitudo sit $= c$; quibus substitutis in PM = CGM — CG — GO — OP fit $y = c - z - q + v + r - i$; sed superest, ut z & v per x exprimantur. Patet vero quod $CG = \sqrt{CD^2 - DG^2}$ & $CD^2 = CE^2 + ED^2$, *seu*, *ob* EK = DP & adeo ED = KP, $CD^2 = CE^2 + KP^2 = x^2 + a^2$, unde *CG seu* $z = \sqrt{CE^2 + KP^2 - DG^2} = \sqrt{x^2 + a^2 - b^2}$. Deinde differentiale arcus JG est $\frac{b}{GF} \times d$. DF, ut constat, sit $DF = t$, $GF = s$ & fit $dv - \frac{bdt}{s}$. In Triangulo CGS est, $CG = z = \sqrt{x^2 + a^2 - b^2}$ ut supra inventum; $SC = DE + DF = KP + DF = x + t$ & $CS = CE - ES = CE - FG = a - s$, unde $x^2 + a^2$

$-b^2$

$-b^2=x^2-2tx+t^2+a^2-2as+ss$, & scripto $bb-tt$ pro ss ex circuli natura, $x^2+a^2-b^2=x^2+2tx+tt+aa-2as+bb-tt$ seu $bb+tx=as$ & quadrando $b^4+2bbtx+ttxx=aass=aabb$ Act. Erud. An. 1729. M. Julii.

$-aatt$, unde $t=\frac{ab\sqrt{x^2+a^2-b^2}-bbx}{xx+aa}$ & $dt=\overline{aa+xx}$

$+\frac{abxdx}{\sqrt{x^2+a^2-b^2}}-b^2dx-2abxdx\times\overline{\sqrt{x^2+a^2-b^2}+b^2x}$:

$\overline{aa+xx}^2$. Datur igitur t in x. Sed & s in x dabitur per æqualitatem $bb+tx=as$, a qua ista fluxerunt, substituto valore t Pag. 330.

antea invento in $\frac{bb+tx}{a}$ & fit $s=\frac{bba+bx\sqrt{x^2+a^2-b^2}}{aa+xx}$. Substituendo igitur s & t per x expressas in $v=\frac{S.bdt}{s}$ fit $v=S.\overline{aa+xx}$

$\times\frac{abxdx-bbdx}{\sqrt{x^2+a^2-b^2}}-ab\sqrt{x^2+a^2-b^2}+bbx\times 2xdx:\overline{aa+xx}$

$\times\overline{ab+x\sqrt{x^2+a^2-b^2}}$. Et tandem substitutis valoribus z & v hactenus inventis in æquatione prima $y=c-z-q+v+r$

$-i$ fit $y=c-\sqrt{xx+aa-bb}-q+(S.\overline{aa+xx}\times\frac{abxdx-bbdx}{\sqrt{xx+aa-bb}}$

$-ab\sqrt{aa-bb+xx}+bbx\times 2xdx$) : ($\overline{aa+xx}\times\overline{ab+x\sqrt{aa-bb}}$

$\overline{+xx}$) $+r-i$; vel differentialiter $dy=\frac{-xdx}{\sqrt{xx+aa-bb}}+(\overline{aa+xx}$

$\times\frac{abxdx-bbdx}{\sqrt{aa-bb+xx}}-ab\sqrt{aa-bb+xx}+bbx\times 2xdx$) : $\overline{aa+xx}$

$\times\overline{ab+x\sqrt{aa-bb+xx}}$. Q.E.J.&D.

Act.Erud.
An. 1729.
M. Julii.

Corollaria.

1. Si C cadit in E adeoque $a = o$ æquatio præcedens tranſit in $dy = \frac{bb - xx}{\sqrt{xx - bb}} x dx$ vel $- dy = \frac{dx}{x} \sqrt{xx - bb}$. 2. Si C incidit in A fit $- EC = EA$ ſeu $a = - b$, quo in æquationem introducto iſthæc mutatur in $dy = \frac{bb - xx}{bb + xx} dx$. 3. Si $b = o$ id eſt loco circuli punctum incedat ſuper AB & funiculum libere pendentem ſecum ducat, æquatio inventa fit $y = c - z$ vel $y = c - \sqrt{aa + xx}$, curva MM jam mutata in Hyperbolam.

Præcedentia per literas nobiſcum communicata eo minus dubitavimus Actis hiſce inſerere, quo inuſitatus eſt Analyſtam decimum quintum ætatis annum vix prægreſſum his paſſibus gradiri, qui ſatis oſtendunt, qualia in poſterum ab ejus ingenio expectanda ſint.

FINIS.



INDEX

INDEX
AUCTORUM AC RERUM,
Quæ in hoc ſexto Volumine continentur.



Analytica et Arithmetica.

ANATOMICA.

ASTRONOMICA.

BOTANICA.

CHIRURGICA.

GEOMETRICA.

HISTORIA NATURALIS.

INSTRUMENTA ET MACHINÆ.

LOGICA.

MECHANICA ET STATICA.

G. F.

MEDICA.

METEOROLOGICA.

MONUMENTA ANTIQUA AC ERUDITIO.

OPTICA, DIOPTRICA, ET CATOPTRICA.

PHILOSOPHICA.

VARIA.

Errata

Errata.	*Corrige.*
Pag. 124 Tab. III. in margine.	Tab. II.
482 Tab. I. Fig. 2. in marg.	Fig. 11.
564 Fig. 4. in margine.	Fig. 7.
664 1728. in margine.	1729.

TAB. II. *ad* A. 1720.



Fig. 1.





Fig. 2.





Fig. 3.





Fig. 4.





Fig. 5.



MEDICA.

METEOROLOGICA.

MONUMENTA ANTIQUA AC ERUDITIO.

OPTICA, DIOPTRICA, ET CATOPTRICA.

PHILOSOPHICA.

VARIA.

Errata.	*Corrige.*
Pag. 124 Tab. III. in margine.	Tab. II.
482 Tab. I. Fig. 2. in marg.	Fig. 11.
564 Fig. 4. in margine.	Fig. 7.
664 1728. in margine.	1729.

TAB. II. ad A. 1720.

Fig. 1.





Fig. 2.





Fig. 3.





Fig. 4.





Fig. 5.





Fig. 7.



Fig. 8.

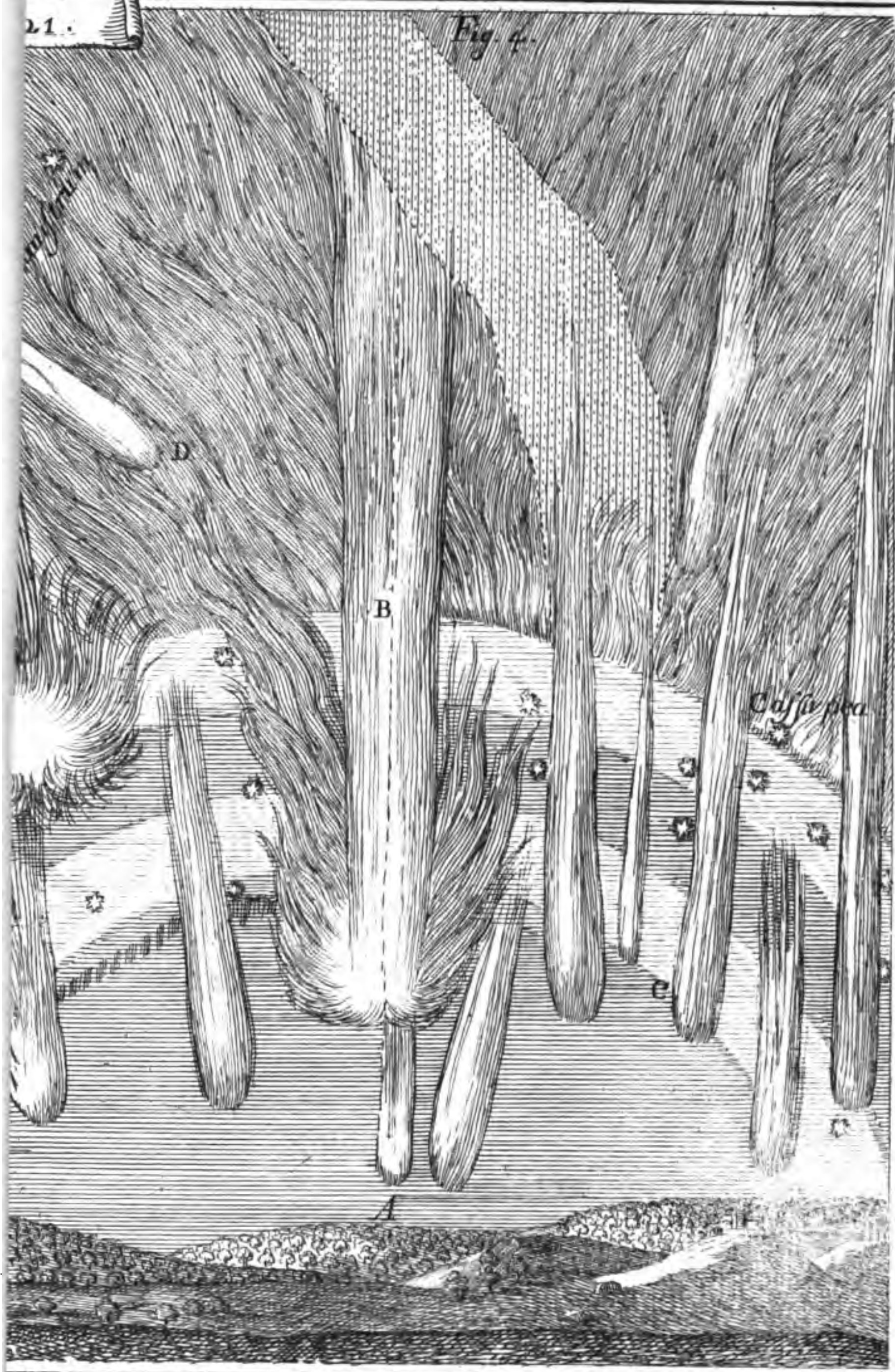


g. 3.



Fig. 4.



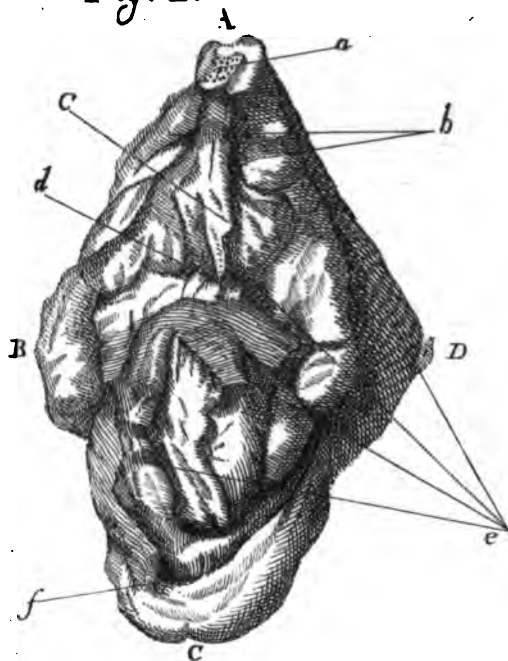


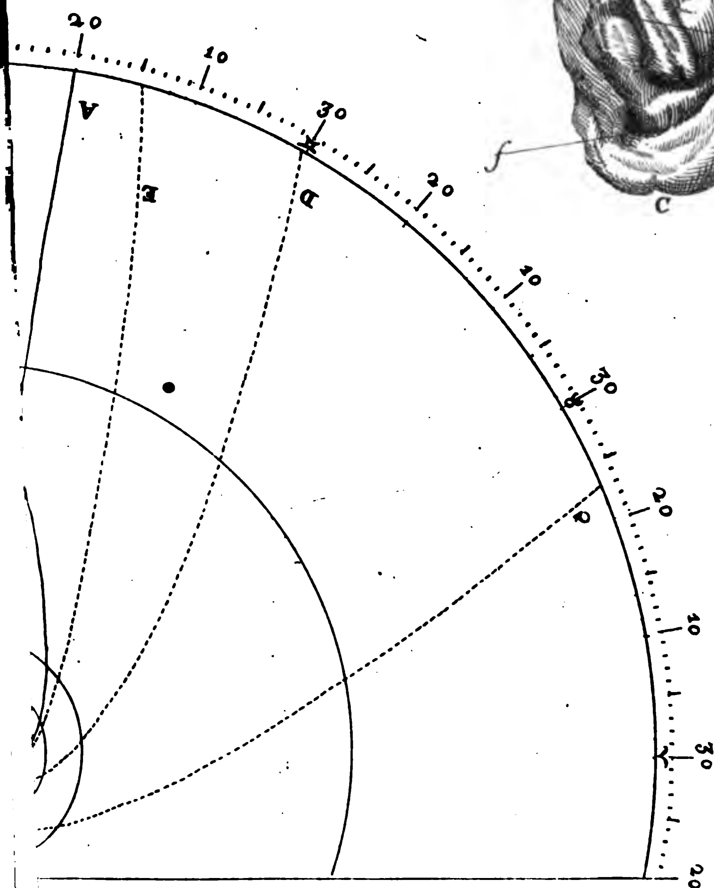
WEST.

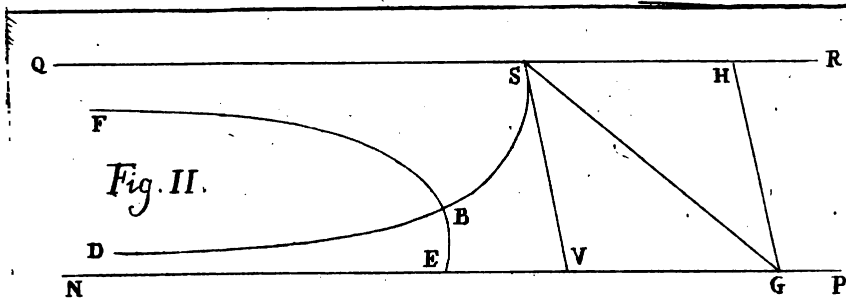


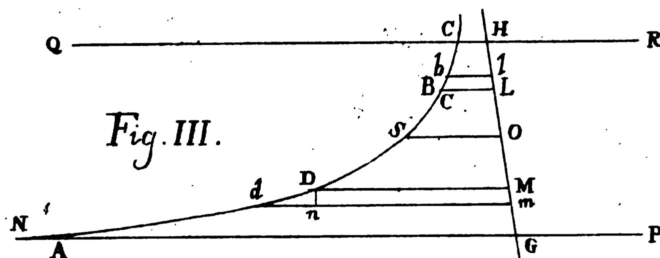
A. 1721.

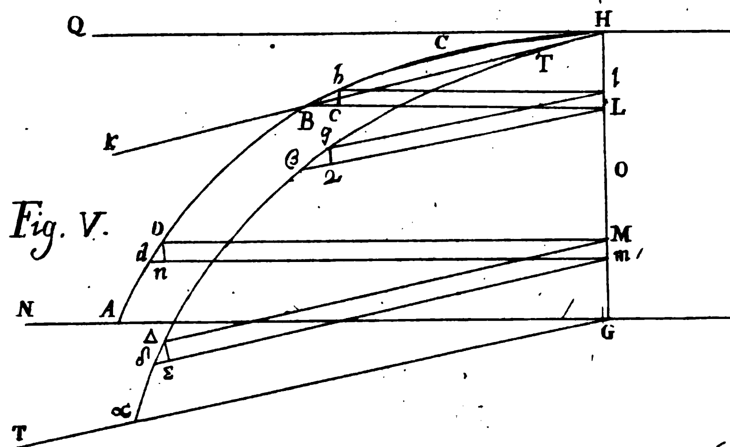
Fig. 2.

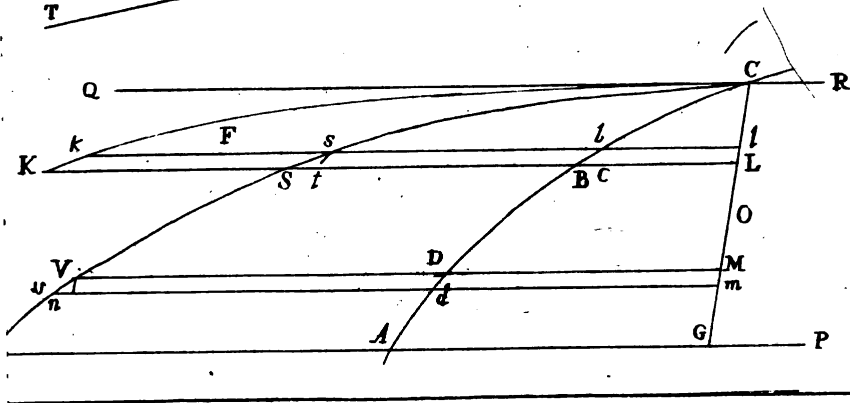





Fig. II.
Q
R
S
H
F
B
D
E
V
N
G
P


Fig. III.
C
H
Q
R
b
l
B
L
c
s
O
D
M
d
m
n
N
A
G
P


Fig. V.
Q
H
C
T
h
l
B
c
L
k
q
2
O
D
M
d
m
n
N
A
Δ
G
Σ
T


C
Q
R
F
k
s
l
l
K
S
t
B
c
L
O
V
D
M
n
d
m
A
G
P

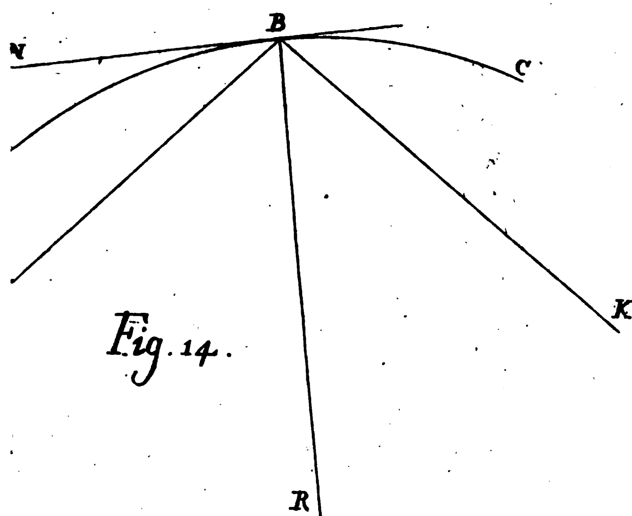


Fig. 14.

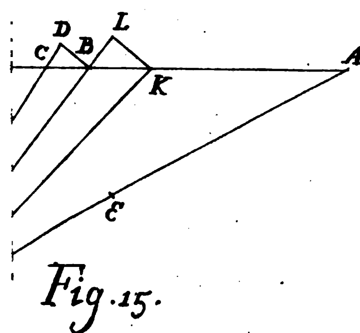


Fig. 15.

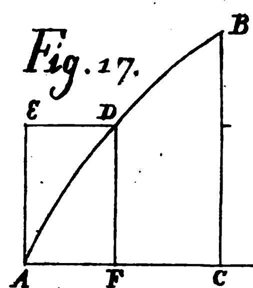


Fig. 17.

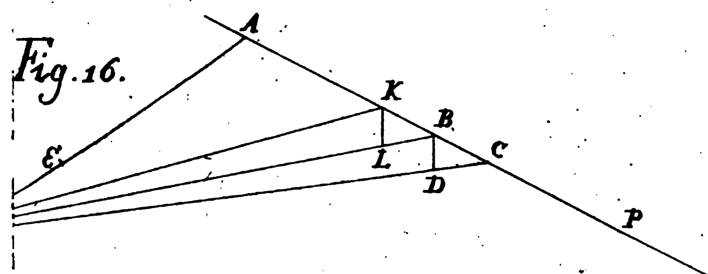
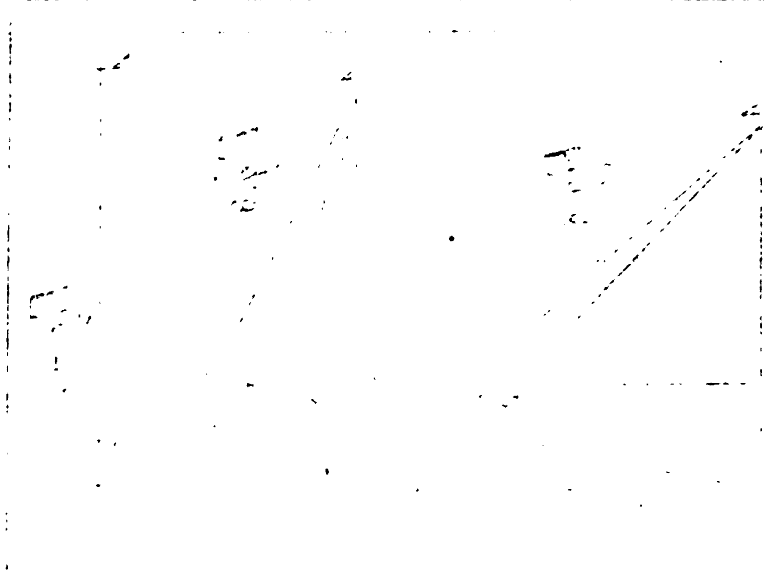
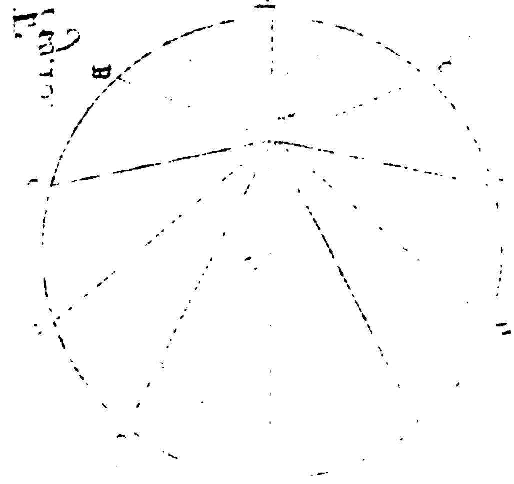
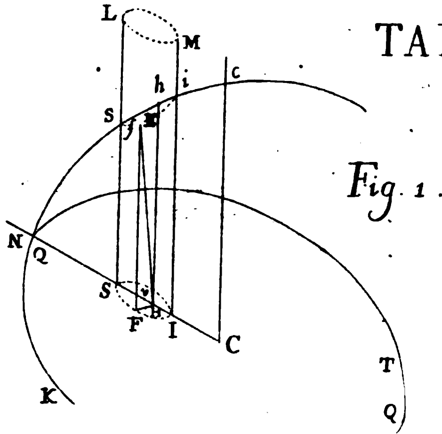


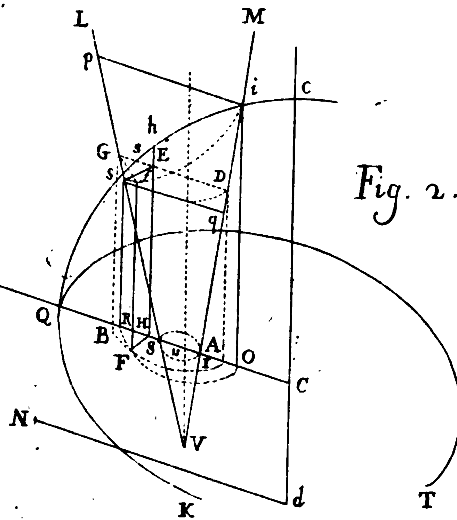
Fig. 16.

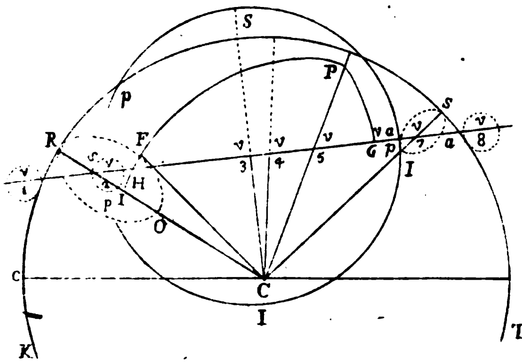


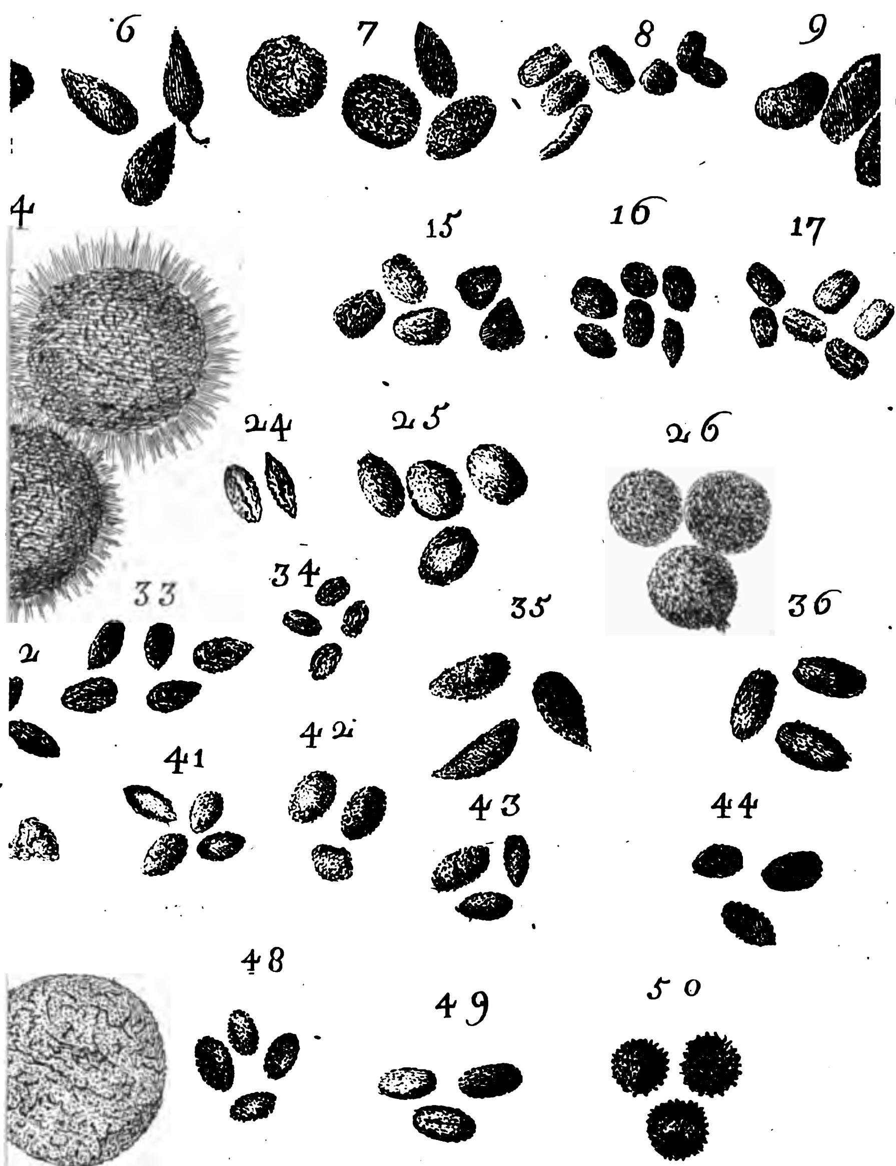

B

TAB. III. ad. A. 1724.








6
7
8
9
4
15
16
17
24
25
26
33
34
35
36
2
41
42
43
44
48
49
50

1725.

Fig. 3.

Zenith
sive
Oriens.

Sept.

Nadir
Sive
Occidens

Centri
Via

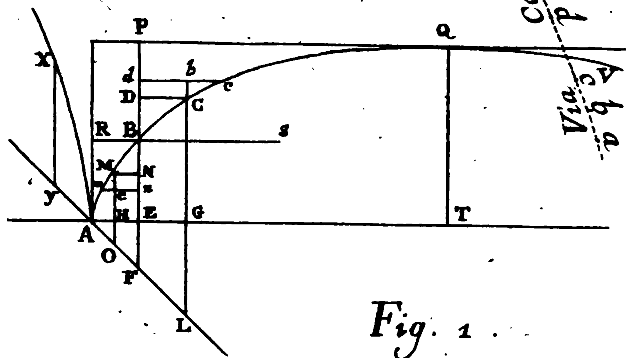
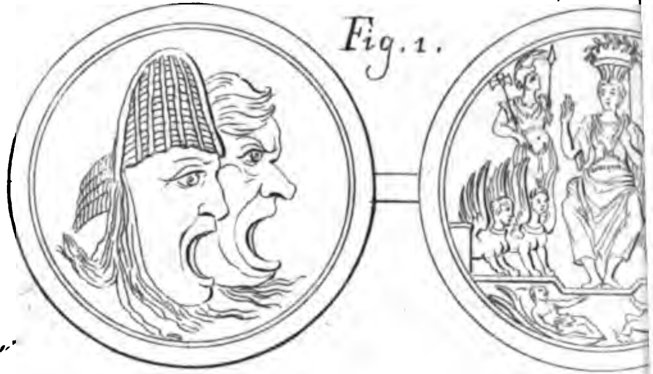


Fig. 1.



TAB. II. ad A. 1726.







PETRI



II. ad A. 1726.

Fig. 12.

Fig. 13.


Fig. 3
Q
O
C
X
T
A
N
B
Z
G
V
C
m
F
A
N
H



TAB. III. *ad A. 1727.*

Fig. 1.

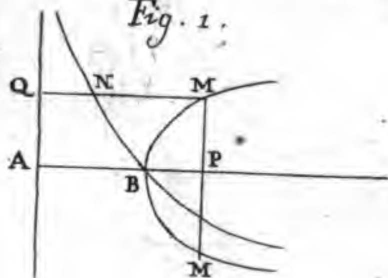


Fig. 2.

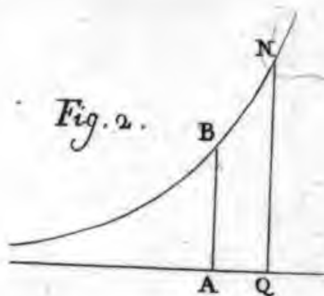
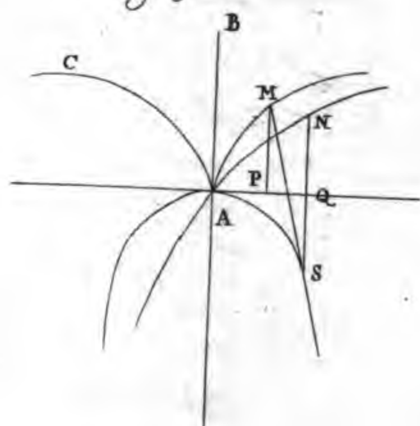


Fig. 3.



Superficies Danubii.

A

Fig. 1.

Verticalis ad horam egressûs

et magnitudo Mercurii
maxime in egressu appa

Ecliptica

Semita Mercurii.

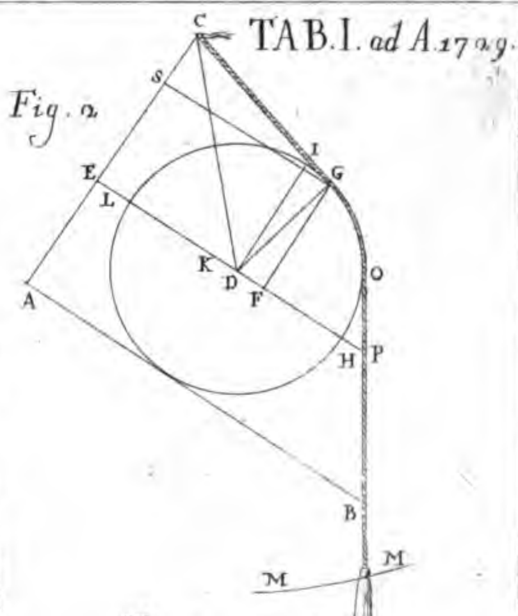
Demirkapi sive Porta Ferrea, Cataracta Maxima.

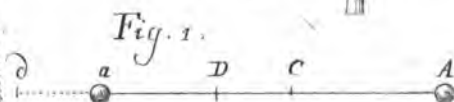
B

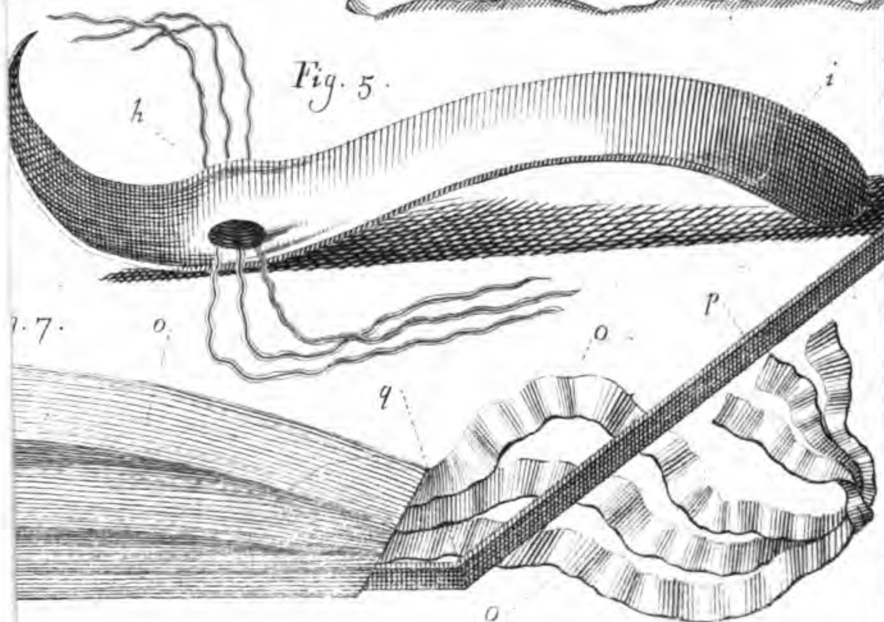
Millaria quorum 15. efficiunt gradum.




d
b


TAB. I. ad A. 1709.
Fig. 2.
C
S
I
G
E
L
K
D
F
O
A
H
P
B
M
M


Fig. 1.
∂
a
D
C
A


Fig. 5.
h
i
7.
o
o
p
q
o

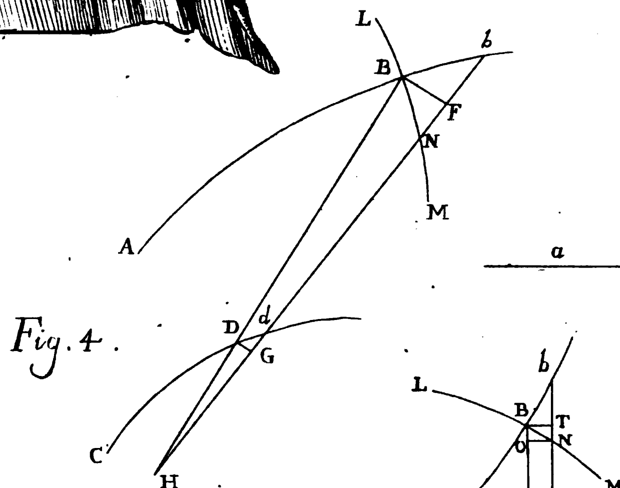


Fig. 4.

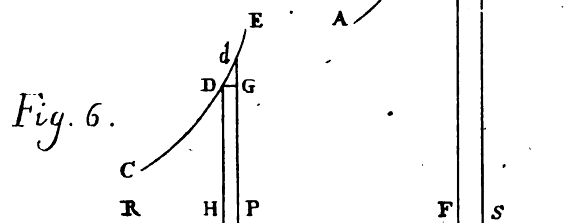


Fig. 6.

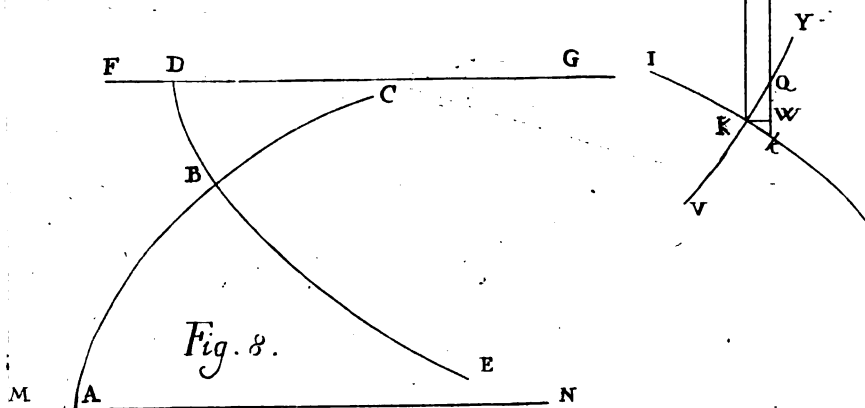
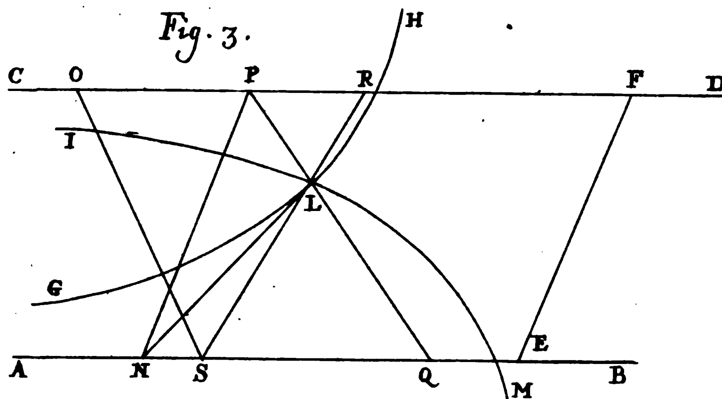
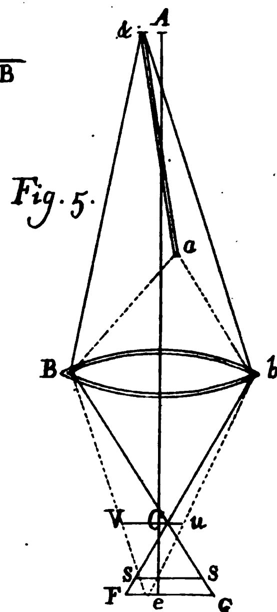
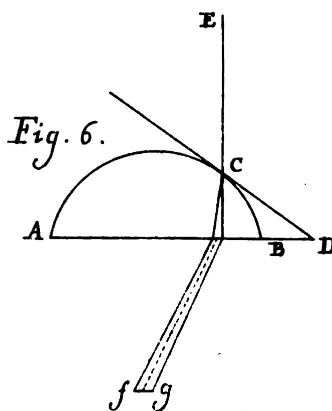
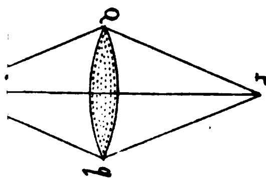


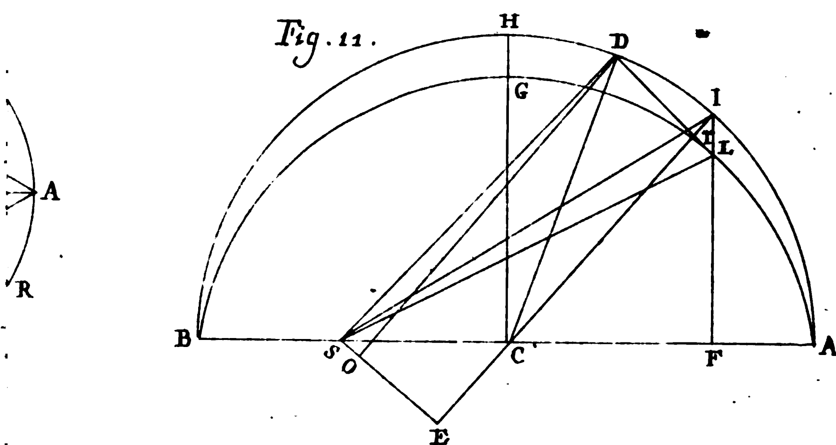
Fig. 8.


Fig. 3.
H
C
O
P
R
F
D
I
L
G
E
A
N
S
Q
M
B

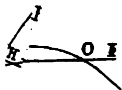

Fig. 5.
A
a
B
b
V
u
s
s
F
e
G

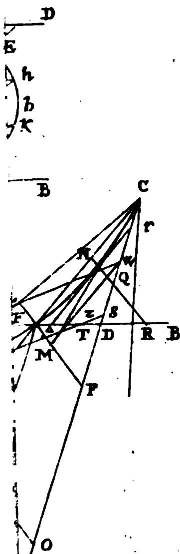

Fig. 6.
E
C
A
B
D
f
g

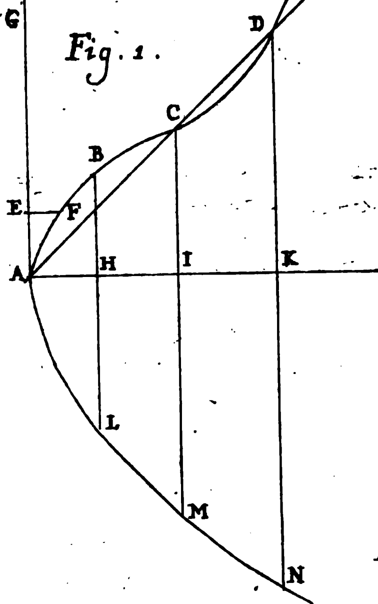


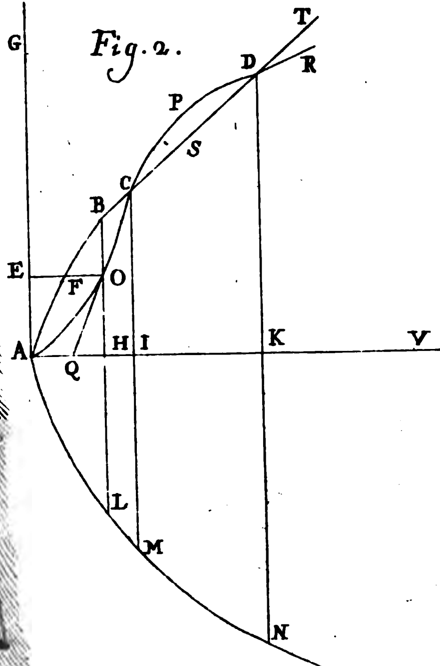

Fig. 11.
H
D
G
I
L
B
S
O
C
F
A
E
R

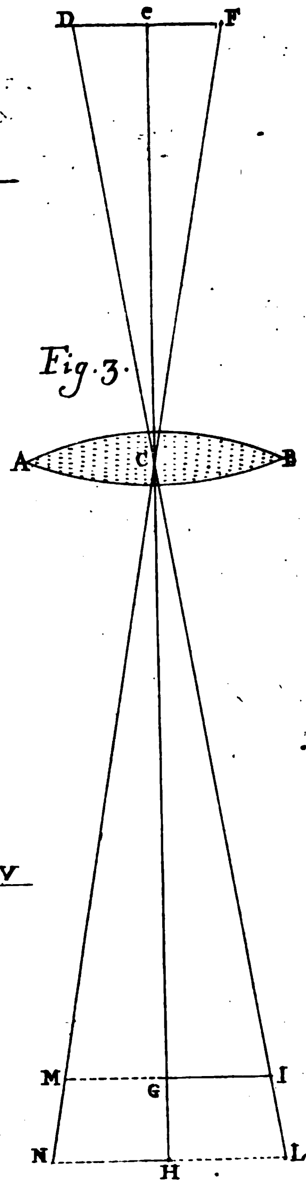
l. Tom.


12.


16.


Fig. 1.
G
D
C
B
E
F
A
H
I
K
L
M
N


Fig. 2.
T
G
D
R
P
S
C
B
E
F
O
A
Q
H
I
K
V
L
M
N


Fig. 3.
D
c
F
A
C
B
M
G
I
N
H
L




WIDENER LIBRARY
HX IJXS J

